CDD: 146.42

PRESUPUESTOS DE UNA TEORÍA DE LA VERDAD[1]

JESÚS PADILLA GÁLVEZ

Universidad de León
Departamento de Filosofía y CCEE
Área de Lógica y Filosofía de la Ciencia
24071 León – España
JPADGAL@ULEON.ES

En este trabajo expondremos algunas de las dificultades que presenta una teoría de la verdad desde la estructura del lenguaje propuesto por la interpretación ortodoxa de A. Tarski y la divergente de S. Kripke. Presentaremos los elementos básicos en los que se asienta el predicado "verdadero". Seguidamente, expondremos las divergencias elementales entre el término "demostración" y la expresión "verdadero" mediante una serie de datos que fueron elaborados en 1931 por K. Gödel. Posteriormente, revisaremos la propuesta divergente con el fin de investigar las condiciones en las que se asienta y, por último, finalizaremos este trabajo presentando unas determinadas conclusiones.

In this paper we will show some of the difficulties raised by a theory of truth based on the structure of language as proposed by Tarski's orthodox interpretation and by Kripke's divergent version. We will present the basic elements on which the predicate 'true' depends, and then describe the elementary differences between the term 'proof' and the expression 'truth' by means of results attained by Gödel in 1931. After this, we shall review the divergent proposal with the aim of investigating the conditions on which it depends and then finish this article presenting certain conclusions.

[1]Quiero dejar constancia de mi agradecimento más caluroso a las notas críticas que ha realizado el informante anónimo que ha leído este trabajo. Espero haber contestado todas sus preguntas, aunque algunas serán tratadas con más profundidad en otros trabajos.

INTRODUCCIÓN

Desde el inicio de la filosofía, hemos estado tentados a presentar una interpretación definitiva del uso ordinario que hacemos del predicado "verdadero". Pensar a fondo en una propuesta filosófica detallada que se ajuste a dicho uso, supone delimitar las áreas exactas y conocer cuáles son sus ámbitos de aplicabilidad. Los modelos que se están suministrando recientemente tienen determinadas características que inciden en dichos problemas: la primera característica proporciona un área rica en propiedades del *lenguaje*; la segunda indica la *estructura formal* que asume el lenguaje; la tercera recoge algunas intuiciones importantes del *ámbito empírico*. Tres son, pues, los ámbitos de trabajo que involucran el uso ordinario del predicado "verdadero", a saber, el lenguaje en el que viene expresado dicho predicado, la estructura formal en el que se vertebra y, por último, las intuiciones empíricas básicas que asume.

La noción de lenguaje sobre la que se asienta este estudio puede ser entendida de dos maneras diferentes. De modo general, el lenguaje viene a ser considerado como un instrumento de valoración estructural bien formado que sirve para comunicar algo. En sentido particular, viene a ser considerado un instrumento técnico. En este trabajo abordaremos su sentido particular refutando así la concepción generalmente aceptada de que existe un lenguaje unitario mediante el cual podemos expresarnos correctamente. A. Tarski es el primero que diferencia un lenguaje objeto de su metalenguaje. Así pues, si queremos saber cómo está determinado sintácticamente otro lenguaje, entonces queremos saber el tipo de denominación de las expresiones y las relaciones estructurales del lenguaje investigado. Hasta aquí basta con que se sepa que la introducción de dichos términos se puede llevar a cabo de dos modos diferentes: mediante la presentación de los símbolos lógicos y mediante la presentación de los términos descriptivos.

Vamos a partir de una determinada premisa de trabajo, ya que nos es imposible, debido al espacio que tenemos, llevar a cabo una reconstrucción desde cero. Seguramente, llevaremos a cabo una cierta delimitación en nuestra tarea, pero esto es recomendable. Una teoría genuina del predicado "verdadero" ha de aportar una formulación semántica precisa de un lenguaje que sea lo suficientemente rico como para poder referirse a su propia sintaxis elemental y contener su propio predicado de verdad. En el caso de que dicho lenguaje sea formulado con precisión formal, se puede aseverar que se ha presentado una teoría semántica de la verdad. Nuestro fin va a consistir en repasar la alternativa propuesta por S. Kripke. Ahora bien, el examen se llevará a cabo desde un enfoque puramente ortodoxo, como viene a ser expuesto por A. Tarski. No se trata de una mera contrastación de opiniones, sino de un repaso crítico que tiene en cuenta las propuestas más antiguas.

1. EL PREDICADO SEMÁNTICO "VERDADERO"

A la manera usual, podemos considerar un enunciado como aquellas oraciones que expresan una proposición. Es el enunciado, pues, el ámbito lingüístico al que nos referimos cuando decimos que es "verdadero" o "falso". Un estudio atento del lenguaje que opera con enunciados enfatiza la relación que nombres y predicados guardan entre sí. En lógica podemos desarrollar cabalmente esta idea al operar con la lógica de predicados[2]. Un

[2] El significado de las proposiciones procede de la definición que asumimos de los predicados. Así pues, si consideramos las proposiciones $4 \leq 5$ y $4 < 5$, podemos llegar a la conclusión de que estamos ante proposiciones distintas en tanto que difieren en significado. *Prima vista* parece que algo se pierde si identificamos ambas con el valor de verdad "*v*". Sin embargo, si identificamos la proposición $4 < 5$ con *v* y establecemos al mismo tiempo que tal es el valor del predicado $<$ para 4 y 5 como argumentos, expresamos el significado cabal de la proposición original. Por consiguiente, se establece una cierta sinonimia entre la proposición $4 < 5$ y la proposición que dice que el predicado $<$, interpretado como adscribiéndole sus valores en el dominio $\{v, f\}$ toma el valor *v* para 4 y 5 como argumentos respectivos.

enunciado se disocia en sus partes recurrentes y viene a ser representable mediante $P(x)$. Dicho predicado puede estar parcialmente definido[3]. En el ámbito meramente filosófico nos interesan especialmente, entre otros, aquellos enunciados del siguiente tipo:
(1) *Todos los cretenses son humanos.*

En el enunciado (1) se encuentra involucrado un cuantificador universal, expresado mediante "todos" con las nociones "ser cretense" y "ser humano". Estas últimas nociones son consideradas unas funciones proposicionales que están formadas por un predicado y un número específico, o no, de letras individuales. Es interesante anotar al respecto que el dato básico que analizamos viene de la mano de una proposición categórica que puede ser formulada formalmente de la siguinte manera:[4]
(2) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$,
y que expresa que para todo x, si x es cretense, entonces x es humano.

