

CDD: 530.12

## QUESTÕES A UMA TEORIA DE QUASE OBJETOS

DÉCIO KRAUSE

*Department of Philosophy  
Federal University of Santa Catarina  
Campus Trindade  
88040-900 FLORIANÓPOLIS, SC  
BRAZIL*

*deciokrause@gmail.com*

**Resumo:** Discutimos algumas questões relacionadas a uma possível teoria de quase-objetos, isto é, objetos para os quais as condições usuais de identidade não se aplicariam. Desde que a principal motivação para uma tal teoria é a mecânica quântica, a discussão é realizada tendo-se essa interpretação pretendida em mente.

**Palavras chave:** Quase-objetos. Indiscernibilidade. Quase-conjuntos. Objetos quânticos.

## QUESTIONS TO A THEORY OF QUASI-OBJECTS

**Abstract:** We discuss some questions related to a possible theory of quasi-objects, that is, objects for which the standard identity conditions should not hold. Since the main motivation for such a theory is quantum mechanics, the discussion is posed with this intended interpretation in mind.

**Keywords:** Quasi-objects. Indiscernibility. Quasi-sets. Quantum objects.

[Q]uando se tenta definir algo individual, deve-se não ignorar que a definição pode sempre ser cancelada, pois não é possível definir tal coisa. (Aristóteles, *Metafísica*, Z 1040a)

## 1 Introdução

Como tem sido amplamente difundido e discutido, a física quântica nos traz uma série de questionamentos acerca de variados conceitos ‘tradicionais’ e obrigado os filósofos quando não a uma revisão acentuada de vários deles, pelo menos a discutir e tentar aprofundar o seu conhecimento sobre esses assuntos. Exemplos são as noções de não-localidade (algo como a influência ‘direta’ de um objeto sobre outro, mesmo que localizado a anos luz de distância, o que parece violar a relatividade restrita), separabilidade (a idéia de que entidades situadas em regiões espaço-temporais distintas seriam ‘realidades físicas distintas’, como defendia Einstein), realismo (na forma mais ingênua de que haveria entidades que existem independentemente de nossa mente), causalidade, determinismo, dentre outras, impulsionadas por resultados notáveis, inclusive de natureza experimental, obtidos nos últimos 80 anos. Muito se tem escrito sobre cada um desses temas, e propostas diversas de interpretação das ‘consequências quânticas’ podem ser encontradas com facilidade na literatura (menciono por exemplo Auyang 1995, Cao 1999, d’Espagnat 2006, Falkenburg 2007, Ghirardi 2006, uma lista certamente não completa, mas significativa de trabalhos mais recentes).

Há no entanto uma questão que, ainda que apareça na literatura, não tem recebido o destaque que merece, pelo menos de um ponto de vista, digamos, *mais formal*. Trata-se da discussão concernente ao *objeto físico* propriamente dito de que tratam as teorias quânticas (e assumimos desde já que se tratam de várias teorias, como as mecânicas de Heisenberg, de Schrödinger, de Bohm, etc.), em particular ao que se refere à sua individualidade e identidade. Certo está que poderíamos nos safar dizendo que, no formalismo usual via espaços de Hilbert, o objeto físico (sistemas físicos) não aparecem ‘diretamente’, mas apenas seus *estados*, já que os conceitos primitivos (de pelo menos algumas formulações da mecânica quântica não-relativista—ver por exemplo Toraldo di Francia 1981, pp.270-1) são *estados* (de sistemas físicos)

e *observáveis*. Como é bem sabido, esse formalismo inicia atribuindo a cada sistema físico um espaço de Hilbert, cujos vetores descrevem completamente os estados do sistema. Mas nada é dito sobre esses sistemas, e tampouco acerca de uma possível interpretação que se poderia dar a tal formalismo. Este parece ficar implícito nas discussões informais do físico (e do filósofo).

No entanto, pelo menos filosoficamente não é de todo descabido indagar por uma justificativa de uma possível postura algo realista acerca das entidades de que supostamente se está tratando e de sua natureza, considerando-se o ponto de vista dessas teorias (um ‘realismo de entidades’, como é supostamente bem conhecido, é sustentado por Hacking em (Hacking 1983)). Colocado de forma simples, podemos licitamente nos ocupar em filosofia da ontologia das teorias quânticas. Do ponto de vista filosófico, acreditamos haver sentido na observação de Toraldo di Francia acerca da importância de se considerar o objeto físico, quando diz que

os historiadores talvez tenham se tornado cegos pelo glamour da relatividade e da mecânica quântica e gostam de descrever essas teorias como sendo as revoluções do início do século 20. No entanto, acredito que um desenvolvimento muito mais importante teve lugar na virada do século [do 19 para o 20], um desenvolvimento que os futuros historiadores provavelmente localizarão em uma perspectiva mais adequada. Trata-se da descoberta dos objetos nomológicos (...) objetos nomológicos são descritos por leis físicas, ou, talvez, cada classe deles represente uma lei física. (Toraldo di Francia 1978)

Para Toraldo, objetos nomológicos são, por exemplo, elétrons, que são descritos por terem—posto simplificada—uma certa massa ( $m = 9.1 \times 10^{-28}g$ ), carga elétrica ( $e = 4.8 \times 10^{-10}u.s.u.$ ) e spin ( $s = \pm 1/2$ ). Sob este ponto de vista, *todos* os elétrons do universo se assemelham. Quando o físico se depara, por exemplo, com uma partícula com mesma carga elétrica e spin, mas com massa aproximadamente 200 vezes maior, não diz que encontrou um elétron ‘mais pesado’, mas uma outra partícula, um *muon*.<sup>1</sup> No entanto, como férmions que são, obedecem o Princípio de Exclusão de Pauli, e portanto—de novo

<sup>1</sup>Em outras unidades, a massa de um elétron é  $0,51099810Mev/c^2$ , enquanto que a de um muon é  $105,7Mev/c^2$ .

dito simplificada, pois não há como discorrer sobre os detalhes aqui—não podem estar mais de um em um mesmo estado, o que implica haver uma diferenciação, via de regra quanto ao spin. Mas essa diferenciação não pode ser entendida no sentido usual de que duas canetas, por exemplo, que por mais semelhantes que possam ser, sempre (como se supõe se aceitarmos o Princípio da Identidade dos Indiscerníveis de Leibniz) apresentarão alguma diferença, como marcas ou arranhões. Duas canetas, uma vez que saibamos que diferenças são essas, poderão ser discernidas pelos mesmos motivos em outras situações em que as encontrarmos: podemos dizer que elas têm *individualidade*. No caso dos elétrons, aparentemente isso não ocorre. Dois elétrons que caminhem um em direção ao outro e tendo spins contrários, sendo discerníveis portanto, se repelirão e, após isso ocorrer, jamais poderemos dizer qual é qual. Ressalte-se que não se trata de algo que pode ser reportado a uma ‘ignorância epistemológica’ nossa ou a uma *incompletude* da teoria, que careceria de informações suficientes para nos proporcionar a distinção. Na medida em que a física quântica funciona (pelo menos de acordo com a interpretação mais comum), eles nunca mais poderão ser identificados novamente.<sup>2</sup> Caso mais emblemático refere-se a bosons, que podem partilhar um mesmo estado. Nessas situações, como num Condensado de Bose-Einstein, todos (pode haver milhares) se comportam exatamente da mesma forma, como se constituíssem uma só entidade. Não é possível qualquer distinção entre eles. Nesse sentido, pode-se falar em *não-individualidade*.<sup>3</sup>

<sup>2</sup>Exceções podem ocorrer em interpretações como a de Bohm, para quem elétrons e demais partículas possuem trajetórias bem definidas; porém, como essas trajetórias são desconhecidas, o problema não se resolve facilmente. Como discutido em §4.3 de French & Krause 2006, mesmo nesse caso há uma espécie de indeterminação ontológica, pois certas propriedades seriam atribuídas não à partícula propriamente, mas à sua onda-piloto, que na interpretação de Bohm sempre acompanha a partícula. No entanto, não aprofundaremos essa questão particular aqui, ainda que reportemos que um estudo mais aprofundado desses casos na mecânica bohmiana seria bastante interessante.

<sup>3</sup>O termo pode não ser muito adequado, mas é aqui usado por motivos históricos—ver French & Krause 2006. Há porém uma questão aqui que apenas mencionaremos, e deixaremos a discussão para outra oportunidade: se descrevermos mesmo bósons em um BEC usando a matemática tradicional,

Como então falar em indivíduos, objetos dotados de individualidade e identidade? Que conceitos são esses? A idéia da não-individualidade das entidades quânticas remonta as primórdios dessa disciplina. Werner Heisenberg, Max Born, Hermann Weyl, dentre outros, falaram explicitamente da não-individualidade, por vezes expressando-se em termos de que “a individualidade [das partículas elementares] foi perdida”. Schrödinger foi mais radical, sugerindo que a própria noção de identidade careceria de sentido nesse domínio (para todas as referências e citações, ver French & Krause 2006). Essas mesmas questões podem ser discutidas mesmo no que se refere s teorias quânticas de campos, como apontado em French & Krause 2006, cap.9, ainda que muito ainda deva ser dito a respeito.

Há algum tempo tenho trabalhado nesse tema, tendando dar um sentido formal preciso aos conceitos de identidade, individualidade e, principalmente, não-individualidade, articulando vários sistemas lógicos e matemáticos inspirados no dito de Schrödinger mencionado acima, e de sua correspondente aplicação a algumas questões filosóficas e de fundamentos das teorias quânticas. Porém, como é fácil perceber, não é simples questionar a universalidade de uma noção tão básica como a identidade. Assim, por mais que se explore a questão, vários pontos sempre permanecem suscetíveis de requererem maiores explicações, e foi neste sentido que me foram endereçadas algumas questões sobre a possibilidade da elaboração de uma teoria de não-indivíduos (ou *quase-objetos*, como às vezes têm sido denominados). Veremos que questões foram essas na seção seguinte.

## 2 As 22 questões

O Prof. Newton C. A. da Costa é reconhecimento um dos grandes filósofos que há em nosso país. Suas preocupações com os fundamentos da ciência, em especial da física, datam de há alguns anos. Há algum tempo atrás (precisamente, em 09.07.2007), ele me apresentou uma

---

que pressupõe a teoria tradicional da identidade (mais sobre ela abaixo), essas entidades *terão* que ser discerníveis. Isso pode indicar, preservada uma interpretação da física quântica, que o arcabouço matemático padrão pode não ser adequado para se descrever essas entidades supostas destituidas de individualidade.

lista de 22 “problemas que qualquer teoria de quase-objetos deve responder.” *Quase-objeto* é uma terminologia de da Costa para se referir a entidades para as quais supostamente o conceito usual de identidade não se aplica.<sup>4</sup> Em French & Krause 2006, essas entidades foram denominadas de *não-indivíduos* por motivos históricos relacionados aos primórdios da mecânica quântica, devido ao fato desse termo ter sido usado por alguns dos fundadores da teoria. Como a única teoria nessas condições que conheço é a teoria de quase-conjuntos, vou responder às suas questões tendo essa teoria como pano de fundo (sobre essa teoria ver French & Krause 2006, cap.7; French & Krause 2009). As interessantes e relevantes questões (ou “problemas”) propostas pelo Prof. da Costa são apresentadas na próxima seção; na seguinte, sua ‘solução’ é apresentada na forma como proposta por ele e, em seguida, elaboro minhas respostas entre meio uma discussão geral sobre a problemática básica da possibilidade de uma ‘ausência de identidade,’ apresentadas a ele na época (em 11.07.2007), e aqui retomadas com alguns acréscimos e modificações. Claro que poderíamos esquematizar as questões de da Costa, destacando as superposições que há e salientando algumas como mais relevantes. Isso é feito implicitamente no contexto de minha discussão. O mais interessante, me parece, é analisar as questões como foram propostas.

