

CONSECUENCIA LÓGICA, MODALIDAD Y GENERALIDAD IRRESTRICTA¹

EDUARDO ALEJANDRO BARRIO

Universidad de Buenos Aires/CONICET

Gaf – www.accionfilosofica.com

Buenos Aires

ARGENTINA

ebarrio@fibertel.com.ar

Resumen: En un trabajo reciente, Greg Ray ha defendido el enfoque de Tarski acerca de la noción de *consecuencia lógica* de las críticas elaboradas por John Etchemendy. Uno de los aspectos centrales de esta discusión es si el concepto propuesto por Tarski como análisis de la noción intuitiva de *consecuencia* posee las principales características de esta última. Uno de los puntos sobre el cual Etchemendy había llamado la atención se vincula con las presuntas *propiedades modales* que tendrían que estar recogidas en el análisis. En este trabajo argumento que es cierto que las estrategias del tipo de la de Ray no logran ser concluyentes al intentar mostrar que el concepto tarskiano de *consecuencia* capta los rasgos modales del concepto intuitivo de *consecuencia*. Para serlo, deberíamos contar con cuantificadores suficientemente generales como para poder hablar de *toda interpretación*. Sostengo que en lo que respecta a lenguajes de orden superior, donde falla la completitud, el argumento semántico de Williamson parece mostrar que tal cosa no es posible. De esta manera, muestro que el problema es acerca de la adecuación extensional de todo análisis del concepto de *interpretación* que utilice recursos cuantificacionales

¹ Diferentes versiones de este trabajo fueron presentadas en la mesa redonda “Tarski: el concepto de *consecuencia*” en el *Centro de Estudios de Filosofía Analítica* de la Universidad de San Marcos (Lima, Perú), compartida con Mario Gómez Torrente y en el taller de Universalidad expresiva del GAF en el Instituto de Filosofía de la UBA (Buenos Aires, Argentina). Agradezco tanto los comentarios de los asistentes a dichos eventos como los realizados por los réferis anónimos de *Manuscrito*.

para lenguajes de orden superior suficientemente expresivos como para tener predicados diagonales. Al hacerlo, muestro que el mismo no es un problema acerca del salto desde lo general a lo modal.

Palabras-clave: Consecuencia lógica. Interpretación. Falacia modal. Cuantificación irrestricta.

Abstract: In a recent work, Greg Ray has defended Tarski's view on the notion of *logical consequence* against John Etchemendy's criticisms. One of the main points in this discussion is whether the concept proposed by Tarski as an analysis of the intuitive notion of *consequence* possesses the main characteristics of the latter. One of the points raised by Etchemendy has to do with the supposed *modal properties* that should be part of such an analysis. In this paper I argue that Ray's strategy is not enough to show that the Tarskian concept of *consequence* does capture the modal traits of the intuitive concept of *consequence*. For it to be successful we would need quantifiers sufficiently general so that we could speak of *all interpretations*. I claim that regarding high order languages, where completeness fails, Williamson's semantic argument seems to show that such thing is simply not possible. Thus, I argue that the problem lies on the extensional adequacy of all analysis of the concept of *interpretation* using quantificational resources for higher order languages expressive enough so as to contain diagonal predicates. By doing this I argue that this is not a problem regarding a leap from generality to modality.

Key-words: Logical consequence. Interpretation. Modal Fallacy. Unrestricted quantification.

En un trabajo reciente, Greg Ray² ha defendido el enfoque de Tarski acerca de la noción de *consecuencia lógica*³ de las críticas elaboradas por John Etchemendy.⁴ Uno de los aspectos centrales de esta discusión es si la propuesta tarskiana constituye un *análisis correcto* del mencionado concepto. En esta dirección, lo que está en juego es si el concepto propuesto por Tarski como análisis de la noción intuitiva de *consecuencia* posee las principales características de esta última. Uno de los puntos

² Ray (1996).

³ Tarski (1936).

⁴ Etchemendy (1988), (1990) e (ínédito).

sobre el cual Etchemendy había llamado la atención se vincula con las presuntas *propiedades modales* que tendrían que estar recogidas en el análisis. De acuerdo con el mencionado autor, mientras que el concepto intuitivo⁵ posee rasgos modales, el análisis de Tarski carece de los mismos, lo cual afectaría la adecuación del enfoque. Ray ha respondido a esa objeción intentando mostrar por medio de una prueba que la noción propuesta por Tarski asegura *preservación de verdad* de premisas a conclusión y que como tal, da cuenta de los rasgos modales del concepto intuitivo.

En este trabajo, dejando a un lado cuestiones exegéticas respecto de lo que de hecho ha sostenido Tarski,⁶ me propongo discutir la plausibilidad de la tesis de que es posible captar las características modales del concepto intuitivo de *consecuencia* a través de un concepto de *consecuencia* definido generalizando sobre interpretaciones. Desde mi perspectiva, las argumentaciones que han ofrecido aquellos que, como Ray, quieren salvar el salto de lo general a lo modal, mostrando que hay suficientes interpretaciones como para representar las características modales de la noción preteórica de *consecuencia*, poseen un mismo tipo de limitación. La misma es producto de la imposibilidad de contar con una interpretación de los cuantificadores suficientemente general como para abarcar sin restricción contextual alguna, *la totalidad de las interpretaciones*. Al mismo tiempo, sostengo que estos problemas están emparentados con los límites expresivos propios de la estrategia que intenta ofrecer una teoría matemática precisa del concepto de *interpretación* por medio de algún tipo de cuantificación sobre estructuras (sean estas conjuntistas o no). Por eso,

⁵ El concepto intuitivo de *consecuencia* es relativo a los modos intuitivos de interpretar las expresiones no lógicas de un argumento. Está vinculado, entonces, con las asignaciones (posibles) de significados a los mencionados ítems lingüísticos. La propuesta tarskiana de análisis de este concepto utiliza representaciones conjuntistas de estos modos de interpretar intuitivos.

⁶ En Barrio (2006), discuto los vínculos entre la concepción propuesta por Tarski y la concepción modelo teórica.

tales límites expresivos no tienen que ver especialmente con los rasgos modales propiamente dichos del concepto de *consecuencia*, sino con la cuantificación irrestricta que el análisis requeriría para ser adecuado.

