ESTUDIO CRÍTICO

INTUICIÓN PURA Y SÍNTESIS MATEMÁTICA EN KANT*

Estudio crítico de Carl J. Posy (ed.), *Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays*, (Dordrecht, Kluwer), 1992, 370 pp. + x.

ÁLVARO LÓPEZ FERNÁNDEZ

Department of Philosophy,
University of Puerto Rico,
RÍO PIEDRAS
PUERTO RICO

allopez@upracd.upr.clu.edu

La antología *Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays*, de la cual es editor Carl Posy, recoge, además de la introducción del editor, trece ensayos escritos por once autores: Jaakko Hintikka (dos ensayos), Charles Parsons (dos ensayos), Manley Thompson, Philip Kitcher, J. Michael Young, Michael Friedman, Stephen Barker, Arthur Melnick, William Harper, Carl Posy, y Gordon G. Brittan. Todos los ensayos publicados en la antología, menos la introducción de Posy y el ensayo de Barker, han sido publicados previamente. Se trata de ensayos cuyas fechas originales de publicación se encuentran cronológicamente comprendidas entre tres décadas y casi veinte años (1967-1985), salvo, desde luego, dos publicados, por primera vez, en la antología (1992). De los doce ensayos, cuyas fechas de publicación

* Quiero agradecer a mi muy apreciado amigo y estimado colega, doctor Guillermo E. Rosado Haddock por la lectura del manuscrito y por sus valiosas observaciones. De los errores que el manuscrito pueda todavía contener soy enteramente responsable.

quedan comprendidos entre los años mencionados, cinco se han publicado en el mismo volumen 3 de la revista *Topoi* de 1984 (Harper, Hintikka, Melnick, Parsons y Young), dos en *The Monist* (Hintikka (1967) y Posy (1984)), dos en *The Philosophical Review* (Kitcher (1975) y Friedman (1985)), uno en la *Review of Metaphysics* (Thompson (1972)), y dos en colecciones de ensayos previas (Parsons (1969) y (1983))[1]. La primera parte del libro recoge cuatro ensayos clási-

[1] Se trata de los siguientes ensayos, cuya información bibliográfica detallo a continuación, más o menos en el mismo orden en que aparecen los ensayos en la antología. Jaakko Hintikka, "Kant on the Mathematical Method," publicado por primera vez en *The Monist*, volumen 51, 1967, y "Kant's Transcendental Method and His Theory of Mathematics," publicado originalmente en *Topoi*, volumen 3, 1984; Charles Parsons, "Kant's Philosophy of Arithmetic," publicado por primera vez en Sidney Morgenbesser, Patrick Suppes y Morton White, editores, *Philosophy, Science and Method: Essays in Honor of Ernest Nagel*, 1969. El ensayo que se recoge en la antología incluye un apéndice, publicado por primera vez en *Mathematics in Philosophy: Selected Essays*, también de Parsons, y publicado en 1983. La antología incluye también su ensayo "Arithmetic and the Categories," publicado en *Topoi*, volumen 3, 1984; de Manley Thompson, "Singular Terms and Intuitions in Kant's Epistemology," publicado en *Review of Metaphysics*, volumen 26, 1972, para el cual el autor ha escrito un apéndice (1992); de Philip Kitcher, "Kant and the Foundations of Mathematics," publicado en *The Philosophical Review*, volumen 84, 1975; de J. Michael Young, "Construction, Schematism and Imagination," publicado en *Topoi*, volumen 3 1984; de Michael Friedman, "Kant's Theory of Geometry," publicado en *The Philosophical Review*, volumen 94, 1985; de Stephen Barker, "Kant's View of Geometry: a Partial Defense," publicado por primera vez en 1992, en la antología que reseño; de Arthur Melnick, "The Geometry of a Form of Intuition," publicado en *Topoi*, volumen 3 de 1984; de William Harper, "Kant on Space, Empirical Realism, and the Foundations of Geometry," aparecido en *Topoi*, volumen 3, 1984; de Carl Posy, "Introduction: Mathematics in Kant's Critique of Pure Reason," de 1992 y obviamente escrita para la antología, así como "Kant's Mathematical Realism," publicado en *The*

cos de los años sesenta y setenta, y la segunda parte, bajo la rúbrica de trabajos recientes, los nueve ensayos restantes. En la introducción considera Posy, de modo general, los distintos ensayos de la antología, agrupándolos, algo artificialmente, con base en las divisiones principales de la *Crítica de la razón pura* (*CRP*): "Estética transcendental," "Analítica," "Esquematismo," "Dialéctica" y "Doctrina del método." La exposición que sigue no se deja siempre llevar por el orden mismo de presentación de los ensayos, ni asume el mencionado criterio.

