

CDD: 194

SUR LA DUALITÉ*

JULES VUILLEMIN

Résumé: La dualité est un concept central dans la philosophie de G. Granger, tout particulièrement la dualité objet-opération. Ce concept est intimement lié à celui de “contenu formel” développé par Granger. Leur signification et importance sont ici analysées. En particulier, nous discuterons leurs conséquences métaphysiques et épistémologiques.

Mots-clef: Dualité. Granger. Épistémologie.

ON THE DUALITY

Abstract: Duality is a central concept in G. Granger’s philosophy, especially the duality between object and operation. This concept is intimately connected to that of “formal content”, developed by Granger. Their meaning and significance are here analyzed. In particular, the question of their metaphysical and epistemological consequences is discussed.

Key-words: Duality. Granger. Epistemology.

L’un des concepts les plus importants de la philosophie de M. Granger est celui de dualité de l’objet et de l’opération.

Pour en éclairer la nature je partirai d’une question apparemment secondaire: quel est, selon M. Granger, le substitut de la dualité dans la philosophie kantienne?

Cette question résolue, on passera plus aisément au rôle que M. Granger lui-même attribue à la dualité.

On terminera par une réflexion sur la dualité en logique formelle et par un retour à Kant.

* Originally published in *Manuscrito*, v. 10, n. 2, p. 9-13, 1987.

1. OBJET ET OPÉRATION SELON KANT

S'interrogeant sur la nature des mathématiques et sur la raison de leur fécondité, M. Granger rappelle que, dès qu'on utilise les opérations de comparaison, de classification, de mesure, c'est-à-dire les opérations rendues possibles par la théorie des ensembles, le contenu formel propre à la pensée abstraite prend pour la pensée la consistance d'un domaine objectif. "Ces opérations, poursuit-il, – et ceci me paraît avoir une importance capitale – ne sont plus restreintes à s'appliquer au champ du sensible tel qu'il est délimité par nos perceptions. Pour Kant, si nous convenions de nous débarrasser des contraintes imposées par l'intuition *a priori* telles que les formule L'Esthétique transcendantale, *tout serait permis* tant bien que mal à une raison s'exerçant délibérément hors du champ de l'expérience, mais rien de ce qui serait ainsi construit par la connaissance spéculative ne pourrait prétendre à la solidité de l'objet. Le contenu formel dont nous avons reconnu l'existence en mathématiques nous montre tout le contraire, puisqu'il semble que la pensée, même une fois qu'elle est libérée de son application au sensible, continue de rencontrer des contraintes qui garantissent que le jeu des opérations reste corrélé à un univers d'objets possibles"¹.

Kant ne va pas jusqu'à dire que, libéré des servitudes de l'intuition, l'entendement et ses concepts seraient libres. C'est dans le seul cas des idées cosmologiques, que la raison produit des antinomies. Dans le cas ordinaire, le concept se contente d'être vide quand il ne lui correspond pas d'intuition, mais l'entendement continue d'imposer sa loi fondamentale: la non contradiction. Bref, ce que produirait un entendement ainsi libéré et privé de tout rapport à l'intuition – et par conséquent aussi à la totalité idéale de la possibilité de l'expérience –, ce serait précisément la logique formelle, ou, par logique formelle, Kant entend la syllogistique.

La syllogistique est une théorie complète et admet un procédé de décision. Elle a même structure et même puissance que le calcul des

¹ Granger (1982, pp. 375-376).

énoncés. Elle est incapable de fonder la vérité des théorèmes de l'arithmétique et de la géométrie, qui sont des jugements synthétiques *a priori* et qui requièrent un donné, un divers *a priori* fourni par l'intuition au pouvoir de synthèse du concept. Elle ne produit que des jugements analytiques, c'est-à-dire des tautologies.

Sur la nature de cette position élémentaire de la logique, M. Granger est d'accord avec Kant (et avec Quine). C'est quand on s'élève aux contenus formels, à l'arithmétique et à la théorie des ensembles que l'accord cesse. Déjà, sans qu'on quitte la théorie formelle, la logique générale des prédicats du premier ordre est dépourvue d'un procédé général de décision. La logique du deuxième ordre est incomplète. Cela revient, précise M. Granger, à produire une synthèse *a priori* sans utiliser l'intuition, du moins l'intuition sensible telle que la revendique Kant. Le contenu formel est donc, dans la perspective d'une mathématique à la fois plus riche que celle de Kant, le substitut de ces servitudes productrices de l'objectivité que Kant imputait, à tort, à la sensibilité.