As perguntas de da Costa são feitas em tom muito informal mas, como se pode facilmente perceber, encerram questões de grande profundidade e atualidade. Respondê-las não constitui tarefa simples, e espero que este texto motive uma discussão mais detalhada sobre o tema. Na verdade, a partir daquela data, iniciamos uma discussão geralmente via e-mails eu, da Costa e Otavio Bueno sobre os fundamentos da física e sobre sua filosofia. Apareceram várias outras questões que demandariam muito mais espaço para apresentá-las, o que espero poder fazer em outra oportunidade. Agradeço a ambos pela estimulante discussão e pela perspicácia em apresentar pontos de vista que não aparecem nas considerações que se vê na literatura.

---

<sup>4</sup>Um dos pareceristas deste artigo sugeriu que eu omitisse o nome do Prof. da Costa, deixando unicamente suas questões. No entanto, respeitando essa opinião, preferi manter a referência explícita visando destacar sua importância e preocupação com o tema, bem como para registrar suas interessantes questões.

Na sequência, reproduzo as 22 questões do Prof. da Costa, até para que fique o dado histórico de suas indagações na forma como me foram passadas (em manuscrito).

“ Problemas:

“1) Quando se afirma que não tem sentido afirmar que a igualdade não se aplica às partículas quânticas, isso tem sentido?<sup>5</sup> (Se não tem sentido asseverar a igualdade, também não tem sentido sustentar a diferença (diversidade)).

“2) Todas as grandes teorias da física hoje em voga, QED [eletrodinâmica quântica], QFT [teorias quânticas de campos], QCD [cromodinâmica quântica] e as relatividades geral e especial, utilizam-se da igualdade. (Por exemplo, na RG [relatividade geral] (e na RE [relatividade especial]) *duas* partículas são iguais ou diferentes).

“3) Tem que ser possível dizer que o elétron é diferente do próton (dadas duas de tais partículas).

“4) Tem que ter sentido sustentar que um elétron é diferente de um automóvel (e a igualdade se aplica ao primeiro, pois a diferença é a negação da igualdade).

“5) Sem igualdade não se pode falar em permutação de partículas nem de substituição de partículas. Não pode haver invariância (lagrangianos invariantes sob certas substituições).

“6) A noção de grupo perde sentido quando se tem que referir a grupos de simetria, de invariância de partículas, etc.

“7) O que seria invariância de um sistema de elétrons (em um lagrangeano)? Etc.

“8) Partículas que se encontram em regiões diferentes do espaço, em certo tempo, bem afastadas, não são diferentes?

“9) Expressões utilizadas por físicos, tanto teóricos como experimentais, tais como ‘o mesmo’, ‘cada um’, ‘lagrangeano de um sistema de partículas’, etc., não teriam sentido. E isso nenhum físico aceitaria

...

---

<sup>5</sup>Erwin Schrödinger, um dos pais da física quântica, sustentava essa posição, como se pode ver em seu livro de 1952, pp. 17-8; o próprio Prof. da Costa menciona essa questão em seu livro *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (da Costa 1980, pp.117-9), que serviu como motivação para a elaboração da teoria de quase-conjuntos (ver French & Krause 2006).

“10) As partículas são ‘concentrações’ de energia (distribuições *a la* função de Dirac), isto é, ‘concentrações’ de campos. A igualdade não se aplicaria à energia, a campos?

“11) Há certas partes da física quântica em que se pode ‘omitir’ a igualdade. Porém, há partes em que isso não é possível, especialmente quando há relações espaço temporais envolvidas. Um elétron no Polo Norte é distinto de um elétron no Polo Sul ...

“12) A igualdade, ao nível empírico (de massas, de cargas, ...), é operacionalmente definível e não pode ser tratada a priori.

“13) Quando se diz, por exemplo, que não se pode distinguir dois elétrons, em geral não se tem em mente algo pragmático e operacional, mas algo teórico, implicado pela matemática utilizada que, hoje, é a clássica, com igualdade.

“14) Sem igualdade, em nível informal e intuitivo, é praticamente impossível se dar sentido aos quantificadores. Uma semântica rigorosa seria clássica ou baseada em alguma teoria sem igualdade; no segundo caso, haveria um círculo vicioso e, no primeiro, ter-se-ia a igualdade.

“15) Assim, parece não haver uma semântica sensata para objetos sem igualdade.

“16) Por isso, uma teoria que não tenha igualdade universalmente ‘aplicável’ não pode servir de base razoável para uma teoria sem igualdade. Na lógica clássica, quando se sustenta que a semântica tarskiana dá sentido aos quantificadores, isso estritamente não está correto (eles já estão envolvidos na teoria de conjuntos subjacente).

“17) Na realidade, há dificuldades até para definir os conectivos. (E, também, como se define predicado  $n$ -ádico,  $0 < n < \omega$ , descrição, etc.?)

“18) Se um sistema de partículas não é composto por partículas distintas, como se pode obter o lagrangeano ou o hamiltoniano correspondentes?

“19) O que é realmente relevante é um princípio de simetria, que não pode nem deve ser confundido com a ausência de sentido da igualdade. (Uma lei física é invariante sob substituições de partículas de mesma natureza).

“20) Qualquer construção teórica na física e na ciência em geral não pode ser construída *ex-nihilo*. Tem que levar em conta os desenvolvimentos anteriores e contemporâneos, sobretudo se são extraordinariamente significativos.



“21) Porém, nada impede que se edifique uma metafísica de não indivíduos etc., já que esta disciplina é especulativa. Poder-se-ia, por exemplo, defini-los como, em resumo, satisfazendo a lógica tradicional de primeira ordem sem igualdade. No entanto, há problemas: a) Como desenvolver uma lógica de ordem superior? b) Por que partir da lógica clássica? c) Torna-se necessário elaborar uma mereologia de não indivíduos, uma ‘álgebra’ dos mesmos (parte e todo), etc.

“22) Do prisma científico, uma teoria nova deve trazer algo de *novo*, que as teorias precedentes não envolvem, conceitual ou empírico. Seria preciso apresentar pelo menos uma novidade, sem complicar o arcabouço científico precedente.”

### 3 A proposta de da Costa

Da Costa apresenta então sua

“Solução:

“*Princípio da simetria quântica de partículas*: Se considerarmos as partículas quânticas independentemente de seus correspondentes campos, então quaisquer substituições de partículas por outras de mesma natureza deixa as leis da física quântica invariáveis.

“*Consequência*: Há uma teoria de quase-objetos (conjuntos, etc.) na qual se prescindem da igualdade aplicada às partículas quânticas.

“*Princípio da simetria de partículas clássicas*: As leis da mecânica clássica de partículas-massa prescindindo-se de suas formas geométricas etc., são invariáveis por substituições de partículas por outras de mesma massa.

“*Consequência*: Pode-se estabelecer uma teoria mecânica das partículas-massa sem se falar de igualdade dessas partículas, com excessão da massa.

“(Tudo isso talvez seja aristotélico: não há ciência do particular).”

### 4 Discussão

Primeiramente, necessitamos saber o que queremos dizer com ‘igualdade’ (=) e ‘diferença’ ( $\neq$ ). Deixaremos de lado as discussões filosóficas sobre o tema, que vêm desde a antiguidade, centrando-nos nos ditames

da filosofia analítica (dentre os inúmeros textos que fornecem um apanhado geral sobre o assunto, mencionamos Quinton 1973). Segundo a concepção vigente (que data de Frege de ‘O sentido e a referência’), dois objetos são iguais, ou idênticos, informalmente falando, quando não há de fato dois deles, mas somente um. Assim, se  $a = b$  for o caso, há somente um objeto que pode ser nomeado (isso é importante para o que vem depois) indistintamente por  $a$  ou por  $b$ ; em outros termos,  $a$  e  $b$  têm o mesmo referente (Frege 1948). Por outro lado, se dois objetos são diferentes, ou distintos, isso significa que não são o mesmo, e que portanto há algo que os distingue, idéia essa que, como se sabe, foi sedimentada por Leibniz em seu Princípio da Identidade dos Indiscerníveis—doravante, PII (Leibniz 1995). A lógica não se ocupa propriamente em especificar o que faria essa diferença, ainda que isso seja filosoficamente relevante. Há então duas possibilidades, que seguem a tradição filosófica sobre este assunto, aqui bastante resumidas (ver por exemplo Quinton 1973 para mais detalhes): (1) a distinção é dada por alguma forma de *substratum*, não descritível em termos das propriedades dos objetos considerados (usarei aqui as expressões ‘qualidades’ e ‘atributos’ como sinônimas de ‘propriedades’);<sup>6</sup> (2) a distinção é dada por uma ou por uma coleção de propriedades. No primeiro caso, teremos o problema de especificar em que consiste esse substrato (Locke admitia a existência, nas substâncias, de algo “para além da extensão, figura, solidez, pensamento ou outras idéias observáveis, ainda que não saibamos do que se trate.” cf. §XXIII (3) do Livro 2 de Locke 1690). No segundo caso, teremos problemas por exemplo com princípios como o da identidade dos indiscerníveis, que não posso ver como não sendo algo de natureza inteiramente metafísica.

Pode-se argumentar que não é necessário especificar o que seria a distinção entre dois objetos distintos, bastando supor que não se exclui a possibilidade de que exista esse algo. Isso, para mim, não é a melhor solução. Se não existir esse ‘algo’, eles não seriam distintos; se existe, é perfeitamente razoável perguntar do que se trata, sob a pena de nos obrigarmos a um “we know not what it is” de Locke

---

<sup>6</sup>Os termos ‘haecceity’, ‘primitive thisness’ e outros têm sido utilizados na literatura recente (ver por exemplo Teller 1998), muitos deles retomados de discussões bem antigas. Na verdade, até mesmo uma discussão sobre o que são “propriedades” deveria ser considerada.