La cuantificación que viene a ser expresada en (2) tiene diferentes lecturas, como ha sido expuesto recientemente por S. Kripke. Una lectura divergente puede ser ilustrada de una manera sencilla haciendo uso de las estructuras autorreferenciales. Así pues, (2) puede referirse a cualquier enunciado del tipo "todos los... son —", con lo cual puede representar un enunciado tal que el único objeto que cumple la condición de ser... sea el propio (2). Si nos centramos en considerar los mismos predicados y atenernos a determinadas pruebas empíricas en el que el enunciado (2) satisface él mismo al predicado $P(x)$, se puede demostrar que dicho enunciado es el *único* objeto que satisface $P(x)$[5]. En dicho caso, el enunciado dice literalmente de sí mismo que satisface

[3]Vamos a conceder, pues, a lo largo de nuestro trabajo, una serie de presupuestos elaborados por una dirección específica como plausibles. También tendremos en cuenta la interpretación que dicha propuesta hace de otros planteamientos.

[4]La formulación expuesta en (2) se asienta en una interpretación intuicionista (Véase: Kleene 1971, §79; en castellano: 1974, 420 ss.).

[5]Véase Kripke 1975, 691; en la traducción en castellano: 1984, 6.

$Q(x)$. Si $Q(x)$ viene a expresar el predicado "...es falso", entonces resulta un modo genuino del mentiroso al tipo del cretense. La conclusión kripkiana al respecto no se deja esperar:

> Muchas de nuestras afirmaciones ordinarias sobre la verdad y la falsedad, probablemente la mayoría de ellas, son susceptibles de exhibir rasgos paradójicos cuando los hechos empíricos son extremadamente desfavorables[6].

En dicha conclusión se acentúa el que todo enunciado que contenga nociones semánticas, como por caso "verdadero", pueda tener un índice mayor de *riesgo*. Así pues, todo enunciado corre el riesgo de ser paradójico, como se puede desprender de la lectura informal que se lleva a cabo de (2), en el caso de que los hechos empíricos sean desfavorables.

La investigación que atiende a dichos hechos revela el modo cómo nos valemos para dar un valor de verdad a determinadas estructuras. Los estudios llevados a cabo al efecto, inducen a pensar que los resultados a los que llegamos guardan relación, entre otras cosas, con el lenguaje. Caen con dichos resultados, dogmas de larga tradición, en particular, el concerniente a la correspondencia entre verdad y mundo. Tal presunción afirma que la verdad sigue siendo identificable aún cuando se le presente en una clave distinta a aquella en que vino a ser presentada por correspondencia. Por el contrario, la paradoja arriba descripta hace ver que la simple correspondencia no es un principio universal, ya que es muy posible que interpretemos de forma muy distinta estructuras sintácticas o semánticas al ser transpuesta la estructura.

No vamos a centrarnos en la exposición de las paradojas que resultan de los sistemas autorreferenciales. Alguno de sus meca-

[6] Véase Kripke 1975, 691. La traducción al castellano es de Margarita M. Valdés en: 1984, 7.

nismos ha sido tratado en otro lugar[7]. De esta propuesta divergente voy a subrayar aquel aspecto que a mi parecer merece ser revisado. En efecto, la reconstrucción que hemos llevado a cabo sustenta su interpretación en la siguiente lectura: Según Kripke, Gödel mostró que las propiedades empíricas "...son dispensables a favor de propiedades puramente sintácticas: mostró que, para todo predicado $Q(x)$, podía producirse un predicado sintáctico $P(x)$ tal que la oración $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ es el único objeto que satisface $P(x)$ y que esto es *demostrable*"[8].

Nos vamos a parar en considerar el uso que se hace del predicado *demostración*. Según K. Gödel, dicho predicado pertenece al metalenguaje. La demostración viene a ser entendida de un modo restringido. Así pues, la fórmula (2) dice de sí misma que satisface $Q(x)$. Ahora bien, téngase presente que Kripke no aborda en el trabajo que comentamos la relación entre demostrabilidad y verdad, por lo que se hace necesaria una presentación sistemática de ambos términos. O, para expresarlo de manera más puntillosa, lo que está en juego es saber si podemos extrapolar los planteamientos, las estructuras y los resultados del ámbito sintáctico del predicado de "demostración" a los planteamientos, estructuras y resultados de los ámbitos semánticos del predicado de "verdad". Por esta razón, se genera un imperativo poco tratado que exige mayor rigor en el uso de los predicados metalógicos de "demostración" y "verdad".

2. DEMOSTRACIÓN Y VERDAD

Hay veces que la revisión histórica no es otra cosa que un recurso estilístico, con el mero fin de buscar un común denominador a partir del cual se pueden desarrollar diferentes puntos de mira. Seguramente, la aportación más sintetizadora viene expresada por el propio A. Tarski en su tesis doctoral cuando afirma:

---

[7]Véase Padilla Gálvez 1991, 149 ss.; 1992, 197 ss.

[8]Véase Kripke 1975, 692. La traducción es de Margarita M. Valdés: 1984, 9. La cursiva es nuestra.

"...cuando investigamos el lenguaje de una ciencia deductiva formalizada, debemos siempre distinguir claramente entre el lenguaje *del* cual hablamos y el lenguaje *en* el que hablamos, así como la ciencia que es objeto de la consideración y la ciencia en la cual esta consideración se hace. Los nombres de las expresiones del primer lenguaje y de las relaciones existentes entre ellas pertenecen al segundo lenguaje, al denominado *metalenguaje* (que, por lo demás, puede contener el lenguaje fundamental como fragmento). La descripción de estas expresiones, la definición de los conceptos más complicados, especialmente de los vinculados con la construcción de una teoría deductiva (como el concepto de consecuencia, el de oración demostrable y aun el de oración verdadera), la determinación de las propiedades de estos conceptos es tema de la segunda ciencia, que llamaremos *metateoría*"[9].

El paréntesis hace alusión, ante todo, a dos ámbitos de trabajo de la metateoría. Los predicados de proposición demostrable y de proposición verdadera. Las similitudes y diferencias entre ambos tipos de proposiciones son claves en el análisis de la metateoría. En este apartado nos vamos a centrar en considerar las diferencias que elaboró K. Gödel entre ambos.

