CDD: 146.42

RELEYENDO AL JOVEN CARNAP: ESTUDIO CRÍTICO DE *DER RAUM*[*], 1922. Reimpresión Topos Verlag: Vaduz Liechtenstein, 1991.

GUILLERMO E. ROSADO HADDOCK

Departamento de Filosofía
Universidad de Puerto Rico-Río Piedras
Apartado 21572
SAN JUAN, PUERTO RICO 00931

grosado@uprrp.edu

Resumén: Este estudio crítico se ocupa de la tesis doctoral de Rudolf Carnap, *Der Raum*. El mismo ofrece una breve exposición de esta obra juvenil, frecuentemente ignorada, de Carnap, e intenta corregir algunas interpretaciones incorrectas de dicha obra. Se muestra convincentemente que la principal influencia filosófica en *Der Raum* no es ni Kant ni los neokantianos, sino Edmund Husserl, y que la defensa que hace Carnap en esa obra de lo sintético *a priori* es claramente no kantiana, sino mucho más cercana a lo que Carnap interpretaba que eran las concepciones de Husserl sobre lo sintético *a priori*.

Palabras-clave: Carnap. Espacio. Intuición. Husserl versus Kant.

---

[*] Le agradezco al Dr. Sebastian Luft de los Archivos de Husserl en Lovaina –y actualmente profesor en la Universidad de Marquette–, al Prof. Hans-Reiner Sepp y al recientemente fallecido Prof. Karl Schuhmann su valiosa ayuda para tratar de esclarecer un poco la relación entre Husserl y Carnap, la cual me ha intrigado por casi cuatro décadas. Al Prof. Thomas Mormann le agradezco el haberme hecho llegar varios escritos suyos, incluso algunos inéditos, y haberme alertado de la confusión de Carnap entre espacios afines y espacios proyectivos. Finalmente, al Prof. Werner Diederich le agradezco su igualmente valiosa ayuda al haberme conseguido y regalado una copia de *Der Raum*. Sin la misma hubiese tenido que posponer aún más mis investigaciones sobre la influencia de Husserl en Carnap, así como el placer que me produjo la lectura de este breve pero interesantísimo libro.

Abstract: This critical study is concerned with Rudolf Carnap's dissertation, *Der Raum*. It offers a brief exposition of Carnap's often neglected youth work, and tries to correct some misunderstandings about that work. It is convincingly shown that the main philosophical influence on *Der Raum* is neither Kant, nor the neoKantians but Edmund Husserl, and that Carnap's defense of the synthetic *a priori* in that work is clearly neither Kantian nor neoKantian, but much closer to what Carnap interpreted as Husserl's views on the synthetic *a priori*.

Key-words: Carnap. Space. Intuition. Husserl *versus* Kant.

En años recientes se ha despertado un profundo interés en los estudiosos de la filosofía analítica por examinar los orígenes del empirismo lógico y, muy especialmente la obra temprana pero clásica de Rudolf Carnap *Der logische Aufbau der Welt*[1], publicada en 1928. Varios de esos estudiosos recientes se han percatado de que dicha obra posee una riqueza de influencias filosóficas que contrasta con la obra más popular de Carnap, en gran medida escrita en el exilio forzado en Estados Unidos. Sin embargo, muy pocos de esos estudiosos han examinado con detenimiento la tesis doctoral de Carnap, *Der Raum*, publicada seis años antes, pero sólo tres antes de que se completara en lo esencial la redacción del *Aufbau*, como se suele llamar al importante libro temprano de Carnap. Hace una docena de años la poco conocida Topos Verlag, en Vaduz, Liechtenstein reimprimió la tesis de Carnap, originalmente publicada en un número especial de *Kant-Studien*, pero dicha reimpresión no ha tenido la difusión deseada. Es nuestro propósito en esta suerte de reseña crítica tardía examinar este importante librito para tratar de iluminar un poco el floreciente debate acerca de los orígenes e influencias presentes en el *Aufbau*.

Al igual que otros destacados filósofos del siglo XX, p.e. Bertrand Russell, Moritz Schlick y Hans Reichenbach, Rudolf Carnap se inicia en filosofía con un examen de problemas filosóficos íntimamente ligados a los revolucionarios desarrollos en nuestra concepción del espacio que

[1] Carnap (1928).

ocurrieron durante el siglo XIX y los comienzos del XX. A diferencia de Bertrand Russell, cuyo *Foundations of Geometry*[2] de 1897 antecede a la revolución en la física y no tiene presentes los desarrollos en la lógica hechos por Frege, Peano y otros –y a los que él más tarde habría de contribuir tan significativamente–, Rudolf Carnap se nutre también tanto de la revolución en la física como de la que ocurrió en la lógica, e igualmente de los desarrollos y de la tendencia hacia una mayor generalización en la matemática que culmina a comienzos del siglo XX. Así pues, mientras Russell en su famoso libro contrasta las propiedades métricas del espacio con las más generales propiedades proyectivas, pero ignora la aún mayor generalidad que ofrecen los espacios topológicos, y no sabe aquilatar adecuadamente las importantísimas contribuciones de Riemann al esclarecimiento de la naturaleza del espacio, Carnap estaba plenamente consciente de la importancia de las propiedades topológicas del espacio para una adecuada comprensión del mismo, y, dado el surgimiento de la teoría general de la relatividad, se hallaba en una mejor posición para apreciar la concepción de Riemann.

Como bien señala Carnap en la Introducción (p. 5) a su valiosa tesis doctoral, él va a ofrecer en dicha obra una visión panorámica de las distintas suertes de espacio correspondientes a las diversas acepciones de la palabra "espacio" en la literatura filosófica y científica. Específicamente, él distingue tres acepciones de la palabra "espacio", a saber, el espacio formal, el espacio intuitivo y el espacio físico. Respecto de la primera acepción, nos dice Carnap (pp.5-6) que el espacio formal es una estructura de relaciones, cuyos miembros permanecen completamente indeterminados, y sobre los que sólo se conoce que a partir de ciertas conexiones de determinada suerte es posible sacar conclusiones sobre conexiones de otras determinadas suertes en la misma región. Por el contrario, respecto del espacio intuitivo, Carnap nos dice lo siguiente:[3]

---

[2] Russell (1897).

[3] Todas las traducciones fueron hechas por el presente autor.

> Bajo espacio intuitivo, por el contrario, se ha de entender la estructuración de relaciones entre las figuras "espaciales" en el sentido usual…, cuya particularidad determinada la captamos mediante la percepción o también la mera representación. Ahí no se trata aún de los hechos espaciales presentes en la realidad empírica, sino sólo de la "esencia" de esas figuras mismas, que puede ser reconocida en cualquier representante de la especie. (p. 6)

Cualquier estudioso medianamente familiarizado con la obra de Edmund Husserl detectaría en las dos oraciones de la Introducción de *Der Raum* que hemos citado tres claros ecos del pensamiento husserliano. En primer lugar, cabe destacar la equivalencia para el examen fenomenológico de las esencias entre la percepción y la representación imaginativa. En segundo lugar, cabe mencionar obviamente el interés por las esencias de las figuras espaciales, no por los hechos empíricos. Por último, cabe subrayar que dichas esencias son reconocidas en cualquier representante de la especie.

Finalmente, Carnap nos dice (p. 6) que los hechos espaciales forman la estructuración del espacio físico, y añade que su conocimiento presupone al del espacio intuitivo, el cual presupone al espacio formal. Es por ello que Carnap va a examinar primero lo que se entiende por espacio formal, luego lo que se entiende por espacio intuitivo, y finalmente lo que se entiende por espacio físico. En cada una de las tres clases de espacio Carnap va a destacar dos suertes de subdivisiones. La primera concierne a las dimensiones, y aquí Carnap va a considerar esencialmente el caso en que el número de las dimensiones es 3 y el caso general en que el número de dimensiones es n, donde n es cualquier entero positivo. Por otro lado, Carnap distingue, en orden descendente de especificidad, tres suertes de niveles de abstracción espacial, a saber, el espacio topológico, el espacio proyectivo y el espacio métrico. Así pues, Carnap va a considerar dieciocho suertes de espacio, seis formales R_{3T}, R_{3P}, R_{3M}, R_{nT}, R_{nP} y R_{nM}, seis intuitivos, a saber, R'_{3T}, R'_{3P}, R'_{3M}, R'_{nT}, R'_{nP} y R'_{nM}, y seis espacios físicos, a saber, R''_{3T}, R''_{3P}, R''_{3M}, R''_{nT}, R''_{nP} y R''_{nM}.