A. LA NATURALEZA Y EL PAPEL DE LA INTUICIÓN EN KANT

Según Hintikka, Kant pensó que la matemática se basa en construcciones por ser éstas imprescindibles en la geometría elemental de su tiempo, derivada, en su mayor parte, de los *Elementos* de Euclides. Pero el uso de las construcciones en dicha geometría tiene un carácter accidental, por ser incompleto el conjunto de sus axiomas y postulados. No todos sus teoremas se podían demostrar mediante la mera argumentación lógica. Exponiendo un diagrama o figura, Euclides podía apelar tácitamente a nuestra intuición geométrica que proveía, así, los supuestos que faltaban, omitidos por éste. La filosofía de la matemática de Kant queda así, de entrada, bastante mal parada: ésta toma como una característica

---

Monist, volumen 67, 1984; y, finalmente, de Gordon G. Brittan, "Algebra and Intuition," publicado en *Topoi* volumen 3, 1984. En lo que sigue me referiré, la primera vez, a los ensayos indicados, simplemente mediante el apellido del autor, sin ninguna nueva indicación del título. En el caso de los autores que tienen dos ensayos en la antología (Hintikka, Parsons y Posy) haré referencia, entre paréntesis, al año de publicación del ensayo, luego de la mención del autor. La indicación de las páginas correspondientes a los ensayos examinados se hará directamente, entre paréntesis, en el texto.

esencial de *toda* matemática algo que sólo es la consecuencia de un defecto en la particular axiomatización de la geometría de Euclides (23).

Según las conferencias de lógica de Kant, toda representación particular, en tanto distinguible de un concepto general, esto es, todo lo que represente, en la mente humana, un individuo, es intuición. No hay nada de 'intuitivo' (de imagen mental) en la intuición kantiana. No se justifica el vínculo de la intuición con la sensibilidad. Hay una primacía sistemática de la teoría de Kant del método matemático comparativamente a dicho vínculo. La caracterización de Kant de la matemática como basada en el uso de construcciones debe entenderse en el sentido de que en ella estamos introduciendo, todo el tiempo, representantes particulares de conceptos generales, y argumentando de un modo que no puede llevarse a cabo mediante el uso exclusivo de conceptos generales (24).

La tesis del mencionado vínculo plantea problemas para dar cuenta del álgebra. La intuición, como imagen mental, nada tiene que ver con el álgebra y la aritmética. Entendida como representante de un individuo puede mantenerse la tesis del carácter intuitivo de la aritmética y del álgebra (26). Si podemos suponer que los símbolos que utilizamos en el álgebra representan números individuales, entonces se convierte en algo trivialmente verdadero decir que el álgebra se basa en el uso de intuiciones, es decir, en el uso de representantes de individuos en tanto distinguibles de conceptos generales (26-7). El uso de nuevos individuos, esto es, de nuevas intuiciones, es lo característico, en Kant, de la construcción de algo (27).

Kant parece descartar, en la Estética Transcendental, la posibilidad de intuiciones que no sean sensibles. Todas las intuiciones de la matemática se basan en el espacio y en el tiempo, dependiendo, éstas, a su vez, de la estructura de nuestra sensibilidad.

No parece haber lugar en la matemática para intuiciones que no estén vinculadas con la sensibilidad (33). Hintikka sostiene que la discrepancia entre la interpretación de la metodología de la matemática y la Estética Transcendental no desaprueba la interpretación por él propuesta. La discrepancia sólo se mantiene si la manera como Kant da cuenta de la matemática en la Estética puede mantenerse. Si hay intuiciones, como, por ejemplo, las variables individuales o 'intuiciones' del álgebra, que no tienen relación con nuestra sensibilidad, la única conclusión posible no es alegar que ellas no son en modo alguno intuiciones en el sentido kantiano, sino que es perfectamente viable sostener que Kant se equivocó al pensar que todas nuestras intuiciones tienen que ser *sensibles* (33). Es tesis central de Hintikka que son *los procesos de búsqueda y hallazgo*, más bien que *los actos perceptivos,* los que deben dar el nombre general para caracterizar los procesos mediante los cuales conocemos la existencia de individuos (40). Kant comete lo que Hintikka (1984) denomina un "error aristotélico, al identificar con la percepción sensible el modo como ganamos conocimiento de la existencia de los particulares en general." (344).