Como bien resalta la discusión mantenida con E. Zermelo, una de las diferenciaciones centrales de la propuesta metacientífica era la distinción entre la familia de predicados vinculados al término *demostración* y la familia de predicados vinculada al término *verdad*. Ambos términos están involucrados en la prueba de sentencias formalmente indecidibles y, por consiguiente, en las estructuras autorreferenciales. En dicha prueba, en particular, y en dichas estructuras, en general, ha de distiguirse nítidamente entre elementos puramente sintácticos y elementos puramente semánticos. La distinción arriba indicada no está, aún hoy en día, totalmente clarificada. Por lo tanto, esta breve nota histórica enfatizará que

[9] Véase Tarski 1935, 282; la traducción es nuestra.

los elementos sintácticos no pueden confudirse con los elementos semánticos, y estas fueron conclusiones que el propio Gödel desarolló a raíz de la carta escrita a E. Zermelo.

En el trabajo elaborado y publicado hasta 1931, K. Gödel, nunca había llegado a formular de modo tan explícito la divergencia entre los predicados vinculados al término *verdadero*, como es la expresión "...es una fórmula verdadera" (que vamos a denominar [W])[10] y el término "demostrable", como viene a ser expresado mediante la expresión "...es una fórmula demostrable" (que vamos a denominar [B])[11] en la que se asienta el argumento sobre proposiciones formalmente indecidibles[12]. En la carta de K. Gödel aparecen dispersos los elementos de los que consta dicha diferenciación y que proponemos sistematizar de la siguiente manera:[13]

[W] (i) Los predicados [W] no se pueden reducir, sin más, a una propiedad combinatoria de las fórmulas, y por ello no se pueden reducir en la matemática aritmetizada a predicados aritméticos simples.

[10] La denominación [W] se debe a la noción "Wahr" (verdadero). Ha de tenerse en cuenta un problema terminológico que queremos indicar puntualmente en esta nota. El término alemán "richtig" se traduce literalmente por "correcto". Ahora bien, en nuestro texto lo vamos a traducir por "verdadero", aunque correcto y verdadero no sean sinónimos. En muchos contextos se puede usar "cierto" como sinónimo de "verdadero", mas no "correcto". Nuestra traducción se lleva a cabo de esta manera al hacer alusión a que un enunciado (o fórmula) es verdadero(a).

[11] La noción [B] procede del término *"Beweisbar"* (demostrable).

[12] Véase Gödel 1931, 173 ss. Traducción al catellano en: 1980, 11 ss. y Gödel 1981, 55 ss.

[13] Véase Grattan-Guinness 1979, 298 ss. La sistematización que propongo viene esparcida por toda la carta de manera un tanto asistemática. Los párrafos que sintetizo son los siguientes: "Dieser Begriff [nota del autor: de Begriff "richtiger Formel"] lässt sich aber *nicht* ohne weiters {*sic*} auf eine kombinatorische Eigenschaft der Formeln zurückführen (sondern stützt sich auf die Bedeutung der Zeichen)...Die Klasse der richtigen Formeln || ist *nicht* durch ein Klassenzeichen des gegebenen Systems ausdrückbar (daher

(ii) El predicado "...es un fórmula verdadera" se asienta en el significado de los signos.

(iii) La clase de las fórmulas verdaderas no puede expresarse mediante un símbolo de clase del sistema dado.

(iv) La clase de las fórmulas verdaderas no tiene la misma extensión que el símbolo de clase del mismo sistema.

[B] (i) La propiedad "...es una fórmula demostrable" es puramente combinatoria y, por lo tanto, formal, independiente del significado de los símbolos.

(ii) "*A* es demostrable en un sistema determinado" significa que hay una secuencia de fórmulas que comienza con alguno de los axiomas del sistema y acaba con *A* y que posee la propiedad de que toda fórmula de la secuencia resulta de alguna de las anteriores mediante la aplicación de las reglas de inferencia.

(iii) La clase de las fórmulas demostrables se basa en predicados aritméticos simples.

(iv) La clase [B] de las fórmulas demostrables es extensionalmente igual al símbolo de clase del mismo sistema.

Las diferencias expuestas entre [W](i)-(iv) y [B](i)-(iv) permiten llegar a algunas conclusiones importantes. Hemos dicho

auch nicht die daraus definierte Klasse K^*). Ganz anders steht es mit dem Begriff "beweisbare Formel" (bzw. der Klasse der beweisbaren Formeln, welche in der Definition von *K* vorkommt). Die Eigenschaft einer Formel, beweisbar zu sein, ist eine rein kombinatorische (formale), bei der es auf die Bedeutung der *Zeichen nicht* ankommt. Dass eine Formel *A in einem bestimmten System* beweisbar ist, heisst ja einfach, dass es eine endliche Reihe von Formeln gibt, welche mit irgendwelchen Axiomen des Systems beginnt und mit *A* endet, und welche ausserdem die Eigenschaft hat, dass jede Formel der Reihe aus irgendwelchen der vorhergehenden durch Anwendung einer der Schlussregeln hervorgeht. ...Die Klasse der beweisbaren Formeln lässt sich daher auf eifache arithmetische Begriffe zurückführen d.h. sie kommt unter den Klassenzeichen des gegebenen Systems vor und ebenso die daraus abgeleitete Klasse *K*." Véase Grattan-Guinness 1979, 300.

que [W] y [B] no son extensionalmente idénticos, ya que si vale que $\mathbf{B} \subseteq \mathbf{W}$, entonces vale $\mathbf{B} \subset \mathbf{W}$, y esto equivale a decir que en un sistema específico hay una fórmula verdadera que no es demostrable[14]. Este es el resultado al que llega K. Gödel en su investigación de las sentencias formalmente indecidibles[15].

La elaboración de las diferencias entre [B] y [W] a un nivel informal, supone una alteración cualitativa de los elementos de trabajo involucrados en la metaciencia. Si la distinción propuesta por Gödel es correcta, y no hay hasta la fecha razones de peso para rechazarla por incongruente, entonces estamos ante

[14] La notación que usa K. Gödel para presentar su resultado varía sensiblemente de la aquí propuesta. Ahora bien, el resultado que se expone en la relación: "si vale que $\mathbf{B} \subseteq \mathbf{W}$ entonces vale $\mathbf{B} \subset \mathbf{W}$", debe emplearse significando que B está incluida en W pero W no está incluida en B. En otras palabras, que B está *incluida propiamente* en W. En este sentido debe haber algún miembro de W que no es miembro de B.