En el Capítulo I Carnap se ocupa del espacio formal. El mismo se obtiene, como indica Carnap (p. 7), haciendo uso de las herramientas de la nueva lógica, especialmente de la teoría de clases y de la teoría de relaciones. Así se obtienen las series ordenadas y, en particular las series continuas. Los espacios (topológicos) formales de dos o más dimensiones se obtienen como series continuas de series continuas –así pues, los de tres dimensiones como series continuas de tercer nivel[4], mientras que los correspondientes espacios proyectivos formales se obtienen mediante determinadas particularizaciones de aquéllos. Finalmente los correspondientes espacios métricos formales se obtienen de estos últimos a su vez mediante determinadas particularizaciones. Carnap sostiene (p. 9) que sólo de esta manera se alcanza la completa generalidad requerida del espacio formal para que pueda abarcar todas las posibles subespecies. Así pues, una serie continua de tercer nivel –serie continua de series continuas de series continuas– es llamada por Carnap (véase pp. 13-14) un espacio topológico formal de tres dimensiones, en símbolos: R_{3T}. De un modo más general, una serie continua de *n*-ésimo nivel es un espacio topológico formal de *n* dimensiones, en símbolos: R_{nT}. En esta suerte de espacio abstracto, ya sea de tres o de más dimensiones, no cabe hablar aún de figuras espaciales. Por otro lado, las especializaciones que pueden ser obtenidas a partir de los espacios topológicos formales, así pues, los espacios proyectivos formales de tres y *n* dimensiones, y los correspondientes espacios métricos de tres y *n* dimensiones, resultan justificadas, nos dice Carnap (p. 14) sólo cuando se las aplica a las figuras espaciales en sentido propio. Pues, como dice Carnap (p. 14): "…aquí nos ocupamos todavía de meras relaciones formales, sin que se presuponga qué

[4] Sobre este punto Carnap parece estar influenciado por Russell (1903), lo que falsaría la aserción de Roberto Torretti (1977, p. 319) de que la caracterización de la geometría de Russell en esa obra como el estudio de series de dos o más dimensiones fue completamente ignorada por filósofos y matemáticos. Por cierto que en su valioso y erudito libro Torretti ni siquiera incluye en la bibliografía la disertación de Carnap.

suerte de objetos se encuentran en estas relaciones." Carnap subraya (p. 14) que la relación que se da entre el espacio topológico formal de tres y, en general, de *n* dimensiones y el correspondiente espacio proyectivo formal de tres (respectivamente: n) dimensiones, en símbolos: R_{3P}, (respectivamente: R_{nP}) no es la de una especie con un objeto individual que pertenece a la especie, sino la de un género a una especie, siendo a su vez el espacio métrico formal de tres (respectivamente: *n*) dimensiones, en símbolos: R_{3M} (respectivamente: R_{nM}), una subespecie de R_{3P} (respectivamente: R_{nP}.) Nuevamente aquí el uso tanto de la terminología como de las distinciones recuerda, en el contexto filosófico en que se escribe *Der Raum*, a Husserl, quien con mucha frecuencia se sirve de esta terminología aristotélica.

En el Capítulo II Carnap examina el espacio intuitivo, el cual se ocupa no de relaciones formales, sino de figuras y relaciones espaciales intuitivas, así pues, como bien dice Carnap (p. 22), de puntos, líneas, superficies, espacios, del yacer de un punto en una línea, de la intersección de dos líneas, etc. Carnap no está interesado en modo alguno en el origen psicológico de nuestra representación del espacio intuitivo, sino exclusivamente en la fundamentación lógica del conocimiento sobre el espacio intuitivo, en particular, en los axiomas que sirven de base lógico-formal a los restantes enunciados que constituyen dicho conocimiento. Al respecto, Carnap nos refiere a Driesch al destacar que los axiomas del espacio intuitivo son independientes de la experiencia, en el sentido de que, "a diferencia de los enunciados empíricos, su conocimiento no se torna cada vez más seguro mediante la experiencia repetida una y otra vez". (p. 22) Al explicar la razón para esto último, Carnap se apoya abiertamente en Husserl. Al respecto, dice Carnap:

> Pues aquí no se trata, como ha indicado Husserl, de hechos en el sentido de la realidad empírica, sino de la esencia ("Eidos") de ciertas objetualidades dadas [*Gegebenheiten*], que en su ser como son [*Sosein*] pueden ser ya aprehendidas mediante [su] ser dadas [*Gegebensein*] una sola vez. (p. 22)

Más aún, añade Carnap:

> Como nosotros aquí no nos dirigimos al hecho aislado…, sino sólo a la especie atemporal, su "esencia", puede ser importante distinguir este modo de experiencia de la intuición en sentido estricto, que se dirige al hecho mismo, mediante la designación "contemplación de esencias [*Wesenserschauung*]" (Husserl), donde parezca posible [alguna] confusión. Pero, en general, puede ser que la expresión intuición también incluya la contemplación de esencias, pues en este sentido amplio ella es usada también desde Kant. (p. 22-23)

La referencia a Kant en la última oración citada podría tener el propósito de agradar a su director de tesis Bruno Bauch, quien no sólo era un neo-kantiano, sino que obtuvo su cátedra en Jena después que la facultad cambió sin razón conocida a última hora su decisión de darle la cátedra precisamente a Husserl.

Como subraya Carnap (p. 23), sólo los axiomas del espacio intuitivo requieren ser obtenidos de la intuición. Sin embargo, nuestra intuición, como bien indica Carnap (p. 23) sólo lo es de una limitada región del espacio, por lo que de ella "... también sólo se pueden extraer conocimientos sobre figuras espaciales de tamaño limitado. Por el contrario, tenemos mano libre respecto de la estructuración total, que edificamos a partir de estas figuras básicas." Así, p.e. obtenemos el concepto de una recta ilimitada a partir de una recta en nuestra limitada región intuible, mediante iterada adición de rectas similares. "Pero", como correctamente señala Carnap (p. 23), "al concepto así obtenido [de una recta ilimitada] le corresponde no sólo la recta infinita, sino también la recta finita pero ilimitada, cerrada del espacio elíptico [riemanniano]". Así pues, añade Carnap (p. 23), ni la intuición propiamente ni la exigencia de iteración de lo dado intuitivamente nos permitiría decidir entre las dos posibles ilimitadas extensiones de la recta finita.

En el caso del espacio intuitivo, Carnap procede a la inversa de como lo hizo con el espacio formal. Así pues, primeramente examina el más determinado espacio métrico, para luego pasar al proyectivo y por último al topológico. De hecho, siguiendo a David Hilbert[5], en vez de fijar el significado de los conceptos y relaciones fundamentales del espacio intuitivo mediante definiciones explícitas, Carnap ofrece (pp. 24-26) una extensa lista de dieciocho axiomas, que constituyen definiciones implícitas de los conceptos que ocurren en ellos. Los axiomas 1-12 son axiomas de conexión, los restantes, con excepción de los últimos dos, son axiomas de congruencia. Los axiomas han de valer en la región limitada del espacio métrico intuitivo de tres dimensiones, en símbolos: R'_{3M}. De hecho, los axiomas 17 y 18 difieren de los correspondientes axiomas de Hilbert por limitar la congruencia de triángulos y el paralelismo entre rectas a la región inmediatamente intuitiva. El próximo paso consiste claramente en la extensión de la validez de los axiomas a todo el espacio métrico intuitivo de tres dimensiones. Carnap introduce (p. 26) seis exigencias para la extensión de la validez de los axiomas a todo R'_{3M}. La primera exigencia establece que los dieciocho axiomas se han de cumplir en toda región delimitada, mientras que las restantes exigencias le permiten a Carnap extender su consideración a todo el espacio. Así pues, p.e., los axiomas 1-4 y 13-16 han de valer para todo el espacio, mientras que en el caso de los axiomas 17 y 18 en la región extendida del espacio a la suerte de igualdad (congruencia, respectivamente, paralelismo) válida en la región intuitivamente delimitada le corresponde una relación que se aproxima continuamente a la igualdad. De este modo, como destaca Carnap (p. 27), el espacio total ha de tener la propiedad primeramente destacada por Riemann[6] de euclidicidad en sus partes más pequeñas. Carnap nos recuerda (p. 27) que Riemann exhibió las diversas posibles estructuras del espacio intuitivo métrico de tres dimensiones R'_{3M} compatibles con la euclidicidad que podríamos llamar "local", siendo lo deter-

[5] David Hilbert (1899).

[6] "Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen" (1867). La euclidicidad local es uno de las notas definitorias del concepto de multiplicidad, derivado del de Riemann. Véase al respecto el libro de Moriss W. Hirsch (1976, p. 1).

minante para cada una de estas suertes de espacios intuitivos métricos la asignación de un triple ordenado a cada punto del espacio, la medida de curvatura, donde cada número corresponde a una de las tres direcciones. Como indicáramos más arriba y el mismo Carnap recalca (p. 27), las exigencias de éste tienen el propósito de permitir la extensión de las propiedades intuitivas de la limitada región a la que tenemos acceso intuitivo, y que son expresadas en los dieciocho axiomas, a todo R'_{3M}. Ahora bien, para obtener las propiedades de dicho espacio de tres dimensiones, en vez de examinar las diversas superficies curvas y determinar para cada punto en ellas un exacto análogo de la curvatura gaussiana –la cual Gauss aplicó sólo a casos de dos dimensiones–, Carnap procede a examinar los diversos planos en dicho espacio. La diversidad de los planos ciertamente no es menor que la de las superficies curvas, y las relaciones espaciales en dichos planos es tan variada como en las superficies curvas[7]. El examen de las relaciones espaciales en dichos planos se obtiene mediante un triple ordenado asignado a cada punto del plano, obteniéndose así la curvatura riemanniana del determinado punto en el plano. Ahora bien, si los triples ordenados de números asignados a una región de un plano coinciden con los triples ordenados asignados a los puntos de una determinada superficie curva, entonces en el plano y en la superficie curva se dan las mismas relaciones espaciales. De este modo, el examen directo de la estructura de las diversas superficies curvas en el espacio intuitivo métrico de tres dimensiones es sustituido por un examen de la estructura de los diversos planos. Claro está, como subraya Carnap (p. 28), cuando él habla aquí de planos él tiene en mente no nuestra noción euclidiana de plano, sino la de una superficie tal que cualesquiera dos de sus puntos pueden ser conectados por una recta que yace completamente en el pla-

[7] Una exposición bastante clara de las nociones de curvatura gaussiana de superficies y la más general curvatura riemanniana, y de la relación entre ambas se encuentra en el valioso libro de Lawrence Sklar (1974, pp. 27ss y 42ss.), respectivamente.

no. A su vez, por "recta" se entiende una línea tal que cualquier segmento de la misma que una a cualesquiera puntos P_1 y P_2 es la línea más corta entre esos dos puntos. Esto es perfectamente compatible con el hecho de que a cada punto de esa recta se le asigne una medida de curvatura –así pues, el correspondiente triple ordenado–, y que los triples ordenados asignados a los diversos puntos de una recta no coincidan con <0,0,0>.

