CDD: 511.3

AMBIGUIDADES INDUTIVAS, PARACONSISTÊNCIA, PARACOMPLETUDE E AS DUAS ABORDAGENS DA INDUÇÃO[1]

RICARDO SOUSA SILVESTRE

Universidade Federal do Ceará
Campus Cariri: Av. Castelo Branco 150
63030-200 JUAZEIRO DO NORTE, CE
BRAZIL

ricardo@lia.ufc.br

Resumo: O objetivo desse artigo é realizar o que podemos chamar de uma análise conceitual da noção de indução, tomando como ponto de partida o problema das *ambigüidades indutivas*. Tentaremos mostrar que existe não apenas uma, mas duas maneiras igualmente autênticas de lidar com o problema das ambigüidades indutivas, e que quando certos aspectos lógicos dos dois conceitos de *plausibilidade* oriundos dessas duas abordagens da indução são considerados, muito da controvérsia a respeito das ambigüidades indutivas é dissolvido. Dentre tais aspectos está uma suposta relação entre essas duas noções indutivas de plausibilidade e os conceitos de *paraconsistência* e *paracompletude*. Nossa análise é materializada, por assim dizer, em uma lógica modal paraconsistente e paracompleta capaz de dar conta dos aspectos mais básicos dessas duas abordagens da indução bem como dos dois conceitos de plausibilidade delas oriundos. Na exemplificação do tipo de controvérsia o qual estamos nos referindo, bem como a solução que estamos propondo, nos detalharemos sobre uma das mais ilustres instâncias do problema das inconsistências indutivas: o *paradoxo da loteria*.

Palavras-chave: Ambiguidades indutivas. Paraconsistência. Paracompletude. Paradoxo da loteria. Logica modal paranormal.

[1] Esse artigo é uma versão estendida da conferência intitulada "*The Two Approaches to Induction*" apresentada no VI Congresso da *International Society for the History of Philosophy of Science* (HOPOS), realizado entre os dias 14 e 18 de Junho de 2006 em Paris, França.

Abstract: The purpose of this paper is to undertake a conceptual analysis of the notion of induction, taking as starting-point the problem of inductive ambiguities. We shall try to show that there is not only one, but two equally authentic ways of dealing with the problem of inductive ambiguities, and that when certain logical aspects of the two plausibility concepts that arise from these two approaches to induction are considered, much of the controversy about the inductive ambiguities disappears. Among such aspects is a relation that supposedly exists between these two notions of inductive plausibility and the concepts of paraconsistency and paracompleteness. Our analysis is materialized, so to speak, in a paraconsistent and paracomplete modal logic able to deal with the most basic aspects of these two approaches to induction. In exemplifying the kind of controversy we are talking about, as well as the solution we are proposing, we shall focus on one of the noblest instances of the problem of inductive inconsistencies: the lottery paradox.

Key-words: Inductive ambiguities. Paraconsistency. Paracompleteness. Paradox of lottery. Paranormal modal logic.

1. INTRODUÇÃO

Grosso modo, o problema das ambigüidades indutivas pode ser descrito como a possibilidade de, a partir de um conjunto consistente de premissas, indutivamente inferir conclusões contraditórias. Muito da literatura filosófica sobre o problema das ambigüidades indutivas está ligado ao problema da explicação científica e ao trabalho pioneiro de Carl Hempel (1965). Podemos porém encontrar referências a esse problema em diversos outros contextos, inclusive em discussões mais gerais sobre o raciocínio indutivo dentro e fora da literatura filosófica oficial[2]. Para ilustrar tal problema, consideraremos aqui o chamado *paradoxo da loteria*.

Introduzido por Henry Kyburg (1961), o paradoxo da loteria surge como uma conseqüência da tentativa de se obter crenças racionais a partir de regras numérico-probabilísticas. Uma das maneiras mais imediatas de se fazer isso é utilizando alta probabilidade como critério de aceitação:

[2] Hempel (1960), Israel (1980), Perlis (1987) e Gabbay et al (1991), por exemplo.

> A hipótese *h* é racionalmente aceita sss existir uma evidência *e* tal que $P(h,e) \geq 0.9$ (ou algum outro valor alto)[3].

Considere agora uma loteria justa com 1.000 bilhetes. Como a probabilidade de que o bilhete n° 1 não será o bilhete sorteado é de 0,999, podemos racionalmente aceitar a hipótese "o bilhete n° 1 não ganhará." O mesmo é obviamente válido para todos os outros bilhetes: "o bilhete n° 2 não ganhará," "o bilhete n° 3 não ganhará," ... , "o bilhete n° 1.000 não ganhará" são todas hipóteses racionalmente aceitas. Mas se α e β são racionalmente aceitas, é razoável que $\alpha \wedge \beta$ também seja racionalmente aceita. Assim, nós teremos que a sentença "o bilhete n° 1 não ganhará e o bilhete n° 2 não ganhará e ... e o bilhete n° 1.000 não ganhará" deverá também ser racionalmente aceita. Conseqüentemente, nós temos que aceitar como racional a hipótese de que não haverá vencedores em uma loteria que inicialmente supomos ser administrada de forma justa, o que obviamente caracteriza uma contradição.

Dentre os problemas existentes na literatura que, de uma forma ou de outra, podem ser tomados como variações do paradoxo da loteria podemos mencionar o *paradoxo do prefácio*[4], o paradoxo do guarda do zoológico (*the paradox of the zookeeper*)[5] e o problema da *introspecção do raciocínio indutivo*[6]. Todos esses problemas apontam para o fato já evidenciado por diversos teóricos[7] de que o problema das ambigüidades indutivas não se deve às características particulares da situação na qual o paradoxo em questão é apresentado, ou ao formalismo usado na sua solução, mas sim

---

[3] P(h,e) representa a probabilidade condicional da hipótese *h* dado a evidência *e*.

[4] Makinson (1965).

[5] Perlis (1987).

[6] Kyburg (1997) e Israel (1980).

[7] Hempel (1960), Perlis (1987), Gabbay et al (1991) e Silvestre et al (2005), por exemplo.

(com o perdão da palavra) à essência mesma do raciocínio indutivo. Em outros termos, ao invés de ser uma anomalia a ser diagnosticada e resolvida, o aparecimento de contradições é na verdade uma característica natural e inevitável do raciocínio indutivo.

Iremos nesse artigo realizar o que podemos chamar de análise conceitual da noção de indução através do exame de certas conseqüências que parecem surgir quando aceitamos a tese de que o aparecimento de inconsistências é um companheiro inseparável do raciocínio indutivo. Para tal, tomando como estudo de caso e ponto de partida o paradoxo da loteria, tentaremos extrair algumas lições filosóficas sobre a natureza do raciocínio indutivo e das ambigüidades indutivas. Isso será feito na próxima seção. Entre as lições filosóficas a serem extraídas, a principal é a de que existe não apenas uma, mas duas maneiras igualmente autênticas de lidar com o problema das ambigüidades indutivas: o que chamamos de a *abordagem crédula* e a *abordagem cética* da indução. Isso está descrito na seção 3. Na seção 4 expandiremos essa tese ao introduzir duas noções de *plausibilidade* correspondentes à cada uma das duas abordagens acima mencionadas. Na seção 5, em face do que concluímos anteriormente, estabeleceremos a paraconsistência e a paracompletude como propriedades essenciais da plausibilidade crédula e da plausibilidade cética, respectivamente. Na seção 6 mostraremos como uma lógica da plausibilidade indutiva deve se comportar, e finalmente na seção 7 faremos alguns comentários finais sobre o artigo.

2. UM EPISÓDIO CONTROVERSO NA HISTÓRIA DA FILOSOFIA DA CIÊNCIA

Entre as várias soluções propostas para o paradoxo da loteria, dois caminhos têm sido particularmente influentes[8]. O primeiro caminho,

[8] A exposição que faremos aqui das soluções propostas para o paradoxo da loteria inevitavelmente pecará pela sua incompletude. Para uma excelente descrição da história do paradoxo da loteria veja Wheeler (2007).

adotado por exemplo por Jaakko Hintikka (1966), John Pollock (1987) e R. Stalnaker (1984), é o de restringir o poder inferencial de nossas regras indutivas impedindo conclusões contraditórias de serem inferidas. No caso do paradoxo, isso significa que, apesar de a probabilidade da hipótese "o bilhete n° j perderá" ser maior do que 0,9, não podemos concluir que ela é racionalmente aceita, mesmo que a nossa regra de aceitação assim o estipule, pois se assim o fizermos obteremos uma contradição.

A principal objeção contra esse tipo de solução diz respeito à tática de se usar o critério de aceitação em certas circunstâncias, mas em outras não. Em primeiro lugar, restringir o uso de certas regras de inferência em uma situação específica baseado simplesmente na justificativa de que esse uso gera uma contradição é um recurso pragmático, e portanto alienígena ao caráter eminentemente lógico do problema. Segundo, agindo dessa forma ficamos privados de conclusões que, exatamente de acordo com as regras indutivas que, por uma razão ou outra, decidimos usar, são tão autênticas e plausíveis quanto as demais.