Cabe sostener, frente a Hintikka, que la tesis de que no se legitima el vínculo de la intuición con la sensibilidad no justifica, sin más, su tesis central. No cabe duda de que hay también en Kant un vínculo, no explorado por Hintikka, del espacio y del tiempo con la imaginación, e incluso con la razón. Por lo demás, Kant entiende el espacio y el tiempo de diversas maneras, como, por ejemplo, como forma de la intuición e intuición formal, desvinculando expresamente este segundo sentido de la sensibilidad (*CRP* B 160-1). Hay, pues, graves limitaciones, de entrada, a la crítica e interpretación que Hintikka hace de Kant, muy interesante, por cierto, pero también anacrónica en la medida en que nos presenta a Kant como una especie de adelantado de la lógica y matemática actual.

Hintikka entiende el concepto de intuición en Kant en un sentido demasiado restringido, identificando la intuición con la *imagen mental* o con la *aprehensión del objeto empíricamente dado.* Entender la intuición en Kant como imagen mental es una manera patéticamente pobre e imprecisa de entenderla. Llama la atención el modo insatisfactorio en que interpreta Hintikka el pasaje de la *CRP* A 713, B 741 relativo a lo que significa *construir* un concepto.

> Construir un concepto significa presentar la intuición *a priori* que le corresponde. Para construir un concepto hace falta, pues, una intuición *no empírica* que, consiguientemente, es, en cuanto intuición, un objeto *singular*, a pesar de lo cual, en cuanto construcción de un concepto (representación universal), tiene que expresar en su representación una validez universal en relación con todas las posibles intuiciones pertenecientes al mismo concepto[2].

La tesis de Hintikka de que intuitividad significa individualidad (singularidad) no hace justicia a la tesis central del mencionado pasaje: la construcción de un concepto es la presentación de una intuición *a priori* (no empírica) que constituye *un objeto singular* con validez *universal.* Kant vincula expresamente la *singularidad* con la *universalidad.*

El pasaje no habla de la singularidad en el sentido de la *ejemplificación* representativa de un concepto universal. En él no trata Kant del proceso que tiene que ver con la validación de un concepto universal, que va del concepto a una ejemplificación cualquiera para asegurar que dicho concepto no admita contraejemplos. Trata, más bien, de la intuición matemática entendida como intuición paradigmática. Ésta se revela, como lo expresa claramente el texto, como la singularidad que vale universalmente.

[2] La traducción es de Pedro Ribas, Manuel Kant, *Crítica de la razón pura*, Madrid 1988, p. 575.

Esta sutileza parece escapársele totalmente a Hintikka. No puede razonablemente mantenerse que el sentido del pasaje que nos ocupa sea que el *uso* de nuevos individuos (= nuevas intuiciones) constituya lo característico de la construcción de algo. Se trata, más bien, de la construcción de la universalidad con la puesta misma de la singularidad, o, si se quiere, de la puesta de la singularidad con inmediato alcance universal en la esfera misma de su propia singularidad, lo que no debe confundirse con la mera *suposición* inductiva (por lo demás, siempre incompleta) de la universalidad a partir de la consideración de un número siempre insuficiente de casos particulares. Hay que distinguir, pues, entre la singularidad que es ejemplificación de un concepto universal y la singularidad que dentro de la esfera de su propia singularidad, sin abandonarla, funda originalmente algo universalmente válido.

Parsons sostiene, por su parte, que la tesis de Kant de que la matemática se basa en la intuición implica que constituye un conocimiento *inmediato*. El criterio de la inmediatez satisface también el criterio de la singularidad. Se trata de un criterio esencial para la intuición. Si bien Kant no tuvo presente la posibilidad de algo así como representaciones singulares no inmediatas, es evidente el énfasis que pone Kant en el criterio de la inmediatez, lo que la interpretación de Hintikka no puede contrarrestar de manera suficiente (45-6).

El espacio, como forma pura de la sensibilidad, constituye la condición de posibilidad cognoscitiva de los enunciados geométricos. La geometría contiene nociones primitivas de carácter no lógico, y sus teoremas no se pueden demostrar meramente mediante las definiciones de la lógica. Los postulados de Euclides constituyen supuestos existenciales. La noción kantiana de la existencia implica que dichos postulados no pueden ser analíticos (49). El carácter sintético *a priori* de los enunciados de la matemática se garantiza mediante la índole sintética *a priori* de los axiomas de que ésta parte. Siendo los axiomas de la geometría euclidiana sintéticos *a priori* se sigue lo mismo para todas las consecuencias *válidas* que se hagan a partir de éstos. Pero aquí confronta la interpretación de Parsons una particular dificultad: la aritmética, a diferencia de la geometría, carece de axiomas, según Kant (*CRP* A 163-4, B 204-5).