Antes de continuar con la exposición de los aspectos fundamentales de *Der Raum*, conviene aquí contrastar lo que hace Carnap con el Russell de *Foundations of Geometry*. Mientras que Russell se niega a considerar espacios de curvatura variable, así pues, espacios tales que a diversos puntos en ellos les sean asignadas distintas medidas de curvatura, posibilidad destacada ya por Riemann, para Carnap dichos espacios son perfectamente legítimos. Claro está, se puede aducir que, a diferencia de Russell, Carnap escribe luego del surgimiento de la teoría general de la relatividad, según la cual la estructura del espacio-tiempo físico de cuatro dimensiones es una de curvatura variable. No obstante, el tratamiento de Carnap en su disertación es tan general que, en lo esencial, hubiese podido ser concebido aún si no se hubiese descubierto antes la teoría general de la relatividad.

Precisamente, en las páginas subsiguientes de *Der Raum*, y luego de destacar que R'_{3M} está totalmente determinado en sus relaciones métricas una vez se asigna a cada punto el triple ordenado de números correspondiente a las tres distintas direcciones, Carnap considera los espacios de curvatura constante. Al respecto él introduce las conocidas definiciones de homogeneidad e isotropía, y su relación, las cuales citamos, ya que no podemos expresarlas de un modo más claro y conciso:

> Ahora bien, si valen para cada punto del espacio los mismos tres números, entonces se cumplen en cada lugar del espacio las mismas relaciones métricas que en cualquier otro. El espacio es llamado en este caso homogéneo. Todo plano de este espacio tiene entonces en todos sus puntos igual medida de curvatura ("planos de curvatura constante"), pero ella no tiene que ser la misma para todos los planos. (p.28)

Así, p.e. dos planos de curvatura constante perpendiculares entre sí en el espacio no tienen que tener la misma curvatura. Pasemos a la otra definición:

> Si, por otro lado, en cada punto del espacio los tres números válidos son iguales entre sí, entonces allí son todas las direcciones del espacio equivalentes [*gleichartig*]. El espacio es llamado en este caso isótropo. Si se cumplen ambas condiciones, entonces todos los puntos y todas las direcciones son equivalentes [*gleichartig*]; todos los números distintivos de este espacio homogéneo e isótropo son iguales entre sí: la medida de curvatura del "espacio de curvatura constante". En este caso todos los planos del espacio son no sólo planos de curvatura constante, sino todos equivalentes [*gleichartig*] entre sí; la curvatura es para todos igual y, por cierto, igual a la del espacio. (pp. 28-29)

Obviamente, si el espacio es isótropo pero no homogéneo, su curvatura puede variar arbitrariamente, incluso en cada punto, siempre que en cada punto la variación en las tres direcciones sea la misma.

Inmediatamente Carnap pasa –véase p. 29– a considerar las diversas suertes de planos determinadas por su curvatura. Así pues, como es bien conocido, si la curvatura es negativa, tenemos un plano hiperbólico; si ella es igual a cero, un plano parabólico (o euclidiano); y si es positiva, un plano elíptico. Carnap pasa a enumerar algunas propiedades distintivas de estas tres suertes de planos y, en general, de geometrías. Así, p.e., como es bien conocido, en el primer caso, la suma de los ángulos de un triángulo es menor de 180 grados, y por un mismo punto que no yace en una determinada recta pasa más de una recta –de hecho, infinitamente muchas– paralela a la primera recta; en el segundo caso, la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180 grados, y por un punto que no yace en una determinada recta pasa exactamente una recta paralela a la primera; en el tercer caso, la suma de los ángulos de un triángulo es mayor de 180 grados, y por un punto que no yace en una determinada recta no pasa ninguna recta paralela a la primera recta. Finalmente, Carnap destaca (p. 29) que mientras que en los primeros dos casos el plano –y el espacio total– es infinito, en el caso de la geometría elíptica, el plano –y el espacio total– es finito pero ilimitado, ya que se cierra sobre sí mismo. Carnap resume su discusión de R'_{3M} del modo siguiente:

> A partir de hechos, que nos ofrece la intuición para una delimitada región espacial, nosotros hemos encontrado, con la ayuda de la formulación de ciertas exigencias, las diversas suertes de estructuras espaciales completas, en todas cuyas delimitadas regiones se cumplen aquellos hechos intuitivos. (p.29)

El próximo paso de Carnap es la obtención de espacios intuitivos más generales. Estas generalizaciones pueden darse en dos sentidos diferentes. En primer lugar, se puede generalizar la dimensión del espacio, obteniendo así los espacios R'_{4M}, R'_{5M} y, en general, para cualquier número natural n, el espacio R'_{nM}. Obviamente, la misma subdivisión en subespecies hiperbólica, parabólica y elíptica que se obtuvo en el caso del espacio intuitivo métrico de tres dimensiones se puede obtener para todas estas generalizaciones obtenidas mediante el aumento indefinido de las dimensiones, de modo tal que las subespecies de R'_{3M} serían partes de todas las correspondientes subespecies de los R'_{nM}, para todo número natural *n*. Por otro lado, Carnap aclara (p. 30) que incluso en el caso del espacio intuitivo métrico de cuatro dimensiones, la intuición requiere de ayuda conceptual. De hecho, hemos visto que en el caso de R'_{3M} sólo intuimos regiones delimitadas y no el espacio total, lo que no impidió que se pudiese considerar todo dicho espacio. De una manera análoga, aunque no podemos intuir ni siquiera en una región delimitada figuras de cuatro dimensiones, Carnap destaca (p. 30) que podemos apoyarnos en las figuras intuitivas de tres dimensiones, y con la ayuda de relaciones conceptuales, en cierto modo podernos representar figuras de cuatro dimensiones, aunque dicha posibilidad no sea puramente intuitiva, sino intuitivo-conceptual.[8]

---

[8] Sobre este asunto de la presunta no-intuitividad de espacios diferentes del euclideano de tres dimensiones, conviene leer a Henri Poincaré (1902, pp.63-76), e igualmente el artículo de Albert Einstein “Geometrie und Erfahrung” (1918).

La otra suerte de generalización consiste en remontarnos a los géneros supraordenados, que se obtienen al prescindir de la consideración de todas las propiedades del espacio que dependen de sus relaciones métricas. Al respecto nos dice Carnap:

> Una estructura espacial que se edifica sobre la base de los conceptos fundamentales de punto, recta y plano, junto con la relaciones del yacer en, sin hacer uso de la igualdad de segmentos o de ángulos, se deja formar [gestalten] de modo tal que aquellas diferencias [entre las tres subespecies de R'_{3M}] desaparecen. Una tal estructura es llamada espacio [intuitivo] proyectivo R'_{3P}. (pp. 30-31)[9]

Carnap añade (p. 31) que si prescindimos también de los conceptos de recta y plano, limitándonos a considerar sólo el de punto y los conceptos de línea y superficie, entonces obtenemos el espacio intuitivo topológico de tres dimensiones R'_{3T}. Ya sea combinando las dos generalizaciones, así pues, aplicando a los espacios R'_{nM}, para cualquier número natural *n*, el procedimiento usado para obtener R'_{3P} y R'_{3T} a partir de R'_{3M}, o a partir de los espacios formales proyectivo R_{nP} y topológico R_{nT} de *n* dimensiones mediante la introducción en ellos de figuras espaciales intuitivas, obtenemos los espacios intuitivos proyectivos y topológicos, de *n* dimensiones R'_{nP} y R'_{nT}, respectivamente. Obviamente, como destaca Carnap (p. 31), el espacio intuitivo topológico de *n* dimensiones es el más general de los espacios intuitivos, y contiene a todos los otros, ya sea como partes –p.e. a R'_{3T}– o como particularizaciones o especializaciones –p.e. a

[9] Como ha observado en comunicación electrónica Thomas Mormann, Carnap confunde el espacio proyectivo con el espacio afin. Para una caracterización particularmente detallada de los espacios afines, véase el libro clásico de Hermann Weyl (1918, pp.17-26, especialmente pp.21-22). Véase el también clásico libro de Lawrence Sklar (1974, pp.50-51). Para una clara comparación entre espacios afines y espacios proyectivos, véase el extensísimo artículo (o mejor: monografía) de Robert Coleman y Herbert Korté (2001, pp. 203-208) en Scholz (ed.) (2001, pp.161-386).

R'_{nM}–, o por una combinación de ambas –p.e. a R'_{3M}, que puede ser visto como una especialización de R'_{3T}, o como una parte de R'_{nM}.

Antes de continuar, conviene destacar que este constante uso por parte de Carnap de la terminología de géneros, especies y subespecies, así como de la distinción entre particularización o especialización y singularización es muy frecuente en las dos principales obras de Husserl publicadas antes de 1922, a saber, en *Logische Untersuchungen*[10] y, sobre todo, en *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und einer phänomenologischen Philosophie I*[11], lo que no parece ser una mera coincidencia, especialmente si tomamos en cuenta no sólo la inclusión de ambas en la bibliografía, sino sobre todo la adhesión de Carnap a la contemplación de esencias en las páginas 22-23.

En el Capítulo III Carnap pasa a examinar las suertes del espacio físico. A él le interesa aquí considerar las relaciones espaciales en la naturaleza, así pues, las relaciones que él llama físico-espaciales. Como señala Carnap (p. 32): "La doctrina del espacio físico tiene…la tarea de comprobar cuáles de estas relaciones [espaciales] valen para las cosas determinadas que están presentes en la experiencia." Antes de pasar propiamente a la discusión del espacio físico, Carnap quiere evitar un posible malentendido, sobre todo en vista de que él va a sostener que es muy poco lo que se puede decir de las relaciones físico-espaciales sobre la base de la observación. Carnap aclara (p. 32) que a él no le interesa en este estudio del espacio físico la frecuente opinión de que las figuras físico-espaciales no pueden ser determinadas con completa precisión, opinión que se apoyaría, según Carnap (p. 32), tanto en la forma irregular de los cuerpos en la naturaleza como en los límites de precisión de nuestros instrumentos de medición.

Primeramente, Carnap se ocupa de la fijación de lo que ha de entenderse por recta en el espacio físico. Para tal propósito, nos dice Car-

---

[10] Husserl (1900-1901).