Curiosamente, essa objeção à solução de simplesmente negar o status de conclusões indutivas autênticas à conclusões contraditórias está implicitamente presente no primeiro trabalho a apresentar esse tipo de solução para o problema das ambigüidades indutivas. Trata-se do artigo histórico "*Studies in the logic of confirmation*" (Estudos sobre a lógica da confirmação) de Hempel (1945). Entre as condições de confirmação apresentadas por Hempel no mencionado artigo, uma tem sido particularmente controversa: "(8.32) A menos que um enunciado observacional seja auto-contraditório, ele não pode ser tomado com confirmação para hipóteses mutuamente contraditórias." (Hempel 1945, p. 105) Muito embora contemporâneos de Hempel como Rudolf Carnap (1950, pp. 476-478), Karl Popper (1959, p. 374) e Paul Feyerabend (1962, p. 28-97) tenham criticado a validade de (8.32), a primeira objeção à ela é dada pelo próprio Hempel, logo após a citação acima:

> O primeiro desses corolários será certamente aceito; o segundo [condição 8.3] entretanto ... talvez seja visto como impondo uma restrição por demais severa. Pode ser levantado, por exemplo, que um conjunto finito de medições da variação de uma magnitude física, x, com outra, y, pode se conformar a, e isto pode ser tomado como confirmação de, várias hipóteses diferentes sobre a função matemática particular através da qual a relação entre x e y é expressa; mas tais hipóteses são incompatíveis, pois para no mínimo um valor de x elas atribuem valores diferentes de y. (Hempel 1945, p. 105)

Na prática, e voltando ao paradoxo da loteria, o que o trecho acima quer dizer é que a inferência da aceitabilidade de "o bilhete n° 1 não ganhará", "o bilhete n° 2 não ganhará", etc, parece ser um aspecto essencial da aplicação do raciocínio indutivo no contexto do paradoxo da loteria. De uma forma mais geral, isso desemboca na objeção de que evitar contradições bloqueando certas conclusões indutivas tem como conseqüência inevitável que o sistema resultante não modela nada parecido com indução: de forma a evitar contradições, corre-se o risco de restringir o raciocínio indutivo a uma mera redescrição das evidências[9].

Uma maneira de evitar isso e satisfazer o desejo intuitivo de aplicar nossas regras de inferência indutivas indiscriminadamente, é concluir cada uma das 1.000 hipóteses mas não permitir o uso do principio da conjunção na conclusão de "o bilhete n° 1 não ganhará e o bilhete n° 2 não ganhará e ... e o bilhete n° 1.000 não ganhará." Em outras palavras, permitimos a inferência de conclusões mesmo no caso de elas serem contraditórias, mas invalidamos o que podemos chamar de *princípio indutivo da conjunção*, isto é, o princípio que diz que se α e β podem ser concluídas a partir de nossas regras indutivas, então $\alpha \wedge \beta$ também pode. Essa posição tem sido defendida principalmente por Kyburg (1964, 1970, 1997), mas também por outros como Kevin Korb (1992) e G. Harman (1967). Esse é o segundo caminho que mencionamos no início da seção.

---

[9] Esse ponto é feito por Kyburg (1970).

Uma objeção imediata à essa solução é questionar a decisão de se abolir o princípio indutivo da conjunção. De acordo com alguns, como por exemplo Keith Lehrer (1970) e Johathan Cohen (1989), o princípio indutivo da conjunção é um princípio intuitivo e necessário do raciocínio indutivo cuja eliminação acarretaria o mesmo tipo de objeção que mencionamos anteriormente contra a primeira alternativa: que o sistema resultante falhará em capturar os aspectos essenciais do raciocínio indutivo. Não por acaso, muito da discussão a respeito do paradoxo da loteria tem se concentrado na necessidade ou não do princípio da conjunção para o raciocínio indutivo.

Uma outra objeção contra essa segunda solução, mencionada por exemplo por Kyburg (1997), é que, mesmo que concordemos com a abolição do princípio indutivo da conjunção e permitamos a inferência de conclusões contraditórias, ainda temos que lidar com o princípio da explosão (também conhecido como *ex falso quodlibet*), que diz que de duas sentenças contraditórias pode-se deduzir tudo (em símbolos: $\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$, para qualquer β.) Isso é importante pois o desejo de se abolir o princípio indutivo da conjunção evidencia um desconforto completamente compreensível em se ter enunciados do tipo $\alpha\wedge\neg\alpha$. Mas se considerarmos que uma das causas óbvias desse desconforto é o fato de que a partir de $\alpha\wedge\neg\alpha$ pode-se deduzir tudo, a simples supressão do principio da conjunção não é suficiente para resolver o problema, visto que o princípio da explosão independe de tal princípio.

3. AS DUAS ABORDAGENS DA INDUÇÃO

Os dois tipos de caminhos mencionados na seção anterior instanciam o que pode-se considerar como as duas posições mais gerais que podemos adotar diante das ambigüidades indutivas. Enquanto que a primeira adota uma postura rígida ou cética, rejeitando tais ambigüidades como pertencentes à classe das conclusões indutivas autênticas, a segunda adota uma postura tolerante ou crédula, aceitando incondicionalmente toda e qualquer conclusão indutiva, mesmo nos casos onde elas levam à ambigüidades. Se concordarmos que o fenômeno das ambigüidades indutivas é uma característica essencial do raciocínio indutivo, teremos então duas abordagens gerais de como se comportar perante às possíveis conclusões oriundas do uso do raciocínio indutivo. Chamaremos essas duas abordagens, respectivamente, de a *abordagem cética* da indução e a *abordagem crédula* da indução.

Para melhor entender essas duas abordagens, considere a seguinte situação. Seja K um conjunto consistente de enunciados. Supondo a existência de um mecanismo indutivo de inferência (fechado sobre a dedução) a ser aplicado aos membros de K, chamamos cada conjunto consistente maximal de conclusões obtidas a partir da aplicação dessas regras à K de uma *extensão*. Os casos onde temos mais de uma extensão obviamente correspondem à existência de ambigüidades. Agora, independente da natureza de K ou das nossas regras indutivas, nesses casos nós temos no mínimo duas alternativas ao nosso dispor. A primeira é rejeitar quaisquer conclusões contraditórias e aceitar como corretas ou autênticas apenas aquelas conclusões que pertencerem à *interseção* de todas as extensões. Isso é o que chamamos de uma abordagem cética para o problema. A outra alternativa é aceitar todas as conclusões, independentemente de suas relações lógicas com as conclusões de outras extensões, e considerar como conclusões autênticas todos os enunciados que pertençam à *união* de todas as extensões. Essa seria nossa abordagem crédula da indução[10].

[10] O leitor familiarizado com a literatura de lógica não monotônica deve ter notado não só a semelhança terminológica mas também que a própria idéia de duas abordagens possíveis para o raciocínio indutivo já está implicitamente presente em diversos autores de Inteligência Artificial. Digo implicitamente pois os termos "abordagem cética" e "abordagem crédula" têm sido comumente associados à classificações de formalismos para o raciocínio do senso comum, ao invés de ao raciocínio indutivo propriamente dito como estamos fazendo aqui. Ver McDermott (1982) e Makinson (1994).

De acordo com o cenário acima exposto, trivialmente na abordagem crédula não há lugar para o princípio da conjunção. Devido ao fato dessa abordagem aceitar a união de todas as extensões, o caso onde há mais de uma extensão implica a existência de conclusões contraditórias, e portanto a impossibilidade de conjugar toda e qualquer conclusão indutiva. Já na abordagem cética, como apenas conclusões não conflitantes são aceitas, não há problema algum em se usar o princípio da conjunção.

No que se refere à disputa descrita na seção anterior, a questão de qual dessas duas alternativas é a solução correta (ou mais correta) para o paradoxo da loteria é equivalente à questão de qual das duas abordagens da indução é a melhor ou mais correta. Aqui nos parece óbvio que, quando visto em termos de regras de inferências indutivas e extensões, e quando todos os argumentos são considerados, uma posição que defenda qualquer uma das duas abordagens em detrimento da outra inevitavelmente deixará aspectos importantes do raciocínio indutivo de fora e inevitavelmente entrará nos domínios da arbitrariedade. Por exemplo, enquanto que a abordagem cética contempla justamente o princípio indutivo da conjunção, ela falha em levar em conta as conclusões que, a despeito de serem contraditórias, foram obtidas de acordo com as mesmas regras de inferência a partir das quais as demais conclusões (não contraditórias) foram obtidas. Por outro lado, enquanto que a posição crédula já resolve esse problema, ela, também de forma *ad hoc*, rejeita o princípio indutivo da conjunção, e na verdade, de acordo com as versões por nós analisadas, falha em resolver um problema talvez maior que é o do princípio da explosão.