En una carta que Kant dirige a Schultz, con fecha del 25 de noviembre de 1788, afirma que la aritmética tiene postulados, esto es, 'juicios prácticos inmediatamente ciertos,' no axiomas (53). La matemática no puede ser analítica ya que tienen que usarse *premisas* sintéticas en el desarrollo deductivo de ésta. En el curso de una demostración se tiene que apelar constantemente a las evidencias que se formulan en los axiomas y en los postulados. Esto no quiere decir, sin embargo, que se le pueda adjudicar con propiedad a Kant la defensa expresa de un tipo sofisticado de demostración modelada en una deducción puramente formal, donde los axiomas se establecen al comienzo y todo lo demás es mera lógica, sin que importe en absoluto la *verdad* de la proposición, sino únicamente si ésta se sigue o no de los axiomas (57).

Por lo que se refiere al álgebra, Parsons sostiene que hay aquí también una intención *expresa* de Kant de fundar su posibilidad con base en la intuición sensible (*CRP* A 734, B 762). Son las *relaciones* de magnitud las que se presentan en el caso del álgebra en la intuición, expresándose mediante signos de función algebraicos. Parsons trata de mostrar que los casos de la aritmética y la geometría son simétricos (59), destacando que aunque la aritmética carece de axiomas, tiene, no obstante, *postulados*. Éstos cumplen el papel de los supuestos de existencia en la geometría euclidiana (61). Ahora bien, Kant sostiene, en la carta a Schultz, que el tiempo no tiene influencia alguna en las propiedades de los números, esto es, en las puras determinaciones de magnitud. Señala, además, que la ciencia del número constituye una síntesis intelectual pura, y ello no empece a la sucesión que requiere toda construcción de la magnitud (*Grösse*). Distingue entre *quantum* y cantidad, entendiendo esta última como el *concepto de una cosa en general* por determinación de la magnitud (63)[3].

Parsons no puede menos que reconocer que tales señalamientos de Kant colocan a la aritmética menos en el lado intuitivo que en el conceptual de nuestro conocimiento. La aritmética no se refiere "a un objeto de intuición como magnitud" sino al "concepto de una cosa en general." Es el objeto de la intuición como magnitud, es decir, cosas tales como los puntos, líneas y figuras de la geometría lo que se refiere directamente a la forma de la intuición. La ciencia del número es síntesis intelectual, lo que sugiere que las nociones aritméticas podrían definirse en términos de las categorías puras y vincularse con formas lógicas que no se refieren, en modo alguno, a las condiciones de la sensibilidad. Tal concepción estaría en conflicto, según Parsons, con la tesis de que el número es un esquema (63).

El algebrista llega, de acuerdo a Kant, a resultados manipulando *símbolos* en conformidad con ciertas reglas, lo que no sería posible sin una representación análogamente *intuitiva* de sus conceptos. La matemática depende de la intuición. La "construcción simbólica" lo es esencialmente con *símbolos* como objetos de intuición (65). En su escrito *Sobre la nitidez de los principios de la teología natural y la moral* (1764) Kant sostiene que la certeza de la mate-

[3] Según Parsons, la posición de Kant en la carta a Schultz constituye una reiteración de su posición en el § 12 de la *Disertación*. En ésta ya sostenía que el concepto de número, del cual trata la aritmética, si bien es intelectual requiere, para su actualización en concreto, las nociones auxiliares del espacio y del tiempo en la adición sucesiva y yuxtaposición simultánea de una pluralidad (63). Parsons refiere también a la *CRP* A 142, B 182.

mática está vinculada con el hecho de que sus signos son *sensibles*[4]. Ellos son, en la matemática, los medios sensibles de conocimiento. Facilitan la atención, por cuanto sólo se les toma en cuenta a ellos individualmente y no a las cosas que éstos representan en general. Gracias a ellos podemos asegurarnos, con la misma certeza de lo que vemos con nuestros propios ojos, que no se ha dejado ningún concepto fuera, que toda ecuación se ha derivado a partir de reglas sencillas, etc[5]. Pese a Hintikka, es obvio que existía una conexión entre la *sensibilidad* y el carácter intuitivo de la matemática en la mente de Kant *antes* de que desarrollara su teoría del espacio y del tiempo en la Estética. Ahora bien, a diferencia de su obra posterior, no concluye Kant, en la obra anterior, que la aplicación de la matemática deba limitarse a los objetos *sensibles.*