[11] Husserl (1913, §§ 9 y 10).

nap (p. 33), hay que presuponer la rectitud, p.e. de los rayos de luz o de una regla. Sin embargo, Carnap destaca lo siguiente:

> Es imposible en principio establecer esto, si uno considera sólo lo que procede unívocamente de la experiencia, sin fijar [*treffen*] estipulaciones libremente escogidas… que son presentadas como exigencias, sin que ellas jamás puedan ser confirmadas o refutadas mediante la experiencia…. (p.33)

Así pues, la mera experiencia no determina unívocamente lo que es o no es una recta en el espacio físico, por lo que necesitamos de estipulaciones, es decir, de convenciones, para lograr determinar lo que se ha de entender por recta. Otro posible procedimiento consistiría, nos dice Carnap (pp. 33-34), en fijar no lo que es una recta, sino lo que es un cuerpo rígido. Generalmente, se selecciona un cuerpo y se fijan dos puntos en el mismo. Luego se le asigna una medida numérica a la distancia entre esos dos puntos, p.e. la unidad, en determinadas circunstancias físicas, como las de temperatura, dirección y ubicación en el espacio físico, etc. Entonces hay varias maneras de examinar la presunta rectitud de una línea física. No nos parece necesario exponer aquí las dos variantes de este procedimiento sugeridas por Carnap para determinar la rectitud de una línea mediante la noción de cuerpo rígido, o barra rígida –como se la suele llamar en la literatura especializada. Claramente, el objetivo es la obtención de la más simple estipulación (o fijación) de la medida (*Maßsetzung*). Para ello, nos dice Carnap (p. 35), se procede a menudo de acuerdo a ciertos principios del procedimiento científico tácitamente presupuestos, aún cuando la estipulación de la medida sea perfectamente consciente. Claramente, los hechos empíricos no determinan en modo alguno dichos principios. Por su parte, la elección presente en la estipulación de la medida, nos dice Carnap (p. 36), no es independiente de estos principios, y de este modo ha de tomar en cuenta los hechos empíricos en el sentido de que tiene que ser consistente con ellos. Ahora bien, lo decisivo en este asunto, como bien recalca Carnap (p. 37), es que la determinación de lo que es una recta en el espacio físico no se obtiene solamente de los hechos empíricos, sino que requiere de una estipulación, ya sea ésta directa, mediante la fijación de lo que se ha de entender por recta, o indirectamente, mediante la fijación primeramente de una medida y con ayuda de ésta la determinación de lo que es una recta. Como observa Carnap (p. 37), este último procedimiento tiene la ventaja de que nos permite no sólo determinar si un particular segmento de línea es una recta, sino también establecer sus relaciones cuantitativas.

Carnap pasa luego a considerar las distintas suertes de espacio físico. En las pp. 37-38 Carnap destaca que el espacio topológico físico de tres dimensiones R''_{3T}, al igual que sucede con R'_{3T}, no se ocupa ni de rectas ni de relaciones de magnitud, por lo que a él no le concierne ninguna estipulación acerca de lo que es una recta o estipulación de medida; sino que sólo le conciernen relaciones de incidencia de puntos, líneas, superficies y partes del espacio en el espacio físico, pues ellas son las únicas requeridas para el ordenamiento de las figuras empíricamente dadas en dicho espacio. Por consiguiente, como recalca Carnap (p. 38), para R''_{3T} son relevantes aquellas relaciones entre figuras físico-espaciales que no involucran ninguna convención o estipulación. En vista de que nuestra experiencia hasta el momento no ha requerido de espacios físicos de más de tres dimensiones, Carnap opta (p. 38) por no examinar su generalización a un número arbitrariamente grande de dimensiones. No obstante, R''_{nT} permanece siempre como una posibilidad, y Carnap destaca muy claramente (p. 38) que la tridimensionalidad en modo alguno es una condición de posibilidad de un objeto de la experiencia en general, pues se podría en principio indicar qué suerte de hechos de experiencia tendrían que darse para que nosotros los concibiésemos como figuras de cuatro dimensiones. Por otro lado, Carnap sostiene (p. 38) que mientras que el espacio físico topológico de tres dimensiones reproduce todo lo empíricamente dado en el espacio sin necesidad de ninguna suerte de estipulación o convención, tanto el espacio físico proyectivo (más bien, afín) de tres dimensiones R''_{3P}, para cuya obtención se requiere la estipulación de lo que se ha de entender por una recta, como el espacio físico métrico de tres dimensiones R''_{3M}, que requiere una estipulación de medida, no están unívocamente dados por los hechos empíricos, sino que requieren de una selección entre varias posibilidades determinadas por las correspondientes estipulaciones ya sea de lo que se ha de entender por "recta" o de la medida.

En las pp. 38-40 Carnap hace precisa la importante distinción anterior. Para ello primeramente define como contenido fáctico (*Tatbestand*) a la materia de la experiencia tal y como aparece en su forma necesaria sin que haya sufrido ninguna transformación. Para determinar si un enunciado empírico es un enunciado acerca sólo de este contenido fáctico y, en general, para poder distinguir entre lo que en él concierne al hecho fáctico y lo que concierne a la particular forma elegida, habría que examinar si el enunciado vale para todas las suertes de estructuraciones espaciales. Esto se hace preciso mediante la noción matemática de la invariancia frente a transformaciones biyectivas continuas, usualmente llamadas "homeomorfismos" por los matemáticos. Ahora bien, las propiedades topológicas de un espacio son precisamente las que permanecen invariantes frente a homeomorfismos. Por el contrario, las propiedades proyectivas (o afines) y métricas del espacio no son invariantes frente a biyecciones continuas. Los enunciados acerca de dichas propiedades del espacio físico no son enunciados sólo acerca del contenido fáctico de la experiencia, sino que involucran estipulaciones. Específicamente, los enunciados que dicen algo acerca de rectas y planos son enunciados acerca del espacio físico proyectivo (más bien, afín) de tres dimensiones, mientras que los que conciernen a la igualdad (o congruencia) de segmentos o ángulos son enunciados acerca del espacio físico métrico de tres dimensiones. De este modo tan elegante, Carnap pretende aislar aquello en el espacio físico que pertenece al hecho fáctico dado en la experiencia sin adulteración de la forma mediante alguna suerte de estipulación.[12]

Como bien expresa Carnap (p. 40), la noción de contenido fáctico, la cual abarca la totalidad del contenido fáctico de los enunciados, logra apresar exactamente aquello en el espacio físico que está dado por la experiencia. Justamente ese contenido es el que se manifiesta en el espacio topológico físico de tres dimensiones R''_{3T}. No obstante, desde el punto de vista de nuestro conocimiento de la naturaleza física, el espacio que más interesa es el correspondiente espacio métrico físico $\mathrm{R}''_{3\mathrm{M}}$, al cual concierne específicamente la medición. Para obtenerlo, indica Carnap (p. 40), se puede, p.e. estipular que dos determinados puntos de un pedazo de hierro han de valer como los dos puntos para la medición. Debe estar perfectamente claro que, como recalca Carnap (p. 40), para poder fungir como escala (Maßstab), la distancia entre estos puntos ha de tomarse como rígida, es decir, como no cambiante, invariante frente al transcurso del tiempo y a desplazamientos espaciales. Sobre la base tanto del contenido fáctico como de la estipulación de medida y, como subraya Carnap (p. 40) solamente sobre esta base, se ha de determinar la naturaleza de R''_{3M}. Antes de proseguir con la obtención de R''_{3M}, Carnap le recuerda al lector (pp. 40-41) que en toda la discusión del espacio físico, sea éste topológico, proyectivo o métrico, operamos en realidad con una proyección tridimensional de la multiplicidad espacio-temporal de cuatro dimensiones que constituye, de acuerdo con la teoría (especial y general) de la relatividad, el mundo físico en que vivimos. Dicha proyección, observa Carnap (p. 41) se obtiene mediante la selección de tres coordenadas en el espacio-tiempo de Minkowski con la peculiaridad de que ninguna de ellas

---

[12] La posibilidad de este aislamiento de las propiedades topológicas del espacio físico de sus propiedades métricas ha sido cuestionada desde diversos ángulos. La objeción más seria se basa en resultados matemáticos. Véase al respecto el libro antes citado de Lawrence Sklar, p. 54, así como la discusión más detallada por parte de Thomas Mormann en su artículo aún inédito “Carnap’s Metrical Conventionalism versus Differential Geometry”.

yace en el doble cono temporal del pasado y del futuro. Obviamente, aún hay margen para múltiples elecciones de esa proyección tridimensional. Carnap elimina parte de esa indeterminación destacando (p. 41) que nos podemos limitar a la consideración de aquéllas relaciones espaciales que son independientes de la determinación de la simultaneidad, lo cual se obtendría si limitásemos los intentos de medición de dos figuras espaciales a situaciones en que ambas figuras estén en estado de reposo.