1. GENERALIDAD, MODALIDAD Y CONSECUENCIA

La lógica tiene que ser absolutamente general: sus afirmaciones, si fueran verdaderas, deberían serlo acerca de absolutamente todo lo que hay. Ellas no tendrían que tener contraejemplos de ningún tipo. Sin embargo, existe una considerable disputa acerca de cómo entender tal generalidad. Hay una amplia tradición, dentro de la cual se ubica Etchemendy, que considera que la completa carencia de contraejemplos debe entenderse como una característica irreductiblemente modal. De acuerdo con este punto de vista, la oración *X se sigue lógicamente* del conjunto de oraciones *K* si *es imposible que* haya un modo de interpretar cada uno de los integrantes de *K* en el que resulten verdaderos y bajo esa misma interpretación *X* resulte falsa. Esa imposibilidad es una condición necesaria para que la relación se cumpla: si es posible que haya un modo de interpretar a los miembros de *K* en el cual sean verdaderos y bajo ese modo de interpretar *X* resulta falsa, entonces *X* no puede ser una consecuencia lógica de *K*. Esta característica es, de acuerdo con esta corriente, una nota imprescindible que el concepto intuitivo de *consecuencia* posee. Además, el hecho de que sea imposible esa combinación de valores de verdad entre *K* y *X* (cuando se cumple la mencionada relación) tiene que ser entendido de la manera más fuerte: ya que no toda implicación por necesidad de *K* a *X* es lógica. Hay implicaciones por necesidad metafísica, epistémica y hasta semántica. Por lo cual hace falta encontrar un rasgo propio de la implicación lógica. Uno de estos rasgos parece ser su *formalidad*: los únicos límites a los modos de interpretar *K* y *X* son los impuestos por las constantes lógicas que en ellas figuren. Esto es, si se sabe que un argumento es válido, entonces todos los argumentos

que compartan su forma serán válidos también. En este sentido, podemos decir que la relación de *consecuencia lógica* es formal: si se diera el caso que X se siguiera lógicamente de K , entonces cualquier argumento con el conjunto K' como premisas y X' como conclusión que compartiera la forma con el primero de los argumentos, sería lógicamente válido también. Si el primero preservara la verdad de premisas a conclusión y el segundo compartiera su forma, este último también preservaría verdad.

Privilegiar la formalidad como rasgo lógico, implica restar importancia a otros rasgos, cuando nuestra preocupación es evaluar argumentos desde un punto de vista estrictamente lógico.⁷ En particular, implica sostener que no hay ningún límite físico, metafísico, epistémico o semántico a los modos de interpretar las expresiones que conformen X y K . Los únicos límites son los que impone la forma del argumento. Aunque, por cierto, la imposibilidad de que exista un modo de interpretar K y X de manera tal que no se preserve la verdad de K a X nos da cierta garantía epistémica: Si sabemos que K es verdadera y X es consecuencia lógica de K , entonces tenemos garantías acerca de aceptar X .⁸

Ahora bien, la concepción modelista [*model-theoretic*]⁹ acerca de la mencionada relación suplanta los giros modales respecto de la imposibilidad de que exista un modo de interpretar premisas y conclusión, por expresiones que involucran máxima generalidad: X es una consecuencia lógica de K si *para todo* modo de interpretar en el que todos los integrantes de K son verdaderos, también es verdadero X . La propuesta entiende la cuantificación “Para todo modo de interpretar” como una generalización irrestricta sobre estructuras (usualmente conjuntistas). En lo que resta del trabajo, usaré la expresión “ $K \models X$ ” para

⁷ Shapiro (2004).

⁸ Para una discusión ampliatoria de este punto, cfr. Gómez Torrente (2000) y Hanson (1997).

⁹ Usualmente, se atribuye a Tarski ser el creador de esta concepción, aunque como se verá más adelante, hay diferencias entre ambas concepciones.

hablar acerca de la relación de *consecuencia* entre K y X resultado de generalizar sobre estructuras apropiadas, y “ $K \models_{\text{int}} X$ ” para expresar que X es una consecuencia intuitiva de K .

De esta manera, es claro que los generalistas¹⁰ intentan reducir lo modal a lo general analizando la preservación de verdad de K a X como un *hecho general* acerca de la verdad o falsedad tal como de hecho el mundo es. No hay genuinos hechos modales que respalden la verdad de tales generalizaciones. Esa reducción puede estar fundada probablemente en reparos de tipo quineano a las nociones modales en general, lo que o bien puede estar acompañado por una actitud escéptica acerca del supuesto carácter modal del concepto intuitivo de *consecuencia*, o bien, por un intento de hacer superveniente ese componente modal del concepto intuitivo en términos de una generalización universal sobre modos de interpretar. Un punto importante es que, bajo el supuesto de que $K \models_{\text{int}} X$ suponga rasgos modales, la propuesta modelo-teórica que reemplaza *lo modal* por *lo general* tiene que cerrar la posibilidad de que exista un *modo posible de interpretar* a los miembros de K y a X es el cual K resulte verdadero y X falso, sin que ello fuera representado apropiadamente como un *modo actual de interpretación*. De lo contrario, habría límites expresivos que dejarían abierta la posibilidad de que exista algún contraejemplo posible en el que los miembros de K sean todos verdaderos y al mismo tiempo haga a X falso que no esté representado como una estructura. La búsqueda de una prueba que aleje esta posibilidad y que garantice la adecuación extensional del análisis en términos de estructuras es lo que ha separado a Ray de Etchemendy. De acuerdo al primero, es posible formular un argumento (de hecho el propio Tarski implícitamente lo habría formulado) en el cual no se cometa ninguna falacia modal y se muestre que hay tantos modos posibles intuitivos de interpretar como estructuras.

¹⁰ Hart (1991), Jané (1997), Ray (1996).

2. DE LO GENERAL A LO MODAL

De acuerdo con el enfoque de Tarski, si una oración X se sigue lógicamente de una colección de oraciones K , entonces esta relación de consecuencia no puede ser afectada reemplazando uniformemente constantes no lógicas por otras constantes no lógicas.¹¹ Como resultado, propone determinar los límites de la mencionada relación lógica chequeando sistemáticamente las substituciones de los términos no lógicos por otros términos no lógicos. Consecuencias que puedan resistir tales substituciones contarán como lógicas y las que no las resistan, no lo harán. Es justamente en este sentido, que la relación de *consecuencia* resulta incorporar el rasgo de formalidad. Tarski formula esta condición como sigue:

(F) If in the sentences of the class K and in the sentence X we replace the constant terms which are not general-logical terms correspondingly by arbitrary other constant terms (where we replace equiform constants everywhere by equiform constants) and in this way we obtain a new class of sentences K' and a new sentence X' , then the sentence X' must be true if only all sentences of the class K' are true.¹²

En el análisis de Tarski, (F) es una condición de adecuación que cualquier definición de *consecuencia* para un lenguaje particular debe cumplir. Sin embargo, aunque necesaria, (F) no es suficiente, ya que (F) sólo captura reemplazos que pueden ser capturados por el poder expresivo del lenguaje para el cual se está efectuando la definición. Tarski argumenta que la única manera de tener una definición adecuada de consecuencia, una que satisfaga (F), pero que no dependa de los recursos expresivos del lenguaje, es suponiendo que “the designations of all possible objects

¹¹ Tarski (1936, p. 415).