(loc.cit.). Se eliminarmos o substrato e sustentarmos (2), é perfeitamente razoável pretender saber, dados dois objetos distintos, qual seria ou quais seriam as propriedades distintivas. Pensemos no caso de dois bósons em um mesmo estado quântico. Neste caso, segundo a teoria quântica, eles têm todas as propriedades em comum (os mesmos ‘números quânticos’). Pode-se argumentar que o que eles têm em comum são unicamente as suas ‘propriedades quânticas,’ de forma que os dois bósons podem não ter *todas* as propriedades em comum, podendo haver alguma propriedade que não esteja no rol das propriedades que se considera. Certamente, essa alegada propriedade seria algo ‘para além da teoria quântica,’ algo externo a ela. Penso que essa suposição, além de ser vaga pois não sabemos ao certo o que são ‘propriedades’, introduz algum tipo de variável oculta (e recorda algo da posição realista sustentada por Einstein contra Bohr no notório debate entre eles), colocando a física quântica como uma teoria incompleta e então, como me parece razoável supor, é falsa de acordo com a teoria quântica que admite (pelo menos no discurso do físico) a indiscernibilidade ‘absoluta’ (aqui, ‘teoria quântica’ significa alguma das teorias usuais, relativista ou não, de campos ou não). A primeira dessas alternativas não me satisfaz. Com efeito, as teorias de variáveis ocultas padecem de problemas conhecidos, e os vários teoremas que as limitam (como o de Kochen e Specker—cf. Held 2006) são igualmente bem conhecidos e relevantes, e teorias como a de Bohm, que admitem que as entidades quânticas são indivíduos, padecem de problemas conhecidos e não são aceitas em geral.<sup>7</sup>

Por outro lado, supor que possa haver algo que não sabemos o que é e que não nos compete nem ao menos indagar o que seja, não me parece filosoficamente aceitável. Essa resposta me leva a antecipar as questões 3 e 4, nas quais é asseverado que deve ser possível afirmar que ‘o elétron é diferente de do próton’ e que ‘um elétron é diferente de um automóvel’. Deve-se ter um certo cuidado com essas questões para que não se banalize o argumento, o que certamente não é a intenção de da Costa, que usa esses exemplos enfáticos justamente para isso. *Claro*

---

<sup>7</sup>Essas objeções, no entanto, são contestadas por alguns defensores da mecânica bohmiana, como em Goldstein 2006, Loewer 1998. No entanto, é reconhecido mesmo por esses defensores que há patentes dificuldades para se estender a mecânica bohmiana para uma versão que incorpore uma teoria de campos.

que um elétron é distinto de um automóvel, logo a questão parece tola. Mas deve-se entender a força de expressão usada na sua formulação mediante tão enfático exemplo. O que está em jogo é distinção entre objetos quânticos indiscerníveis. A questão é importante para a teoria de quase-conjuntos na medida em que esta teoria procura tratar exatamente de entidades para as quais (também) não deve haver qualquer forma de distinção. Posto isso, parece razoável supor que não necessitamos da igualdade (ou da diferença) para tal distinção, bastando que tenhamos, como na teoria de quase-conjuntos, uma relação mais fraca de *discernibilidade* com a qual possamos afirmar que um elétron é *discernível* tanto de um próton quanto de um automóvel. O uso em física do que se chama de distinção por propriedades intrínsecas (elétrons e prótons teriam distintas propriedades intrínsecas, independentes de estado), implica discernibilidade, por certo, mas implica diferença unicamente se essa noção faz sentido. Mas, ‘Por que não faria?’, alguém poderia perguntar. Porque se aceitarmos que podemos dizer que discernibilidade implica diferença, devemos aceitar a contrapositiva, que juntamente com o princípio de Leibniz faria os conceitos de indiscernibilidade e de identidade colapsarem um no outro, como aliás acontece na matemática usual. Deste modo, como poderia o físico falar que dois bósons podem estar no mesmo estado quântico sem serem *o mesmo bóson*? O discurso sobre a identidade e a diferença pode ficar a um nível meta-linguístico, que usamos para nos expressar sobre o que estamos tratando, sem que necessariamente haja correspondência com a linguagem quântica propriamente dita, na qual eles não seriam aplicados em geral.

A vantagem de se dispor de uma tal relação mais fraca é que, mediante o seu uso, podemos falar que dois bósons, digamos, são *indiscerníveis* sob todos os aspectos quânticos (terem os mesmos números quânticos) sem que isso os identifique, o que não podemos fazer em uma teoria com igualdade, pois neste caso, como na lógica clássica, a indiscernibilidade implica identidade.<sup>8</sup> Ou seja, com a identidade, podemos falar de diferenças, mas não de indiscernibilidade (a não ser

---

<sup>8</sup>Em um certo sentido, a lógica e a matemática clássicas são ‘leibnizianas’, uma vez que alguma forma do famoso Princípio da Identidade dos Indiscerníveis é um teorema nesses contextos—ver abaixo. Há no entanto autores que mantêm a validade do princípio pelo menos para férmions, como van Fraassen, em van Fraassen 1991, caps.11 e 12. Consideramos seu ponto de

relativamente a um certo conjunto de propriedades) mas, com a relação de indiscernibilidade, podemos falar tanto da indiscernibilidade estrito senso como da discernibilidade. Insistamos um pouco: em um arcabouço ‘clássico’ (fundado na lógica clássica), a indiscernibilidade pode ser tratada unicamente se for relativa a um certo número de predicados,<sup>9</sup> mas nunca podemos contar com uma indiscernibilidade *absoluta*, como parece acontecer com as entidades que formam, digamos, um condensado de Bose-Einstein—um BEC.<sup>10</sup> Finalmente, com relação à diferença de localização espaço-temporal implicar distinção, vale comentar uma notícia divulgada na revista *Nature* (de 8 de fevereiro de 2007, vol. 445, pp. 605-6): cientistas mostraram que BECs separados por uma fração de milímetros, o que é uma distância considerável para a escala quântica, revelam-se indiscerníveis.

Por outro lado, se temos que responder porque um elétron é diferente de um próton, em vez de simplesmente dizer que eles são discerníveis, teremos igualmente que justificar porque os dois quanta do exemplo (em um BEC) acima não são *o mesmo* objeto físico. Mas isso não é possível, pois teríamos que apontar para alguma propriedade possuída por um deles mas não pelo outro (uma vez afastada a idéia de um substrato). O uso do fato que há coleções de tais entidades com cardinais maiores do que um pode ser uma saída—podemos chamar isso de *critério dos cardinais*, que mais ou menos espelha o modo como os físicos *contam*: por meio de quantas unidades de (digamos) carga elétrica há. Assim, o melhor me parece é aceitar que o conceito de iden-

---

vista em Krause & Bueno 2007, mas a discussão foge nos objetivos deste artigo. Saliente-se apenas que van Fraassen ‘salva’ o princípio de Leibniz para férmions em virtude de uma distinção entre estados de sistemas físicos e eventos, ou seja, há que se introduzir outros conceitos que escapam à nossa discussão.

<sup>9</sup>Como por exemplo sugere Quine (1986, p.63).

<sup>10</sup>Nessas condições, aceita-se, consoante com a mecânica quântica (em qualquer de suas versões que possa tratar dessas entidades) que *nada* poderia discernir entre dois de tais quanta. Se usássemos a lógica clássica, seríamos obrigados a admitir que tais quanta, por serem indiscerníveis, são *o mesmo* objeto, o que nenhum físico aceitaria. Isso nos traz uma questão interessante, aqui somente mencionada: uma vez que os físicos usam a matemática convencional, como encontram em seu escopo um modo (um ‘modelo’) para falar de bósons em um BEC?

tidade (e de diferença) pode ser problemático nessas situações e deveria mesmo ser questionado, quem sabe afastado. Quanto aos cardinais, como veremos mais à frente, tendo uma coleção de objetos (mesmo que indiscerníveis) com cardinal maior do que 1, haveria sentido em se pensar (informalmente) que eles são ‘distintos’, ainda que isso não tenha sentido na linguagem objeto, pois poderíamos ser indagados a apresentar o modo de se fazer uma tal distinção. A teoria de quase-conjuntos permite que haja coleções com um certo cardinal (denominado de *quase-cardinal*) sem que tenha um ordinal correspondente. Desse modo, os objetos a que se refere podem ser agrupados sem que se tenha qualquer distinção entre eles. (É o que acontece com certas entidades físicas: podemos falar em *dois* quarks UP compondo um próton, mas qual seria a diferença entre eles? Mesmo obedecendo o Princípio de Pauli—quarks são férmions—, não se pode dizer qual é qual).<sup>11</sup>

Outra consequência de se assumir uma lógica com identidade no contexto quântico é a de que, obedecendo a teoria clássica da identidade (doravante, TCI), os objetos quânticos ganham todas as con-

---

<sup>11</sup>Importante salientar que o leitor poderia argumentar que em certas situações ‘clássicas’, também não se pode dizer qual é qual; por exemplo, qual é o primeiro número primo de Mersenne com mais de 20 milhões de casas decimais (números de Mersenne são da forma  $2^p - 1$ )? Ninguém sabe até o momento. No entanto, esse número pode ser referido por uma descrição definida, como ‘o menor número primo de Mersenne com mais de 20 milhões de casas decimais’, e podemos até mesmo atribuir-lhe um nome, como ‘João’, e enquanto podemos discernir ‘João’ de qualquer outro número pelo fato dele ser o único que tem a referida propriedade, isso absolutamente não faz sentido no caso dos quarks. A questão de se poder *definir* um objeto de forma a identificá-lo por um nome, é também problemática e não será discutida aqui, e foi também salientada por da Costa em conversa informal. Um exemplo talvez mais contundente seria o de que, aceitando-se o axioma da escolha, todo conjunto é bem ordenado, logo o subconjunto  $(0, 1)$  do conjunto dos números reais tem um menor elemento. No entanto, uma boa ordem de  $\mathbb{R}$  não pode ser exibida por uma fórmula da linguagem da teoria de conjuntos, nem o menor elemento de  $(0, 1)$  pode ser representado por um ‘nome’ exceto se adicionarmos considerações (axiomas) à teoria. Ou seja, mesmo na matemática usual há situações nas quais não podemos os referir a certos ‘objetos’ (como a uma boa ordem de  $\mathbb{R}$  ou ao menos elemento de  $(0, 1)$  sem qualificações adicionais.

seqüências dessa hipótese, como as seguintes, e nem sempre se pode dizer que são ‘fisicamente’ desejáveis: se há finitos deles, como parece razoável supor em física, poderão comportar nomes (pelo menos em princípio), poderão ser sempre discernidos (mesmo quando forem indistinguíveis, o que complicaria sobremaneira a noção de superposição, ou emaranhamento—ver abaixo), podem ser referentes de termos singulares da linguagem que estamos usando para deles tratar, poderão ser re-identificados (terão, como dizia Reichenbach, *genidentity* ou ‘identidade trans-temporal’)<sup>12</sup> em outras situações ou mundos possíveis, como sendo *aqueles* objetos de uma referência anterior, o que fere por exemplo a idéia de que não há trajetórias na física quântica, etc. Todas essas coisas, aqui descritas sem o devido rigor, podem ser precisadas e resultam da hipótese de que as entidades quânticas são indivíduos. Isso no entanto me parece estar em direto confronto com as hipóteses (ainda que informais, que fazem parte do discurso do físico) das teorias quânticas (relativistas ou não, de campos ou não).<sup>13</sup> Se isso não é assim, é preciso mostrar que não, que a teoria quântica é compatível com a idéia de indivíduo, e isso compete a quem sustenta essa afirmativa; French e Krause discutiram este ponto em seu livro (2006), apontando que a física quântica é compatível com duas posturas metafísicas, uma que trata os quanta como não-indivíduos—carentes da noção de identidade—e outra que os supõe como sendo indivíduos, ainda que essa última possibilidade implique restrições nos estados e/ou nos observáveis que podem ser assumidos, havendo portanto limitações—ver French & Krause 2006, cap.4. Sob esta ótica, devido a essas diferentes possibilidades, a física não determina a metafísica subjacente. A teoria de quase-conjuntos visa não somente servir de aparato para sustentar uma metafísica de não-indivíduos como para servir de substrato para a elaboração de uma *mecânica quântica não-reflexiva*, para usar a terminologia de da Costa (em conversa informal), ou seja, na qual o conceito de identidade não se aplique universalmente.