Parsons, en su intento de garantizar, frente a las críticas de Hintikka, la simetría entre la geometría y la aritmética, no aclara suficientemente – lo que probablemente, en justicia a Parsons, requiere una consideración sistemática que rebasa a Kant – la diferencia entre *axiomas* y *postulados*, ni indica si hay elementos suficientes en Kant para asegurar tal distinción. No explora la posibilidad de un tratamiento sistemático de la mencionada distinción, dejando sin precisar la naturaleza de los postulados entendidos como *juicios prácticos* que cumplen el mismo papel que los supuestos de existencia en la geometría euclidiana. Parsons no entra en los pormenores ni dilucida, desde una perspectiva histórica y/o sistemática, la diferencia entre la construcción geométrica u ostensiva, y la simbólica o característica. No parece plausible que se pueda asegurar el carácter sintético del álgebra meramente con base en el carácter sensible de los signos que éste utiliza. A fin de

---

[4] Véase, en la obra citada, *Erste Betrachtung*, § 2, encabezado, Ak. II 278.

[5] *Dritte Betrachtung*, § 1, Ak. II, 29.

cuentas no queda claro, en Parsons, en qué preciso y decisivo sentido haya de tener el álgebra su fundamento en la intuición, aún cuando son las relaciones de magnitud las que, según dicho autor, se presentan en la intuición en el caso del álgebra.

La tesis de Kant, en su carta a Schultz, de que la ciencia del número constituye una síntesis intelectual pura, no abona a la tesis del fundamento de la aritmética en la intuición. Parsons no elabora sobre la naturaleza de la distinción entre la mencionada síntesis intelectual pura y la actualización de la misma en concreto, actualización que, podría alegarse, tiene un carácter meramente accidental comparativamente a la síntesis intelectual pura. Así puede sostenerse, a la manera de Eberhard frente a Kant, que la matemática avanza sin que necesite vincularse necesariamente con la intuición, y que, con toda probabilidad, hay un vínculo más originario de la matemática con la metafísica transcendente que con la intuición (pura o no). Además, no parece que pueda mantenerse la tesis de que la aritmética se refiera al "concepto de una cosa en general." Hemos visto que Parsons sostiene que las nociones aritméticas pueden definirse en términos de las categorías puras. Pero dicha afirmación dista mucho de ser evidente. ¿Qué tiene que ver, pongamos por caso, el concepto de número primo, o el teorema fundamental de la aritmética con las categorías puras? Las categorías puras tienen un vínculo esencial con la intuición a través de sus determinaciones esquemáticas. Por lo demás, el "concepto de una cosa en general" tiene que ver más bien con el *conocimiento discursivo*, propio de la Filosofía, que Kant se esfuerza en distinguir nítidamente del conocimiento matemático.

Thompson se ocupa de la tesis de las dos condiciones de la intuición (inmediatez y singularidad), y del problema de su relación, considerando el concepto de juicio empírico en Kant y el papel que la intuición juega en éste (81). Thompson sostiene que la interpretación de Hintikka está en conflicto con otros pasajes de la *Crítica de la razón pura*, y se pregunta si cabe reconocer respecto a los juicios empíricos trazas (*traces*) de que no hay conexión entre las intuiciones y la sensibilidad. Está de acuerdo con Hintikka en que la inmediatez y la singularidad coinciden siempre en Kant, pero niega que los términos lingüísticos singulares representen intuiciones kantianas (82).

Las intuiciones empíricas difieren de los conceptos empíricos por el modo de la referencia al objeto, no por su conexión con la sensación. En el caso de las intuiciones empíricas la referencia al objeto es inmediata, mediata en el caso del concepto empírico. Kant define los conceptos como representaciones *generales*, si bien su práctica no se conforma siempre con esta definición, lo que se hace patente en los casos excepcionales de conceptos tales como los de espacio y tiempo, o de conceptos aritméticos tales como el del número 12 (82-3). Otra excepción parecen representarla aquellos juicios, como "Cayo es mortal" en los que figura un nombre propio (*CRP* A 322, B 378)[6]. Kant caracteriza dicho juicio como singular, y no hay duda, por lo demás, de que se trata de un juicio empírico.