¹² Tarski (1936, p. 415).

[occur] in the language in question”¹³ Pero, ya que esta suposición no parece apropiada, Tarski propone utilizar la noción técnica de *modelo*.

Let L be any class of sentences. We replace all extra-logical constants which occur in the sentences belonging to L by corresponding variables, like constants being replaced by like variables, and unlike by unlike. In this way we obtain a class L of sentential functions. An arbitrary sequence of objects which satisfies every sentential function of the class L will be called a *model* of the class L of sentences (in just this sense one usually speaks of models of an axiom system of a deductive theory).¹⁴

Usando esta noción de *modelo*, Tarski sostiene que X debe ser observada como siguiéndose lógicamente de la colección K de oraciones justo en el caso en el cual todo modelo de K es al mismo tiempo un modelo de S .¹⁵

Ahora bien, desde el punto de vista de Etchemendy, el presunto argumento de Tarski puede reconstruirse a partir del siguiente párrafo:

I have the impression that everyone who understands the content of the above definition will admit that it captures many intuitions manifested in the everyday usage of the concept of following. Its various consequences speak no less strongly for the adequacy of this definition. In particular e.g. one can prove on the basis of the definition accepted above that a sentence which follows logically from true sentences must itself be true; further, that the relation of following logically is completely independent of the sense of the extra-logical constants occurring in the sentences among which this relation obtains; in a word, one can show that the above formulated condition (*F*) is necessary for the sentence X to follow logically from the sentences of the class K .¹⁶

Lo que Tarski tendría que mostrar es que si $K \vDash_t X$, entonces el tránsito de K a X es tal que es imposible que siendo K verdadera, X sea

¹³ Tarski (1936, p. 416).

¹⁴ Tarski (1936, p. 416-417).

¹⁵ Tarski (1936, p. 417).

¹⁶ Tarski (1936, p. 417).

falsa. Por ese motivo, de acuerdo con Etchemendy,¹⁷ el argumento intentaría mostrar la verdad de la siguiente tesis modal:¹⁸

(Tesis modal) (A) Si $K \vDash_t X$, entonces una relación modal se cumple entre la verdad de todas las oraciones de K y la verdad de todas las oraciones de X .

La manera de fundamentar esta tesis parece simple. Supongamos su antecedente

(1) $K \vDash_t X$

Y al mismo tiempo, en buscando un absurdo, supongamos la negación de su consecuente

(2) No es cierto que (X se siga con necesariamente de K)

Dada la definición de “ \vDash_t ”

¹⁷ Etchemendy (1990).

¹⁸ En la discusión planteada, la clave está en:

(CO) one can prove on the basis of the definition accepted above that a sentence which follows logically from true sentences *must* itself be true.

La fuerza del “must” es poco clara: ¿es la afirmación fuerte de acuerdo con la cual en casos donde hay una relación lógica de *consecuencia* es imposible que todos los miembros de K resulten verdaderos y al mismo tiempo X falso? O simplemente ¿es la relación débil según la cual no se da que todos los miembros de K son verdaderos y X falso? Según Etchemendy, en (CO) Tarski supone que se puede probar que hay una importante característica que compartirían tanto del concepto intuitivo como el definido por Tarski: el carácter modal.

(3) Si $K \vDash_t X$, entonces no hay modelo tarskiano de K que no sea también modelo de X

Pero

(4) Si X no se sigue con necesidad de K , hay un modo de interpretar intuitivo en el cual todas las fórmulas de K son actualmente verdaderas y X es actualmente falsa.

Si esto es así, entonces

(5) Hay un modelo (el que representa la interpretación intuitiva actual de las expresiones no lógicas), en el que K es verdadera y X falsa.

Pero, no puede haber al mismo tiempo un modelo con las características atribuidas en (5) y en (3). Por lo cual

(6) (1) y (2) se contradicen.

En síntesis, de la suposición de la falsedad de la tesis modal (A) se sigue una contradicción. Nótese que el argumento supone que hay dos nociones de *modo de interpretar*: una intuitiva, que tiene características modales y otra, la de modelo tarskiano, que se propone como una caracterización de la noción intuitiva. Si la noción de *modo de interpretar* las constantes no lógicas de un lenguaje fuera simplemente la noción precisa de *modelo tarskiano* entonces trivialmente siempre que $K \vDash_t X$, se daría que $K \vDash_{\text{int}} X$ y entonces K implicaría por necesidad lógica a X . Pero, en ese caso, no haría falta un argumento para vincular ambos conceptos. Por otra parte, nótese que el concepto de *modelo* posee características con-

juntistas.¹⁹ Se haga o no referencia a objetos pertenecientes a una única colección, o si por el contrario se contemplara la posibilidad de que se tomen en consideración objetos que formen parte de otras colecciones que se tomen como dominios del modelo, la manera más natural de trabajar con estas colecciones es considerarlas *como si* fueran conjuntos.²⁰ El intento de dar un argumento que muestre que hay tantos modos de interpretar fórmulas de un lenguaje cualquiera como interpretaciones conjuntistas está respaldado por la necesidad de mostrar que estas últimas son capaces de ofrecer un análisis correcto de las características principales de un concepto intuitivo.

Ahora bien, justamente en este punto, Etchemendy sostiene que esta prueba no puede tomarse como una muestra de que si $K \vDash_t X$, entonces una relación modal se cumple entre la verdad de todas las oraciones de K y la verdad de X . Lo que probaría, en cambio, la supuesta prueba es:

(B) Necesariamente (Si $K \vDash_t X$, entonces X es una consecuencia lógica intuitiva de K (en el sentido de preservación de verdad de K a X))

¹⁹ Hay varios puntos en donde la concepción modelista de consecuencia y la concepción tarskiana se diferencian: en la primera, las fórmulas que presuntamente cumplen la relación se toman de un lenguaje no interpretado; en la caracterización tarskiana, en cambio, las formulas vienen interpretadas. De esta manera, la interpretación no cambia de modelo en modelo, tal como sucede en la caracterización modelista. En esta última, hay distintos dominios a partir de los cuales tenemos distintos modos de interpretar las fórmulas. En la concepción tarskiana, en cambio, hay un único dominio del cual se estructuran los modos de interpretar las fórmulas. Cfr. Bays (2001) y Gómez Torrente (2000).