Dado esse, digamos, empate, uma posição talvez mais promissora seria a de considerar as abordagens cética e crédula não mais como rivais uma da outra, mas como duas maneiras naturais e complementares de lidar com as ambigüidades indutivas de uma forma mais restrita, e com o raciocínio indutivo de uma forma mais geral. Fazendo assim, conservaríamos as características positivas de cada uma das abordagens ao mesmo tempo em que escaparíamos das críticas oriundas de considerar apenas uma abordagem em separado. Obviamente que a defesa de tal proposta requer uma análise mais refinada dos conceitos envolvidos, principalmente no que se refere aos aspectos lógicos dessas duas posições e ao problema relacionado com o princípio da explosão presente na abordagem crédula. Nosso objetivo nas próximas seções é então realizar tal análise e ver até que ponto esse novo caminho pode ser levado adiante.

4. DUAS ABORDAGENS DA INDUÇÃO, DUAS NOÇÕES DE PLAUSIBILIDADE

Se considerarmos que podemos efetivamente inferir novas conclusões indutivamente, é natural que qualifiquemos tais conclusões e assim as distinguamos de conclusões não indutivas[11]. A atitude corriqueira em filosofia tem sido usar alguma noção de probabilidade para realizar essa tarefa, de forma que o que concluímos a partir do uso de alguma regra de inferência indutiva é não α pura e simples, mas a probabilidade de α. Para distinguir esse tipo de probabilidade de outras noções de probabilidade e em particular de sua noção de probabilidade lógica, Carnap (1950) chamou tal noção de *probabilidade pragmática*. Usaremos aqui o (de certa forma menos controverso) termo "*plausibilidade*", de forma que o que chamamos até agora de conclusões indutivas será referenciado como conclusões, hipóteses ou simplesmente enunciados plausíveis. Para distinguir a noção de plausibilidade que estamos usando aqui dos demais

[11] A qualificação contida no início da frase é importante, pois de acordo com a escola que até meados da década de 80 dominou as investigações filosóficas sobre indução – a escola de probabilidade lógica tradicionalmente associada à Rudolf Carnap – nada pode ser inferido a partir da relação indutiva que por ventura exista entre hipótese e evidência. Por razões de espaço, não iremos considerar aqui a disputa filosófica entre essa posição e a adotada por nós. Ver no entanto Silvestre (2005).

conceitos de plausibilidade presentes na literatura filosófica, também iremos usar a expressão "*plausibilidade indutiva*"[12].

Dentro desse quadro conceitual, o que temos chamado até agora de ambigüidades indutivas consiste basicamente em pares de enunciados do tipo "é plausível que α" e "é plausível que $\neg\alpha$." E o que temos chamado de princípio indutivo da conjunção consiste na necessidade de, a partir de "é plausível que α" e "é plausível que β," concluirmos "é plausível que $\alpha\wedge\beta$." O mais importante porém é que, se aceitarmos a existência das duas abordagens da indução mencionadas na seção anterior, concluiremos que devemos lidar não apenas com uma, mas com duas noções de plausibilidade: o que chamaremos a partir de agora de *plausibilidade cética* e *plausibilidade crédula*.

Um ponto fundamental da dicotomia por nós aqui proposta é que, dada uma situação K expressa na forma de enunciados pertencentes à uma dada linguagem e um conjunto qualquer de regras de inferência indutivas R, antes de falarmos sobre que conclusões podemos obter a partir da aplicação de R sobre K, temos que decidir que abordagem iremos usar: se a abordagem cética ou crédula. Usando a primeira, diremos que α é plausível de acordo com uma abordagem cética, ou simplesmente que α é ceticamente plausível; usando a segunda diremos que α é plausível de acordo com uma abordagem crédula, ou simplesmente que α é credulamente plausível.

Na tentativa de tornar o nosso modelo de extensões um pouco mais, digamos semântico, considere cada extensão como sendo um *mundo plausível*, e cada fórmula α pertencente à uma extensão como sendo um enunciado verdadeiro no respectivo mundo plausível. Sendo assim, α será ceticamente plausível se e somente se α for verdade em todos os mundos plausíveis, e credulamente plausível se e somente se α for verdade em ao menos um mundo plausível. Vale a pena notar que, por conta

12 Sobre os principais usos que o termo "plausibilidade" tem tido dentro e fora da literatura filosófica ver Silvestre (2005, capítulo 2).

da definição de extensão dada anteriormente, todo mundo plausível é consistente.

A relevância conceitual dessa nomenclatura é que o que se espera que um determinado conjunto de regras indutivas crie são mundos ou cenários plausíveis, isto é, estados de coisas (maximais ou não) que não apenas possam ser o caso, mas que, de um ponto de vista racional, tenham boas "chances" (não necessariamente de um ponto de vista frequentista) de serem o caso, ou simplesmente possuam evidências que nos levem a crer que eles são o caso. Assim, temos que todo mundo plausível é um mundo possível, mas nem todo mundo possível é um mundo plausível. O ponto relevante aqui é que, contrariamente a mundos possíveis, o que estamos chamando de mundos plausíveis são literalmente criados pelas regras de inferências indutivas ao nosso dispor[13].

Aplicando esse quadro conceitual ao paradoxo da loteria e traduzindo aceitação racional em termos de plausibilidade, teremos a existência de no mínimo 1.000 mundos plausíveis, sendo que todos os enunciados da forma "o bilhete n° j não ganhará", para 1≤j≤1.000, serão verdade no mundo n° 1, com exceção de "o bilhete n° 1 não ganhará"; todos os enunciados da forma "o bilhete n° j não ganhará", para 1≤j≤1.000, serão verdade no mundo n° 2, com exceção do enunciado "o bilhete n° 2 não ganhará,"; e assim por diante. O enunciado "a loteria é justa" será verdade em todos os mundos plausíveis. Diferentemente da maneira como o problema tem sido visto tradicionalmente, agora somos forçados a escolher uma das duas abordagens antes de efetivamente concluirmos qualquer coisa a respeito da plausibilidade das nossas hipóteses.

Fazendo isso, todo o conflito exposto anteriormente desaparece. Se usarmos a abordagem crédula, concluiremos para cada um dos 1.000 bilhetes que é (credulamente) plausível que o bilhete n° j não ganhará,

[13] Sobre a relação formal entre possibilidade, plausibilidade e regras indutivas ver Buchsbaum et al (2007).

visto que cada um desses enunciados é verdade em no mínimo um mundo plausível. Já se usarmos a abordagem cética, dada a situação de conhecimento corrente, não poderemos concluir nada a respeito do resultado da loteria, pois não há nenhum enunciado da forma "o bilhete n° j não ganhará" que seja verdade em todos os mundos plausíveis. Note que também não podemos concluir a plausibilidade cética de nenhum enunciado da forma "o bilhete n° j ganhará". Assim temos que, de acordo com a abordagem cética, a plausibilidade do enunciado "bilhete n° j não ganhará" e a plausibilidade do enunciado "o bilhete n° j ganhará" são ambas falsas. Similarmente, de acordo com a abordagem crédula, a plausibilidade do enunciado "bilhete n° j não ganhará" e a plausibilidade do enunciado "o bilhete n° j ganhará" são ambas verdades. Voltaremos a esse ponto na próxima seção.

Sobre a controvérsia a respeito do princípio indutivo da conjunção, temos que ela também se dissolverá dentro desse quadro conceitual. Se "α é ceticamente plausível" é verdade e "β é ceticamente plausível" também é verdade, então é por que α e β são verdade em todos os mundos plausíveis. Mas se isso é o caso, dada a definição de mundo plausível, $\alpha \wedge \beta$ trivialmente também será verdade em todos os mundos plausíveis, o que faz com que "$\alpha \wedge \beta$ é ceticamente plausível" também seja verdade. Isso obviamente quer dizer que o princípio indutivo da conjunção é válido na abordagem cética. Por outro lado, "α é credulamente plausível" e "β é credulamente plausível" indicam apenas que α é verdade em no mínimo um mundo plausível, digamos w_1, e β é verdade em no mínimo um mundo plausível, digamos w_2. Isso no entanto não implica que $\alpha \wedge \beta$ também seja verdade em um mundo plausível, pois nada garante que $w_1 = w_2$. Assim, o princípio indutivo da conjunção não é válido na abordagem crédula.

Ao avaliar no final da seção anterior os prós e contras de cada uma das duas abordagens, dissemos que enquanto que a abordagem cética contempla justamente o princípio indutivo da conjunção mas falha em levar em conta as conclusões contraditórias, a posição crédula resolve esse problema mas falha ao rejeitar o princípio indutivo da conjunção. A razão de dizermos que a nossa proposta dissolve a controvérsia sobre a validade do princípio indutivo consiste em primeiro lugar em aceitar como fidedignas as duas abordagens da indução, mas também em eliminar o caráter *ad hoc* de falta de justificativa de por que na abordagem cética o princípio da indução é válido, mas na abordagem crédula não.