[15] Véase Weingartner 1993, 265. Una copia del trabajo de P. Weingartner me ha sido proporcionada por R. Drudis Baldrich durante la corrección de este trabajo. La argumentación se acopla parcialmente a la estrategia esbozada. Hay ciertas disonancias que tendrán que ser tratadas extensamente en otro trabajo. De modo más exacto el argumento ha sido recientemente expresado de la siguinte manera: supongamos que B es una demostración que posee un número de Gödel determinado y que caracterizamos como n y que $E_m(w)$ es un enunciado aritmético que posee un número gödeliano m, en el que el predicado E viene a ser expresado mediante un número natural w. Un enunciado acerca de w que posea a su vez el número de Gödel w puede ser formalizado así: $P_w(w)$. Podemos afirmar lo siguiente:

$$\neg(\exists x)[B_x \text{demuestra} P_w(w)],$$

que afirma que no hay un número gödeliano x para la demostración de $P_w(w)$. Nos encontramos ante un enunciado aritmético acerca del número natural w. El enunciado expresado entre corchetes es a su vez un enunciado aritmético sobre los números x y w. Sin embargo, x aparece dentro del alcance del cuantificador existencial por lo que puede ser interpretada como una variable ligada. Ahora bien, dicho enunciado tiene a su vez un número gödeliano, representable mediante k. De este modo, podemos describir el enunciado acerca de w mediante la gödelización k del siguiente modo: $P_k(w)$, es decir:

$$\neg(\exists x)[B_x \text{demuestra} P_w(w)] = P_k(w).$$

presupuestos teóricos de suma importancia. El paso siguiente se propone repasar la forma estándar del método de demostración, haciéndose eco de la diferenciación arriba expuesta.

3. LA PROPUESTA DIVERGENTE REVISADA

Bajo las consideraciones arriba esbozadas surge una serie de interrogantes que deben ser tomados en cuenta y que pasamos a presentar: ¿Es correcto afirmar que las propiedades semánticas son dispensables en favor de las propiedades puramente sintácticas?[16] Hemos podido comprobar que para todo predicado $Q(x)$ se puede generar un predicado sintáctico $P(x)$ tal que el enunciado (2) viene a ser considerado como el único objeto que satisface $P(x)$. Sería aconsejable saber qué capacidad de explicación posee la estructura en la que está involucrado el predicado de verdad. Por otro lado, conviene saber si podemos evaluar los enunciados mediante un recurso puramente sintáctico. Queda por plantear si las diferencias abordadas por K. Gödel tienen carácter universal. Por tanto, vale cuestionar las condiciones que asume el que toda prueba ha de ser verdadera y el que todo enunciado verdadero sea probable. Alguna luz sobre dichas preguntas viene a ser arrojada mediante el tipo de demostración formal con la que opera Kripke. Sobre dicho tema sacaremos algunas conclusiones importantes.

El método de demostración formal viene a ser denominado

Ahora bien, como hemos presupuesto que $w = k$, entonces resulta:

$$\neg(\exists x)[B_x \text{demuestra} P_k(k)] = P_k(k).$$

Resulta así un parádigma de enunciado aritmético $P_k(k)$ que ni puede ser demostrado ni echado por tierra ya que si se demostrase, entonces sería falso y ya que estamos ante un sistema consistente, entonces ha de reconocerse que dicho enunciado, aún siendo verdadero, no es demostrable.

[16] Véase Kripke 1975, 692; en castellano: 1984, 9.

por Kripke como un *método inductivo*[17]. La prueba por inducción, como método de demostración de un teorema $T(x)$ para todo enunciado x, corresponde al modo de generar los enunciados. La definición por inducción puede ser aplicada de manera análoga para definir una función o un predicado. En primer lugar se da el valor del predicado teniendo a 0 como argumento y se representa por $T(0)$. El valor del predicado $T(x)$ está definido para todo enunciado. Esto es posible ya que una vez generado cualquier enunciado, podemos determinar el valor de $T(x)$. Para comprender este método vamos a tratar el asunto desde la aritmética. Los números naturales pueden ser descritos como una clase de símbolos generados a partir de un símbolo primitivo 0, por medio de una operación primitiva +1. Se puede ofrecer una definición inductiva de la clase de los números naturales mediante las siguientes ecuaciones:

$$(\mathrm{E}) \left[\begin{array}{l} \varphi(0) = q \\ \varphi(x') = \chi(x, \varphi(x)), \end{array} \right.$$

en las que se expresa la definición de una función $\varphi(x)$ por inducción sobre x, y donde q es un número natural dado, y $\chi(x,z)$ viene a ser considerada una función de teoría de números que consta de dos variables. El valor de $\varphi(3)$ viene a ser determinado de seguiente modo: para generar 3, desarrollamos sucesivamente $0, 1, 2, 3$. El valor $\varphi(0)$ de la primera ecuación es el número dado y que hemos denominado q. Por la segunda ecuación, el valor $\varphi(1)$ será $\chi(0, \varphi(0))$, es decir, $\chi(0, q)$, el cual es un número dado. El valor $\varphi(2)$ será $\chi(1, \varphi(1))$, esto es, $\chi(1, \chi(0, q))$. El valor $\varphi(3)$ será $\chi(2, \varphi(2))$, esto es, $\chi(2, \chi(1, \chi(0, q)))$. Así, se desarrolla un proceso mediante el cual, para cada número natural x, sobre la base de la generación de x en la secuencia de los números naturales, viene a ser determinado un número correspondiente $\varphi(x)$. Al asociar con x un número $\varphi(x)$, resulta definida, para cada

[17] Véase Kripke 1975, 703; en castellano: 1984, 26.

x, una función particular de teoría de números φ cuyos valores respectivos son los referidos números $\varphi(x)$[18].

La cuestión que salta a la vista es saber qué predicados son definibles por inducción. Para plantear la cuestión con exactitud habría de ser especificado qué predicados han de tomarse como inicialmente conocidos, y qué operaciones, incluyendo las formas de definición por inducción, se permiten para definir ulteriores predicados. Por esta razón, se hace necesario el que establezcamos unas cuantas precisiones con vistas a la introducción de predicados que sean definibles por inducción de una manera elemental. Al definir explícitamente la recursividad se parte de un predicado inicial. Dicho predicado inicial viene a ser presentado mediante predicados constantes. Los predicados sólo pueden preservar su estado si se cumplen las condiciones de identidad. Por esta razón, decimos que un predicado P es uniforme si el enunciado correspondiente es válido cuando se reemplazan los predicados en P por sus representantes.