²⁰ Nótese que se trata esta consideración acerca de los modelos de una suerte de principio metodológico y no de una tesis ontológica acerca de qué son los modelos. Cfr. Gómez Torrente (inédito).

y no

(A) (Si $K \vDash_t X$, entonces necesariamente (se preserva la verdad de K a X))

que es precisamente lo que habría que probar. De otra forma, en palabras de Etchemendy:

To show that all Tarskian consequences are consequences in the ordinary sense, we would need to prove a theorem with embedded modality. Obviously, the proof in question does not show that every Tarskian consequence is a consequence 'in the ordinary sense.' It is only through an illicit shift in the position of the modality that we can imagine ourselves demonstrating of any Tarskian consequence that it is entailed by [i.e., follows with necessity from] the corresponding set of sentences.²¹

En suma, Etchemendy afirma que donde Tarski debió concluir (A) y por lo tanto, abstenerse de sacar cualquier conclusión acerca de las propiedades modales compartidas entre “ \vDash_t ” y el concepto intuitivo de *consecuencia*, ofreció una prueba de (B), que contiene una modalidad, pero que no le sirve para mostrar la coincidencia modal entre ambos conceptos.

3. ¿HAY TANTOS MODELOS TARSKIANOS COMO MODELOS POSIBLES?

Claro que no todos están de acuerdo acerca de cómo evaluar la objeción modal de Etchemendy. Hay algunos de sus críticos (fundamentalmente, Ray, Sher, García-Carpintero, Shapiro)²² que han aceptado junto con él, el que exista de parte de Tarski la intención de ofrecer un

²¹ Etchemendy (1990, Cap. 6).

²² Ray (1996), Sher (1996), García-Carpintero (1993) y Shapiro (1998).

argumento que muestre que “ \vDash_t ” y el de “ \vDash_{int} ” comparten sus propiedades modales. Sin embargo, han argumentado en contra de Etchemendy, que el presunto argumento sea una falacia. En esta dirección, han tratado de ofrecer una reconstrucción del argumento que evite la falacia de alcance modal. Otros en cambio, (fundamentalmente, Gómez-Torrente²³) han argumentado que tanto Etchemendy como sus críticos están equivocados: Tarski no ofrece un argumento (ni tuvo la intención de ofrecerlo) que muestre que “ \vDash_t ” tiene propiedades modales. Pero, más allá de si tomando en consideración los escritos de Tarski, Gómez-Torrente tiene razón, ¿qué se puede decir si se concede la necesidad de ofrecer un argumento?

Ray ha objetado²⁴ que hay un sentido débil en el cual la tesis modal se cumple: en este sentido, el *must* presente en (CO) debe ser interpretado como “preservación de verdad para toda substitución”. Esto es, hay una prueba de una tesis, la tesis generalista, que se puede aceptar sin dificultades, y que puede captar un sentido de *must* en términos de fuerza lógico deductiva.

(A*) (Tesis generalista) Si $K\vDash_t X$, entonces para todo modo de interpretar intuitivo, se preserva la verdad de K a X .

Nótese que (A*) *no contiene expresiones modales explícitas*. La estrategia de Ray es mostrar que si la definición de “ \vDash_t ” satisface la condición (F), entonces es preservadora de verdad (en sentido intuitivo). Supongamos, para apreciar esta reconstrucción,

(i) $K\vDash_t X$,

y

(ii) De K no se preserva la verdad a X (para cualquier modo de interpretar intuitivo)

²³ Gómez-Torrente (1996) y (1998).

²⁴ Ray (1996).

(iii) Si de K no se preserva la verdad a X , entonces hay un argumento (producto de la substitución de las constantes no lógicas en K y X) que va de K' a X' en el cual K' es verdadera, y X' es falsa (de (ii))

(iv) Existe una interpretación, en la cual K' es actualmente verdadera y X' es actualmente falsa.

Sin embargo, si (i) $K \vDash X$, entonces

(v) Para toda reinterpretación de las constantes no lógicas en K y X , si K es verdadera, entonces X es verdadera (por lo que Ray llama *Teorema T*).²⁵

Estas afirmaciones son contradictorias: si K' y X' es el resultado de reinterpretar en K y X las constantes no lógicas por constantes no lógicas, no puede darse (v) y (iv) a la vez. Esto es así, ya que como hemos dicho, tratándose de una vinculación estrictamente lógica, la relación de *consecuencia* tiene que ser *formal*. Por lo tanto, según Ray, no se ve por qué, como afirma Etchemendy, tienen que ser equivalentes debe haber un salto modal en alguna parte del argumento, salto en el que se cometería algún tipo de falacia de alcance.²⁶

²⁵ Ray (1996, p. 653).

²⁶ Un punto importante que Ray cuestiona es que hacer equivalentes a la tesis generalista con la tesis modal transforma a la noción de " \vDash " en una implicación modal estricta. Nótese que es esencial que existan dos lecturas modales del condicional que va desde " \vDash " a la relación de consecuencia intuitiva. En ambas lecturas, la modalidad involucrada debe representarse en el lenguaje objeto. Y esto transforma automáticamente en una implicación estricta al condicional alcanzado por la modalidad. Pero, argumenta Ray, la implicación estricta no es una relación formal: es una implicación que *no cumple* (F).

Al contrario, enfatizando su crítica, Ray pretende dar una vuelta de tuerca al argumento de Etchemendy, con el objetivo de mostrar que es Etchemendy y no Tarski quien comete una falacia de alcance al hacer la reconstrucción de lo que Tarski presuntamente intento argumentar. Según palabras de Ray, “el error real aquí es de Etchemendy, e irónicamente, es un error de alcance del cuantificador”.²⁷ Este error que Ray le atribuye a Etchemendy es el siguiente. Según el crítico de Tarski, sólo si se probara que si hay un modo de interpretar tarskiano en el cual X es una consecuencia de K , entonces necesariamente X es una consecuencia lógica intuitiva de K (es decir, la necesidad del condicional que va de $K \vdash_t X$ a $K \vdash_{\text{int}} X$), se establecería la corrección del análisis tarskiano. Pero, de acuerdo a Ray, lo que Etchemendy tendría que haberle reclamado al supuesto argumento tarskiano es algo tan fuerte como la siguiente tesis generalista:

(Tesis de re) $\exists x$ (x es un modo de interpretar tarskiano tal que siempre que para toda X y K , si se da en ese modo de interpretar tarskiano que X es verdadera cuando K lo es, se da que $K \vdash_{\text{int}} X$)

O en términos de una modalidad, la siguiente tesis modal:

(Tesis modal de re) $\exists x$ (x es un modo de interpretar tarskiano tal que en todo mundo posible en donde estén K y X , si se da en ese modo de interpretar tarskiano que X es verdadera cuando K lo es, se da que $K \vdash_{\text{int}} X$).²⁸

²⁷ Ray (1996, p. 651).