Thompson pregunta si el sujeto "Cayo," en el mencionado juicio, es una intuición empírica = a un concepto empírico, o únicamente uno de ellos en tanto considerado como distinto del otro. La segunda alternativa representa la posición de Kant. No hay tal cosa como una intuición = a un concepto. Un nombre propio, como sujeto de un juicio singular, tendría que representar una intuición como algo distinto de un concepto, si bien esta conclusión se torna dudosa si se toman en cuenta otros señalamientos que hace Kant en la *Lógica*. Kant sostiene, en dicha obra, que constituye una tautología hablar de los conceptos caracterizándo-

---

[6] Véase también *Lógica* § 21, Jäsche (ed), en *Immanuel Kants Logik: Ein Handbuch zu Vorlesungen.*

los como generales o universales. No son los conceptos mismos los que pueden dividirse en universales, particulares y singulares, sino tan sólo el uso de los mismos (83)[7].

Thompson considera que una representación lingüística de una intuición no tendría lugar para Kant en el lenguaje, ya que en éste todas las representaciones son discursivas. En el lenguaje *presuponemos* representaciones intuitivas y creamos representaciones discursivas. Si bien puedo decir que mi intuición es la aprehensión inmediata de un objeto simplemente como algo espacio-temporal, no puedo tomar la frase 'algo espacio-temporal' como representando mi intuición. Dicha representación es discursiva por aplicarse al objeto de *cualquier* intuición. Ninguna representación discursiva puede tener la inmediatez y singularidad de una intuición (95). La filosofía de Kant carece virtualmente, desde una perspectiva técnica, de términos singulares, siendo lo más cercano a ello la palabra "espacio," y, en un menor grado, la palabra "tiempo". Ninguno de ellos, como tampoco los numerales, ni otros términos en la matemática que son aparentemente singulares, representan objetos existentes. Kant sostiene, en *CRP* A 719, B 747, que la matemática no pregunta por ninguna cuestión de existencia, sino por las propiedades de los objetos mismos, en tanto éstos se conectan con los conceptos de los objetos (99).

"S es P" es la forma de predicación de la lógica general, según Kant, siendo la predicación una relación entre conceptos, y no entre un concepto y un objeto. Thompson afirma que uno se ve tentado a pensar que de haber conocido Kant la lógica cuantificacional hubiese reconocido a 'Fx' como representando la forma de la predicación y que la relación correspondiente en su lógica transcendental sería la del concepto de un objeto. El propio Thompson adelanta la objeción de que 'Fx' no provee la relación

[7] Véase *Lógica*, § 1, nota 2.

sujeto-predicado que se ajusta a la categoría de substancia y accidente en Kant y que surge de la relación de 'S' a 'P.' Como, según Kant, todas las proposiciones afirmativas categóricas pueden convertirse (*convert*), el tradicional 'S' es 'P' deja en la indeterminación cuál de dichos conceptos tiene el papel del sujeto (*CRP* B 128-9). Para determinar dicho papel es necesario llevar a uno de dichos conceptos bajo la categoría de substancia. Pero este procedimiento es circular, según Thompson, ya que se supone que la categoría se obtenga, en primer lugar, de la deducción metafísica a partir de la forma sujeto-predicado del juicio (96).

Las críticas de Thompson a Hintikka y Parsons son, en lo esencial, acertadas. No parece, sin embargo, que pueda mantenerse su tesis de que toda intuición es sensible. No se puede decir, sin más, que "espacio" y "tiempo" constituyen, de modo inmediato, una particular forma de la intuición, ya que éstos pueden entenderse expresamente, según Kant, en otros sentidos, por ejemplo, el espacio como objeto de la geometría, y el espacio y el tiempo como intuiciones formales, sentidos éstos que Thompson ignora totalmente. Al sostener que Kant obtiene la categoría de sustancia simple y llanamente de la forma sujeto-predicado Thompson comete el error, común a muchos interpretes de Kant, de considerar como idénticas las formas lógicas de los juicios y las categorías. Se trata de una interpretación equivocada. En realidad la categoría es la forma lógica del juicio *más* la determinación esquemática que precisamente garantiza la posibilidad de su referencia objetiva. Ni la forma "S es P," ni 'Fx' puede garantizar de suyo, con base en su mera forma, su referencia objetiva. No se justifica que porque 'Fx' no pueda representar una forma de predicación en la lógica general, tenga que representar una en la lógica transcendental. "Dios es infinitamente bueno" no vale como un enunciado que pertenezca a la lógica general. Sería absurdo pensar, por ello, que deba pertenecer entonces a la lógica transcendental.