5. PLAUSIBILIDADE, PARACONSISTÊNCIA E PARACOMPLETUDE

Em seções anteriores, mencionamos que, para ser minimamente satisfatória, a abordagem crédula tem de lidar com o princípio que diz que a partir de uma contradição pode-se inferir tudo. Considerando o exposto na seção anterior, as contradições às quais a abordagem crédula diz respeito são basicamente pares de sentenças do tipo "α é credulamente plausível" e "$\neg\alpha$ é credulamente plausível." Pergunta-se então: Será que é razoável manter que contradições desse tipo satisfaçam o princípio da explosão?

É de Nicholas Rescher (1980) a valiosa distinção entre *contradição ontológica* e *contradição epistêmica*. Enquanto que, por exemplo, uma situação onde afirma-se de um objeto que ele possui e não possui a mesma propriedade caracterizaria uma contradição ontológica, uma situação onde, digamos, se crê que um objeto possui uma propriedade e também se crê que ele não possui essa mesma propriedade seria um exemplo de uma contradição epistêmica[14].

O ponto que nos interessa aqui é que, enquanto que é compreensível uma certa cautela em relação às contradições ontológicas e que elas efetivamente satisfaçam o princípio da explosão, as contradições episte-

[14] Enquanto que o primeiro tipo de contradição pode ser classificado como uma contradição *do* mundo, o segundo seria uma contradição do nosso conhecimento *sobre* o mundo.

mológicas não deveriam representar nenhum tipo de "perigo lógico." Como crenças e outros conceitos epistêmicos estão sempre sujeitas à revisão, é de se esperar que na presença de novas informações um dos pares de uma contradição epistêmica possa ser reconsiderado e a contradição, por assim dizer, se resolva. Isso obviamente sugere uma certa tolerância no que se refere às contradições epistêmicas, o que obviamente exige um relaxamento do princípio da explosão; que por sua vez exige que contradições epistêmicas sejam tratadas *paraconsistentemente*[15]. Como as inconsistências advindas da nossa plausibilidade crédula são obviamente contradições espitêmicas, parece razoável que uma lógica da plausibilidade crédula seja paraconsistente, o que então automaticamente resolveria o problema do princípio da explosão.

Kyburg (1997) foi o primeiro a considerar a possibilidade de utilizar a lógica paraconsistente para resolver o paradoxo da loteria. O nosso ponto aqui porém é mais geral do que o mero uso de uma lógica paraconsistente na representação das conclusões indutivas. Primeiramente, nos parece legítimo a extensão do conceito de paraconsistência de forma que ele se aplique não apenas a sistemas lógicos (ou negações), mas também a conceitos: dizemos que um conceito é paraconsistente se o processo de reconstruí-lo logicamente exigir uma lógica paraconsistente. Claro que os critérios de quando um determinado conceito exige ou não tal tipo de lógica dependeriam de fatores intrínsecos ao próprio processo de reconstrução em questão. No entanto, se aceitarmos como um desses critérios o de que o nosso *explicatum* deva ser útil na solução dos problemas tradicionalmente relacionados com o *explicandum*[16], então nos parece razoável afirmar que o conceito de plausibilidade crédula é um conceito paraconsistente.

---

[15] Um dos primeiros teóricos a enfatizar esse ponto foi Tarcísio Pequeno (1991).

[16] Isso é o critério carnapiano de que o *explicatum* deve ser frutífero (*fruitiful*). Ver Carnap (1950).

Essa paraconsistência já está de certa forma presente no nosso modelo de mundos plausíveis. Como "α é credulamente plausível" é verdade se e somente se existir no mínimo um mundo plausível onde α seja verdade, temos que um conjunto de mundos plausíveis onde existe um mundo no qual α é verdade e um outro no qual $\neg\alpha$ é verdade tornaria ambas as sentenças "α é credulamente plausível" e "$\neg\alpha$ é credulamente plausível" verdade sem em princípio implicar nenhuma trivialização da teoria.

Note que o modelo de mundos plausíveis acima também contém uma particularidade com respeito à plausibilidade cética: ambos "α é ceticamente plausível" e "$\neg\alpha$ é ceticamente plausível" são falsos[17], o que parece evidenciar um aspecto conceitual sobre a plausibilidade cética semelhante ao que mencionamos acima sobre a plausibilidade crédula.

Tradicionalmente considera-se o que se convencionou chamar de *paracompletude* como a propriedade dual da paraconsistência: um sistema lógico é paracompleto quando ele permite que enunciados do tipo α e $\neg\alpha$ sejam ambos falsos[18]. Estendendo essa propriedade a conceitos da mesma forma que fizemos com a noção de paraconsistência, dizemos que um conceito é paracompleto se o processo de reconstruí-lo logicamente exigir uma lógica paracompleta. Como então há a possibilidade de, para qualquer α, que "α é ceticamente plausível" e "$\neg\alpha$ é ceticamente plausível" sejam ambos falsos, é razoável supor que devamos usar uma lógica paracompleta no tratamento da plausibilidade cética, o que nos autorizaria a classificar tal conceito como paracompleto.

---

[17] Isso foi mencionado na seção anterior quando aplicamos nosso modelo de mundos plausíveis ao paradoxo da loteria, e mostramos uma situação de mundos plausíveis do mesmo tipo da que aqui estamos considerando. Nela, enquanto que os enunciados "o bilhete n° j não ganhará" e "o bilhete n° j ganhará" são ambos verdadeiros de acordo com a abordagem crédula, os mesmos enunciados são ambos falsos de acordo com a abordagem cética.

[18] Loparic & da Costa (1984).

6. PARACONSISTÊNCIA, PARACOMPLETUDE E MODALIDADE

O leitor atento já deve ter concluído que a teoria acima descrita, se é que podemos chamá-la assim, possui fortes semelhanças com o quadro conceitual fornecido pela lógica modal tradicional: enquanto que nossos mundos plausíveis corresponderiam à mundos possíveis, o que chamamos até agora de plausibilidade cética e plausibilidade crédula corresponderiam aos operadores modais de necessidade e possibilidade, respectivamente. Isso pode nos levar a perguntar até que ponto as conclusões que fizemos referentes às propriedades de paraconsistência e paracompletude acima se aplicam aos conceitos modais tradicionais e à lógica modal de uma forma geral.

Para responder isso, definamos um pouco mais precisamente as noções de paraconsistência e paracompletude. Diremos primeiramente que uma negação paraconsistente é um operador unário que não satisfaz o princípio da explosão (em símbolos: para qualquer α, $\{\alpha,\neg\alpha\} \vdash \beta$, para todo β) e possui propriedades suficientes para ser classificado como negação; e que uma negação paracompleta é um operador unário que não satisfaz o princípio do terceiro excluído ($\vdash \alpha\vee\neg\alpha$) e possui propriedades suficientes para ser classificado como um negação. Assim, uma lógica paraconsistente será uma lógica contendo uma negação paraconsistente, e uma lógica paracompleta será uma lógica contendo uma negação paracompleta[19].

É preciso dizer antes de qualquer coisa que as semelhanças entre lógica paraconsistente e paracompleta, de um lado, e lógica modal, de outro, não é algo de modo algum novo. Afinal de contas, o primeiro sis-

[19] Dado o escopo desse artigo bem como a falta de consenso sobre o que efetivamente seja uma negação paraconsistente e paracompleta (principalmente no que se refere à uma caracterização positiva), essa nossa definição não deve ser vista como inserida em um contexto filosófico mais sério onde a natureza da negação esteja em pauta.

tema de lógica paraconsistente conhecido, a lógica discursiva de Jaskowski (1948), foi definida como um fragmento de S5. Mais importante para nós no entanto é o fato de que a negação intuicionista (que, de acordo com a nossa definição, é uma negação paracompleta) poder ser obtida em S4 derivadamente como $\Box\neg$, o que, de acordo com definição acima, nos permitiria classificar S4 como uma lógica paracompleta. A mesma coisa pode ser feita para se obter uma negação paraconsistente em S4 ou em qualquer outra lógica modal normal: apenas construa um operador derivado ~ como $\Diamond\neg$ e teremos um operador unário que não satisfaz o princípio da explosão ($\sim\alpha, \alpha \nvdash \beta$) e que tem propriedades suficientes para ser chamada de negação[20]. Assim, as lógicas modais normais também seriam paraconsistentes. Apesar de tudo isso não ser, como falamos, inteiramente novo[21], somente recentemente têm surgido trabalhos tentando relacionar de uma forma mais geral essas duas classes de lógicas[22].

Na base de tudo isso está a estrutura semântica da lógica modal explorada na interpretação de $\Box$ e $\Diamond$. O fato que "α é possível" e "$\neg\alpha$ é possível" poderem coexistir sem acarretar uma trivialização da teoria incorpora uma forma mais sutil de paraconsistência que alguns têm chamado de paraconsistência "de coração" (*hertian paraconsistency*)[23] ou paraconsistência conceitual[24]. De forma semelhante, o fato de poder existir um modelo onde nem $\Box\alpha$ nem $\Box\neg\alpha$ são verdadeiros nos autoriza a falar em uma paracompletude conceitual.