²⁸ Como ya hemos dicho, Ray no quiere involucrarse con modalidades. Por ese motivo, presenta la objeción de alcance en términos generalistas. Para los que no tengan reparos modales, la lectura modal *de re* puede resultar atractiva.

Esto es, que exista un objeto conjuntista que podamos utilizar la reinterpretar a K y a X y que ese objeto tenga siempre (o en términos modales, tenga en todo mundo posible) la propiedad de preservar la verdad de K a X . Pero Etchemendy, en cambio, le pide a Tarski que

(Tesis de dicto) Para toda X y K , siempre que $(\exists x \ x \text{ es un modo de interpretar tarskiano en el cual si } X \text{ es una consecuencia de } K, \text{ se da que } K \Vdash_{\text{int}} X)$.

O en términos modales

(Tesis de modal dicto) Para toda X y K , en todo mundo posible $(\exists x \ x \text{ es un modo de interpretar tarskiano en el cual si } X \text{ es una consecuencia de } K, \text{ se da que } K \Vdash_{\text{int}} X)$.

Esto es, que en todos los casos (o en términos modales, en todo mundo posible) la proposición “ $(\exists x \ x \text{ es un modo de interpretar tarskiano en el cual si } X \text{ es una consecuencia de } K, \text{ se da que } K \Vdash_{\text{int}} X)$ ” sea verdadera. En este punto, Ray nos hace notar que²⁹ el procedimiento empleado por Etchemendy para encontrar una interpretación tarskiana curiosa en donde se muestre que X se sigue de K , pero X no sea una consecuencia intuitiva de K basta para afectar las lecturas de dicto, pero no las de re, ya que del hecho de que haya algunas interpretaciones que no hagan un trabajo correcto no se sigue que ninguna lo haga.

²⁹ Ray (1996, p. 652).

En la misma dirección que Ray, Shapiro³⁰, McGee³¹ y Sher³² han ofrecido también argumentos que intentan completar el hiato entre el concepto analizado y su análisis conjuntista. Claro que todas estas estrategias han recibido críticas:³³ No necesariamente para darle la razón a Etchemendy, sino simplemente para mostrar un obstáculo que aquellos que creen en la necesidad de dar un argumento deben sortear. En esta dirección, Hanson³⁴ argumenta que la prueba de Ray (y podíamos agregar, la de los restantes autores mencionados) tiene un supuesto:

³⁰ En la reconstrucción de Shapiro, el papel que juega en la formulación de Ray el concepto de *fuera deductiva*, lo juega el de *modo de representar posibilidades*. Cfr. Shapiro (1998).

³¹ En el argumento de McGee se utiliza el teorema según el cual:

For any model, there exists an isomorphic model which is a pure set. En este último caso, el argumento procede suponiendo que hay un mundo posible w en el cual hay un modelo $M1$ en el cual K es verdadera y X es falsa. Ya que el mencionado teorema es verdadero en todo mundo posible, habrá en w un modelo $M2$, isomórfico con $M1$, el cual es un conjunto puro. Al ser un objeto de la matemática pura, $M2$ existe en todo mundo posible, y es en todo mundo posible, un modelo en el cual K es verdadera y X es falsa. En particular, $M2$ atestigua el hecho de que, en el mundo actual, hay un modelo en el cual K es verdadera y X es falsa. Por eso, si hubiera un modelo posible en el cual K fuese verdadera y X falsa, entonces habría actualmente un modelo en el cual K es verdadera y X es falsa. De lo cual, argumenta McGee se sigue que si X es una consecuencia tarskiana de K , no puede haber un modelo posible en el cual K sea verdadera y X sea falsa. Cfr. McGee (1992, p. 276).

³² La conjetura de Sher es que para todo modo de interpretar los lenguajes que Tarski tomó en cuenta, hay un modelo conjuntista isomórfico a él. Cfr. Sher (1996).

³³ Cfr. Gómez Torrente (1998), Hanson (1999) y Pérez-Otero (2001).

³⁴ Hanson (1999, p. 613).

Que hay una *representación conjuntista del modo de interpretar intuitivo*: tal interpretación en sentido intuitivo, si existe, tendrá que poder ser representada conjuntísticamente, y por tanto, tendrá algún *conjunto no vacío* como dominio.

Pero, según Hanson: el supuesto según el cual, para *todo modo de interpretar intuitivo* existe un *modo de interpretar conjuntista* es inadecuado, porque el dominio de todos los individuos frente a los cuales queremos que los miembros de K sean verdaderos y X falso en sentido intuitivo, debe contener *todos* los conjuntos y por lo tanto, ese dominio *es demasiado grande* como para ser un conjunto.

In other words under a scientifically serious account of absolute truth and falsity, the domain of all individuals with respect to which the members of K are assumed true and X is assumed false will almost certainly contain all sets and hence will be too large to be a set.³⁵

En este sentido, no hay garantías acerca de que toda interpretación sea modelable por una interpretación conjuntista. En la misma dirección, Gómez Torrente ha argumentado³⁶ que no hay un argumento general que muestre la verdad de:

Una oración de L es universalmente válida syss esa oración es verdadera en todas las estructuras conjuntistas actualizadas para L .

³⁵ Cfr. Hanson (1999, p. 610). Hart recurre a la Paradoja de Cantor para mostrar que este conjunto no puede existir: si el conjunto potencia de un conjunto infinito tiene una cardinalidad más grande que el conjunto infinito de referencia (Teorema de Cantor), el conjunto potencia del conjunto de todos los conjuntos tendría que tener una cardinalidad mayor que este último, y por lo tanto, afectar la posibilidad de que ese conjunto sea el conjunto de todos los conjuntos. Cfr. Hart (1991).

³⁶ Gómez Torrente (2000).