Encore faut-il éclairer cette notion, apparemment contradictoire, de contenu formel. C'est ce que fait M. Granger, au moyen du concept de dualité. Revenons aux tautologies et aux jugements analytiques du calcul des énoncés. Dire que :

$$p \equiv p$$

c'est dire premièrement que, quelle que soit la valeur de vérité de p , l'équivalence a pour valeur le vrai, ou bien c'est parler d'un objet qui est un état de choses et de son absence comme étant, chacun pour soi, identique à soi. Il y a ici parfaite adéquation entre le discours en termes d'opération et le discours en termes d'objet et, de cette parfaite adéquation ou transparence, M. Granger conclut qu'on n'a pas encore franchi le pas décisif qui nous fait rencontrer un contenu formel intéressant, c'est-à-dire qu'on puisse traiter comme une chose.

Mais plaçons-nous sur le terrain de la théorie des ensembles. Que signifie l'assertion

$$P(E) > E$$

quand E est un ensemble infini tel que l'ensemble des nombres naturels? En termes d'opération, le procédé "diagonal" fait voir qu'on ne peut établir une corrélation biunivoque entre cet ensemble de départ et l'ensemble diagonal. En termes d'objet, c'est la cardinalité de l'ensemble puissance qui est dite supérieure à la cardinalité de l'ensemble, pourtant infini, des nombres naturels. Comme en fait foi notre réticence naturelle à l'égard de l'infini donné, nous sommes surpris de devoir distinguer des grandeurs infinies différentes. Toute vérité proprement mathématique, sans être peut-être aussi surprenante, contient son lot de révélation. N'est-il pas étonnant qu'il y ait une infinité de nombres premiers, ou qu'il y ait une infinité de polygones réguliers euclidiens mais seulement cinq polyèdres réguliers? Cette synthèse *a priori* s'éclaire, poursuit M. Granger, quand la corrélation de dualité entre opération et objet, qui définit toute pensée, perd sa transparence et son adéquation. C'est alors et c'est alors seulement que la pensée a, sans sortir d'elle-même, à connaître des choses qu'elle ne domine plus.

2. RÔLE DE LA DUALITÉ DANS LA PHILOSOPHIE DE M. GRANGER

Ce sont donc les opacités de la dualité de l'opération et de l'objet qui font naître l'irréductibilité du contenu formel. Ce principe gouverne la relation de la logique proprement dite et des mathématiques. Elle fournit l'exact équivalent de la distinction kantienne entre l'analytique et le synthétique *a priori*.

Sa portée, cependant, est plus vaste.

M. Granger rejette, par implication, la possibilité de synthèses *a priori* dans les sciences de la nature. Néanmoins la dualité continue de jouer son rôle en ce domaine, où elle s'exprime par la corrélation de la forme au contenu. Ainsi le concept de température figure en tant que contenu ou paramètre dans la loi d'expansion des gaz: $P V = k T$. "Mais il apparaîtra comme forme dans la perspective d'une théorie cinétique où on le définit comme l'énergie cinétique moyenne d'un ensemble de molécules, ou, à nouveau, dans la perspective des fondateurs de la thermodynamique, où on l'introduit comme un facteur d'interprétation de la quantité de chaleur"². L'opération, ici, c'est la forme ou la structure et tout concept scientifique joue, simultanément, les deux rôles de contenu et de structure.

M. Granger étend le sens de la dualité quand il lui fait signifier la corrélation de la logique et de la raison. Mais, dans cette nouvelle corrélation, le mot *logique* a perdu le sens étroit dans lequel on l'avait enfermé lorsqu'on opposait logique et mathématiques. Lorsqu'on croit définir la rationalité, en théorie des jeux, par l'optimisation d'un calcul, on a, en effet, quitté le cadre étroit de la logique³. La raison est alors l'insertion dans une stratégie à long terme et rapportée aux succès et aux échecs révélés par l'expérience des "cycles locaux" d'opérations⁴.

3. DUALITÉ LOGIQUE ET RETOUR À KANT

Pour apprécier la validité du programme de M. Granger et ses limites, revenons à la partie élémentaire de la logique, au calcul des énoncés. Considérons les trois tautologies:

² *Ibid.*, p. 364.