Veja que essas paraconsistência e paracompletude conceituais, conforme descrito acima, se aplicam exclusivamente aos conceitos de

[20] Béziau (2002).

[21] Essa idéia claro não é nova: ela foi muito explorada durante a década de 80. Ver por exemplo Dosen (1986) e Vakarelov (1989).

[22] Batens (2002), Béziau (2002, 2005), Marcos (2005), Silvestre (2006).

[23] Béziau (1999).

[24] Silvestre (2005).

possibilidade e necessidade conforme "formalizados" pelos operadores modais $\Diamond$ e $\Box$ em conjunto com uma negação clássica. Considerando, por exemplo, a negação derivada $\sim$ $(\Diamond\neg)$, nós já teríamos o que poderíamos chamar de uma *paraconsistência formal*, visto que aqui pode ser o caso de ambos α e $\sim\alpha$ serem verdade. De forma semelhante, a negação derivada $\approx$ $(\Box\neg)$, digamos, possui uma *paracompletude formal*, pois pode ser o caso de nem α nem $\approx\alpha$ serem verdade. Os conceitos ou, se preferir, os operadores modais de necessidade e possibilidade $\Box$ e $\Diamond$ poderiam ser ditos como possuindo as características de paracompletude e paraconsistência formais, respectivamente, caso houvesse uma negação $\neg$ tal que $\nvdash \Box\alpha \vee \neg\Box\alpha$ e, para algum α, $\neg\Diamond\alpha$, $\Diamond\alpha \vdash \beta$, para todo β, não fosse o caso.

7. NEGAÇÃO PARANORMAL MODALMENTE DEPENDENTE

Dado o exposto acima, é tentador concluirmos que o aparato da lógica modal tradicional é suficiente para representar a 'teoria' por nós aqui descrita: basta, como mencionamos anteriormente, interpretar os mundos possíveis em termos de mundos plausíveis e os operadores $\Box$ e $\Diamond$ em termos de plausibilidade cética e plausibilidade crédula, respectivamente. Infelizmente, no entanto, essa conclusão não pode ser coerentemente mantida, pois o fato de termos duas maneiras duais de avaliar a plausibilidade das fórmulas, uma rígida e uma tolerante, faz com que a negação aplicada à plausibilidade se comporte de uma maneira não clássica. Mostrar que isso é efetivamente o caso é o objetivo dessa seção.

Para deixar claro que estamos lidando não mais com necessidade e possibilidade mas sim com as noções de plausibilidade cética e crédula, usaremos uma outra notação para representar os operadores modais de plausibilidade: ! para a plausibilidade cética e ? para a plausibilidade crédula, de forma que $\alpha!$ significa que α é plausível de acordo com a abordagem cética, e $\alpha?$ que α é plausível de acordo com a abordagem crédula[25].

De acordo com o significado dado nas seções anteriores para as noções de plausibilidade cética e crédula, $\neg(\alpha!)$ e $\neg(\alpha?)$ significarão qualquer coisa como (I) "α é implausível de acordo com uma posição cética" e (II) "α é implausível de acordo com uma posição crédula," respectivamente. Note no entanto que, devido à qualificação imposta à implausibilidade, existe uma ambigüidade na leitura desses dois enunciados. Isso pode ser visto mais claramente com a ajuda de colchetes. (I), por exemplo, pode significar tanto (i) "não é o caso de [α é plausível de acordo com uma posição cética]" como (ii) "[não é o caso que α é plausível] de acordo com uma posição cética."

Claramente a negação envolvida em (i) corresponde à negação clássica presente na lógica modal tradicional: como "α é plausível de acordo com uma posição cética" é verdade sss α é verdade em todos os mundos plausíveis, (i) é verdade sss α é falso em no mínimo um mundo. O mesmo no entanto não é o caso com respeito à (ii). Nesse caso, algo bastante diferente está sendo afirmado: o que (ii) diz é que o enunciado inteiro "não é o caso que α é plausível" é verdade de acordo com uma posição cética. Como então analisaremos isso dentro do nosso quadro conceitual de mundos plausíveis?

Se nos ativermos à idéia por trás da noção de uma abordagem cética conforme explicado nas seções 3 e 4, avaliar "α não é plausível" de

---

[25] Também poderíamos, se quiséssemos, para distinguir esses dois pares de noções modais das noções de possibilidade e necessidade, fazer como sugerido na seção 4 e ter dois conjuntos de mundos: um conjunto de mundos possíveis e um conjunto de mundos plausíveis, com a restrição de o segundo estar contido no primeiro. Dessa forma, enquanto que ! e ? seriam avaliados em função de mundos plausíveis, $\Box$ e $\Diamond$ seriam avaliados em função de mundos possíveis, produzindo a seguinte hierarquia de relações lógicas: $\Box\alpha\rightarrow\alpha!$, $\alpha!\rightarrow\alpha?$ e $\alpha?\rightarrow\Diamond\alpha$. Ver Buchsbaum et al (2007).

acordo com uma posição cética significa sermos muito estritos a respeito de aceitarmos "α não é plausível" como verdade. Em outras palavras, nós iremos exigir o máximo que pudermos para dar à "α não é plausível" o valor-verdade "verdadeiro". Agindo da forma inversa e representando a verdade como 1 e a falsidade como 0, avaliar "α não é plausível" de acordo com uma posição cética significa tentar *minimizar* o valor-verdade de "α não é plausível," ou dificultar o máximo a concessão do valor-verdade 1 ao mencionado enunciado. Considerando que essa tarefa de avaliar o valor semântico de "α não é plausível" será feita a partir de vários mundos plausíveis nos quais α pode ser verdade ou falso, eu não posso pensar em nada que satisfaça melhor essa postura cética do que requerer que α seja falso em *todos* os mundos plausíveis para que (ii) seja verdade. Isso iria de forma justa satisfazer a idéia por trás de [α não ser plausível] de acordo com uma posição rígida ou cética. (ii) portanto seria verdade sss α fosse falso em todos os mundos plausíveis.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado à segunda leitura de (II), ou equivalentemente, à versão crédula de (ii): (ii') "[não é o caso que α é plausível] de acordo com uma posição crédula." Avaliar "α não é plausível" de acordo com uma posição crédula significa ser muito tolerante no que se refere à questão de dar à "α não é plausível" o valor "verdadeiro". Agindo da forma inversa, avaliar "α não é plausível" de acordo com uma posição crédula significa tentar *maximizar* o valor-verdade de "α não é plausível," ou facilitar o máximo a concessão do valor-verdade 1 ao mencionado enunciado. Isso significa que ser falso em no mínimo um mundo plausível será suficiente para nós atribuirmos 1 à sentença "α não é plausível." Portanto, (ii') será verdade sss α é falso em no mínimo um mundo plausível.

Se concordamos com essa análise bem como com a idéia de que a noção de implausibilidade deve ser analisada, representada ou descrita em função da noção de plausibilidade, nós teremos que concluir que a ambigüidade envolvida em (I) e (II) deve, ou no mínimo pode, ser entendida como primordialmente relacionada com a negação, de forma que um sistema que tenha a pretensão de dar conta dos dois significados possíveis presentes em (I) e (II) terá que conter duas negações, uma para cada uma das leituras de (I) e (II).

Já concluímos que a negação envolvida na primeira leitura é a negação clássica contida na lógica modal tradicional. Referente à segunda negação, chegamos à conclusão de que $\neg(\alpha!)$ é verdade sss α é falso em todos os mundos plausíveis e de que $\neg(\alpha?)$ é verdade sss α é falso em no mínimo um mundo plausível. Como $(\neg\alpha)!$ e $(\neg\alpha)?$ não envolve nenhum tipo de ambigüidade, parece bastante razoável que ambas as negações avaliem $(\neg\alpha)!$ e $(\neg\alpha)?$ da maneira tradicional: $(\neg\alpha)!$ é verdade sss α é falso em todos os mundos plausíveis e $(\neg\alpha)?$ é verdade sss α é falso em no mínimo um mundo plausível. Isso significa portanto que, no que se refere à nossa segunda negação, nós teremos como válidas as relações expressas pelas seguintes fórmulas: $\neg(\alpha!)\rightarrow(\neg\alpha)!$ e $(\neg\alpha)?\rightarrow\neg(\alpha?)$.