Por eso, según Hanson y Gómez Torrente, la conclusión de Ray no estaría probada (no está probado que se preserve verdad en sentido intuitivo): *Todos los modos de interpretar intuitivos* las oraciones de L no tienen que ser exactamente *todos los modos de interpretar conjuntistas* las oraciones de L . En el caso de Gómez Torrente, agrega a esta situación, utilizando el Teorema de Kreisel,³⁷ que hay un buen argumento que muestra que la anterior afirmación es verdadera cuando L es un lenguaje de primer orden. La prueba del teorema vincula la derivabilidad dentro de una teoría formal, con “ \vdash ” y con “ \vdash_{int} ”. En primer lugar, la derivabilidad debe ser tal que no se pueda probar de un conjunto K , una X que no preserve verdad a partir de K . Esto es, las reglas tienen que ser correctas respecto de “ \vdash_{int} ”. Si X se puede derivar de K , entonces $K \vdash_{\text{int}} X$. Por otra parte, Si $K \vdash_{\text{int}} X$ entonces $K \vdash X$, ya que se puede mostrar que la noción tarskiana de consecuencia es completa respecto de la de consecuencia intuitiva: todo caso de esta última, es un caso de consecuencia tarskiana. Así, si X no fuera una consecuencia tarskiana de K , habría una interpretación conjuntista en la que K sería verdadera y X falsa. Por eso, habría una interpretación posible de K y X en la cual K sería verdadera y X falsa. De donde se sigue que en ese caso que X no sería una consecuencia lógica intuitiva de K . Esto es, si hay un modo de interpretación conjuntista, hay un modo de interpretación posible. Hemos llegado a mostrar entonces que

Si X se deriva de K , entonces (si $K \vdash_{\text{int}} X$ entonces $K \vdash X$).

El punto del teorema es menos obvio: que si la teoría formal es una de primer orden, siempre que hay una interpretación posible, hay una interpretación conjuntista. La prueba usa el resultado de Gödel: $K \vdash_{\text{F}} X$ entonces X se deriva de K , esto es, que en tales teorías, todo lo que resulta ser consecuencia lógica relativa a las interpretaciones conjuntistas,

³⁷ Kreisel (1967).

es derivable usando las reglas de inferencia. Pero, ya que la derivabilidad es correcta respecto de la validez intuitiva, entonces siempre que un sistema sea completo, se dará que si $K \vdash_t X$, entonces $K \vdash_{\text{int}} X$. Esto último asegura que haya tantas interpretaciones como modos conjuntistas de interpretar a K y a X . Y, como el propio Gómez Torrente muestra,³⁸ el argumento puede extenderse sin dificultad a los modos posibles de interpretar K y X . El teorema muestra entonces que, bajo ciertas condiciones,

Si $K \vdash_t X$, entonces $K \vdash_{\text{int}} X$, entonces X se deriva de K .

Vuelvo a insistir que la prueba del teorema que sustenta el argumento que muestra que hay tantos modos de interpretar posibles como modos de interpretar conjuntistas, supone que la teoría es completa y por eso no puede extenderse más allá de los límites de las teorías completas.³⁹ Es posible demostrar que en segundo orden no existe ninguna teoría formal que cumpla que si $K \vdash_t X$, entonces $K \vdash_{\text{int}} X$ y si $K \vdash_{\text{int}} X$ entonces X es derivable de K . Esto es, para los sistemas de segundo orden o la derivabilidad es incompleta respecto de la consecuencia intuitiva o la noción de consecuencia tarskiana es incorrecta respecto de la de consecuencia intuitiva (o ambas). Por lo cual, no hay garantías respecto de que haya tantas interpretaciones posibles como interpretaciones conjuntistas.

Una tentación, a la que podría recurrir Ray, sería ampliar el universo de interpretaciones tarskianas a clases propias. El problema es que la interpretación pretendida de la teoría de conjuntos no puede tener como dominio, ni puede corresponderse de manera inmediata, una entidad que pueda formar parte de esa teoría. Supongamos que queremos mostrar que tenemos una definición adecuada de “ \vdash_t ” (una que

³⁸ Gómez Torrente (2002).

³⁹ Gómez Torrente (2000, p. 61-62) e (inédito, p. 2).

preserve verdad en sentido de hacerlo para todos los modos intuitivos de interpretar) para esta teoría conjuntista que incluye estas grandes colecciones. Llamemos “CT” a esta teoría.⁴⁰ Para hacerlo tenemos que interpretar por medio de una semántica esta CT. Esta semántica tiene cuantificadores que “hablan” acerca de todas las colecciones reconocidas por nuestra CT. Pero sólo si estuviéramos seguros de que el dominio de nuestra CT es una de las entidades de las que habla CT, vale la prueba del corolario de Ray. No obstante, esta seguridad no existe.⁴¹ El dominio necesario para interpretar CT tiene que ser una colección que no esté en CT.⁴² Esto es, aunque CT incluya clases propias, no hay garantías de que no haya más interpretaciones que estructuras cuyo dominio sean clases propias.⁴³

De cualquier manera, me gustaría focalizar la dificultad que cuenta toda estrategia que intentara mostrar, para teorías en las cuales no vale el Teorema de Kreisel, que hay tantos modos de interpretar posibles como modos de interpretar conjuntistas que la verdadera dificultad se encuentra, no tanto en el presunto salto de lo general a lo modal, sino en la pretensión misma de generalizar sobre la totalidad de los modos de interpretar. Debido a esto último, no hay garantías en la coextensionalidad entre los conceptos de *modo intuitivo de interpretar* y de *modo conjuntista de interpretar*.⁴⁴

⁴⁰ Sigo a Hanson (1999, p. 611) en este ejemplo, La denominación de “CT” es por “collection theory”.

⁴¹ Tal como lo muestra la paradoja formulada por Raúl Orayen. Cfr Orayen (2003) y Barrio (2007).

⁴² Hanson (1999, p. 612).

⁴³ Por supuesto, que no haya garantías no quiere decir que *de hecho* haya un contraejemplo a la concepción tarskiana de *consecuencia*.

⁴⁴ Aún usando la estrategia de McGee de acuerdo con la cual para cualquier modo de interpretar hay un modo de interpretar conjuntista cuyo dominio es un conjunto puro cuya existencia es necesaria, no hay garantías de que haya tantos modos de interpretar cuyos dominios sean conjuntos posibles como modos de interpretación intuitivos.

Supongamos que pudiéramos ofrecer una caracterización del concepto de *consecuencia* que sea suficientemente general como para hablar de todos los modos intuitivos de reinterpretar las expresiones no lógicas que aparezcan en los argumentos de una teoría de primer orden. Timothy Williamson ha presentado⁴⁵ el un argumento que parece afectar la posibilidad de un metalenguaje universal en el que se pueda hablar de todo modo de interpretación. Supongamos que L es un lenguaje de primer orden cuyos cuantificadores son interpretados de manera irrestricta. Sea P un predicado monádico de L . Sea F cualquier predicado significativo del metalenguaje. Según Williamson, debe ser posible interpretar P como significando F . Esto es,

$$(1) \forall x (i_F \text{ es una interpretación bajo la cual } P \text{ se aplica a } x \text{ ssi } Fx)$$

Por ejemplo, si el metalenguaje es el español, un caso de este tipo consiste en ' $\forall x (i_F \text{ es una interpretación bajo la cual } P \text{ se aplica a } x \text{ ssi } x \text{ es un hombre})$ ', donde ' $\forall x$ ' tiene un rango irrestricto.