Estas apreciaciones permiten introducir una serie de caracterizaciones específicas del método inductivo, a saber: (i) el método inductivo posee un carácter *conservador* de la verdad, (ii) concierne a un *crecimiento*, y (iii) su definición involucra la *monotonicidad*. El método inductivo es conservador en cuanto y en tanto es un procedimiento que permite reconocer como válidos los principios explicativos. Conduce de casos particulares a casos más generales, deduciéndose la verdad de estos últimos de aquellos. Evidentemente, el método inductivo es un método conservador de verdad. Ahora bien, el método conservador no está contenido en el método inductivo. La línea de demarcación, en términos prácticos, entre el método inductivo y el método conservador es una línea sutil. El análisis formal del predicado "verdadero" muestra, pues, el papel que asume el desarrollo de determinados predicados.

[18]Véase Kleene 1971, §43; en castellano: 1974, 201 s.

El método conservador es un método discriminatorio. No se debe perder de vista el hecho de que el método conservador no abarca exclusivamente un problema metodológico, sino que su fuerza radica, ante todo, en el uso que hace de las cuestiones ideológicas[19]. El método conservador presupone un menor crecimiento global de nuestro conocimiento. Ahora bien, el crecimiento incrementa la complejidad estructural de carácter matemático. Por dicha razón, la inducción persigue un crecimiento de nuestro conocimiento en tanto que la inferencia es ampliadora de contenido. La monotonicidad viene a ser definida en términos de una relación de orden entre las sucesivas interpretaciones de $T(x)$.

Pero veamos todos estos rasgos más detenidamente. Para ello usaremos un esquema simple. Primeramente, se trabaja con secuencias enumerablemente infinitas, donde cada una está formada a su vez por enumerablemente infinitos miembros. A esta secuencia de secuencias que se forman en el lenguaje de primer orden de tipo clásico – que contiene una lista de predicados primitivos – se le añade el predicado monádico $T(x)$ cuya interpretación sólo necesita definirse parcialmente[20]. Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje que contiene todos los predicados interpretados menos $T(x)$, por lo que este último no está interpretado. El lenguaje $\mathcal{L}_0$ es un lenguaje interpretado en el que $T(x)$ es totalmente indefinido. Sean, además, los lenguajes $\mathcal{L}_\alpha$, lenguajes obtenidos a partir de $\mathcal{L}$ al especificar una interpretación para $T(x)$. De este modo podemos representar una secuencia en la que para cada α, la interpretación de $T(x)$ en $\mathcal{L}_{\alpha+1}$ amplía la interpretación de $T(x)$ en $\mathcal{L}_\alpha$. Si la secuencia modificada coincide siempre, entonces la adjudicación de valores de verdad – según Kripke – se vuelve monótona[21].

De este modo, un lenguaje como el arriba descripto es, en

[19]El término "ideología" viene a ser usado en un sentido estrictamente Quiniano.

[20]Presumiblemente, $T(x)$ expresa el predicado "verdadero".

[21]Véase Kripke 1975, 703; al castellano: 1984, 26.

su etapa inicial, $T(x)$ indefinido. Ahora bien, dada una caracterización de la verdad mediante reglas de evaluación podemos ascender siempre a un lenguaje superior. En dicha ascensión se pueden evaluar determinados enunciados como verdaderos o falsos sin que por ello se sepa nada de $T(x)$. Este hecho es debido a que se pueden evaluar todas aquellas oraciones que no contienen $T(x)$. Una vez llevada a cabo la evaluación, se amplía $T(x)$, que es lo que ocurre en $\mathcal{L}_{\alpha+1}$ con respecto a $\mathcal{L}_{\alpha}$. Consecuentemente, se puede usar la nueva interpretación de $T(x)$ con el fin de evaluar más oraciones como verdaderas o falsas y poder ascender a $\mathcal{L}_{\alpha+2}$. Este procedimento se puede seguir ininterrumpidamente, siendo también caracterizado como un procedimiento de inducción transfinita. Ahora bien, según Kripke, dicho proceso puede saturarse, alcanzándose así un *punto fijo*, que viene a denominarse $\mathcal{L}_{\sigma}$. El lenguaje $\mathcal{L}_{\sigma}$, al alcanzar un punto fijo, contiene su propio predicado de verdad[22].

El método de trabajo en el que se asienta la propuesta descrita es el siguiente: para cada procedimiento mecánico y, por lo tanto, para cada σ efectivo de $\mathcal{L}$ se puede formular una regla efectiva que reconozca la *ampliación* de contenido y el carácter *conservador* del predicado de verdad mediante alguna característica específica que asume un carácter monótono[23]. Ante dicho planteamiento surge la siguiente pregunta: ¿Se puede demostrar efectivamente la monotonicidad para todos los enunciados, o falla en algunos

---

[22] En las exposición que propongo difiero de la propuesta de V. McGee cuando habla de la *jerarquía Tarski-kripkiana*. Ni los esquemas de lenguaje son semejantes, ni los resultados conducen a una misma elaboración de la noción de "jerarquía". Véase McGee 1991, 122. Una nota crítica a la exposición desarrollada por McGee se encuentra en: Padilla Gálvez 1993, 83 ss.

[23] Este dato se entiende mejor cuando viene a ser expuesto a la inversa. Los *puntos fijos* tienen la capacidad de formar una red completa descendiente hasta el nivel de lenguaje más inferior. Según dicha postura, los secuentes inferiores de un nivel específico, que esten incluidos, gozan de la misma propiedad.

casos? Pues bien, si se puede demostrar efectivamente todos los casos, entonces la propuesta divergente desarrollada por Kripke tiene carácter universal. Ahora bien, si hay al menos un caso, entonces debe ser estudiado a fondo. Lo que está en tela de juicio es si se puede determinar mecánicamente si una demostración efectiva es, en verdad, universalmente efectiva.

Prima facie, parece ser que el resultado de Gödel puede ser aquel dato que suponga más complicaciones en una lectura absoluta de la propuesta de Kripke. Al menos, si aceptamos que poseemos expresiones de la teoría de los números naturales que hablan indirectamente *sobre* expresiones de la teoría de los números naturales[24]. Consecuentemente, podemos tener una expresión bien formada de la teoría de los números naturales "$\neg$[B]" que afirma indirectamente que "[B]" – también una expresión bien formada de la teoría de los números naturales – es indemostrable. Así pues, "$\neg$[B]" es verdadera si y sólo si "[B]" cumple con la condición de la no-demostrabilidad. Dicho resultado se logra construyendo las definiciones que se refieren a expresiones y las definiciones que se refieren a los números de Gödel correspondientes.