A segunda coisa importante sobre essa negação é que, como $\alpha!$ é verdade sss α é verdade em todos os mundos plausíveis e $\neg(\alpha!)$ é verdade sss α é falso em todos os mundos, pode ser o caso que nem $\alpha!$ nem $\neg(\alpha!)$ sejam verdade. Isso significa que o operador modal ! tem, em conjunção com essa nossa segunda negação, um comportamento formalmente paracompleto. De forma semelhante, $\alpha?$ é verdade sss α é verdade em no mínimo um mundo. Como $\neg(\alpha?)$ é verdade sss α é falso em no mínimo um mundo, então nós teremos um modelo satisfazendo tanto $\alpha?$ como $\neg(\alpha?)$, fazendo com que ? em conjunto com $\neg$ tenha um comportamento formalmente paraconsistente. Assim, podemos dizer tanto que os operadores ! e ? são operadores modais formalmente paracompleto e paraconsistente, respectivamente, como que as noções por eles representadas são noções formalmente paracompleta e paraconsistente, respectivamente. No que se refere à negação presente nas fórmulas acima[26], temos que o seu comportamento, ora como negação paracompleta, ora como negação paraconsistente, será determinado pelo operador modal ao qual ela esteja aplicada. Também, como o seu papel é desambigüizar a leitura de enunciados como (I) e (II), ela deve se comportar de forma ordinária (clássica) em sentenças onde tal ambigüidade não apareça. Assim classificaremos essa negação como uma *negação paranormal modalmente dependente*.

8. LÓGICA MODAL PARANORMAL

Em Silvestre (2006) é apresentada uma lógica contendo uma negação paranormal modalmente dependente, chamada por nós de *lógica modal paranormal*, que pode ser usada como uma lógica das plausibilidades cética e crédula. A idéia da lógica modal paranormal é exatamente a de uma lógica modal cujos dois operadores tenham comportamento formalmente paracompleto e paraconsistente, conforme descrito acima (o que exige, como vimos, uma negação paranormal modalmente dependente), mas que seja o mais semelhante possível à lógica modal tradicional.

Primeiramente teremos dois operadores modais ! e ? com características o mais próximas possíveis dos operadores modais $\Box$ e $\Diamond$. Em especial, ! e ? devem ser avaliados semanticamente de forma semelhante à $\Box$ e $\Diamond$: a partir de uma estrutura semântica semelhante à estrutura de mundos possíveis de Kripke, de forma que $\alpha!$ seja verdade sss α for verdade em todos os mundos, e $\alpha?$ seja verdade sss α for verdade em no mínimo um mundo. Também teremos um sistema lógico modal paranormal básico, chamado por nós de $K_?$, a partir do qual, através da adição de novos axiomas, do lado sintático, e através de restrições aplicadas à estrutura de modelo, do lado semântico, podemos obter vários outros

[26] Se realmente formos capazes de formalizar esse comportamento de ! e ? com o auxílio de um único operador, o que obviamente é desejável.

sistemas modais paranormais nomeados de acordo com a nomenclatura usual ($T_?$, $D_?$, $S4_?$, $S5_?$ e assim por diante.)

Sobre as particularidades da lógica modal paranormal, conforme já dissemos, temos que ! e ? possuem o que temos chamado paracompletude e paraconsistência formais, respectivamente. Dadas duas fórmulas α e β, pode ser que nem $\alpha!$ nem $\neg(\alpha!)$ sejam verdade, bem como que $\alpha?$ e $\neg(\alpha?)$ sejam ambos verdade. Esse comportamento de ? e ! revela a peculiaridade de $\neg$ como uma negação paranormal modalmente dependente: em conjunto com fórmulas marcadas com ! ela se comporta como uma negação paracompleta, mas em conjunto com fórmulas marcadas com ? ela se comporta como uma negação paraconsistente. Como conseqüência disso, muitos princípios clássicos tais como o princípio do terceiro excluído, a lei da não contradição, redução ao absurdo e lei da contrapositiva não são válidos na lógica paranormal. Além dessa negação paranormal, a lógica modal paranormal também contém uma negação clássica (necessária para representar por exemplo a primeira leitura de (I) e (II)) definida derivadamente como $\alpha \rightarrow \perp$. Segue abaixo as definições sintáticas da lógica modal paranormal, juntamente com a axiomática do sistema $K_?$.

Definição 1. Seja $\mathfrak{I}$ uma linguagem proposicional. A linguagem modal paranormal $\mathfrak{I}_?$ é definida como segue: (i) Se p é um símbolo proposicional de $\mathfrak{I}$, então $p \in \mathfrak{I}_?$; (ii) Se $\alpha, \beta \in \mathfrak{I}_?$, então $\neg\alpha$, $\alpha \rightarrow \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta \in \mathfrak{I}_?$; (iii) Se $\alpha \in \mathfrak{I}_?$, então $\alpha!$, $\alpha? \in \mathfrak{I}_?$; (iv) Nada mais pertence à $\mathfrak{I}_?$.

Definição 2. Sejam $\alpha, \beta \in \mathfrak{I}_?$ duas fórmulas quaisquer de $\mathfrak{I}_?$. Definimos os símbolos derivados $\leftrightarrow$, $\perp$ e $\sim$ como segue: (i) $\alpha \leftrightarrow \beta =_{def} (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$; (ii) $\perp =_{def} p \wedge \neg p$, onde $p \in P$ é um símbolo proposicional arbitrário (P é o conjunto de símbolos proposicionais); (iii) $\sim\alpha =_{def} \alpha \rightarrow \perp$.

Definição 3. Seja $\alpha \in \mathfrak{I}_?$ uma fórmula. Dizemos que α é ?-*livre* sss ? não ocorre em α e que α é !-*livre* sss ! não ocorre em α. Se α é tanto ?-livre como !-livre no dizemos que ele é uma fórmula ?!-livre.

Definição 4. A axiomática da lógica modal paranormal $K_?$ é como segue:

Axiomas Clássicos Positivos

P1: $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

P2: $(\alpha \to (\beta \to \varphi)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \varphi))$

P3: $\alpha \wedge \beta \to \alpha$

P4: $\alpha \wedge \beta \to \beta$

P5: $\alpha \to (\beta \to \alpha \wedge \beta)$

P6: $\alpha \to \alpha \vee \beta$

P7: $\beta \to \alpha \vee \beta$

P8: $(\alpha \to \beta) \to ((\varphi \to \beta) \to (\alpha \vee \varphi \to \beta))$

P9: $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha$

Axiomas Clássicos Paranormais

A1: $(\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to \neg\beta) \to \neg\alpha)$, onde β é ?-livre e α é !-livre

A2: $\neg\alpha \to (\alpha \to \beta)$, onde α é ?-livre

A3: $\alpha \vee \neg\alpha$, onde α é !-livre

Axiomas Clássicos Adicionais Não-positivos

N1: $\neg(\alpha \to \beta) \leftrightarrow (\alpha \wedge \neg\beta)$

N2: $\neg(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow (\neg\alpha \vee \neg\beta)$

N3: $\neg(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$

N4: $\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha$

Axiomas Modais Paranormais
K1: $\alpha? \leftrightarrow \sim((\sim\alpha)!)$
K2: $(\neg\alpha)! \leftrightarrow \neg(\alpha!)$
K3: $(\neg\alpha)? \leftrightarrow \neg(\alpha?)$

Axiomas Modais
$K_?$: $(\alpha \rightarrow \beta)! \rightarrow (\alpha! \rightarrow \beta!)$

Regras de Inferência
MP: $\alpha, \alpha \rightarrow \beta \,/\, \beta$
$N_?$: $\alpha \,/\, \alpha!$

A definição de dedução lógica em $K_?$ (em símbolos: $\vdash_{K?}$) é feita da maneira usual. Enquanto que os teoremas 1 e 3 abaixo dão uma idéia das diferenças entre a lógica modal paranormal e a lógica clássica e a lógica modal tradicional, respectivamente, o teorema 2 estabelece alguns paralelos positivos entre a lógica modal paranormal e a lógica modal tradicional.

Teorema 1. Algumas fórmulas de $\mathfrak{I}_?$ que satisfazem um dos esquemas de fórmulas abaixo *não* são teoremas de $K_?$:

$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg\alpha$ — $\neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
$\neg\alpha \vee \alpha$ — $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$ — $(\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
$\neg\alpha \vee \beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$ — $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \neg\alpha \vee \beta$
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \neg(\alpha \wedge \neg\beta)$ — $\neg(\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
$\neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \neg\beta)$ — $(\alpha \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow \neg\alpha$

Teorema 2. Todas as fórmulas de $\mathfrak{I}_?$ que satisfazem um dos esquemas de fórmulas abaixo são teoremas de $K_?$:

$(\alpha \rightarrow \beta)! \rightarrow (\alpha! \rightarrow \beta!)$ — $(\alpha \rightarrow \beta)! \rightarrow (\alpha? \rightarrow \beta?)$
$(\alpha \wedge \beta)! \leftrightarrow \alpha! \wedge \beta!$ — $(\alpha \wedge \beta)? \rightarrow (\alpha? \wedge \beta?)$
$\alpha! \vee \beta! \rightarrow (\alpha \vee \beta)!$ — $(\alpha? \vee \beta?) \leftrightarrow (\alpha \vee \beta)?$
$(\alpha \rightarrow \beta)? \leftrightarrow (\alpha! \rightarrow \beta?)$ — $(\alpha \vee \beta)! \rightarrow (\alpha! \vee \beta?)$
$\sim(\alpha!) \leftrightarrow (\sim\alpha)?$ — $\sim(\alpha?) \leftrightarrow (\sim\alpha)!$
$\sim(\alpha!) \vee (\sim\alpha)?$ — $\sim(\alpha?) \vee (\sim\alpha)!$

Teorema 3. Algumas fórmulas de $\Im_?$ que satisfazem um dos esquemas de fórmulas abaixo *não* são teoremas de $K_?$:

$\alpha? \to \neg((\neg\alpha)!)$	$\alpha! \to \neg((\neg\alpha)?)$
$\neg((\neg\alpha)!) \to \alpha?$	$\neg((\neg\alpha)?) \to \alpha!$
$\neg(\alpha!) \to (\neg\alpha)?$	$\neg(\alpha?) \to (\neg\alpha)!$
$(\neg\alpha)? \to \neg(\alpha!)$	$(\neg\alpha)! \to \neg(\alpha?)$
$\alpha! \vee \neg(\alpha!)$	$\neg(\alpha! \wedge \neg(\alpha!))$
$\neg(\alpha? \wedge \neg(\alpha?))$	$\alpha? \vee \neg(\alpha?)$

Seguem abaixo as definições semânticas da lógica modal paranormal.