A questão 1 indaga sobre o sentido de se afirmar que a igualdade pode não ter sentido para os objetos quânticos. Ora, vários dos pre-

<sup>12</sup>Schrödinger foi explícito neste ponto (Schrödinger 1952, pp.17-8; French & Krause 2006, p.248 e §3.6). Considerações de mesma natureza aplicam-se aos quanta de campos, ou seja, às ‘partículas’ das teorias quânticas de campos.

<sup>13</sup>Como já dito, estou afastando teorias como a de Bohm.

cursores dessa disciplina, como os mencionados acima, referiram-se explicitamente a uma ‘perda de individualidade’ (ou de identidade) das entidades quânticas. Descartando o argumento da autoridade, do meu ponto de vista não há o que ser perdido se sustentarmos essa hipótese; sob uma certa ótica, a não-individualidade (e a ausência de identidade) faz parte das suposições do físico e das hipóteses que assume, e a teoria deveria permitir explicitar este fato. Acontece que, tendo em vista a TCI, *todo objeto* (descrito pela lógica e pela matemática tradicionais) é de certo modo um indivíduo, o que fere essa ‘semântica intuitiva’. Como já dito, o melhor talvez seja usar uma relação mais fraca de indiscernibilidade. O ‘sentido’ que se pode esperar dar a essa hipótese de haver uma teoria sem identidade é dado, penso eu, pela apresentação de uma lógica e de uma matemática que encerrem essa suposição, e a teoria de quase-conjuntos e as lógicas de Schrödinger mostram que isso é possível.

A questão 2 é instigante. Com efeito, as teorias ‘hoje em voga’ são alicerçadas na lógica clássica, leibniziana. Assim, em um sentido preciso, todos os objetos representáveis nessas teorias são indivíduos, como já sugerido acima. Deste modo, duas partículas (quanta de campos) são de fato iguais ou distintas. Porém, não constituiria isso precisamente uma violação da noção de indiscernibilidade requerida pela física quântica? Creio que em qualquer dessas teorias hoje em voga é necessário que possamos expressar o fato de que bósons possam estar num mesmo estado quântico, sendo assim *absolutamente* indiscerníveis (na medida em que a física quântica é uma teoria completa), bem como que não possamos saber qual é qual entre os dois elétrons de um átomo de helio no estado fundamental, etc. Tudo isso mostra, primeiro, que devemos discernir entre o que descrevemos matematicamente em nossas teorias (no caso, indivíduos), e o que tencionamos que essas entidades representem (não-indivíduos). Minha luta tem sido no sentido de dar um significado matemático e lógico para essa alternativa ‘intencional’, que posso chamar de ‘semântica intuitiva’ do físico.<sup>14</sup> Claro que isso nos levaria a um ponto no qual não desejo me estender aqui, mas ape-

---

<sup>14</sup>Essa distinção entre o que temos ‘em teoria’ e o que pretendemos ter em nossa imagem intuitiva do mundo me lembra a célebre diferença entre as duas mesas de Eddington (Eddington 1929, p. ix), outro que incorporou a não-individualidade das partículas quânticas em sua metafísica; ver French & Krause 2006, p.127.



nas fazer a constatação de que as teorias científicas, e as físicas em particular, são idealizações, constructos nossos que, na medida em que se adequem à experimentação, *salvam as aparências*, são o que van Fraassen chama de *empiricamente adequadas* [44]. Talvez, mais propriamente, deveríamos dizer que são *quase-verdadeiras* (cf. da Costa & French 2003).

A questão 5 sugere que sem a igualdade não se pode falar em permutação de partículas. Isso somente se for a substituição de uma partícula por *outra* (já que a substituição de uma partícula por ela mesma, ainda que matematicamente significativa, não o é fisicamente). Mas o que se deseja em geral, a fim de preservar a invariância das leis físicas, é a permutação de um objeto quântico por outro de mesma espécie (como um elétron por um elétron), e o que se exige então não é mais do que a indiscernibilidade. Com efeito, as leis físicas, os lagrangeanos, hamiltonianos e outras expressões relevantes deveriam conter *lugares* para parâmetros indicando entidades de uma certa espécie, e não nomes para indivíduos. Com isso, talvez várias condições de simetria poderiam ser dispensadas; o que é apresentado em Domenech et al. 2008 avança nesse sentido, apresentando uma teoria sem identidade na qual as funções relevantes têm exatamente essa característica.

Tais desenvolvimentos descrevem bem o que os físicos fazem quando enfileiram ions de cálcio para transmitir informações em computação quântica.<sup>15</sup> Se formos apressados, podemos dizer: ‘Aha! Aqui estão eles enfileirados, ordenados, distintos uns dos outros’. Isso no entanto é uma falácia, apenas uma maneira de dizer, comum no discurso do físico. Os ions são indiscerníveis, e qualquer outra (modo de dizer) configuração (ou ordenação) possível (eventualmente envolvendo ions indiscerníveis desses) levaria a uma mesma situação física, por exemplo, nada mudando no tipo de informação transmitida, o que não aconteceria necessariamente se transmitíssemos uma informação através de uma fila de humanos, que podemos assumir serem indivíduos (entidades dotadas de ‘identidade’); neste caso (com humanos), qualquer permutação conduz a uma situação (fila) distinta, o que não se pode afirmar com precisão—se é que se pode—que ocorre com os ions. Com

<sup>15</sup>Os ions são ‘armadilhados’ por meio de campos eletromagnéticos, alcançando o que se denomina de ‘estado de superposição W’ (ver Collins 2006).

efeito, se há diferenças entre dois enfileiramentos, que diferenças seriam essas? A única alternativa disponível é a localização espaço-temporal. Neste caso, poderíamos dizer que dois férmions sempre diferem ‘em alguma coisa’, logo são sempre distintos, o que não ocorreria com bósons, que poderiam ser *absolutamente indiscerníveis*. No entanto, mesmo para férmions a situação não é assim tão simples, como já sugerido acima; com efeito, pensemos nos dois elétrons de um átomo de hélio no estado fundamental (um exemplo que envolve o caso dos elétrons em polos distintos da questão 11 de da Costa). Os dois elétrons diferem quanto ao spin. Porém, como se sabe, é impossível dizer qual é qual, e isso não se deve a uma ‘ignorância epistemológica’ ou a uma incompletude da física quântica. Este fato é incompatível com a noção de indivíduo, pois no caso de indivíduos, sempre podemos chamar um deles de Mike e o outro de Ike (para usar os nomes escolhidos por Hermann Weyl—veja French & Krause 2006, p.105). Para elétrons, tais nomes não fazem qualquer sentido: qual deles é Mike e qual deles é Ike? Com indivíduos, insistamos, há uma diferença entre Mike ter spin UP em uma direção e Ike ter spin DOWN na mesma, e o oposto, mas com elétrons essa distinção simplesmente não pode ser apontada. Este fato é um dos pressupostos fundamentais da física quântica, a ponto de John Barrow, em seu livro *Teorias de Tudo*, chegar a comentar que, sem essa hipótese (a da indiscernibilidade), “o mundo seria ininteligível” (Barrow 2004, p.260). (No entanto, deve ser notado, como salientam French e Krause em sua obra citada, há uma metafísica de *indivíduos* compatível com o formalismo da mecânica quântica, ainda que ela implique em outras restrições, logo a questão não está respondida de forma alguma. O que estamos defendendo aqui é a razoabilidade da noção de ausência de identidade.)

Os dois elétrons do átomo de hélio, ou os elétrons em polos distintos (da questão 11) são simplesmente discerníveis por algum componente em virtude do Princípio de Pauli,<sup>16</sup> mas não necessitamos ir além sustentando sua diferença, que acarretaria aceitarmos a teoria da identidade para eles, e isso implicaria que poderiam receber nomes, ser dis-

<sup>16</sup>Grosso modo, este princípio diz que férmions, como elétrons, não podem partilhar um mesmo estado quântico. No entanto, cabe lembrar que o princípio de Pauli é derivável da anti-simetria da função de onda, o que mostra não ser algo que possa ser colocado como ‘prévio’ ou acarretando a sua discernibilidade.

cernidos como *este* e *aquele*, etc., o que sabemos não pode ser feito, pois destoa com os dizeres (ao menos os intencionais) da física quântica.<sup>17</sup> Além do mais, lembramos que na medida em que podemos atribuir às partículas uma localização espaço-temporal definida, estaremos ultrapassando uma ‘barreira de mensuração’, e adentrando a um, por assim dizer, ‘mundo clássico’, no qual uma *pseudo-individualidade* pode ser atribuída às partículas, de forma que podemos atribuir a metafísica e a teoria usuais a elas.<sup>18</sup>

Continuando com a questão 5, ela afirma que, sem a igualdade, não pode haver invariância. Ora, é precisamente quando da substituição de algo por uma coisa que lhe seja indiscernível que a noção de invariância se expressa ‘naturalmente’. Ponto a favor das entidades sem identidade (logo, sem os problema dela advindos) mas indiscerníveis, que podem proporcionar a noção de invariância naturalmente. Com efeito, haveria alguma alteração nos resultados de um experimento com, digamos, um interferômetro de Mach-Zendler, se a partícula (como um fóton) que seguiu a direção *A* seguisse a direção *B* e vice-versa? Claro que não haveria nenhuma.<sup>19</sup> Como então podem essas entidades ser consideradas indivíduos? Mesmo sem que sejam considerados indivíduos no sentido tradicional, há invariância, pois os resultados independem *de qual* partícula passa por qual direção. Sem o conceito de identidade, o problema das permutações muda de tonalidade, tornando-se bastante ‘natural’, e isso é bem captado pela teoria de quase-conjuntos: as estatísticas quânticas, por exemplo, surgem de modo bastante natural, uma vez que se está tratando de entidades indiscerníveis *ab ovo* (ver mais abaixo a resposta á questão 19).