Las interpretaciones de "$\mathcal{L}_\alpha$", "$\mathcal{L}_{\alpha+1}$", ... "$\mathcal{L}_{\alpha+n}$", etc. de la secuencia, son del tipo arriba mencionado y también lo es "$\mathcal{L}_\sigma$". $\mathcal{L}_\sigma$ contiene todos los predicados interpretados y el predicado monádico $T(x)$ interpretado. Esta última interpretación es una expresión de *clase*, al tratarse de un punto fijo. Esto se debe a que estamos ante lenguajes que contienen su propio predicado de verdad. Dicha expresión debe figurar como una interpretación enumerablemente infinita de expresiones de clase. Supongamos que fuera la σ-ésima. La secuencia tiene un punto de enlace, por lo tanto, en dicho punto con la σ-ésima. El σ-ésimo miembro de la secuencia es el miembro y ha de cumplir tanto con las condiciones originales de "$\mathcal{L}_\alpha$", a la que pertenece por ser miembro de

[24]En un caso se nos puede informar, por ejemplo, que tal expresión es más corta que tal otra.

la secuencia, como también la secuencia modificada a que pertenece. Es, así, por un lado "$\mathcal{L}_\sigma(\sigma)$" y por otro "$\neg(\mathcal{L}_\sigma(\sigma))$", lo que significa que ambas fórmulas son abreviaturas de la misma expresión. Así pues, "$\neg(\mathcal{L}_\sigma(\sigma))$" niega "$\mathcal{L}_\sigma(\sigma)$", o sea, dice que "$\mathcal{L}_\sigma(\sigma)$" no es verdadero, pero al mismo tiempo coincide con "$\mathcal{L}_\sigma(\sigma)$" en el sentido de ser abreviatura de la misma expresión. Concluímos, pues, de acuerdo con la diferenciación abordada arriba, que poseemos una expresión bien formada (de un lenguaje saturado que posee un punto fijo) que dice de ella misma que no es verdadera[25].

En general, y como resultado imediato, podemos llegar a una primera conclusión, a saber, el método aplicado por Kripke no es un método que consiga aclarar los mecanismos de [W], ya que su única relevancia viene presentada mediante el aparato que desarrollemos a partir de [B]. Por lo tanto, [B] y [W] no pueden ser equivalentes de manera absoluta, pues no lo son los predicados de "fórmula demostrable" y "fórmula verdadera", aunque el último contenga al primero. La verdad es inmanente en cada caso al lenguaje global. Por esta razón, tiene sentido aceptar como verdaderas las oraciones que se demuestran y en cuyos confines nos situamos. Otro resultado para [W] es el siguiente: lo que demuestran los datos barajados es que el carácter conservador y la monotonicidad pueden violarse para aquellos casos en los que se aplican los criterios de crecimento. Este resultado puede ser probado de una manera bien sencilla mediante el teorema de incompletud, descrito de modo informal[26].

---

[25] Un ejemplo clásico viene de la mano de la interpretación del *mentiroso* (M) mediante su forma gödeliana, que puede ser expuesta del modo siguiente:
$(M)\quad \forall x(P(x) \rightarrow \neg T(x))$,
en la que $P(x)$ es un predicado sintáctico o aritmético que satisface únicamente el número gödeliano de su propia oración *(M)*. Mediante el método inductivo, Kripke propone probar que *(M)* no poseerá ningún valor de verdad en ningún $\mathcal{L}_\sigma$. Por lo tanto, *(M)* es una oración *infundada*.

[26] Alguna información puede arrojar un análisis detallado de la opción que

4. EL DISFRAZ DE LA PROPUESTA

Hemos podido comprobar que la propuesta divergente es efectivamente lógica, lógica pura disfrazada. En cuanto se admite que determinados lenguajes dan entrada a puntos fijos nos embarcamos en una teoría sustantivamente matemática. En cuanto que zarpamos, con esas admisiones, quedamos fuera del alcance de los procedimientos demostrativos y nos adentramos en un dominio ocupado por puntos de vista en competición. No es ningún defecto que la versión divergente propuesta por Kripke quiera hacer frente con dicho grado de complejidad.

Si la propuesta ortodoxa quiere dar crédito al resultado de Gödel, entonces ha de presentar una explicación convincente que aclare en qué radica la diferencia entre [W] y [B]. Muchas de estas aclaraciones se centran alrededor de la teoría de la *jerarquía de los lenguajes*. Un lenguaje descrito de un modo u otro dentro de un determinado contexto es denominado un *lenguaje-objeto*. Se habla en este lenguaje de objetos que no son de tipo lingüístico, por lo que $T(x)$ es indefinido. El *metalenguaje* se refiere a objetos no lingüísticos y a las propias palabras, frases o proposiciones que comprende el lenguaje usado. Aplicando determinadas reglas de evaluación ascendemos al metalenguaje. De este modo, se puede llegar a toda una jerarquía de lenguajes sin que exista un límite aparente superior, puesto que dado un lenguaje de cualquier nivel, siempre existe un lenguaje de nivel inmediato superior como metalenguaje suyo.

Ahora bien, lo que no está del todo claro aún es, cómo está incluido un lenguaje interpretado $\mathcal{L}_0$, en el que $T(x)$ es totalmente

---

se lleva a cabo al definir el predicado "verdadero" con relación al lenguaje. Este tipo de planteamiento posee además una virtud sobre la cual no nos vamos a explayar, a saber, aleja la amenaza de una investigación relativista, ya que operamos con una noción de verdad que es inmanente al lenguaje. Esto no supone que la inmanencia de la verdad haya de ser reducida a la relatividad de un lenguaje, ya que en su estudio aparece también la necesidad de un análisis lógico y de los presupuestos empíricos que inciden en el predicado de verdad.

indefinido, dentro de un metalenguaje $\mathcal{L}_\alpha$, en el que se interpreta $T(x)$. Es decir, si la relación entre lenguaje-objeto y metalenguaje es del tipo siguiente: $\mathcal{L}_0 \subseteq \mathcal{L}_\alpha$ entonces, una condición mínima para analizar el metalenguaje sería la equivalencia con el lenguaje-objeto y el predicado de verdad del siguiente modo: $\mathcal{L}_\alpha = \mathcal{L}_0 + T_0(x)$, donde la extensión de $T_0(x)$ consiste en aplicarse a las fórmulas verdaderas.