³ M. Granger évoque ce cas dans la Postface de *Formal Thought and the Sciences of Man*, p. 190. L'auteur parle ici d'algorithmes. Mais les algorithmes de la décision font-ils partie de la logique?

⁴ *Ibid.*, p. 191.

$$\begin{aligned}
 p \cdot q &\equiv \sim(\sim p \vee \sim q) \\
 p \vee q &\equiv \sim(\sim p \cdot \sim q) \\
 p &\equiv \sim(\sim p).
 \end{aligned}$$

Elles définissent une loi de dualité, où l'on raisonne sur des formules ne contenant comme connecteurs que la conjonction, la disjonction et la négation. Une telle formule étant donnée, on obtient une formule équivalente en niant la formule qu'on dérive de la première en substituant la conjonction à la disjonction et réciproquement et en remplaçant chaque énoncé élémentaire par sa négation. Cette dualité s'étend aux quantificateurs (tous \equiv non quelques non).

Ces lois de dualité sont-elles valables universellement? Oui, si l'on rejette d'emblée la logique et les mathématiques intuitionnistes. On dira, à juste titre, que ce rejet ne fait sens qu'avec la considération de l'infini. Mais ceci montre combien li est difficile d'isoler la logique élémentaire du corps de la pensée formelle en général.

Cette remarque pose deux questions philosophiques.

La première porte sur la place que M. Granger fait à l'intuitionnisme et, en particulier, à la philosophie kantienne qui est l'une de ses expressions. Kant *refuse* de confier au contenu formel le soin de rendre compte des synthèses *a priori*. C'est que, lorsqu'on accepte de le faire, la pensée cesse de maîtriser son objet. Revendiquer cette maîtrise c'est exiger qu'à chaque pas, avec les instruments appropriés, l'opération assure son pouvoir en le limitant à l'intuition. C'est pourquoi nous n'avons pas le droit, en général, à partir de $\sim\sim p$ de conclure à p . Naturellement, les mathématiques intuitionnistes que nous produirons en limitant notre pouvoir de construction à la possibilité de l'expérience n'épuiseront pas le contenu formel adéquat aux mathématiques classiques, contraintes, dès qu'elles parlent d'ensembles abstraits, d'en appeler à des axiomes *ad hoc* pour éviter les antinomies.

M. Granger rejette-t-il cette issue? Sinon, quel statut lui reconnaît-il relativement à sa propre conception des contenus formels?

La seconde question porte sur la nature même de la dualité qui définit ces contenus formels. Puisque la dualité de l'opération et de l'objet ne fait qu'un avec la signification en général⁵, et que, par ailleurs, les théorèmes de limitation que M. Granger invoque lorsqu'il s'agit, de la dualité devenue opaque, de faire naître l'objectivité ont trait aux formalismes, la question du signe ou, plus exactement, du signifiant se pose dans la formation du contenu formel. Car il se pourrait que les limitations, cherchées par Kant du côté du sensible, fussent imputables aux mots. On adopterait alors une position nominaliste que M. Granger rejette.

Rien n'oblige M. Granger à adopter cette position. En un sens la notion même de contenu formel nous écarte du nominalisme. Est-ce pour accepter la réalité des idées? C'est ainsi qu'à contre-cœur conclut M. Quine quand il commente l'engagement existentiel contenu dans la quantification sur les ensembles. En rejetant le nominalisme, est-ce ce platonisme que, par implication, M. Granger adopte?

On le voit, les concepts de contenu formel et de dualité de l'objet et de l'opération tiennent une place fondamentale en théorie de la connaissance. Ces concepts sont aussi les plus difficiles à analyser, puisque c'est de leur opacité que naît leur fécondité. C'est ce que M. Granger a vu avec vigueur et précision, en philosophie. On ne s'étonnera donc pas de voir poser à leur propos les problèmes fondamentaux et probablement éternels de la philosophie.

RÉFÉRENCES

GRANGER, G.-G. "The Notion of Formal Content". *Social Research*, 49(2), pp. 359-382, 1982.

———. *Formal Thought and the Sciences of Man*. Dordrecht: Reidel, 1983.

⁵ Granger (1982, p. 360).

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200

201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300

301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400