Dada la suposición de que las interpretaciones son objetos,⁴⁶ parece razonable permitir definir un nuevo predicado R tal que

$$(2) \forall x (Rx \text{ ssi } x \text{ no es una interpretación bajo la cual } P \text{ se aplica a } x)$$

Si en (1), R reemplaza a F y al mismo tiempo, aplicamos la definición de R en (2) obtenemos:

$$(3) \forall x (i_R \text{ es una interpretación bajo la cual } P \text{ se aplica a } x \text{ ssi } x \text{ no es una interpretación bajo la cual } P \text{ se aplica a } x)$$

⁴⁵ Williamson (2004).

⁴⁶ En la formulación que Linnebo elabora del argumento, tal supuesto se presenta como: *Sem 1*: una i es un objeto. Cfr. Linnebo (2006).

Ya que ‘ $\forall x$ ’ en (3) es absolutamente irrestricto, podemos instanciarlo y obtener:

(4) i_R es una interpretación bajo la cual P se aplica i_R ssi i_R no es una interpretación bajo la cual P se aplica i_R

El argumento parece indicar algún tipo de limitación a los recursos expresivos del metalenguaje en el que presuntamente hablamos de todas las interpretaciones: nunca seremos capaces de cuantificar sobre absolutamente todo, si las interpretaciones caen bajo el alcance de sus cuantificadores. Esto es, parece mostrar que en un metalenguaje en el que se pueda diagonalizar las interpretaciones serán siempre cosas sobre las que los cuantificadores de ese lenguaje no cuantifican. O de otra manera, el argumento parece mostrar que hay modos posibles de interpretar las oraciones de L a las que no les corresponde ninguna interpretación que pueda estar en el rango de los cuantificadores de un lenguaje cuyos cuantificadores pueden hablar de todo. Un punto importante es que el argumento implica una contradicción que no depende de que las interpretaciones sean conjuntos. Según palabras de Williamson, “no usa ninguna noción de *conjunto*, *clase* o *dominio*, estándar o no estándar. No supone que todo pertenezca a una cosa de ningún tipo.” Sólo supone acerca de las interpretaciones sean objetos sobre los que una presunta cuantificación irrestricta podría abarcar. Y esta idea está motivada por la idea generalista según la cual se puede cuantificar sobre todos los modos de interpretar las expresiones no lógicas de los argumentos formulados en un lenguaje como L .

El argumento de Williamson ha despertado diversas estrategias para preservar la coherencia de la cuantificación irrestricta y la posibilidad de hablar de todos los modos de interpretar expresiones. Una de las más transitadas ha propuesto abandonar uno de los supuestos del argumento: que las interpretaciones son objetos dentro del alcance de los

cuantificadores de primer orden que forman parte de L .⁴⁷ Tal estrategia desvincula el hablar metalingüístico que forma parte de los instrumentos que usamos para especificar las interpretaciones de las oraciones de L y los objetos acerca de los que habla L . Usar un cuantificador especial, distinto al cuantificador de primer orden, es la recomendación que deberíamos seguir: usualmente, usando un cuantificador de orden superior que intente abarcar todos los modos de interpretar o usando algún tipo de cuantificador plural. La buena noticia es que bajo esta opción logramos tener cuantificadores de primer orden absolutamente irrestrictos. La mala es que una simple modificación al argumento de Williamson muestra que no hay un lenguaje con suficientes recursos expresivos como para generalizar sobre todos los modos de interpretar expresiones no lógicas: si hay más modos de interpretar intuitivos que objetos, y si a todo predicado le corresponde un modo de interpretar intuitivo, no hay lenguaje que sea capaz de hablar a la vez de todos estos modos de interpretar: siempre estaremos ascendiendo en una búsqueda infinita por expresar interpretaciones. Por supuesto, de este resultado no se sigue que haya modos de interpretar intuitivos que sean inexpresables. Simplemente se sigue que no tenemos cuantificadores suficientemente expresivos como para abarcarlos a todos.

Por eso, considero que toda aproximación matemática del concepto intuitivo de *interpretación* será siempre incompleta y de esta manera el recurso generalista posee limitaciones previas a la de ofrecer un argumento que salve el hiato entre lo general y lo modal. El problema yace en la noción misma de *modo de interpretar* que pueda reconstruirse

⁴⁷ Podría dudarse, también, de si es necesario suponer que todo predicado expresa una extensión, esto es, si a cualquier predicado (como R) le tiene que corresponder un modo de interpretar conjuntista. Sin embargo, tal supuesto parece aceptable, si no queremos abandonar un análisis extensional de los modos de interpretar predicados, tal como ocurre usualmente en las definiciones de consecuencia lógica de naturaleza tarskiana.

desde un lenguaje con recursos cuantificacionales suficientes como para abarcar toda interpretación intuitiva. El que exista la posibilidad de que haya un argumento de K a X , compuesto de oraciones de un L cuya semántica se define por medio de la teoría estándar de modelos, tal que *todos los modos de interpretar* dentro de la teoría de modelos en que son verdaderas cada uno de los integrantes de K , son también modos de interpretar en las que X es verdadera, pero tal que resulte que hay una interpretación intuitiva que hace verdaderos a todos los miembros K y falsa a X , no es un problema que surja porque el concepto de *consecuencia intuitivo* es modal y no es posible salvar el salto de lo general a lo modal: es un problema que surge porque no hay cuantificadores con recursos suficientes como para representar todos los modos intuitivos de interpretar fórmulas.

Claro, es estrictamente cierto que el único argumento que nos garantiza que haya tantos modos de interpretar conjuntistas como intuitivos utiliza, como hemos visto, los resultados de Kreisel. Y este resultado se aplica sólo a teorías para las cuales se cumple el Teorema de Completitud. El intento de Ray pretende aplicarse a cualquier lenguaje: en particular, a lenguajes en los que se puede formular teorías en las que no valga el mencionado teorema. Sin embargo, el problema está *más* relacionado con la cuestión de si es posible ofrecer un análisis de un concepto informal en términos de otro formal, por medio de una teoría que cuente con cuantificadores suficientemente generales como para hablar de todo modo intuitivo de interpretar expresiones, que con la cuestión de si el concepto informal tiene características modales.