A questão 6 diz que a falta de identidade faz com que a noção de grupo perca sentido. Parece natural. Quem desejaria definir um grupo com um domínio de indiscerníveis? Qual seria a finalidade? Tais definições, no entanto, para as demais finalidades da física (posto que a noção de grupo se afigura essencial) podem ser feitas na ‘parte clássica’ da teoria de quase-conjuntos, que encerra toda a matemática usual,

---

<sup>17</sup>Note que a discernibilidade implica diferença somente se assumirmos a TCI. Na teoria de quase-conjuntos, podemos ter a primeira sem que tenhamos a segunda.

<sup>18</sup>Devo ao parecerista esta interessante e acertada observação.

<sup>19</sup>Sobre este famoso experimento, consultar qualquer livro de mecânica quântica.

e que continua obedecendo a lógica tradicional—isso por construção, mas poderia ter sido usada uma lógica paraconsistente, ou outra que podemos supor ser mais adequada para as finalidades da física (o que responde o ítem (b) da questão 21).

A questão 7 diz respeito à invariância de um sistema de elétrons (‘em um lagrangeano’ por exemplo). Como se sabe, um lagrangeano de um sistema, dito de modo abreviado, é uma função que tem como componentes as chamadas coordenadas generalizadas, que “rotulam os diferentes pontos  $q$  do espaço de configurações” ( Penrose 2006, p.472) e suas derivadas relativamente ao tempo. O espaço de configurações é um constructo matemático (uma variedade diferenciável de dimensão  $n$ ) tal que cada ponto representa uma família de ‘objetos newtonianos’, como objetos físicos quaisquer. No que poderíamos chamar de uma ‘matemática ideal’ para um interpretação de não-indivíduos da física quântica, uma que refletisse a indiscernibilidade *right from the start* (ver French & Krause 2006), não deveria ser necessário postular condições de simetria sobre essas coordenadas. Um primeiro avanço nessa direção pode ser visto na proposta apresentada em Domenech et al. 2008, onde são apresentadas as primeiras noções de uma mecânica quântica assentada em uma lógica não-reflexiva (uma lógica na qual o conceito de identidade difere do usual, descrito pela lógica clássica, em particular, na qual o chamado princípio da identidade deixa de ser válido em geral).

A questão 8 pergunta se partículas que se encontram em regiões distintas do espaço-tempo não seriam diferentes. Isso depende do arcabouço matemático que está sendo usado. Se trabalhamos tanto a matemática usual (baseada, digamos, na teoria de conjuntos Zermelo-Fraenkel), o simples fato de dizermos que são *duas* entidades já implica sua distinção. Isso obviamente não implica que as partículas elas mesmas, que assumimos existem, tenham propriedades distintas, pois não seria sensato confundí-las com suas representações matemáticas. Assim, sem entrar no mérito do conceito de espaço-tempo, que será tomado de modo informal como na formulação da questão, a resposta é que o melhor é, como já sugerido acima, dizer que elas são discerníveis, e não distintas. O motivo, dito mais uma vez, é que, se pretendermos que sejam distintas (isso é somente, e de novo, uma maneira de dizer), estaremos nos comprometendo com a TCI novamente, e então essas

partículas resultariam ser indivíduos e não poderiam ser substituídas uma pela outra *salva veritate* em qualquer contexto (claro que isso é um abuso de linguagem, mas não vou adentrar aqui na distinção entre uso e menção). Indivíduos distintos (entidades que obedecem a TCI e são distintos) não têm essa característica de permitirem substitutividade, como parece ser óbvio afirmar.

A questão 9 sugere o que os físicos ‘não aceitariam’, a saber, dizermos que não haveria sentido em se utilizar expressões como ‘o mesmo’, ‘cada um’, etc. Em primeiro lugar, não vejo em que isso seria um problema para eles, que não se importam com muitas coisas de natureza filosófica ou de fundamentos.<sup>20</sup> Roger Penrose chama a atenção para a “matemática completamente louca (mas muito elegante)” dos procedimentos quânticos (ver por exemplo Penrose 2006, p.496). Isso parece não importar aos físicos, bastando que *funcione* (op.cit., p. 473). No caso em tela, eles falam que duas partículas são ‘idênticas’ quando concordam em suas propriedades intrínsecas, com isso não querendo dizer que elas são *o mesmo* objeto (no sentido descrito acima).<sup>21</sup> Cabe conceder que eles continuariam falando exatamente do mesmo modo, usando expressões como ‘o mesmo’, ‘cada um’, e não estamos querendo que não façam isso, mas pelo menos o filósofo deveria entender que esse tipo de discurso se dá em um outro nível, e que não deveria encontrar respaldo na linguagem específica da teoria que utilizam, na medida em que a teoria ‘funcione’, pela indesejável consequência de reintroduzirmos o conceito de indivíduo, que a teoria quântica parece tentar afastar, pelo menos dentro da interpretação que estamos tentando alavancar. Podemos apontar então para dois níveis de discurso, um ‘técnico’, no qual a teoria é pretensamente formulada, e que deveria ser consoante com a indiscernibilidade (uma vez que tenha sido assumida), e outro ‘informal’, usado para a comunicação, no qual os conceitos

---

<sup>20</sup>Quando Paul Feyerabend diz que “há alguma ingenuidade em supor (...) que não têm importância para o físico as dificuldades mais gerais, ou ‘filosóficas’ de uma teoria e que o progresso da Física as afastará automaticamente. A situação verdadeira é a oposta.” (Feyerabend 1979), eu tendo a concordar; mas devemos discernir entre a relevância de tais questões e o real comprometimento do físico comum com elas.

<sup>21</sup>A propósito, a distinção entre propriedades intrínsecas—independentes de estado—e extrínsecas não é muito clara, bem como o próprio conceito de ‘propriedade’ é obscuro.

usuais são usados com grande liberdade. A propósito desse discurso informal, creio que podemos sustentar que ele proporciona uma espécie de ‘semântica informal’ para a linguagem da teoria quântica (seja ela qual for), espelhando aquilo que o físico *quer dizer* com os conceitos que utiliza, por exemplo, que uma certa função ‘representa’ uma determinada coleção de partículas indiscerníveis. Admitindo que tenhamos uma linguagem  $L$  devidamente regimentada,<sup>22</sup> podemos então tentar expressar essa semântica em uma linguagem mais rica (como apontado por Tarski—ver Church 1946, §09). Minha conjectura é que, se quisermos exprimir uma semântica envolvendo indiscerníveis, a linguagem da teoria de quase-conjuntos é mais adequada que qualquer sistema usual de teoria de conjuntos (que encerra a TCI), e que a própria formulação da mecânica quântica, se for para ser consoante com a não-individualidade, deve ser elaborada em teorias como a de quase-conjuntos.

Com efeito, se a indiscernibilidade é essencial para a física, deveríamos ter essa noção como fundamental (primitiva), e não a identidade (essa é a sugestão de Heinz Post—cf. French & Krause 2006, p.318). Heinz Post expressou-se dizendo que a indiscernibilidade das entidades quânticas deveria ser atribuída *right at the start* (op.cit., ibid.), e não feita a posteriori, ou seja, não se deveria considerar as partículas como indivíduos em uma primeira instância (o que se faz por meio da atribuição de rótulos, ou nomes, ou então—o que significa basicamente a mesma coisa—assumindo que obedecem a lógica clássica), e depois introduzindo condições de simetria.

A questão 10 refere-se ao fato de que, do ponto de vista das teorias de campos, as partículas são ‘concentrações’ de energia, e pergunta se a igualdade não se aplicaria aos campos. Com efeito, dito de modo abreviado, as ‘partículas’ são com efeito certas excitações dos campos, como ondas em uma corda que é balançada em uma das extremidades. Continuando com este exemplo, ainda que grosseiro, duas dessas ondas, se suficientemente afastadas (um limite de energia no qual qualquer permutação de objetos quânticos ou partículas separadas de uma distância  $d$  se torna importante é dada por  $E = \frac{c \cdot \hbar}{d}$ ), certamente são discerníveis, por exemplo por sua posição relativamente a qualquer sistema de referência. O problema, já visto acima, é que se dissermos que eles são *diferentes*, teremos dificuldades em justificar o que acontece

---

<sup>22</sup>Ainda que seja um fragmento da linguagem da análise funcional clássica.

quando duas dessas ondas se aproximam a uma distância ‘comprometedora’ e depois se afastam novamente (veja a Figura 1). O que diz a teoria quântica é que não poderemos mais saber qual é qual. No entanto, como já dissemos antes, se aceitarmos a teoria da identidade para elas, necessariamente teremos que saber qual é qual, pois elas serão indivíduos, terão *genidentity* e, portanto, serão identificáveis—insisto que isso é consequência de se aceitar a TCI para essas entidades, o que é contrário à física quântica, pelo menos na maioria das interpretações. Este ponto poderia (e deveria) ser mais desenvolvido, mas não há espaço para isso aqui, mas parece apontar para a já aludida confusão que há entre o formalismo matemático e sua interpretação.

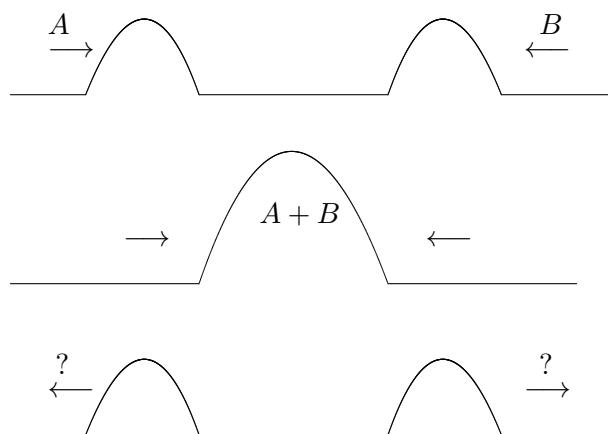


Figura 1: Duas ‘partículas’—excitações de campo—se aproximam, se superpõem e depois se separam novamente. Qual é qual? Como se pode dizer que  $A$  e  $B$  têm individualidade?

A questão 11 fala que há certas áreas da física quântica nas quais se pode ‘omitir’ a igualdade, e que há partes em que isso não é possível, por exemplo, quando falamos de um elétron no Pólo Norte e outro no Pólo Sul. A essa última questão já me referi acima quando disse da não conveniência em se dizer que esses dois elétrons são distintos, já que isso nos comprometeria com a TCI, mas que bastaria dizer que são meramente

discerníveis. Quanto à primeira parte, a de se poder omitir a igualdade, podemos fazer isso de vários modos. Um deles seria aceitar que expressões bem formadas de uma devida linguagem formal aceitem coisas como  $x = y$  e  $x \neq y$  para todas as entidades mas que os postulados da igualdade não valham para todas as entidades consideradas, mas unicamente para o que poderíamos chamar de *macro-objetos*. Uma tal alternativa não me parece adequada, primeiro porque se aceitamos que podemos expressar, digamos que  $x \neq y$ , devemos poder indagar em que consiste essa diferença, e relegar a resposta a ‘algo fora do domínio da teoria’ não me soa razoável. Depois, uma tal solução, para fazermos uma analogia às avessas com o célebre aforisma número 7 do *Tractatus* de Wittgenstein,<sup>23</sup> sustentaria que haveria coisas das quais podemos falar, mas sobre as quais devemos nos calar. Cabe lembrar que tanto a teoria de quase-conjuntos quanto as lógicas de Schrödinger encerram porções nas quais a igualdade faz sentido.