Una vez hechas estas aclaraciones, Carnap pasa a definir de la manera usual la noción de "rigidez". Así pues, dice Carnap:

> Queremos llamar "rígido", a un conjunto de puntos, una línea, un pedazo de superficie o un cuerpo respecto de una determinada estipulación de medida, cuando respecto de ella la distancia entre cualesquiera dos puntos del conjunto permanece igual indefinidamente [*dauernd gleich bleibt*]. (p. 42)

Obviamente, la definición de rigidez a su vez depende del supuesto de la rigidez de la barra en la que se especifica la escala. La determinación de la curvatura en una región de un plano en el espacio físico se establece examinando las propiedades usuales de las figuras geométricas en dicho plano, p.e. la suma de los ángulos de un triángulo. Una manera menos popular indicada por Carnap (p. 43) consiste en la fijación de un punto en el plano y la construcción de seis triángulos equiláteros a su alrededor. Si ellos cubren todo el entorno del punto sin intersectarse y sin lagunas, la geometría del plano es parabólica (o euclidiana); si no sólo no dejan lagunas, pero se intersectan, el plano es elíptico; finalmente, si los triángulos no logran cubrir todo el entorno, sino que dejan algún ángulo sin cubrir, el plano es hiperbólico. Si se desea determinar específicamente la curvatura, destaca Carnap (p. 43), hay que obtener de la fijación de la medida, con ayuda de la escala, un procedimiento para medir segmentos. Carnap sostiene (p. 44) que sólo las propiedades topológicas del plano, así pues, las que constituyen el contenido fáctico, como la relación de yacer un punto en un segmento, pueden ser establecidas mediante un tal procedimiento. Una vez se fija la curvatura en un pedazo del plano, se puede hacer lo mismo en otros puntos del plano para así poder determinar las relaciones métricas en toda la región. El número de puntos a considerar va a depender, nos dice Carnap (p. 45), de las mayores o menores divergencias en la curvatura obtenidas en las distintas partes del plano. Obviamente, si las diferencias son muy marcadas, el número de puntos a considerar va a aumentar. Lo importante es, sin embargo, que procediendo de este modo podemos fijar la curvatura de toda la región, y con ayuda de este resultado, en principio, la de todo el espacio físico. Más importante aún para Carnap es:

> ... primeramente que el establecimiento de las relaciones métricas del espacio físico sólo tiene sentido si es exhibida una estipulación de la medida libremente seleccionada, y, en segundo lugar, que este establecimiento utiliza de la experiencia sólo el contenido fáctico, es decir, sólo considera y evalúa propiedades topológicas de las figuras espaciales físicas, sin presuposición de la rectitud de cualesquiera líneas físicas... (p. 45).

Hasta el momento Carnap ha proseguido de manera tal que la suerte del espacio físico es una función matemática del componente empírico, constituido por el contenido fáctico, y el componente convencional, que es la estipulación de medida. Carnap va a intentar mostrar que muy bien se pudo partir del contenido fáctico y de las relaciones métricas del espacio, y obtener la estipulación de medida como una función de aquéllos. No nos parece necesario entrar aquí en los detalles de la discusión que sigue. No obstante, conviene mencionar que él rechaza una estipulación de medida superficialmente simple por requerir de complicaciones ulteriores. Ese es el caso de una estipulación de medida, según la cual la tierra sería no solamente plana, sino que tendría curvatura igual a 0 en todos sus puntos. En este caso, la superficie de la tierra tendría que ser concebida como infinitamente grande. Más aún, dicha estipulación métrica tendría el inconveniente de que requeriría un lugar privilegiado en el plano. Pero esto choca con propiedades altamente deseadas del espacio físico. Por ello, Carnap sostiene (p. 48) que se ha de seleccionar la más simple estructura espacial que sea compatible con la homogeneidad y la isotropía del espacio, así pues el espacio ha de tener en todos sus puntos y en todas las direcciones de la superficie la misma curvatura. Una vez fijada la estructura espacial, hay que tratar de obtener la estipulación de medida correspondiente a este espacio y compatible con el contenido fáctico de la experiencia física, el cual, como indica Carnap (p. 48), incluye todas las mediciones espaciales tanto astronómicas como terrestres.[13]

En las páginas subsiguientes, Carnap compara dos posibles estipulaciones de medida, M_1 y M_0, aplicadas a la tierra (en alemán: Erde), designada por Carnap con "E". La primera de ellas es la usual, que considera a la tierra una esfera, mientras que la segunda considera a la tierra un plano, aunque uno con curvatura positiva en todos sus puntos. M_0 va a coincidir con M_1 en lo que concierne a las relaciones métricas en E. Esto significa, entre otras cosas, como nos dice Carnap (p. 48), que la igualdad entre líneas establecida en la física usual haciendo uso de M_1 se mantiene al usar M_0 en su lugar. De un modo similar, como sobre la base de M_1 los grandes círculos de la esfera terráquea son las líneas más cortas, sobre la base de M_0, de acuerdo a la cual E es un plano, las líneas que corresponden a los grandes círculos son rectas y se mantiene la propiedad de ser las líneas mas cortas entre dos puntos. Más aún, en ambos casos, cualesquiera dos puntos de E determinan una única recta, excepto en los dos polos, por los que pasan infinitamente muchas rectas. Así pues, en esta suerte de "plano esférico" que es la tierra sobre la base de M_0, y que en vista del

[13] No resulta completamente clara la exigencia de isotropia y homogeneidad, así pues, la limitación a estructuras de curvatura constante, primeramente, porque ya Carnap había considerado la posibilidad de que una de estas propiedades, o ambas, no se cumpliesen, y, en segundo lugar, porque Carnap debería conocer que el espacio físico de la teoría general de la relatividad no es ni homogéneo ni isotrópico, ya que el campo gravitacional de la materia produce curvaturas en el espacio adyacente, lo que claramente hace falsa la tesis de la homogeneidad del espacio y, por lo menos, extremadamente improbable la tesis de la isotropía.

supuesto de homogeneidad, Carnap llama "espacio esférico", valen las mismas escalas de medida físicas que en la usual física de la tierra sobre la base de la estipulación de medida usual M_1. De particular interés es la siguiente diferencia destacada por Carnap (pp. 50-51) entre el par (E, M_1) y el par (E, M_0). Si pudiésemos vincular dos puntos en E mediante un túnel en el interior de la tierra, de acuerdo con M_1 la distancia entre los dos puntos sería menor que la distancia entre los mismos dos puntos unidos por una recta en la superficie de E. Por el contrario, en el caso de M_0 el resultado es completamente opuesto, a saber, la distancia entre dos puntos vinculados por una especie de tunel en el interior de la tierra es más larga que la distancia de una recta entre los mismos dos puntos en la superficie de E. Vista desde M_0, la divergencia se debe a que, contrario a M_0, sobre la base de la usual M_1, los cuerpos se expanden con el calor, por lo que la barra usada para medir se expandiría en el interior de la tierra. Así pues, el tunel es, nos dice Carnap (p. 51), sólo en apariencia más corto, medido por M_1, porque las escalas de medida de M_1 han sufrido en el interior de E un alargamiento. Por el contrario, en (E, M_0) cualquier línea interna o externa entre dos puntos es más larga que la recta determinada en E por dichos puntos. En este sentido, destaca Carnap (p. 51), E se comporta claramente como un plano.

Carnap concluye (pp. 51-53) que a pesar de las coincidencias antes mencionadas entre M_1 y M_0 respecto de E, la adopción de M_0 conlleva cambios en la interpretación de ciertos hechos físicos y, por ende, en las leyes físicas. Así, p.e. los rayos de luz tendrían que ser interpretados como curvos sobre la base de M_0. El examen comparativo de (E, M_1) y (E, M_0) lleva a Carnap a concluir (p. 54) que el contenido fáctico (T), la estructura del espacio (R) y la estipulación métrica (M) están relacionados entre sí de modo tal que una vez se establecen dos de ellos, el tercero está unívocamente determinado. Tenemos, pues, las siguientes tres funciones de dos argumentos: $R = f_1(M, T)$, $M = f_2(R, T)$ y $T = f_3(M, R)$. Respecto de esta última función, Carnap destaca (p. 54) que aunque dados M y R, T está unívocamente determinado, no se debe olvidar que, a diferencia de *M* y *R*, que pueden ser estipulados libremente, *T* está unívocamente dado. No es necesario destacar que sería altamente cuestionable que un físico optase por estipular libremente *M* y *R* para obtener un determinado *T* sin tener que hacer observaciones empíricas.

Más adelante, Carnap discute el importante asunto de la simplicidad. Al respecto él señala (p. 55) que aunque se puede obtener una estructura espacial más simple que las otras –la estructura espacial euclidiana– sin tomar en cuenta los otros dos componentes, e igualmente una más simple estipulación métrica –M_0–, la exigencia de simplicidad concierne a la totalidad del triple (*T*, *M*, *R*), no a *M* o a *R* con independencia de *T*. De hecho, como correctamente observa Carnap (pp. 55-56), ni *R* ni *M* deben ser seleccionados con independencia de *T*, aún cuando ello sea teóricamente posible, por lo que a lo que cabe aspirar es a la mayor simplicidad del par (*M*, *R*), dado *T*, lo que en modo alguno tan siquiera implica que *M* o *R* sea el más simple posible. No obstante, Carnap añade (p. 56) que T junto con la exigencia metodológica de la simplicidad determinan el más simple *R*. Así pues, aunque *R* es independiente de *T* y puede ser escogido libremente, la exigencia de simplicidad añade un requisito a *T* que permite determinar unívocamente a *R*.

A partir de la anterior discusión, Carnap concluye (p. 56), que resulta clara la razón por la cual la física –léase la teoría general de la relatividad– rechaza el R aisladamente más simple –el espacio euclidiano– y por qué nunca se ha adoptado a M_0. La física mantiene la estipulación M_1, la cual, como destaca Carnap (p. 57), es tal que el largo de una barra cualquiera es independiente del lugar o la dirección en un campo gravitacional, pero no lo es de la temperatura, el magnetismo o la elasticidad. Carnap resume sucintamente los resultados de su examen del espacio físico del modo siguiente:

> En el contenido fáctico de la experiencia nos es dado el espacio topológico tridimensional R''_{3T}, pero no un espacio métrico. Un tal [espacio] se obtiene sólo sobre la base de una estipulación de medida, mediante la cual nosotros podemos seleccionar libremente o bien ésta misma o la es-

> tructuración métrica del espacio, pero mejor procedemos de modo tal que no hacemos ni lo uno ni lo otro, sino que determinamos la estipulación de medida y su correspondiente estructura espacial de modo tal que sobre su base el contenido fáctico pueda ser presentado de la manera más simple posible. (p. 59)

Esta sucinta exposición del núcleo de la discusión del espacio físico en *Der Raum* expresa de forma inmejorable los dos puntos fundamentales de todo el capítulo. En primer lugar, debe estar claro que en el caso del espacio físico Carnap defiende una suerte de convencionalismo en lo que concierne a la fijación de la métrica. Sólo la estructura topológica del espacio físico está determinada empíricamente. Ni su estructura proyectiva (o afín) ni su estructura métrica están empíricamente determinadas. Pero como lo que le interesa a la física es la estructura métrica del espacio, dicha estructura métrica tiene que ser seleccionada libremente. De hecho, son dos los componentes que admiten una selección libre, la estructuración espacial *R* y la fijación de la medida *M*. Una vez se selecciona libremente una de las dos, ella y el contenido fáctico *T* determinan unívocamente la restante. Ahora bien, si tomamos en consideración no sólo el contenido fáctico *T,* sino también la exigencia metodológica de la simplicidad, la libre selección de *R* o de *M* desaparece, ya que, dado *T* y dada dicha exigencia, sólo hay un *R* más simple y un *M* más simple. Tenemos, pues, en esta obra de Carnap una defensa de un convencionalismo moderado respecto de los aspectos no topológicos del espacio físico, debilitado por la exigencia metodológica de la simplicidad. Aunque en la bibliografía de esta obra hay referencias a convencionalistas como Dingler y Poincaré, el convencionalismo moderado de *Der Raum* se separa claramente del convencionalismo radical del primero e incluso del menos radical del segundo, quien creía que se podía defender a toda costa la euclidicidad del espacio físico, sin tomar adecuadamente en cuenta la innecesaria complicación de la teoría física que ello conllevaría.