En suma, es cierto que las estrategias del tipo de la de Ray no logran ser concluyentes al intentar mostrar argumentativamente que el concepto tarskiano de *consecuencia* capta los rasgos modales del concepto intuitivo de *consecuencia*. Para serlo, deberíamos contar con cuantificadores suficientemente generales como para poder hablar de *toda interpretación*. Sin tales recursos, sólo hay garantías que si $K \vDash_t X$, entonces $K \vDash_{\text{int}} X$,

brindadas por la completitud, cuando K y X son parte de un lenguaje de primer orden. En lo que respecta a lenguajes con más recursos expresivos, donde falla la completitud, el argumento de Williamson parece mostrar que tal cosa no es posible. De esta manera, he argumentado, que el problema, es acerca de la adecuación extensional de todo análisis del concepto de *interpretación* que utilice recursos cuantificacionales para lenguajes de orden superior suficientemente expresivos como para tener predicados diagonales. Al hacerlo, espero haber dado buenos motivos para considerar que no se trata de un problema acerca del salto desde lo general a lo modal.

Un punto final me gustaría destacar. También es importante advertir que el resultado al que hemos llegado no muestra que no sea posible siempre representar de alguna manera (incluso de alguna manera conjuntista) un modo de interpretar intuitivo, utilizando la posibilidad de extender de manera indefinida los modos conjuntistas de interpretar: o bien generando una jerarquía infinita de entidades conjuntistas “cada vez más grandes”, como clases, hiperclases, hiperhiperclases, o bien recurriendo a algún principio de reflexión⁴⁸ o bien ampliando indefinidamente el universo conjuntista, renunciando a la posibilidad de que exista una extensión definida para el concepto de *conjuntos* y por lo tanto, para el concepto de *dominio*. Lo que muestra es, en cambio, que las estrategias del tipo de la de Ray no están bien encaminadas como réplica a la objeción de Etchemendy.

⁴⁸ El principio de reflexión dice que cualquier colección de oraciones verdaderas en una estructura con una clase propia como dominio es verdadera también en una estructura con un conjunto como dominio. Cfr Shapiro (1987) para un panorama sobre la aceptación de las distintas versiones de este principio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARRIO, E. “Consecuencia Lógica: modelos conjuntistas y aspectos modales”. *Revista de Filosofía*, v. 31, n. 2, pp. 203-220, 2006.
- . “Modelos, Autoaplicación y Máxima Generalidad”. *Theoria*, v. 22, n. 59, pp. 133-152, 2007.
- BAYS, T. “On Tarski On Models”. *Journal of Symbolic Logic*, 66, pp. 1701-1726, 2001.
- ETCHEMENDY, J. *The Concept of Logical Consequence*. Cambridge: Harvard University Press, 1990.
- . “Tarski’s on Truth and Logical Consequence”. *Journal of Symbolic Logic*, v. 53. n. 1, pp. 51-79, 1988.
- . “Reflexions on Consequence”. (Inédito)
www.csl.stanford.edu/hp/etchemendy.html
- GARCÍA CARPINTERO, M. “The Grounds for Model-theoretic Account of the Logical Properties”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 34, pp. 107-131, 1993.
- GÓMEZ TORRENTE, M. “Tarski on Logical Consequence”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 37, pp. 125-151, 1996.
- . “On a Fallacy Attributed to Tarski”. *History and Philosophy of Logic*, 19, pp. 227-234, 1998.
- . *Forma y Modalidad*. Buenos Aires: EUDEBA, 2002.
- . “Interpretaciones y Conjuntos”. (Inédito)
- HANSON, W. “The concept of Logical Consequence”. *The Philosophical Review*, v. 106, n. 3, pp. 365-409, 1997.

- . “Ray on Tarski on Logical Consequence”. *Journal of Philosophical Logic*, 28, pp. 605-616, 1999.
- HART, W. “Critical Notices of John Etchemendy. The Concept of Logical Consequence”. *Philosophical Quarterly*, 41, pp. 488-493, 1991.
- JANÉ, I. “Theoremhood and Logical Consequence”. *Theoria*, 12, pp. 139-160, 1997.
- JACQUETTE D. (ed.). *A Companion to Philosophical Logic*. London: Blackwell, 2004.
- KREISEL, G. “Informal Rigour and Completeness Proofs”. In: I. Lakatos (comp.) (1967), pp. 78-94.
- LAKATOS, I. (comp.). *Problems in the Philosophy of Mathematics*. Amsterdam: North-Holland, 1967.
- LINNEBO, O. “Set, Properties and Unrestricted Quantification”. In: Rayo, A., Uzquiano, G. (eds.) (2006), pp. 149-178.
- MCGEE, V. “Two Problems with Tarski’s Theory of Consequence”. *Proc. of the Arist. Society*, 92, pp. 273-292, 1992.
- MORETTI, A., HURTADO, G. (eds.). *La Paradoja de Orayen*. Buenos Aires: EUDEBA, 2003.
- ORAYEN, R. “Una paradoja en la semántica de la teoría de conjuntos”. In: Moretti, A., Hurtado, G. (eds.) (2003), pp. 35-59.
- PÉREZ-OTERO, M. “A Fallacy about the Modal Status of Logic”. *Dialéctica*, 55, pp. 9-27, 2001.
- RAY, G. “Logical Consequence: A Defense of Tarski”. *Journal of Philosophical Logic*, 25, pp. 617-677, 1996.

- RAYO, A., UZQUIANO G. (eds.). *Absolute Generality*. Oxford: Oxford University Press, 2006.
- SCHIRN, M. (ed.). *The Philosophy of Mathematics Today*. Oxford: Oxford University Press, 1998.
- SHAPIRO, S. “Principles of Reflexion and Second Order Logic”. *Journal of Philosophical Logic*, 40, pp. 309-333, 1987.
- . “Logical Consequence: Models and Modality”. In: Schirn, M. (ed.) (1998), pp. 131-156.
- . “Necessity, Meaning, and Rationality: The Notion of Logical Consequence”. In: D. Jacquette (ed.) (2004), pp. 227-240.
- SHER, G. “Did Tarski Commit ‘Tarski’s Fallacy’”. *The Journal of Symbolic Logic*, 61, pp. 653-686, 1996.
- TARSKI A. “On the Concept of Logical Consequence” [1936]. Repr. in A. Tarski (1983), pp. 409-420.
- TARSKI, A. *Logic, Semantics, Metamathematics* Indianapolis: Hackett, 1983.
- WILLIAMSON, T. “Everything”. *Philosophical Perspectives*, 17, pp. 415-465, 2004.