Dicha propuesta está reñida con la propuesta divergente que propone una distinción entre lenguaje interpretado y $\mathcal{L}_0$. El lenguaje $\mathcal{L}$ consta de todos los predicados interpretados excepto el predicado de verdad $T(x)$. El lenguaje interpretado $\mathcal{L}_0$ consta de $\mathcal{L}$ y el predicado de verdad $T(x)$ que está indefinido. El lenguaje $\mathcal{L}_\alpha$ consta de $\mathcal{L}_0$ y la especificación de la interpretación para $T_0(x)$ y que puede ser caracterizado parcialmente mediante el conjunto (S_1, S_2). El lenguaje $\mathcal{L}_{\alpha+1}$ resulta de la interpretación del lenguaje $\mathcal{L}_\alpha$, y se accede mediante la interpretación $T(x)$ del conjunto (S_1, S_2)[27]. Valga una correspondencia entre el lenguaje interpretado y el lenguaje definido parcialmente si en dicha correspondencia tiene validez la siguiente relación: $\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}$, entonces, el metalenguaje viene a ser caracterizado mediante la siguiente igualdad: $\mathcal{L}_{n+1} = \mathcal{L}_n + T_{n+1}(x)$. Según dicha caracterización el lenguaje de cada nuevo nivel contiene todos los predi-

[27] En el presente trabajo no vamos a desarrollar toda la propuesta completa, pues ya ha sido expuesta en otro lugar de manera sistemática (véase Padilla Gálvez 1991, 140 ss. que supone una interpretación de: Kripke 1975, 700; en la traducción al castellano: 1984, 20). Sin embargo, quiero indicar un resultado que no ha sido especificado anteriormente al desarrollar el esquema semántico que permite manejar predicados parcialmente definidos. El predicado monádico $T(x)$ puede ser interpretado mediante un par (S_1, S_2) de conjuntos disjuntos de un dominio no vacío dado, donde S_1 es la *extensión* de $T(x)$ y S_2 es la *antiextensión* de $T(x)$. Así pues, $\mathcal{L}(S_1, S_2)$ es la interpretación de $\mathcal{L}$ que resulta de $T(x)$ mediante el par (S_1, S_2), si consideramos $\mathcal{L}$ como un lenguaje que contiene todos los predicados interpretados excepto $T(x)$. Por lo tanto, $T(x)$ no está interpretado a dicho nivel. El lenguaje $\mathcal{L}(S_1, S_2)$ es un lenguaje que se obtiene a partir de $\mathcal{L}$ siempre y cuando se especifique una interpretación para $T(x)$. El *artificio* que lleva a cabo S. Kripke es bien sencillo:

cados de verdad previos[28].

A este resultado se llega mediante un *procedimiento inductivo* en el que se parte de que cada predicado $T_n(x)$ es definido. El ascenso de lenguajes tiene como fin ampliar y especificar la interpretación de $T_n(x)$. Así, pues, la extensión de $T_0(x)$ consiste en las fórmulas verdaderas de un lenguaje de primer orden con las características expuestas por Kripke[29]. La extensión de $T_{n+1}(x)$ consiste en las fórmulas verdaderas del lenguaje obtenido al añadir $T_n(x)$ al lenguaje de primer orden arriba referido. Por inferencia inductiva, Kripke propone unos principios explicativos que permitan pasar de los casos particulares, como han sido expuestos arriba, al principio gestor. Dichos principios (abreviadamente: (P_k)) son los siguientes:

(P_{k1}) Todos los predicados de verdad de la jerarquía finita de A. Tarski son decidibles dentro de $\mathcal{L}_\sigma$[30].

(P_{k2}) Todos los lenguajes de la jerarquía finita de A. Tarski son sublenguajes de $\mathcal{L}_\sigma$[31].

Los principios $(P_{k1}) - (P_{k2})$ han de ser a la vez una inferencia ampliadora del contenido y conservadora de la verdad[32]. Ahora

---

su fin es presentar la prueba de que todo predicado efectivamente decidible es recursivo general. Esta prueba presupone una representación simplificada de la tesis de Church. Según ésta, la noción informal de una función efectivamente calculable de enteros positivos se ha de identificar con la noción matemática de función recursiva general. Este resultado viene a ser usado en el cálculo de Kleene para consignar el predicado igualdad (véase Kleene 1971, §45; en la traducción al castellano: 1974, 210). El cálculo de Kleene se construye mediante una relación bimembre (S_1, S_2) que es recursiva.

[28] Véase Kripke 1975, 710, nota 26. Al castellano: 1984, 37, nota 26.

[29] Véase Kripke 1975, 702; en castellano: 1984, 23.

[30] Véase Kripke 1975, 710; traducido al castellano: 1984, 36.

[31] Véase Kripke 1975, 710; traducido al castellano: 1984, 36 s.

[32] Su función es precisamente la de indicar bajo que procedimiento se pueden reconocer como válidos los principios explicativos que vienen a ser expuestos en $(P_{k1} - P_{k2})$.

bien, nadie tendría ningún reparo en aceptar dichos principios si no fuera por un desbarajuste que emerge en dicha propuesta. La cuestión central que resulta al respecto es la siguiente: ¿Cómo es posible que la clase de los predicados de verdad de la jerarquía finita de A. Tarski sea expresable mediante un símbolo del lenguaje dado – el lenguaje $\mathcal{L}_{\sigma}$ – que contiene su propio predicado de verdad? Formulado de otro modo, con el fin de acentuar la dificultad: ¿Cómo es posible que la saturación permita postular un principio conservador con respecto a la verdad? La cuestión formulada de esta manera choca frontalmente con el resultado gödeliano expuesto en [W](iii), según el cual, la clase de las fórmulas correctas no puede expresarse mediante un símbolo de clase del sistema dado.

La propuesta divergente no parece tener ningún reparo ante la postulación de un lenguaje que alcanza un proceso de saturación, por lo que puede postular un *punto fijo*. Sin embargo, no suministra ningún criterio de que con ello no exista ningún caso particular – como el dato barajado por Gödel – que viole el carácter ampliativo. No tenemos, pues, ningún sistema de prevención que posibilite localizar determinadas anomalías.

CONCLUSIÓN

En este trabajo es discutido el papel que juega el predicado "verdadero" con respecto el predicado "demostrable". K. Gödel explicita, mediante un método específico, como es el de la aritmetización, que el cálculo de predicados de primer orden es indecidible. La indecidibilidad de la lógica de predicados de primer orden es un resultado indeseable para cualquier programa lógico. La discusión mantenida con Zermelo así lo patenta. La reconstrucción histórica que hemos desarrollado ha sido parcial pero no menos relevante. Nos hemos centrado en analizar un proceso de conceptualización determinado. El núcleo de la prueba gödeliana – pensamos – se encuentra en la distinción conceptual entre la familia de predicados vinculados a [W] y la familia de predicados en estrecha relación con [B]. K. Gödel demuestra, entre otras cosas, que la clase de las fórmulas verdaderas no puede expresarse mediante un símbolo de clase del sistema dado.