Outro modo de atacar a questão seria nos restringimos a um certo domínio, por exemplo aos predicados e relações de uma certa estrutura, de forma a consideramos como ‘semelhantes’ dois objetos que estão relacionados por uma relação de equivalência ou por uma congruência, ou então que são levados um no outro por um dos automorfismos da estrutura. Essa possibilidade foi discutida por exemplo em Krause 2009; Krause 2009a, lembrando que tais estruturas são invariavelmente construídas em uma teoria de conjuntos como Zermelo-Fraenkel, e podem sempre ser estendidas a uma estrutura rígida (cujo único automorfismo é a função identidade—cf. Krause & Coelho 2005; French & Krause 2006, §6.5.2), de forma que o que alcançaríamos não seria nada mais do que outra forma da ‘estratégia de Weyl’ da qual falarei na seção final.

No entanto, há ainda um argumento a mais contra a idéia de que *é porque* dois elétrons, por exemplo, estão localizados em regiões distintas que seriam distintos. De novo sem discutir os conceitos de espaço e tempo (toma-mo-los informalmente, como na formulação das questões), um sistema de dois elétrons é descrito por uma função anti-simétrica, que envolve a superposição de dois estados, e que sabemos não pode ser fatorada, o que indicaria a individuação das partículas. Isso somente acontecerá *após* uma medição, e somente então é que se pode atribuir a elas uma localização espacial, ainda que isso somente indique uma

---

<sup>23</sup>A saber, “Sobre o que não se pode falar, deve-se calar.”



‘pseudo-individualidade’. Essa questão é bastante discutida em French & Krause 2006.

A questão 12 sugere que “a igualdade, ao nível empírico (de massas, de cargas, ...) é operacionalmente definível e não pode ser tratada a priori.” A formulação não está clara para mim. Não entendo o que possa ser ‘igualdade a nível empírico’; para mim, a igualdade é um conceito teórico, tendo sentido ‘prático’ somente em uma conotação informal, de forma que podemos falar, como já me referi acima, da igualdade e da diversidade de objetos apenas metaforicamente, mesmo no caso de objetos quânticos absolutamente indiscerníveis, ou em sentido mais consoante com a concepção intuitiva no caso de macro-objetos. Se é possível uma analogia, teríamos, como no caso das duas mesas de Eddington, duas igualdades, uma usada no discurso informal, e outra descrita por uma lógica adequada, mas somente a segunda, a ‘científica’, seria aquela que teria sentido preciso, e ela parece não existir de forma alguma no mundo quântico.<sup>24</sup>

Aliás, que o conceito de igualdade (ou identidade) é teórico é sugerido na própria formulação da questão 13, que sustenta que, quando falamos, por exemplo, que dois elétrons não podem ser distinguidos, isso é algo teórico, e não “pragmático e operacional.” A questão 14 lembra primeiramente que, sem dispormos da igualdade em nível informal e intuitivo, “é praticamente impossível se dar sentido aos quantificadores.” Estou de acordo quanto à dificuldade em se dar sentido aos quantificadores no caso de objetos que não obedecem a TCI. Na lógica clássica, uma frase existencial como ‘existe um elétron  $x$  assim e assim,’ se verdadeira, implica na existência de um indivíduo, ou seja, exige que algo (um indivíduo) no domínio do discurso seja assim e assim (o caso do quantificador universal é tratado de modo semelhante). Como na semântica usual (cuja impossibilidade de se elaborar de forma rigorosa é acertadamente questionada na mesma questão 14) esses domínios são conjuntos, nos deparamos de fato com um problema central. Aqui sim identifico uma questão verdadeiramente importante, mas a resposta a ela, na minha opinião, reforça a necessidade da teoria

---

<sup>24</sup>Eddington se referia a uma mesa ‘substancial’, a sua mesa ordinária que acompanha a intuição do dia a dia, e uma mesa ‘científica’, aquela descrita pelas teorias físicas; ver Eddington 1929. O uso metafórico da igualdade e da diferença de objetos quânticos seria algo como a referência à primeira mesa de Eddington.

de quase-conjuntos. Permitam-me tentar dar uma explicação. Conjuntos, de acordo com as teorias usuais (ZF, NBG, KM e mesmo NF ou outra das conhecidas) são, informalmente, ‘coleções de objetos distintos de nossa intuição ou pensamento,’ como dizia Cantor, já que todas essas teorias incorporam a TCI. Na verdade, o que é ou deixa de ser um ‘conjunto’ depende dos postulados que se adota e da interpretação que se dá aos termos da linguagem utilizada (por exemplo, podemos elaborar ZF formalmente sem qualquer menção à palavra ‘conjunto’); em ZF, a coleção universal, que contém todos os objetos como elementos, não é um conjunto (prova-se a partir de seus axiomas, supostos consistentes, que não há tal conjunto),<sup>25</sup> mas tal conjunto ‘existe’ em NF.<sup>26</sup> Os elementos de um conjunto—em qualquer dessas teorias, devido à TCI—são indivíduos. Assim, a semântica ‘clássica’, feita em uma dessas teorias, deve levar em conta este fato, e então mostra-se inadequada para tratar de quase-objetos. O que se necessita é de uma ‘semântica não-clássica’, elaborada em uma teoria que os trate (em certas situações), como não-indivíduos, e essa pode ser a teoria de quase-conjuntos—mas não exclui a possibilidade de haver alternativas, porém, ao que tudo indica, não dentro dos arcaibouços padrão.

Por outro lado, relacionada a essa questão dos quantificadores está a máxima de Quine, que expressa o seu critério de comprometimento ontológico, “ser é ser o valor de uma variável” (Quine 1948). Ou seja, uma teoria compromete-se ontologicamente apenas com aquelas entidades que podem ser valores das variáveis ligadas em suas sentenças verdadeiras. Mas, o que pode ser valor de uma variável? Entra então em cena a segunda máxima quiniiana: “não há entidade sem identidade”, ou seja, aquilo que pode existir deve ser um indivíduo. Esta questão foi explorada em Krause 2008, onde se argumenta que, se adotarmos a teoria de quase-conjuntos como teoria de fundo (*background theory*), podemos nos comprometer ontologicamente com não-indivíduos. Deste modo, o círculo vicioso que haveria em se necessitar da igualdade para

<sup>25</sup>A prova é fácil de ser dada. Suponha que  $A$  é um conjunto qualquer. Do axioma da separação, obtemos um conjunto  $B = \{x \in A : x \notin x\}$ . Ora,  $B \in B$  se e somente se  $B \in A \wedge B \notin B$ . Se  $B \in A$ , vem que  $B \in B$  se e somente se  $B \notin B$ , e portanto  $B \in B \wedge B \notin B$ , contradição. Logo,  $B \notin A$ . Assim, dado qualquer conjunto  $A$ , sempre existe um conjunto que não é elemento de  $A$ , e portanto não pode haver ‘conjunto universal’.

<sup>26</sup>Para uma visão geral dessas diferentes teorias, ver Krause 2002.

dar sentido aos quantificadores, como sugere a questão 14, desvanece. Na verdade, seria necessário discutir mais sobre o que significa ‘dar sentido aos quantificadores;’ creio que o que se pretende com a afirmativa é simplesmente dar sentido semântico às frases quantificadas, já que o seu sentido sintático fica descrito pelos postulados a que obedecem.<sup>27</sup>

Essas considerações, penso, respondem igualmente a questão 15, que se refere ao fato de que não haveria semântica sensata para os objetos sem igualdade. Com efeito, não há semântica *clássica* sensata, se entendermos por isso uma semântica calcada em uma teoria de conjuntos que aceite a TCI. É para isso, dentre outras coisas, que necessitamos dos quase-conjuntos ou de algo nessa linha. A questão da semântica volta a aparecer na questão 16, na qual da Costa sustenta que “uma teoria que não contenha a igualdade universalmente ‘aplicável’ no pode servir de base razoável para uma teoria sem igualdade.” Deixemos a expressão ‘base razoável’ ser entendida de forma intuitiva. Não vejo tal problema. Afinal, não necessitamos de uma teoria com igualdade (digamos, ZF) para fundamentar razoavelmente a semântica de linguagens *com* igualdade? Porque não haveria neste caso igualmente um ciclo vicioso? Trata-se, obviamente, de exatamente a mesma questão.

O ‘razoável’ fica sublinhado devido aos conhecidos problemas de não se poder caracterizar precisamente a diagonal do domínio por uma linguagem de primeira ordem (a interpretação pretendida do predicado binário de igualdade), etc.<sup>28</sup> O problema aqui é de mesma natureza. Talvez seja a isso que a questão 16 se refere, quando diz que “na lógica clássica, quando se sustenta que a semântica tarskiana dá sentido aos quantificadores, isso intuitivamente não está correto, já que eles estão

---

<sup>27</sup>Lembremos novamente que, como mostrou Tarski, a semântica usual reduz-se à sintaxe da meta-linguagem utilizada; assim, para caracterizarmos nossa semântica intuitiva envolvendo não-indivíduos, as teorias usuais de conjuntos não parecem se afigurar adequadas.

<sup>28</sup>Isso significa o seguinte. Suponha que nossa linguagem  $L$  (de primeira ordem, para facilitar, mas o argumento se aplica para linguagens de ordem superior) seja interpretada em uma estrutura que tenha como domínio um conjunto  $D \neq \emptyset$ . Segundo a interpretação informal, ao predicado binário de igualdade deveríamos fazer corresponder a diagonal de  $D$ , o conjunto  $\Delta_D = \{\langle x, x \rangle : x \in D\}$ . Acontece que os axiomas da igualdade não permitem determinar essa associação precisamente. Os detalhes podem ser vistos em French & Krause 2006, cap.6.

envolvidos na teoria de conjuntos subjacente.” Isto está absolutamente correto. Mas, se na própria lógica clássica e em sua semântica usual não se dá sentido aos quantificadores usuais, porque deveríamos ser obrigados a fazer isso no caso da teoria sem igualdade? Em todo caso, creio que o que disse acima é suficiente para não necessitar depender dessa forma de resposta. Para complementar essa discussão sobre os quantificadores na teoria de quase-conjuntos, pode-se ver o que apresentamos em Arenhart & Krause 2009.

A questão 17 fala da dificuldade em se definir os conectivos, predicados  $n$ -ários, descrições, etc. em uma teoria sem igualdade. A resposta parece ser esta: os conectivos são ‘definidos’ implicitamente pelos axiomas que adotarmos, como pelos postulados da lógica clássica, e têm interpretação semântica usual. Predicados  $n$ -ários têm como interpretação coleções de  $n$ -uplas generalizadas (no sentido da teoria de quase-conjuntos), como exemplificado, por exemplo, na semântica quase-conjuntista da lógica de Schrödinger de ordem superior (da Costa & Krause 1994, French & Krause 2006, cap.8). No entanto, podemos proceder com os conectivos e demais símbolos lógicos exatamente do mesmo modo como se faz por exemplo em ZF; como mostram Ebbinghaus, Flum e Thomas em seu livro (1984, pp. 132-4), pode-se definir certos conjuntos de forma que tenham as propriedades desejáveis. Na teoria de quase-conjuntos, o mesmo pode ser feito na ‘parte clássica’ da teoria, como mostrado em Arenhart 2008, Arenhart & Krause 2009.