La polémica entre Hintikka y Parsons reproduce en buena medida las diferencias de interpretación entre L. W. Beck[8] y B. Russell[9] respecto a la determinación del sentido en que la intuición puede entenderse como el fundamento de la síntesis (construcción) matemática en Kant. Según Russell, la teoría de la geometría de Kant presupone que la construcción en la intuición pura tiene como propósito primario explicar la *demostración* matemática o el *razonamiento* como uno que es distinto del lógico o analítico. Este supuesto interpretativo de Russell ha sido vigorosamente debatido: Kant no negó, sino afirmó que la inferencia matemática es lógica o analítica, siendo su preocupación principal la del *status* de las premisas o axiomas de tales inferencias. La geometría es sintética porque sus axiomas lo son. Los teoremas sintéticos de la geometría se siguen de modo puramente lógico o analítico (197). Beck ha defendido este punto de vista anti-russelliano.

Kant no sería refutado, como pretende Russell, por la mera invención de la lógica poliádica, ya que incluso formulaciones modernas de la geometría euclidiana, como las de Hilbert, contendrían proposiciones primitivas o axiomas, que habría que remitir a la intuición pura para asegurar su verdad, esto es para proveerles un modelo, por así decir (198). La interpretación anti-russelliana deriva su apoyo primario de *CRP* B 14:

> Al advertirse que todas las conclusiones de los matemáticos se desarrollaban de acuerdo con el principio de contradicción (cosa exigida por el carácter de toda certeza apodíctica), se

---

[8] L. W. Beck, "Can Kant's Synthetic Judgements be Made Analytic?" *Kant-Studien* 47 (1955) pp. 168-181, reimpreso en *Studies in the Philosophy of Kant* (Indianapolis, 1965).

[9] B. Russell, *The Principles of Mathematics* (Cambridge University Press, 1903), especialmente el § 434, titulado "Mathematical reasoning requires no extra–logical element." Referencia a través de Friedman, p. 209, nota 5.

> supuso que las proposiciones básicas se conocían igualmente a partir de dicho principio. Pero se equivocaron, ya que una proposición sintética puede ser entendida, efectivamente, de acuerdo con el principio de contradicción, pero no por sí misma, sino sólo en la medida en que se presupone otra proposición sintética de la cual pueda derivarse. (*CRP* B 14)[10]

Según Beck, Kant estaría de acuerdo con Russell en que el condicional [Axiomas → Teoremas] constituye una verdad lógica o analítica, si bien, y ello es lo fundamental, el antecedente del condicional es sintético. Esta lectura del pasaje, propuesta por Beck, no es obligada, según Friedman, y ello por las siguientes razones (199):

1. Kant no dice ni que la inferencia matemática sea analítica ni que los teoremas puedan derivarse analíticamente.
2. La primera oración sólo significa que las demostraciones matemáticas contienen necesariamente pasos lógicos o analíticos y que no contienen, desde luego, falacias lógicas. La última oración no dice explícitamente que la derivación de una oración sintética (teorema) de otra (axioma) sea analítica. Queda abierta la posibilidad de que la derivación misma sea sintética.
3. Se supone que por proposiciones básicas o fundamentales (*Grundsätze*) Kant quiere decir *axiomas*, lo que es dudoso. El término técnico de Kant para los axiomas es *Axiomen* (*CRP* A 732-3, B 760-2), y en *CRP* A 25, B 39 llama Kant proposición básica o fundamental a la proposición de que dos lados de un triángulo son mayores que el tercero. Ahora bien, esta última proposición no es un axioma de Euclides, sino un teorema básico y por ende fundamental (Proposición 1.20). Según Friedman, el error que Kant está diagnosticando aquí no es el error ridículo de transferir analiticidad de la inferencia a la

[10] Traducción de Ribas, p. 51.

premisa (axioma), sino la suposición más sutil de que porque la lógica juega un papel central en la demostración de los teoremas básicos, ésta es suficiente para asegurar su verdad.