Al comienzo del brevísimo Capítulo IV acerca de la relación entre las tres concepciones (o niveles del espacio), Carnap introduce mediante un ejemplo dos nociones que le interesa distinguir. Se trata de la noción de substitución, que consiste en el reemplazo de indeterminados (o variables) en una expresión general por determinados (constantes) –p.e. cuando a partir de la ecuación $n+m = m+n$ obtenemos la ecuación 5+3 = 3+5-; y de la noción de subsunción, mediante la cual subordinamos un caso empírico real bajo una regla general –p. e. cuando a partir de 5+3 = 3+5 obtenemos el caso concreto de que cinco manzanas + tres manzanas = tres manzanas + cinco manzanas. Carnap sostiene (p. 60) que con ayuda de dichas nociones es posible precisar la relación existente entre las tres concepciones básicas de geometría, así pues, la formal, la intuitiva y la física. La geometría intuitiva se obtiene a partir de la geometría formal mediante el procedimiento de substitución, mientras que la geometría física se obtiene a partir de la geometría intuitiva mediante el de subsunción. Para caracterizar de una manera general la distinción entre las tres concepciones –mejor: los tres niveles– de geometría, Carnap nos remite a una importante distinción hecha por Husserl. Carnap dice:

> Ella [la relación] corresponde (en la terminología de Husserl) al tránsito gradual [*stufenweise Fortgang*]: ontología formal (Leibniz' "mathesis universalis"), ontología regional, ciencia de hechos; y en la doctrina de la ciencia de Ostwald a los tres primeros niveles de la pirámide de la ciencia. (p. 61)

Carnap sostiene (p.61) que la relación existente entre las tres concepciones de geometría es la misma que está presente entre sus objetos, es decir entre R, R' y R''. El sostiene (p. 61), haciendo uso nuevamente de terminología muy frecuente en Husserl, que tanto la relación entre R y R' como la relación entre R' y R'' son relaciones entre un género y una cosa singular, aunque lo son en diferente sentido. Más aún, dice Carnap:

> La relación de R a R' es la de un género de estructuras de determinadas relaciones de orden pero objetos indeterminados a una estructura de estas mismas propiedades, pero de objetos determinados, a saber, de figuras espaciales intuitivas. La relación de R' a R'' es la de la forma de la intuición a una estructura de esta forma de objetos empírico-reales. (p. 61)

Carnap recalca (p. 61) que el interés primordial de su escrito yace en R'' y, en particular, en agrupar de manera consistente en un determinado espacio físico las relaciones espaciales de la experiencia. No obstante, justifica la importancia de la consideración de los espacios intuitivos y de los formales para la mejor comprensión del espacio físico. Al respecto dice Carnap:

> Ahora bien, como para R'' se presentan como posibles distintas suertes de R''_{3M}, según sea la elección de la fijación de la medida, entonces tienen que ser formadas las correspondientes suertes de R' que luego de la manera antes dilucidada son [generalizadas] a las estructuraciones R'_{nM} o R'_{3T} y finalmente generalizadas y a la vez reunidas en R'_{nT}. Y para estas estructuras son formados los armazones formales de los correspondientes R hasta el más general R_{nT}. (p. 61)

El quinto y último capítulo –acerca del conocimiento del espacio y la experiencia– es de particular importancia para entender las influencias filosóficas y científicas presentes en esta obra. La discusión de las distintas concepciones de espacio se dio en los primeros tres capítulos, mientras que en el cuarto capítulo se discutió la relación entre las tres concepciones. En este último capítulo Carnap esclarece un poco más la naturaleza de las tres concepciones del espacio. Así pues, él comienza esta parte final de su disertación indicando (p. 62) que el espacio formal no es otra cosa que un desarrollo de una particular región de la teoría de las relaciones. Más aún, él destaca (p. 62) que, al igual que la teoría de números, la teoría de las relaciones y, en particular la teoría del espacio formal no sólo es totalmente independiente de la experiencia, sino derivable de la lógica. Obviamente, aquí está presente la influencia de la versión del logicismo de Russell y Whitehead, formulada en *Principles of Mathematics* del primero y en *Principia Mathematica* de ambos importantes lógicos y filósofos. Conviene aquí mencionar que el logicismo de Frege no se extiende a la geometría, sobre la cual el padre de la lógica moderna tenía una concepción cercana a la de Kant.

De particular importancia es lo que dice Carnap sobre el espacio intuitivo, ya que o bien ha sido ignorado o ha sido malinterpretado. Contrario a lo que han sostenido algunos autores, aquí la influencia decisiva parece ser sin lugar a mucha duda la de Husserl. Al respecto, lo mejor es citar un extenso pasaje de *Der Raum*:

> Aquí [en el espacio intuitivo] hemos distinguido entre los principios en sentido estricto y las exigencias. Aquéllos conforman el resultado [*Befund*] de una determinada suerte de "contemplación de esencias" [*Wesenserschauung*] (en el sentido de Husserl) y por ello, como todos los conocimientos de esta fuente, no necesitan de la acumulación de hechos de experiencia, [y] por ello no han de ser designados como conocimientos empíricos, pero tampoco son independientes de toda experiencia en tanto que son obtenidos de cualesquiera representantes de la suerte concernida de objetos. Las exigencias, por el contrario, no son conocimientos sino estipulaciones, que hay que hacer para obtener una estructuración total "espacio" a partir de aquellos conocimientos, que por su naturaleza [*ihrem Wesen nach*] aparecen limitados a una región incompleta. Para estas ampliaciones a una estructuración completa se indicaron varias posibilidades. El espacio topológico exhibe [*darstellt*] lo que es común a todas y por tal razón ha de ser visto como la forma aprehensible de lo espacial en la contemplación de esencias. Los espacios intuitivos métricos, por el contrario, dependen también de la elección de aquellas estipulaciones; por ello les falta la propiedad de la validez irrestricta que poseen el espacio topológico intuitivo y todos los conocimientos que provienen de esta fuente. (pp. 62-63)

La cita anterior deja perfectamente claro que Carnap entendía que los principios del espacio intuitivo eran conocidos mediante la intuición de esencias husserliana, y que ellos determinan completamente el espacio intuitivo topológico. Aquí en ningún momento Carnap se refiere a Kant o a Helmholtz[14], o a ningún otro autor que no sea Husserl.

[14] En su excelente disertación, Diederich (1974, p. 99), Werner Diederich vincula sin mucha argumentación la posición de Carnap sobre lo sintético a priori en la geometría con la concepción de Helmholtz, pero no parece haber base en el escrito de Carnap para esa aserción del distinguido y muy apreciado investigador.

En lo que concierne al espacio físico, Carnap menciona (p. 63), sin necesidad de mucha elaboración que nuestro conocimiento del mismo es empírico, se basa en el contenido fáctico de la experiencia y se obtiene por inducción. Por consiguiente, nunca puede tener una certeza absoluta, aunque siempre la tenga como una meta inalcanzable, a la que trata de aproximarse. Nuevamente, Carnap recalca (p. 63) que sólo el espacio físico topológico está unívocamente determinado por el contenido fáctico de la experiencia, mientras que para pasar al espacio físico métrico se requiere de fijaciones de medida libremente seleccionadas.

En las pp. 63-64 Carnap evalúa respecto de las usuales distinciones epistemológicas <analítico-sintético> y <a priori-a posteriori> los conocimientos obtenidos en los tres niveles del espacio. En lo que respecta a los principios y teoremas del espacio formal, Carnap subraya (p. 63) que los mismos son a priori y analíticos, pues son derivables de los principios lógicos. Por su parte, los principios del espacio intuitivo son a priori pero no analíticos, sino sintéticos. Conviene intercalar aquí otra extensa cita de Carnap:

> Los principios del espacio intuitivo son igualmente a priori. De acuerdo con la conocida distinción de Kant entre el "originarse [*Entspringen*] en la experiencia" y el "empezar [*Anheben*] con la experiencia", esto no significa aprehensible sin experiencia, sino "independiente del conjunto de la experiencia" (Driesch) y por esta razón no contradice el que para la contemplación de esencias se requiera de lo dado en la experiencia, ya sea inmediatamente en la percepción o mediatamente en la intuición. En estos principios del espacio intuitivo tenemos ante nosotros las proposiciones sintéticas a priori afirmadas [*behauptet*] por Kant. Pero lo mismo no vale en general para los teoremas derivados de ellos, sino sólo en tanto conciernen al espacio topológico; pues aquéllos que se refieren a uno de los espacios métricos dependen no sólo de los principios, sino de las exigencias, sobre cuya base se obtiene la estructura completa del espacio intuitivo, así pues, de determinaciones que no son conocimientos a priori, pues no son conocimientos, sino estipulaciones. La afirmación de Kant es, pues, por cierto correcta, pero no es válida para todo el ámbito de aquellas proposiciones a las que él mismo la refirió. (pp. 63-64)