Uno de los méritos principales de la propuesta alternativa desarrollada por S. Kripke consiste en insinuar cierto escepticismo acerca de las propuesta de A. Tarski. La virtud de la propuesta alternativa no es que fuerce la creencia, sino que sugiere dudas. La evidencia en la que se asienta la propuesta divergente es que hay una serie de niveles de lenguajes en los cuales se puede ir determinando el predicado de verdad. Cuando un predicado es monótono con respecto a los niveles de lenguaje que ha recorrido, entonces se puede postular una cierta saturación. Dicha saturación se debe a que aparece una cierta uniformidad, por lo que el lenguaje contiene su propio predicado de verdad. A dicho resultado se llega mediante el método inductivo.

El método inductivo es un procedimento que persigue reconocer que en un nivel de lenguaje en el que se va ampliando su contenido, podemos reconocer elementos conservadores de la verdad, cuando aparece la monotonicidad. Desde nuestro punto de vista, dicho método puede ser aplicado a algunos predicados sintácticos vinculados a [B], pero surgen algunas dudas acerca de su aplicación en la familia de predicados vinculados a [W]. Por consiguiente, la interpretación alternativa no ofrece una solución general a los problemas que suscitan las propuestas desarrolladas por A. Tarski. De hecho, que $\mathcal{L}_\alpha$ se convierta en un punto fijo para su propio predicado de verdad no supone que asuma un carácter universal.

BIBLIOGRAFÍA

CARNAP, R. (1934). *Logische Syntax der Sprache.* (Viena, Julius Springer).

CHURCH, A. (1956). *Introduction to Mathematical Logic.* Vol. I. (Princenton N.J., Princeton University Press).

DAWSON, J.W. (1985). Completing the Gödel-Zermelo Correspondence, *Historia Mathematica,* 12, 66-70.

GÖDEL, K. (1930). Einige metamathematische Resultate über Entscheidungsdefinitheit und Widerspruchsfreiheit, *Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Wien, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse,* 67, 214-215. (Trad. cast.: Gödel 1981, 42-43).

——. (1930a). Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionskalküls. *Monatshefte für Mathematik und Physik,* 37, 349-360. (Trad. cast.: Gödel 1981, 20-34).

——. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik,* 38, 173-198. (Trad. cast.: *Sobre proposiciones formalmente indecidibles de los* Principia Mathematica *y sistemas afines.* Cuadernos Teorema, Valencia, 1980, y GÖDEL 1981, 55-89).

——. (1981). *Obras completas.* (Intro. y trad. de J. Mosterín). (Madrid, Alianza Ed.)

——. (1986). *Kurt Gödel. Collected Works.* Vol. I/II. (Oxford, Oxford University Press.

GRATTAN-GUINNESS, I. (1979). In Memoriam Kurt Gödel: His 1931 Correspondence with Zermelo on his Incompletability Theorem. *Historia Mathematica,* 6, 294-304.

HERMES, H. (1971). *Aufzählbarkeit, Enstscheidbarkeit, Berechenbarkeit.* (Berlin, Springer). (Trad. cast. *Introducción a la teoría de la computabilidad.* (Madrid, Tecnos), 1984).

KLEENE, S.C. (1971). *Introduction to Metamathematics.* (Amsterdam/New York, North-Holland). (Trad. cast. *Introducción a la metamatemática.* (Madrid, Ed. Tecnos), 1974).

KRIPKE, S. (1975). Outline of a Theory of Truth, *Journal of Philosophy,* 72, 690-716. (Trad. cast.: *Esbozo de una teoría de la verdad.* Cuadernos de Crítica, 36, México, UNAM, 1984).

——. (1976). Is there a Problem abouth Substitutional Quantification?, en: G. Evans & J. McDowell (Eds.) *Truth and Meaning: Essays in Semantics.* (Oxford, Oxford University Press), 325-419.

ŁUKASIEWICZ, J. & TARSKI, A. (1930). Untersuchungen über den Aussagenkalkül. *Sprawozdania z posiedze'n Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydzial III,* 23, 30-50.

McGEE, V. (1991). *Truth, Vagueness and Paradox: An Essay on the Logic of Truth.* (Indianapolis, Hackett).

PADILLA GÁLVEZ, J. (1991). Niveles de lenguaje, autorreferencia y las paradojas. *Contextos,* 17-18, 121-148.

——. (1992). La concepción semántica de la verdad, la paradoja del mentiroso y los sistemas autorreferenciales. *Lenguajes naturales y Lenguajes Formales.* VII. Barcelona. 197-208.

——. (1993). Estudio crítico de McGee (1991) y Sommaruga-Rosolemos (1991). *Crítica,* XXV, n. 73, 83-108.

SOMMARUGA-ROSOLEMOS, G. (1991). *Fixed Point Constructions in Various Theories of Mathematical Logic.* (Nápoles, Bibliopolis).

STEGMÜLLER, W. (1973). *Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit. Die metamathematischen Resultate von Gödel, Church, Kleene, Rosser und ihre erkenntnistheoretische Bedeutung.* (Berlin, Springer).

TARSKI, A. (1930). Über einige fundamentale Begriffe der Metamathematik, *C.R. Soc. Sciences Varsovie,* Cl. III, 23, 22-29.

——. (1935). Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen, *Studia Philosophica,* 1, 261-405.

WEINGARTNER, P. (1993). Das Problem der Sprache in der Philosophie. en: P. Weingartner, *Die Sprache in den Wissenschaften.* (Freiburg, München), 221-276.

WHITEHEAD, A.N. & RUSSELL, B. (1910-13) *Principia Mathematica.* (Cambridge, Cambridge University Press).

CUADERNOS DE ANUARIO FILOSOFICO
SERIE UNIVERSITARIA

NUMEROS PUBLICADOS

Nº 1 José María ORTIZ IBARZ

Del sufrimiento a la virtud. Fundamentación de la Etica en Schopenhauer
(1991) 500 pts.

Nº 2 Angel Luis GONZÁLEZ

El Absoluto como "causa sui" en Spinoza
(1992) 700 pts.

Nº 3 Rafael CORAZÓN

Fundamento y límites de la voluntad. El libre arbitrio frente a la voluntad absoluta
(1992) 600 pts.

Nº 4 NICOLAS DE CUSA

De Possest
Introducción, traducción y notas de Angel Luis GONZÁLEZ
(1992) 750 pts.

Para información, o en su caso pedidos, dirigirse a:

Angel Luis González

Biblioteca de Humanidades
Universidad de Navarra
31080 Pamplona