Definição 5. Um quadro é um par $<W,R>$ onde W é um conjunto não vazio de entidades chamadas mundos plausíveis e R é uma relação binária sobre W chamada relação de acessibilidade.

Definição 6. Um modelo M é uma tripla $<W,R,\nu>$ onde $F = <W,R>$ é um quadro e ν é uma função mapeando pares compostos por elementos de P e elementos de W para os valores verdade 0 e 1.

Definição 7. As valorações max-min são funções Ω e $\mho$ que, dado um modelo $M = <W,R,\nu>$ e um mundo $w \in W$, mapeia fórmulas de $\Im_?$ para valores verdade 0 e 1. Ω e $\mho$ são definidas como segue:

(i) $\Omega_{M,w}(p) = \mho_{M,w}(p) = 1$ sss $\nu_w(p) = 1$;

(ii) $\Omega_{M,w}(\neg\alpha) = 1$ sss $\mho_{M,w}(\alpha) = 0$;

(iii) $\mho_{M,w}(\neg\alpha) = 1$ sss $\Omega_{M,w}(\alpha) = 0$;

(iv) $\Omega_{M,w}(\alpha \to \beta) = 1$ sss $\Omega_{M,w}(\alpha) = 0$ ou $\Omega_{M,w}(\beta) = 1$;

(v) $\mho_{M,w}(\alpha \to \beta) = 1$ sss $\Omega_{M,w}(\alpha) = 0$ ou $\mho_{M,w}(\beta) = 1$;

(vi) $\Omega_{M,w}(\alpha \wedge \beta) = 1$ sss $\Omega_{M,w}(\alpha) = 1$ e $\Omega_{M,w}(\beta) = 1$;

(vii) $\mho_{M,w}(\alpha \wedge \beta) = 1$ sss $\mho_{M,w}(\alpha) = 1$ e $\mho_{M,w}(\beta) = 1$;

(viii) $\Omega_{M,w}(\alpha \vee \beta) = 1$ sss $\Omega_{M,w}(\alpha) = 1$ ou $\Omega_{M,w}(\beta) = 1$;

(ix) $\mho_{M,w}(\alpha \vee \beta) = 1$ sss $\mho_{M,w}(\alpha) = 1$ ou $\mho_{M,w}(\beta) = 1$;

(x) $\Omega_{M,w}(\alpha?) = 1$ sss,
para algum $w' \in W$ tal que wRw', $\Omega_{M,w'}(\alpha) = 1$;

(xi) $\mho_{M,w}(\alpha?) = 1$ sss,
para todos $w' \in W$ tal que wRw', $\mho_{M,w'}(\alpha) = 1$;

(xii) $\Omega_{M,w}(\alpha!) = 1$ sss,
para todos $w' \in W$ tal que wRw', $\Omega_{M,w'}(\alpha) = 1$;

(xiii) $\mho_{M,w}(\alpha!) = 1$ sss,
para algum $w' \in W$ tal que wRw', $\mho_{M,w'}(\alpha) = 1$.

Definição 8. Seja $M = \langle W,R,\nu \rangle$ um modelo, $w \in W$ um mundo plausível e $\alpha \in \Im_?$ uma fórmula. α é *satisfeito por* M *em* w (em símbolos: $M,w \Vdash \alpha$) sss $\Omega_{M,w}(\alpha) = 1$; α *é satisfeito por* M (em símbolos: $M \Vdash \alpha$) sss, para todo $w' \in W$, $M,w' \Vdash \alpha$.

A partir das duas definições acima a noção de conseqüência lógica é definida da maneira usual. A conseqüência lógica do sistema $K_?$ (em símbolos $\vDash_{K?}$) é definida considerando-se todas as classes de modelos. Abaixo temos o teorema da corretude e completude da lógica modal paranormal .

Teorema 4. $K_?$ is correta e completa (em símbolos: Seja $A,B \subseteq \Im_?$ dois conjuntos de fórmulas e $\alpha \in \Im_?$ uma fórmula. $A \vdash_{K?} \alpha$ sss $A \vDash_{K?} \alpha$.)[27]

[27] Um esboço da prova desse e outros teoremas bem como da equivalência entre a lógica modal paranormal e a lógica modal tradicional é apresentado em Silvestre (2006). As provas completas são apresentadas em Silvestre (2005). Em ambos os trabalhos a lógica modal paranormal é descrita bem mais detalhadamente.

As definições e teoremas abaixo mostram uma equivalência tanto do ponto de vista representacional como de um ponto de vista inferencial entre a lógica modal tradicional K e a lógica modal paranormal $K_?$. Seja $\Im_\Diamond$ a linguagem da lógica modal tradicional com $\Box$ e $\Diamond$ como símbolos primitivos.

Definição 9. Definimos as funções $\prod$ e $\coprod$ da forma : $\Im_? \to \Im_\Diamond$ como segue: (i) $\prod(p) = \coprod(p) = p$; (ii) $\prod(\alpha?) = \Diamond\prod(\alpha)$; (iii) $\coprod(\alpha?) = \Box\coprod(\alpha)$; (iv) $\prod(\alpha!) = \Box\prod(\alpha)$; (v) $\coprod(\alpha!) = \Diamond\coprod(\alpha)$; (vi) $\prod(\neg\alpha) = \neg\coprod(\alpha)$; (vii) $\coprod(\neg\alpha) = \neg\prod(\alpha)$; (viii) $\prod(\alpha \oplus \beta) = \prod(\alpha) \oplus \prod(\beta)$, onde $\oplus \in \{\wedge, \vee, \to\}$; (ix) $\coprod(\alpha \oplus \beta) = \coprod(\alpha) \oplus \coprod(\beta)$, onde $\oplus \in \{\wedge, \vee\}$; (x) $\coprod(\alpha \to \beta) = \prod(\alpha) \to \coprod(\beta)$.

Definição 10. Definimos as funções Δ e ∇ da forma : $\Im_\Diamond \to \Im_?$ como segue: (i) $\Delta(p) = \nabla(p) = p$; (ii) $\Delta(\Diamond\alpha) = \Delta(\alpha)?$; (iii) $\nabla(\Diamond\alpha) = \nabla(\alpha)!$; (iv) $\Delta(\Box\alpha) = \Delta(\alpha)!$; (v) $\nabla(\Box\alpha) = \nabla(\alpha)?$; (vi) $\Delta(\neg\alpha) = \neg\nabla(\alpha)$; (vii) $\nabla(\neg\alpha) = \neg\Delta(\alpha)$; (viii) $\Delta(\alpha \oplus \beta) = \Delta(\alpha) \oplus \Delta(\beta)$, onde $\oplus \in \{\wedge, \vee, \to\}$; (ix) $\nabla(\alpha \oplus \beta) = \nabla(\alpha) \oplus \nabla(\beta)$, onde $\oplus \in \{\wedge, \vee\}$; (x) $\nabla(\alpha \to \beta) = \Delta(\alpha) \to \nabla(\beta)$.

Definição 11. Seja $A \subseteq \Im_?$ e $B \subseteq \Im_\Diamond$. (i) $\prod(A) = \{\prod(\alpha) \mid \alpha \in A\}$; (ii) $\coprod(A) = \{\coprod(\alpha) \mid \alpha \in A\}$; (iii) $\Delta(B) = \{\Delta(\alpha) \mid \alpha \in B\}$; (iv) $\nabla(B) = \{\nabla(\alpha) \mid \alpha \in B\}$

Teorema 5. Seja $A \subseteq \Im_\Diamond$ e $\alpha \in \Im_\Diamond$. $A \vdash_K \alpha$ sss $\Delta(A) \vdash_{K?} \Delta(\alpha)$.