Aunque en la cita anterior se menciona repetidas veces a Kant, un examen cuidadoso del pasaje muestra que los estudiosos de Carnap que tratan de vincular al joven Carnap con Kant y los neokantianos no encuentran mucho apoyo en el mismo. Aquí Carnap habla de la famosa distinción kantiana entre tener su fundamento en la experiencia y meramente servirse de la experiencia como punto de partida. Igualmente, se menciona la conocida tesis de Kant de que las proposiciones de la geometría son sintéticas a priori. Pero más allá de eso y de la defensa de la existencia de proposiciones sintéticas a priori, así pues, más allá de un marco de discusión general, no hay coincidencias con Kant. De hecho, Kant no era el único filósofo que había sostenido que existen conocimientos sintéticos a priori: Frege y Husserl, entre otros, lo habían hecho. Ahora bien, cuando examinamos el contenido de lo dicho por Carnap lo que encontramos es que él sostiene que obtenemos proposiciones sintéticas a priori en la capa topológica del espacio intuitivo –y sólo ahí, no en la capa métrica (o en la proyectiva –o afín–)– en virtud del método de Husserl de la contemplación de esencias. El otro filósofo mencionado en el extenso pasaje citado es el actualmente poco estudiado Hans Driesch, quien, como correctamente ha destacado Carlos Ulises Moulines[15], parece haber influenciado a Carnap o, por lo menos, era muy respetado por éste. Finalmente, el caso de las proposiciones sobre el espacio físico es perfectamente claro: ellas son sintéticas a posteriori y obtenidas por inducción.

En las pp. 64-65, Carnap ofrece otra clasificación particularmente interesante de nuestro conocimiento geométrico. Él va a clasificar nuestro conocimiento de los distintos espacios del modo siguiente. Las letras *W*, *S* y *T* han de fungir como abreviaciones de "contemplación de esencias", "estipulación libremente escogida" y "contenido fáctico", respectivamente. Dichas letras van a estar acompañadas siempre de un suscrito, ya sea el "1", que ha de expresar la presencia de dicha fuente de conoci-

---

[15] "Las Raíces Epistemológicas del Aufbau de Carnap" (1982), reimpreso en Ramón Cirera, Andoni Ibarra y Thomas Mormann (eds.) (1996, pp. 45-74).

miento, o el "0", que ha de expresar su ausencia. Así pues, tenemos la siguiente clasificación: W_1 aplica a todos los espacios, por lo que de ningún R vale $W_0(R)$; a R_{3T} no aplica ni S ni T, por lo que valen $S_0(R_{3T})$, $T_0(R_{3T})$ y, en general, $S_0(R_{nT})$ y $T_0(R_{nT})$; a R_{3M} no aplica T, por lo que vale $T_0(R_{3M})$, mientras que S aplica a R_{3M} ya que sus principios se nos ofrecen como condiciones formales de una estructuración relacional basados en estipulaciones libremente escogidas. Obviamente, T no aplica a ningún espacio intuitivo, mientras que S no aplica ni a R'_{nT} ni a R'_{3T}, pero sí aplica a R'_{3M}. Finalmente, en el caso del espacio físico no hay que considerar a R''_{nT}, y S no aplica al espacio físico topológico tridimensional R''_{3T} pero sí aplica a R''_{3M}. Carnap observa (p. 65) que aunque W aplica en todos los casos, en los casos del espacio formal topológico, ya sea éste *n*-dimensional o tridimensional, la aplicación es de una suerte formal. Aquí también Carnap menciona explícitamente a Husserl. Así pues, dice Carnap: "W se presenta en todos los casos, pero sólo en los últimos casos es propiamente "espacial", en los dos primeros de manera formal (Husserl:".ontología formal")." Aquí Carnap parece aludir a la distinción presente en *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und einer phänomenologischen Philosophie I* [16] entre esencias materiales –las usuales– y esencias formales, refiriéndose de manera algo esquemática con este último termino a lo que en otras obras Husserl llamó "objetualidades del entendimiento". En el caso del espacio intuitivo topológico tridimensional, Carnap aclara (p. 65) que, aunque para ser completado se requiera de ciertas exigencias libremente seleccionadas, R'_{3T} no depende de ninguna particular estipulación escogida, pues él contiene sólo aquellas determinaciones espaciales comunes a todas las posibles estipulaciones. Este último punto amerita ser subrayado, pues esas exigencias libremente seleccionadas no deben ser confundidas con convenciones, como las que intervienen en la fijación de la métrica en el espacio físico, mediante las que se selecciona exactamente

[16] Véase nota 10 más arriba.

una particular métrica, aunque muy bien se pudo haber seleccionado otra incompatible con ella.

Carnap pasa a examinar más detenidamente qué es lo que constituye una condición de posibilidad de la experiencia. Al respecto destaca Carnap (p. 65) que, dado que en la experiencia lo único que tenemos presente de forma unívoca sin la intervención de estipulaciones libremente seleccionadas es el contenido fáctico, sólo aquellas determinaciones espaciales contenidas en el contenido fáctico, así pues, las condiciones topológicas –no las proyectivas (o afines) o métricas– son condiciones de posibilidad de la experiencia. Se trata, pues, recalca Carnap (pp. 65-66), de la mera forma topológica del espacio, que es invariante frente a las transformaciones topológicas (bicontinuas). Ahora bien, subraya Carnap (p. 66), las relaciones topológicas del espacio que constituyen la condición de posibilidad de todo objeto de experiencia son las del espacio intuitivo topológico y las del espacio formal topológico, no las del espacio físico topológico, pues éste se ocupa de relaciones topológicas de objetos empíricamente dados en el espacio físico y no es, pues independiente del contenido fáctico de la experiencia. De hecho, según Carnap, el espacio físico topológico apresa exactamente el contenido fáctico de la experiencia. Al respecto, dice Carnap:

> Las determinaciones del espacio intuitivo topológico, en su independencia de la experiencia, y en la validez universal [*Allgemeingültigkeit*] a ellas atribuible sobre la base de su fuente de conocimiento, y por ende también las del espacio formal topológico, aquella estructura general de relaciones de cosas indeterminadas, de la que el espacio intuitivo topológico constituye un caso singular, son las únicas que pueden tener aquella validez fundamentante de la experiencia. (p. 66)

Por otro lado, Carnap rechaza (pp. 66-67) que el número de dimensiones, específicamente la tridimensionalidad, pueda ser vista como condición de posibilidad de la experiencia. Aunque nosotros –seres humanos– sólo podamos intuir en la limitada región del espacio a que tenemos acceso figuras espaciales de hasta tres dimensiones, ello es correctamente visto por Carnap como accidental e irrelevante para las condiciones de posibilidad de la experiencia. De hecho, como indicara Carnap en el segundo capítulo, no está excluido que al extender nuestro espacio intuitivo más allá de la región a la que tenemos acceso directo se admitan nuevas dimensiones. No se puede inferir, sostiene Carnap (pp. 66-67), del hecho de que tengamos figuras de hasta 3 –o, en general, *k*-dimensiones ninguna cota superior para el número de dimensiones, sino sólo que el espacio tiene por lo menos 3 dimensiones –respectivamente, *k* dimensiones. Obviamente, destaca Carnap (p. 67), ni el espacio topológico físico, que depende del contenido fáctico de la experiencia, ni el espacio formal, que trata a todas las dimensiones de igual forma, pueden servir de ayuda para determinar a priori una particular dimensión del espacio o una cota superior para el número de dimensiones. Más aún, Carnap rechaza el argumento de que la tridimensionalidad del espacio garantiza la univocidad de la determinación empírica. Por el contrario, Carnap considera que la estipulación de una cota superior a las dimensiones del espacio abriría la puerta a la equivocidad de la determinación empírica, originada precisamente en la pluralidad de posibles cotas superiores. Por consiguiente, concluye Carnap (p. 67), hay que admitir un número ilimitado de dimensiones. Así pues, es el espacio intuitivo topológico de *n* dimensiones –el cual incluye también las determinaciones del espacio formal topológico de *n* dimensiones– el que incorpora la totalidad de las condiciones espaciales de posibilidad de la experiencia. De este modo, Carnap concluye su excelente disertación destacando (p. 67), por un lado, la corrección de la tesis de Kant, que sostenía que el espacio contiene condiciones de posibilidad de la experiencia, pero, a la vez, señalando que no se trata del espacio que tenía en mente Kant –el espacio intuitivo métrico euclidiano de tres dimensiones, en la terminología aquí usada –, sino del espacio intuitivo topológico de *n* dimensiones.

Esta conclusión de Carnap amerita algunos comentarios. El director de tesis [*Doktorvater*] de Carnap en la Universidad de Jena fue Bruno Bauch, un conocido neokantiano. Luego del surgimiento de la teoría especial y, sobre todo, la general de la relatividad, los neokantianos se vieron en la obligación de defender la doctrina kantiana del espacio frente a la nueva concepción del espacio físico y, en lo posible, de mostrar su presunta compatibilidad con esta última. No obstante, aparte de hacerle la reverencia antes mencionada a Kant al final de su escrito, la cual en lo esencial consiste en darle la razón a Kant cuando éste sostiene que hay algo en el espacio intuitivo que es a priori y condición de posibilidad de la experiencia, toda la discusión del último capítulo y su conclusión más bien muestran que las tesis específicas sobre la aprioricidad del espacio como lo concebía Kant eran falsas. Más aún, cuando Carnap examina la base de la aprioricidad del espacio intuitivo topológico y su fuente de conocimiento no es a Kant al que nos remite, sino a Husserl. En toda esta discusión, aparte de la influencia obvia de aquéllos que contribuyeron a forjar nuestra actual concepción del espacio físico, así pues, Riemann, Einstein y otros matemáticos o físicos, la influencia filosófica más notable, especialmente en lo que concierne al espacio intuitivo, pero también en parte en lo que concierne al espacio formal –aunque respecto de éste la influencia de Riemann y la de Russell y Whitehead es igualmente fuerte–, es la de Edmund Husserl. De hecho, queremos concluir esta exposición mencionando que en los Apéndices II-VI de la disertación, en los que se incluyen sugerencias bibliográficas, hay referencias a Husserl en la p.78 (dos referencias a la p. 7), p. 79 (una referencia a las pp. 8-9 y una a la p. 12), p. 80 (una referencia a la p. 22 y una a la p. 24), p. 85 (dos referencias a la p. 60, en una de las cuales se lee: "La doctrina de R, de *R'*, de *R"* como caso de la relación científica más general: "ontología formal, ontología regional, ciencia de hechos"…", y una a la p. 62), y p. 86 (una referencia a las pp. 63ss.). Más aún, tanto en la referencia de la p. 80 a la p. 22 como en la de la p. 85 a la p. 62, Carnap se refiere a las pp. 10ss de *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und einer phänomenologischen Philosophie* para la contemplación de esencias.