Quanto às descrições definidas, sua eliminação contextual necessita da identidade, e se as adotarmos como conceito primitivo, seus postulados a necessitam igualmente. Sem identidade, não há como dar sentido à expressão ‘o tal e tal,’ mas apenas ‘um tal e tal,’ e esse *um* pode ser descrito via o que, na teoria de quase-conjuntos, chamamos de ‘unitário forte.’ Isso, no entanto, é perfeitamente consoante com a física atual, quando se fala, por exemplo, de ‘o elétron assim e assim,’ como quando fazemos (se quisermos) referência ao elétron de um átomo de hélio no estado fundamental que tem spin UP em uma certa direção. Claro que se pode falar informalmente assim, mas isso deve ser entendido apenas metaforicamente, já que de forma alguma os físicos são capazes de fixar o elétron e dizer: “É esse!”, pois o elétron não é um indivíduo no sentido usual. A teoria de quase-conjuntos capta perfeitamente bem essa situação. A rigor, o modo dos físicos se referirem ‘ao elétron

assim e assim’, e isso vale para qualquer objeto quântico, ou seja, usar uma espécie de descrição definida, demanda um conceito peculiar, que poderíamos chamar de *descrição quântica*, ainda a ser desenvolvido.

A questão 18 indaga como se pode obter o lagrangeano ou o hamiltoniano de um sistema de partículas que não sejam distintas. Uma resposta já foi mencionada acima, quando nos referimos a Domenech et al. 2008 (ver também Domenech et al.(2008a)), onde é construído um espaço de Hilbert na teoria de quase-conjuntos cujos vetores referem-se unicamente a números de ocupação e há operadores de permutação que agem no formalismo refletindo a não-observabilidade de permutações. Em tal formalismo, pode-se erigir lagrangeanos e hamiltonianos nos quais não se depende de coordenadas ‘específicas’ dos objetos quânticos envolvidos. O fato é que, alterando a lógica subjacente, mudam as formas de se exprimir várias coisas, claro, mas não vejo problemas nisso, desde que haja pelo menos algum ganho conceitual. Porém, como saber se há ganhos sem realizar o trabalho? Isso mostra que a tentativa de se elaborar uma teoria sem a identidade para certas entidades, inspirada pela física, faz sentido—e a física usual não é deixada de lado.

A questão 19 recorda que “o que é realmente relevante” é um princípio de simetria, que “não pode e nem deve ser confundido com a ausência de sentido a igualdade.” Concordo plenamente, e não sei onde aparece esse tipo de confusão em uma teoria de quase-objetos. O que resulta de uma teoria de quase-objetos como a teoria de quase-conjuntos, é que certas formas de simetria surgem ‘naturalmente,’ sem que haja necessidade que sejam introduzidas por condições *ad hoc*, como se faz usualmente. Um exemplo é dado em Krause et al. 1999, e discutido em French & Krause 2006. Em síntese, mostra-se que as “estatísticas” quânticas são consequências naturais da indiscernibilidade, e que o Princípio da Indistinguibilidade (como o chamam vários autores—ver Redhead & Teller 1991) não precisa ser postulado em geral. Outro exemplo é o seguinte. Em Krause & Feitosa 2009, nos ocupamos da seguinte questão. Dado que, como se sabe, a ‘álgebra’ dos subconjuntos de um conjunto dado é uma álgebra de Boole, qual seria a ‘álgebra’ correspondente aos quase-conjuntos? Não foi sem surpresa que constatamos se tratar de um reticulado não distributivo, bastante próximo daquele que se considera ser o *reticulado da mecânica quântica*, que denominamos de ‘reticulado dos indiscerníveis’. Este fato corrobora

de modo formal o que já se sabia desde os primórdios da mecânica quântica, quando a idéia da indiscernibilidade surgiu da ‘hipótese desesperada’ de Planck na obtenção de sua fórmula para exprimir a radiação do corpo negro. Como se sabe, Planck supôs a contagem do número de situações possíveis em que  $N$  objetos são distribuídos em  $P$  estados como sendo dado pela sua famosa equação que, depois, na década de 1920, foi redescoberta por Einstein e Bose.<sup>29</sup> Vários físicos da época, como Heisenberg, Ehrenfest, Born e outros se referiram explicitamente ao fato de que a hipótese de Planck conduzia à perda da identidade. No meu entender, sob uma interpretação plausível, não há o que ser perdido. Essa constatação de que se pode obter “naturalmente” as estatísticas, segundo penso, constitui um ganho considerável, e responde à questão 22, sobre a necessidade de se exibir resultados novos do ponto de vista conceitual ou empírico (volto a ela mais abaixo). A questão 20 lembra que “qualquer construção teórica na física e na ciência não pode ser construída ex-nihilo . . .,” tendo que levar em conta as conquistas da ciência presente. A teoria de quase-conjuntos foi elaborada sempre tendo a física atual como pano de fundo, e portanto nada foi realizado ex-nihilo. Basta ver as suas motivações, amplamente citadas em vários trabalhos mencionados neste texto; sua história pode ser vista no início do capítulo 7 de French & Krause 2006. Lembro apenas que o nome “quase-conjunto” veio do livro de da Costa (1980, p.119), e surgiu quando de minha curiosidade em investigar a possibilidade de uma matemática em que não valesse o princípio da identidade (já que conhecia outras lógicas que violam outros princípios clássicos), mas não há no referido livro, nem em lugar nenhum que eu conheça, qualquer sugestão de como poderia ser desenvolvida uma tal teoria, mas tão somente uma lógica de primeira ordem, que motivou parte do meu trabalho posterior.

A questão 21 fala da possibilidade de se elaborar uma “metafísica de não-indivíduos etc., já que a disciplina é especulativa . . .” Claro que

---

<sup>29</sup>A fórmula de Planck pode ser escrita como

$$\frac{(N + P - 1)!}{(N - 1)!P!}.$$

Como observou Ehrenfest, a divisão por  $P!$  implica a indiscernibilidade—ver mais abaixo, e French & Krause 2006, cap.3.

que isso é verdade, e tenho reiteradamente afirmado essa possibilidade—ver por exemplo Krause 2009. No entanto, para mim, isso não se deve ao fato de que a metafísica é uma disciplina especulativa unicamente, mas deve à própria física contemporânea, que me parece indicar fortemente a necessidade de tal elaboração, como sustentamos French e eu em nosso livro (aliás, esse argumento constitui o cerne do livro). Ainda nessa questão, sugere-se como essa metafísica poderia ser elaborada supondo-se que os não-indivíduos seriam objetos que não obedeceriam a TCI. Ora, isso é exatamente o que está suposto na teoria de quase-conjuntos. Quanto aos problemas apontados de se elaborar uma lógica de ordem superior, eles foram superados com as lógicas de Schrödinger de ordem superior Krause 1990, da Costa & Krause 1994, 1997. A questão ainda indaga porque deveríamos partir da lógica clássica. Certamente não precisamos fazer isso necessariamente, mas certamente a lógica clássica parece ser aquela da qual ‘naturalmente’ partimos. Depois, diz da necessidade de se elaborar uma mereologia adequada, etc. Eu já falei sobre isso várias vezes e aponte algumas das dificuldades, como a questão do holismo, próprio da física quântica, que deve ser superado em qualquer tentativa de se desenvolver uma mereologia aplicada à física quântica, e depois, se supusermos que as ‘partes’ podem não ter individualidade, teremos dificuldade em definir a sua ‘soma mereológica’, dentre outras coisas. Conheço há tempos a importância dessa questão e sua dificuldade. Trata-se de um excelente programa de pesquisa e poderia ser iniciado procurando-se adicionar postulados adequados para relacionar os  $m$ -átomos e os  $M$ -átomos da teoria de quase-conjuntos, de modo que os  $M$ -objetos pudessem ser ‘formados’ pelos  $m$ -objetos. Isso ainda não foi feito, mas já foi sugerido por mim em outras oportunidades.

Finalmente, a questão 22, à qual já me referi acima, diz da necessidade de “ganhos conceituais ou empíricos” na elaboração de uma teoria sem identidade. Além do já comentado, há um ganho conceitual enorme, segundo penso, em se ter uma teoria de objetos indiscerníveis, que responde ao que chamamos de Problema de Manin. A própria existência desse problema, que afirma a necessidade da elaboração de uma teoria de objetos indiscerníveis, atesta a relevância da teoria de quase-conjuntos (o Problema de Manin é descrito em detalhes em French & Krause 2006, cap.6). Outros ‘ganhos’ são a possibilidade de conside-

rações semânticas relacionadas às teorias quânticas, na linha apontada por Dalla Chiara e Toraldo di Francia em vários de seus trabalhos, bem como na fundamentação de uma semântica para as lógicas de Schrödinger (como apontado em da Costa & Krause 1997), ou então para servir de ponto de partida para uma ‘mereologia quântica’, dentre outras coisas. Quanto aos ‘ganhos físicos’, deixaremos os físicos responderem, mas vale a pena mencionar novamente Domenech et al. 2008, Domenech et al. 2008a.

## 5 Sobre a solução proposta

Finalmente, comento um pouco mais a solução proposta por da Costa. Ele sugere adotar um “Princípio da Simetria Quântica de Partículas”, que consistiria em se poder considerar as partículas quânticas independentemente de seus correspondentes campos, de forma que quaisquer substituições por semelhantes deixaria as leis da física invariantes, e que então uma teoria de quase-objetos seria possível. Sou simpático a este princípio, pois ele de certa forma reflete o que penso, e expressa em parte a motivação da teoria de quase-conjuntos. Essa possibilidade de ‘abstração’ das partículas de seus campos é um bom modo de se justificar a teoria de quase-conjuntos. No entanto, se abstrairmos desse modo as partículas e se olharmos as suas propriedades tais como dadas pela física quântica, constatamos que a suposição de que são não-indivíduos parece ser a melhor opção, como sustentado em French & Krause 2006, onde se adianta algo sobre as teorias quânticas de campos. Com efeito, em certas situações essas ‘partículas’ terão que ser (absolutamente) indiscerníveis, não poderão comportar nomes, etc.; em suma, o melhor me parece ser supor que elas não obedecem a lógica usual, que são não-indivíduos. A teoria de quase-conjuntos é uma das possíveis teorias matemáticas dessas entidades. Se da Costa sugere acertadamente que não se deve olvidar das conquistas já alcançadas, com o que concordo, para nos mantermos fiéis a este princípio, devemos reconhecer que qualquer discussão futura sobre entidades sem identidade passa necessariamente por uma discussão da teoria de quase-conjuntos.