Teorema 6. Seja $A \subseteq \Im_?$ e $\alpha \in \Im_?$. $A \vdash_{K?} \alpha$ sss $\prod(A) \vdash_K \prod(\alpha)$.

Teorema 7. Seja $A \subseteq \mathfrak{I}_{\diamond}$ e $\alpha \in \mathfrak{I}_{\diamond}$. $A \vDash_K \alpha$ sss $\Delta(A) \vDash_{K?} \Delta(\alpha)$.

Teorema 8. Seja $A \subseteq \mathfrak{I}_{?}$ e $\alpha \in \mathfrak{I}_{?}$. $A \vDash_{K?} \alpha$ sss $\prod(A) \vDash_K \prod(\alpha)$.

9. CONCLUSÃO

Nesse artigo apresentamos um resultado geral sobre a natureza do raciocínio indutivo, o qual afirma basicamente existir não uma, mas duas abordagens da indução: o que chamamos de abordagens cética e crédula. O principal suporte dessa conclusão foi uma análise do papel das inconsistências indutivas no raciocínio indutivo tomando como estudo de caso o famoso paradoxo da loteria. Ao introduzirmos as noções de plausibilidade cética e plausibilidade crédula, cada uma correspondendo, respectivamente, às abordagens cética e crédula, chegamos à conclusão de que uma característica fundamental desses dois conceitos é que enquanto que a plausibilidade cética é uma noção paracompleta, a plausibilidade crédula pode ser considerada uma noção paraconsistente. Após uma breve análise das relações entre modalidade, paracompletude e paraconsistência, introduzimos uma lógica modal paraconsistente e paracompleta contendo os elementos básicos das duas abordagens da indução que pode ser usada para representar as plausibilidades cética e crédula.

REFERÊNCIAS

ALLEN, J., FIKES, R., SANDEWALL, E. (eds.). *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of Second International Conference*. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1991.

BAR-HILLEL, Y. (ed.). *Logic, Methodology and Philosophy of Science: Proceedings of the 1964 International Congress*. Amsterdam: North-Holland, 1964.

BATENS, D. "On the remarkable correspondence between paraconsistent logics, modal Logics and ambiguity Logics". In: W. Carnielli, M. Coniglio and I. D'Ottaviano (eds.) (2002), pp. 445-454.

BÉZIAU, J. "The future of paraconsistent logic". *Logical Studies*, 2, pp. 1-23, 1999.

————. "S5 is a paraconsistent logic and so is first-order classical logic". *Logical Studies*, 9, pp. 301-309, 2002.

————. "Paraconsistent logic from a modal viewpoint". *Journal of Applied Logic*, 3, pp. 7-14, 2005.

BUCHSBAUM, A., PEQUENO, T., PEQUENO, M. "A logical expression of reasoning". *Synthese*, 154, pp. 431-466, 2007.

CARNAP, R. *Logical Foundations of Probability*. Chicago: University of Chicago Press, 1950.

CARNIELLI, W., CONIGLIO, M., D'OTTAVIANO, I. (eds.). *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistency*. New York: Marcel Dekker, 2002.

COHEN, J. "Belief and acceptance". *Mind*, 98, pp. 367-389, 1989.

DOSEN, K. "Negation as a modal operator". *Reports on Mathematical Logic*, 20, pp. 15-28, 1986.

FEIGL H., MAXWELL, G. (eds.). *Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Vol. III: Scientific Explanation, Space and Time*, Minneapolis: Minnesota University Press, 1962.

FEYERABEND, P. "Explanation, reduction and empiricism". In: H. Feigl and G. Maxwell (eds.) (1962), pp. 28-97.

GABBAY, D., HOGGER, D., ROBINSON, J. (eds.). *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming, Vol. 3, Nonmonotonic Reasoning and Uncertain Reasoning*. Oxford: Oxford University Press, 1994.

GABBAY, D., HUNTER, A. "Making inconsistency respectable: A logical framework for inconsistency in reasoning, part 1". In: P. Jorrand and J. Kelemen (eds.) (1991), pp. 19-32.

GOVERNATORI, G., HODKINSON, I., VENEMA, Y. (eds.) *Advances in Modal Logic 6*. London: College Publications, 2006.

HARMAN, G. "Detachment, probability and maximum likelihood". *Nous*, 1, pp. 401-11, 1967.

HARPER, W., WHEELER, G. (eds.). *Probability and Inference: Essays in Honor of Henry E. Kyburg*. London: King's College P., 2007.

HEMPEL, C. "Studies in the logic of confirmation". *Mind,* 54, pp. 1-26, 97-121, 1945.

————. "Inductive inconsistencies". *Synthese*, 12, pp. 439-69, 1960.

————. *Aspects of Scientific Explanation and Other Essays in the Philosophy of Science*. New York: Free Press, 1965.

HINTIKKA, J., HILPINEN, R. "Knowledge, acceptance, and inductive logic". In: J. Hintikka and P. Suppes (eds.) (1966), pp. 1-20.

HINTIKKA, J., SUPPES, P. (eds.). *Aspects of Inductive Logic*. Amsterdam: North-Holland, 1966.

HULL, D., FORBES, M. (eds.) *Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, *vol. 1*. Philosophy of Science Association Publisher, 1992.

ISRAEL, D. "What's wrong with non-monotonic logic?". *Proceedings of the First Congress on Artificial Intelligence*. Stanford University: Elsevier Science, 1980.

JORRAND, P., KELEMEN, J. (eds.). *Foundations of Artificial Intelligence Research*. LNCS 535, Springer-Verlag, 1991.

JASKOWSKI, S. "A propositional calculus for inconsistent deductive systems". (in Polish) *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, Sectio A, Vol. I, No. pp. 57-77, 1948. Translated into English in *Studia Logica*, 24, pp. 143-157, 1967.

KORB, K. "The collapse of collective defeat: Lessons from the lottery paradox". In: D. Hull and M. Forbes (eds.) (1992), pp. 130-236.

KYBURG, H. *Probability and the Logic of Rational Belief.* Middletown: Wesleyan University Press, 1961.

__________. "Probability, rationality and a rule of detachment". In: Y. Bar-Hillel (ed.) (1964), pp. 301-310.

__________. "Conjunctivitis". In: M. Swain (ed.) (1970), pp. 55-82.

__________. "The rule of adjunction and reasonable inference". *The Journal of Philosophy*, 94, pp. 109-125, 1997.

LEHRER, K. "Induction, reason and consistency." *British Journal for the Philosophy of Science*, 21, pp. 103-114, 1970.

LOPARIC, A., DA COSTA, N. "Paraconsistency, Paracompletenes and Valuations". *Logique et Analyse*, 106, pp. 119-131, 1984.

MAKINSON, D. "The paradox of the preface". *Analysis*, 25, pp. 205-207, 1965.

MAKINSON, D. "General Patterns in Nonmonotonic Reasoning". In: D. Gabbay, D. Hogger and J. Robinson (eds.) (1994), pp. 35-110.

MARCOS, J. "Nearly every normal modal logic is paranormal". *Logique et Analyse*, 48, pp. 279-300, 2005.

MCDERMOTT, D. "Non-monotonic Logic II". *Journal of the Association for Computing Machinery*, 29, pp. 33-57, 1982.

PEQUENO, T., BUCHSBAUM, A. "The logic of epistemic inconsistency." In: J. Allen, R. Fikes and E. Sandewall (eds.) (1991), pp. 453-60.

PERLIS, D. "On the consistency of commonsense reasoning". *Computational Intelligence*, 2, pp. 180-190, 1987.

POLLOCK, J. "Defeasible reasoning". *Cognitive Science*, 11, pp. 481-518, 1987.

POPPER, K. *The Logic of Scientific Discovery*. London: Hutchinson, 1959.

PRIEST, G., SYLVAN, R., NORMAN, J. (eds.). *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*. München: Philosophia Verlag, 1989.

RESCHER, N., BRANDOM, R. *The Logic of Inconsistency*, Oxford: Blackwell, 1980.

SILVESTRE, R. *Induction and Plausibility: A Formal Approach from the Standpoint of Artificial Intelligence*. Ph.D. dissertation, University of Montreal, Canada, 2005.

————. "Modality, paraconsistency and paracompleteness". In: G. Governatori, I. Hodkinson and Y. Venema (eds.) (2006), pp. 459-477.

SILVESTRE, R., PEQUENO, T., "A logic of inductive implication or AI meets philosophy of science II". *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 3501, pp. 232-243, 2005.

STALNAKER, R. *Inquiry*. Cambridge: The MIT Press, 1984.

SWAIN, M. (ed.). *Induction, Acceptance, and Rational Belief*. Dordrecht: Reidel, 1970.

VAKARELOV, D. "Consistency, completeness and negation". In: G. Priest, R. Sylvan and J. Norman (eds.) (1989), pp. 328-363.

WHEELER, G. (2007), "A review of the lottery paradox". In: W. Harper and G. Wheeler (eds.) (2007), pp. 1-31.