Pero más allá de la exposición propiamente, conviene destacar que la relación entre Carnap y Husserl es una de las más enigmáticas en la historia de la filosofía. Carnap comienza sus estudios en la Universidad de Jena en 1910, así pues, aproximadamente un año antes de la fecha en que Husserl iba a ser nombrado profesor ordinario de filosofía en esa universidad.[17] Como indicáramos más arriba, por alguna razón poco clara, Husserl no es nombrado, y en su lugar Bruno Bauch ocupa la silla vacante. Carnap escribe su tesis doctoral con Bruno Bauch, pero la redacta no en Jena, sino en el pueblecito de Buchenbach cercano a Freiburg, donde enseñaba Husserl desde1916. Carnap permanece desde1919 hasta 1921 en ese pueblo escribiendo una tesis, en la que la obra de Husserl ejerce una notable influencia. No hay aparentemente documentación clara, sino sólo una fuerte sospecha, de que Carnap asistió durante esos dos años a seminarios de Husserl. Sólo hay una foto de los asistentes (sin identificar) a un seminario de Husserl en 1920, donde aparece tres posiciones a la izquierda de Husserl un joven bastante parecido al Carnap de esa época.[18] Ahora bien, independientemente de si la persona en cuestión es o no es Carnap, la sospecha cobra fuerza por el hecho de que, según se desprende de la *Husserl-Chronik*[19], Carnap asistió durante tres semestres en los años 1924-1925 a seminarios de Husserl, así pues, en el período en que estaba terminando de redactar *Der logische Aufbau der Welt*, obra en la que también hay –como ha indicado en dos valiosos artículos

[17] Véase el libro de Lothar Kreiser (2001, p. 581).

[18] La foto aparece en el libro de Hans-Rainer Sepp (1988, p. 294). Cabe observar, sin embargo, que la persona indicada en la foto parece haber sido de más baja estatura de lo que fue Carnap. No obstante, el terreno inclinado –aparentemente montañoso– en que se tomó la foto, junto con la poca claridad de la misma, impiden sacar una conclusión definitiva. En el libro de Sepp hay también una foto de Carnap en 1923 en la p. 290, que puede ser de alguna utilidad a la comparación.

[19] Karl Schuhmann (ed.) (1977, p. 281). En dicha página, Schuhmann hace referencia a una carta que le envió Ludwig Landgrebe, con fecha del 6 de agosto de 1976, sobre este asunto. Más aún, en una carta de Ludwig Landgrebe al propio Husserl, aquél se refiere a una de las sesiones de un seminario de Husserl en que participó Carnap. Véase al respecto, Edmund Husserl (1994, p. 298).

Verena Mayer[20]– una importante influencia de Husserl, aunque no tan visible y libre de tensiones como en *Der Raum*. En ese período Carnap volvió a residir en el referido pueblo cercano a Freiburg. Resulta poco comprensible que Carnap haya regresado en 1924 a Buchenbach para asistir a seminarios de Husserl, en un período en el que la influencia de éste era menos evidente que cuando redactaba su disertación, mientras que anteriormente, en el período de influencia más abierta de Husserl, Carnap no haya sucumbido a la tentación de asistir a sus seminarios. La situación resulta más complicada porque Carnap nunca parece haber admitido que estudió con Husserl, aunque se sabe que sí lo hizo, por lo menos entre 1924 y 1925.[21]

De todos modos, no deja de ser interesante que Carnap de alguna manera intuyese lo que no está dicho de forma tan explícita ni en *Logische Untersuchungen* ni en el primer tomo de *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und einer phänomenologischen Philosophie* sobre la actitud de Husserl frente a la concepción kantiana de la aprioricidad del espacio. Como se puede apreciar en su obra póstuma,[22] Husserl rechazó la concepción kantiana acerca de la aprioricidad tanto de la tridimensionalidad del espacio intuitivo como de su presunta euclidicidad por lo menos desde 1890, criticando, en particular, el argumento de las contrapartidas incongruentes en una carta a Brentano de 1892. Cabe, pues, concluir este estudio con una pre-

[20] Véase al respecto sus artículos "Die Konstruktion der Erfahrungswelt: Carnap und Husserl", en Spohn (ed.) (1991, pp. 287-303); y "Carnap und Husserl", en Bell & Vossenkuhl (eds.) (1992, pp. 185-201).

[21] Luego de haber completado la redacción de este estudio crítico, he tenido conocimiento del artículo de Sahotra Sarkar "Husserl's Role in Carnap's Der Raum", en Thomas Bonk (ed.) (2003, pp. 179-190), en el que el autor llega a conclusiones similares a las del presente escrito. En un próximo estudio crítico del libro de Bonk espero examinar el artículo de Sarkar.

[22] Véase Husserl (1994, I, pp. 10-11, e igualmente la carta una década más tarde a Natorp en V, pp. 80-86). Véase también la segunda parte de Husserl (1983).

gunta que parece no tener respuesta, a saber: ¿Acaso Carnap conversó alguna vez con Husserl sobre este asunto en los años 1919-1921?

REFERENCIAS

BELL, D. & VOSSENKUHL, W. (eds.). *Wissenschaft und Subjektivität*. Berlin: Akademie Verlag, 1992.

BONK, T. (ed.). *Language, Truth and Knowledge*. Dordrecht: Kluwer 2003.

CARNAP, R. *Der Raum*. *Kant-Studien*, número especial, 1922. Reimpresión: Vaduz: Topos Verlag, 1991.

CARNAP, R. *Der logische Aufbau der Welt.* 1928. Cuarta edición: Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1961.

CIRERA, R., IBARRA, A. & MORMANN, T. (eds.). *El Programa de Carnap*. Barcelona: C.E.L.C., 1996.

COLEMAN, R. & KORTÉ, H. "Hermann Weyl: Mathematician, Physicist, Philosopher". In: E. Scholz (ed.) (2001), pp. 161-386.

DIEDERICH, W. *Konventionalität in der Physik*. Berlin: Duncker & Humblot, 1974.

EINSTEIN, A. "Geometrie und Erfahrung". *Preussische Akademie der Wissenschaften*, Sitzungsberichte I, 1918. Traducción en Albert Einstein, *Sidelights of Relativity.* New York: Dover, 1921.

HILBERT, D. *Die Grundlagen der Geometrie,* 1899. Décima edición: Stuttgart: Teubner, 1968.

HIRSCH, M. *Differential Topology*. New York et al.: Springer, 1976.

HUSSERL, E. *Logische Untersuchungen*. 1900-1901. Dos tomos. Den Haag: M. Nijhoff (I) 1975, (II) 1984.

HUSSERL, E. *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und einer phänomenologischen Philosophie I,* 1913. Den Haag: M. Nijhoff, 1950.

HUSSERL, E. *Studien zur Arithmetik und Geometrie*. Den Haag: M. Nijhoff, 1983.

HUSSERL, E. *Briefwechsel I-X*. Editados por Karl Schuhmann & Elisabeth Schuhmann. Dordrecht: Kluwer, 1994.

KREISER, L. *Gottlob Frege: Leben-Werk-Zeit*. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 2001.

MAYER, V. "Die Konstruktion der Erfahrungswelt: Carnap und Husserl". In: W. Spohn (ed.) (1991), pp. 287-303.

MAYER, V. "Carnap und Husserl". In: D. Bell & W. Vossenkuhl (eds.) (1992), pp. 185-201.

MORMANN, T. "Carnap's Metrical Conventionalism versus Differential Geometry". De pronta publicación (200?).

MOULINES, C.U. "Las Raíces Epistemológicas del Aufbau de Carnap". In: R. Cirera, A. Ibarra & T. Mormann (eds.) (1996), pp. 45-74.

POINCARÉ, H. *La Science et l'Hypothese*. 1902. Reimpresión: Paris: Flammarion, 1968.

RIEMANN, B. "Uber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen", 1867, Tercera edición, 1923. Reimpresión: New York: Chelsea, 1960.

RUSSELL, B. *Foundations of Geometry,* 1897. Reimpresión: New York: Dover, 1956.

RUSSELL, B. *Principles of Mathematics,* 1903. Segunda edición: London: Allen & Unwin, 1937.

SARKAR, S. "Husserl's Role in Carnap's *Der Raum*". In: T. Bonk (ed.) (2003), pp. 179-190.

SCHOLZ, E. (ed.). *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to his Scientific Work*. Basel et al.: Birkhäuser, 2001.

SCHUHMANN, K. *Husserl-Chronik*. Den Haag: M. Nijhoff, 1977.

SEPP, H.R. *Edmund Husserl und die phänomenologische Bewegung*. 198?. Segunda edición: Freiburg: K. Alber, 1988.

SKLAR, L. *Space, Time and Spacetime*. Berkeley et al.: University of California Press, 1974.

SPOHN, W. *Erkenntnis Orientated: A Centenal Volume for Rudolf Carnap and Hans Reichenbach*. Dordrecht: Kluwer 1991.

TORRETTI, R. *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*. Dordrecht: Reidel, 1977.

WEYL, H. *Raum-Zeit-Materie*. 1918. Traducción de la cuarta edición. New York: Dover, 1952.