Por outro lado, o fato de que a matemática subjacente às teorias de campos ser a clássica implica que os campos (logo, as ‘partículas’)



são indivíduos implica que devemos distinguir entre as entidades das quais fazemos referência (as ‘partículas’, que aparecem na disciplina que se denomina Física de Partículas, que são aceleradas nos grandes aceleradores, sobre as quais ocorre todo o discurso do físico, etc.) e a sua descrição matemática, como aliás é sugerido por meio do Princípio da Simetria Quântica de Partículas do Prof. da Costa. Sem um significado operacional aos conceitos utilizados, é questionável o sentido que haveria em se dizer que temos uma teoria *física*. Com efeito, em sua solução ao problema da possibilidade de uma teoria de quase-objetos, da Costa falou da possibilidade fazermos uma ‘abstração’ dos campos, de forma a darmos atenção às partículas. Não discordo dessa possibilidade. Pelo contrário, é uma das formas de se considerar a questão, mas se tais ‘partículas’ devem poder ser indiscerníveis, recaímos nos velhos problemas filosóficos de termos que aceitar condições de simetria para ‘mascarar’ o fato de que tais entidades nascem indivíduos; a outra alternativa seria elaborar uma teoria ‘diretamente’, levando em conta a indiscernibilidade desde o início, e esta é a possibilidade que creio deveria ser perseguida—ver abaixo—, o que se alcançou com a teoria de quase-conjuntos.

Se perseguirmos a idéia de abstrair a noção de partícula, devemos considerar o seguinte: que características teriam essas partículas? Certamente, para se coadunarem com a história que nos conta a física quântica, teriam que poder entrar em estados de superposição, serem (quando bósons) absolutamente indiscerníveis em certas situações, e mesmo obedecendo o Princípio de Pauli, não poderem ser identificadas como ‘esta’ e ‘aquela’ (no caso de férmions), devem obedecer as estatísticas quânticas, não devem poder ser ‘contadas’, no sentido de se poder definir uma bijeção de um ordinal  $n = \{0, 1, \dots, n - 1\}$  numa coleção dessas partículas, etc. Tudo isso sugere que uma coleção dessas entidades, se supostas indiscerníveis, não formaria um conjunto na acepção usual das teorias de conjuntos, dentre outros fatos que destoam da lógica e da matemática padrões.<sup>30</sup> Se aceitarmos estes fatos, como parece razoável, não teremos nada que se assemelhe a indivíduos em seu sentido tradicional de entidades que *perduram* e são re-identificáveis

<sup>30</sup>Este é apenas mais um modo de constatar o distanciamento havido para com a física clássica, calcada na lógica e na matemática usuais.

de alguma forma.<sup>31</sup> É exatamente isso que venho sustentando há bastante tempo. O que Prof. da Costa propõe, ao meu ver, é um modo de se chegar, com seu Princípio, a uma teoria de não-indivíduos porém de uma forma que já foi descartada como filosoficamente problemática: começamos com indivíduos, entidades sujeitas a rótulos, identidade, etc. e depois ‘abstraímos’ essa ‘identidade’. Em French & Krause 2006, chamamos este procedimento de *estratégia de Weyl*, pois foi assim que Hermann Weyl, dentre outros, considerou a questão. Levar em conta a alternativa que proponho de considerar a não-individualidade *right from the start*, para parodiar Post, é um modo de levar em conta a física de hoje. Quando digo que devemos olhar a física, captar a história que ela nos conta sobre certas entidades fundamentais e então elaborar uma teoria dessas entidades respeitando essa história, trata-se de exatamente a mesma coisa. A teoria de quase-conjuntos foi elaborada tendo-se em vista as motivações vindas da física, como devidamente relatado em French & Krause 2006.

## Referências

- [1] Arenhart-Becker, J. R. and Krause 2009. ‘Quantifiers and the foundations of quasi-set theory’, a aparecer em *Principia*.
- [2] Barrow, J. D. 2004. *Teorias de Tudo*. Rio de Janeiro: Zahar.
- [3] Arenhart, J. R. B. 2008. *Tópicos em Teoria de Quase-Conjuntos e Filosofia da Mecânica Quântica*, Dissertação (Mestrado em Filosofia), Universidade Federal de Santa Catarina.
- [4] Arenhart, J. R. B. e Krause, D. 2007. Hume, Schrödinger e a individuação de objetos físicos. *Revista Eletrônica Informação e Cognição* 5 (2), 59-71.
- [5] Church, A. 1946. *Introduction to Mathematical Logic*. Princeton: Princeton Un. Press.

---

<sup>31</sup>Creio ser importante chamar a atenção para o fato de que David Hume há muito já questionou a re-identificação de objetos em geral (claro que ele não poderia se referir aos objetos quânticos); como dito, em Arenhart & Krause 2007, exploramos algo dessa questão.

- [6] Collins, G. P. 2006. Ion power: atomic ions prove their quantum versatility. *Scientific American* March, 24-5.
- [7] da Costa, N. C. A. 1980. *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*. São Paulo: Hucitec-EdUSP.
- [8] da Costa, N. C. A. and French, S. 2003. *Science and Partial Truth: A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning*, Oxford, Oxford Un. Press.
- [9] da Costa, N. C. A. and Krause, D. 1994. Schrödinger logics. *Studia Logica* 53 (4), 533-50.
- [10] da Costa, N. C. A. and Krause, D. 1997. An intensional Schrödinger logic. *Notre Dame J. of Formal Logic*, 38, (2), 179-94.
- [11] Domenech, G., Holik, F. and Krause, D. 2008. Q-spaces and the Foundations of Quantum Mechanics. *Foundations of Physics*, 38, 969-94.
- [12] Domenech, G., Holik, F., Krause, D. and Kniznik, L. 2008a. No Labeling Quantum Mechanics of Indiscernible Particles, a aparecer no *International Journal of Theoretical Physics*.
- [13] Ebbinghaus, H. -D, Flum, J. and Thomas, W. 1984. *Mathematical Logic*, New York: Springer-Verlag, 2nd. ed.
- [14] Eddington, A. S. 1929. *The Nature of the Physical World*. Cambridge: Cambridge Un. Press. O Prefácio e a Introdução podem ser vistos em [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Eddington\\_Gifford.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Eddington_Gifford.html)
- [15] Frege, G. 1948. Sense and reference. *The Philosophical Review* 57 (3), 209-230.
- [16] French, S. e Krause, D. 2006. *Identity in Physics: A Historical, Philosophical, and Formal Analysis*. Oxford: Oxford Un. Press.
- [17] French, S. and Krause, D. 2009. Remarks on the theory of quasi-sets. A aparecer em *Studia Logica* (disponível on line em <http://www.cfh.ufsc.br/pg/textos/remarksqsets.pdf>
- [18] Feyerabend, P. 1979. Problemas da microfísica. In S. Morgenbasser (org.), *Filosofia da Ciência*. São Paulo: Cultrix, 245-258.

- [19] Goldstein, S. 2006, 'Bohmian Mechanics', *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <http://plato.stanford.edu/archives/spr2009/entries/qm-bohm/>.
- [20] Hacking, I. 1983, *Representing and intervening: introductory topics in the philosophy of science*, Cambridge, Cambridge Un. Press.
- [21] Held, C. 2006. The Kochen-Specker theorem. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- [22] Krause, D. 1990. *Não-Reflexividade, Indistinguibilidade e Agregados de Weyl*. Tese, FFLCH-USP.
- [23] Krause, D. 2002. *Introdução aos Fundamentos Axiomáticos da Ciência*. São Paulo: EPU.
- [24] Krause, D. 2008. Nota sobre o comprometimento ontológico com não-indivíduos, in R. A. Martins; C. S. Silva; J. M. H. Ferreira; L. A. P. Martins (eds.), *Filosofia e História da Ciência do Cone Sul—Seleção de Trabalhos do 5º Encontro*. Campinas: AFHIC (Associação de Filosofia e História da Ciência do Cone Sul), 125-132.
- [25] Krause, D. 2009. The metaphysics of non-individuality. A aparecer e Krause, D. and A. A. P. Videira, *Brazilian Studies in History and Philosophy of Science*, a aparecer na série Boston Studies in the Philosophy of Science. Dordrecht: Springer.
- [26] Krause, D. 2009a. Logical aspects of quantum (non-)individuality. A aparecer em *Foundations of Science*. On line em <http://arxiv.org/abs/0812.1404>
- [27] Krause, D. And Bueno, O. 2007. 'Scientific theories, models, and the semantic approach', *Principia* 11 (2), 2007, 187-201.
- [28] Krause, D. and Coelho, A. M. N. 2005. Identity, indiscernibility, and philosophical claims. *Axiomathes* 15, 191-210.
- [29] Krause, D., Sant'Anna, A. S. and Volkov, A. 1999. Quasi Set Theory For Bosons And Fermions. *Foundations of Physics Letters* 12 (1), 51-66.
- [30] Krause, D. and Feitosa, H. de A. 2009, 'The  $\mathcal{I}$ -lattice of indiscernible elements', forthcoming.

- [31] Leibniz, G. W. 1995. On the principle of indiscernibles. *In* Leibniz, G. W. *Philosophical Writings*. London: Everyman, 133-5.
- [32] Locke, J. 1690. *An Essay Concerning Human Understanding*, Transcrição em <http://oregonstate.edu/instruct/phl302/texts/locke/locke1/Essay-contents.html>
- [33] Loewer, B. 1998, 'Copenhagen versus Bohmian interpretations of quantum theory', *British Journal for the Philosophy of Science* 49, 317-328.
- [34] Penrose, R. 2006. *The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe*. New York: Alfred A. Knopf.
- [35] Quine, W. 1948. 'On what there is', *Review of Metaphysics* 2, 21-38.
- [36] Quine, W. 1986. *Philosophy of Logic*. Cambridge: Mass. and London: Harvard Un. Press.
- [37] Quinton, A. 1973. *The Nature of Things*. London: Routledge & Kegan-Paul.
- [38] Redhead, M. and Teller, P. 1991. Particles, particle labels, and quanta: the toll of unacknowledged metaphysics. *Foundations of Physics* 21, 43-62.
- [39] Schrödinger, E. 1952. *Science and Humanism*. Cambridge: Cambridge Un. Press.
- [40] Teller, P. 1995. *An Interpretive Introduction to Quantum Field Theory*. Princeton: Princeton Un. Press.
- [41] Teller, P. 1998. Quantum mechanics and haecceities. *In* Castellani, e. (ed.), *Interpreting Bodies: Classical and Quantum Objects in Modern Physics*, Princeton: Princeton Un. Press, 114-41.
- [42] Toraldo di Francia, G. 1978, 'What is a physical object?', *Scientia* 113 (1), 57-65.
- [43] Toraldo di Francia, G. 1981, *The Investigation of the Physical World*, Cambridge: Cambridge Un. Press.

- [44] van Fraassen, B. 1980. *The Scientific Image*. Oxford: Oxford Un. Press.
- [45] van Fraassen, B. 1991. *Quantum Mechanics: An Empiricist View*, Oxford, Clarendon Press.