El problema más fundamental con que tiene que vérselas la lectura anti-ruselliana de *CRP* B 14 es que la aritmética difiere de la geometría por no tener axiomas. No hay proposiciones que sean, a la vez, universales y sintéticas y que sirvan como premisas en los argumentos aritméticos (*CRP* B 204-6). Nuestra concepción de la aritmética, como basada en los axiomas de Peano, es completamente extraña a Kant. No puede suponerse que el razonamiento aritmético proceda de modo puramente lógico o analítico a partir de axiomas sintéticos como premisas (200). La aritmética es el primer ejemplo que ofrece Kant (en *CRP* B 15-6) para ilustrar y presuntamente iluminar las ideas generales de *CRP* B 14. Las proposiciones aritméticas como 7 + 5 = 12 son sintéticas, no porque se establezcan por derivación analítica de axiomas sintéticos, sino porque se establecen por la adición sucesiva de unidades. Tal procedimiento es sintético porque conlleva la sucesiva progresión de un momento a otro (*CRP* A 163).

La idea de que la intuición pura juega el papel más sustantivo de proveer un modelo para un sistema axiomático particular, en tanto opuesto a otros, no se puede mantener y es una idea no kantiana (204). Por lo demás, la distinción tajante que establece Kant entre prueba conceptual (acroamática) y la matemática (demostración) deja claramente establecido que el razonamiento matemático no puede ser puramente lógico para Kant (216, n. 54). No hay espacio en la filosofía crítica para el cuadro que se encuentra en la base de la concepción anti-russelliana de la intuición pura.

Respecto a la interpretación que hace Friedman, en contra de la interpretación de Beck, de *CRP* B 14, cabe señalar que dicho pasaje no dice expresamente que la inferencia matemática sea sintética. Si bien dicho pasaje no dice tampoco que *toda* inferencia matemática sea analítica, implica que hay inferencias matemáticas de carácter analítico: "una proposición sintética puede ser entendida, efectivamente, de acuerdo con el principio de contradicción, pero no por sí misma, sino sólo en la medida en que se presupone otra proposición sintética de la cual pueda derivarse." Cabe sostener, frente a Friedman, que el carácter sintético de la matemática puede tener su fundamento en el carácter sintético de sus axiomas, o de sus postulados (en el caso de la aritmética). Por otra parte, la tesis del carácter sintético de la inferencia matemática no excluye necesariamente la tesis de que mediante sus axiomas y postulados ésta puede asegurar para sí un carácter sintético. La tesis de que la inferencia matemática puede ser sintética enriquece y no contradice la tesis que funda el carácter sintético de la matemática en la síntesis *a priori* que está en la base de los axiomas de la geometría y los postulados de la aritmética. Que el razonamiento matemático no pueda ser puramente lógico para Kant no excluye la tesis de que allí donde la matemática procede de modo puramente lógico se puedan entender los enunciados que se derivan como conclusiones de los axiomas y postulados como juicios sintéticos *a priori*. Por lo demás, Friedman tiene seguramente razón, frente a Kitcher y Brittan, al sostener que la intuición no juega en Kant el papel de proveer un modelo para un sistema axiomático particular, en tanto opuesto a otros.

B. LA CONCEPCIÓN KANTIANA DE LA GEOMETRÍA

La tesis kantiana de que los juicios sintéticos de la matemática pura son *a priori* contienen dos reclamos que deben separarse nítidamente, a saber, uno que tiene que ver con una subtesis metafísica, y otro, que tiene que ver con una subtesis epistemológica, que Kitcher designa respectivamente (KM) y (KE). Según (KM) las verdades de la matemática pura son necesarias, si bien no deben su verdad a la naturaleza de nuestros conceptos (109). Según la segunda, (KE), las verdades de la matemática pura pueden conocerse independientemente de trozos particulares de experiencia (*particular bits of experience*), si bien éstas no pueden conocerse solamente mediante análisis conceptual (109). Según (KM) las verdades matemáticas enuncian (*state*) condiciones no lógicas de nuestra experiencia y, según (KE), los principios que enuncian estas condiciones pueden conocerse *a priori* (111).

Kitcher complementa la enumeración de las tesis centrales relativas al carácter sintético *a priori* de los juicios de la matemática en Kant con tesis centrales, metafísicas y epistemológicas, respecto a la teoría kantiana de la geometría y a su doctrina del espacio, denominadas respectivamente (GM) y (GE) para el caso de la geometría, y (SM) y (SE) para el caso del espacio. Según (GM) las verdades de la geometría son necesarias, si bien no deben su verdad a la naturaleza de nuestros conceptos. Según (GE) las verdades de la geometría pueden conocerse independientemente de trozos particulares de experiencia, aunque no podemos conocerlas únicamente mediante un análisis conceptual. (GM) y (GE) pueden explicarse mediante la tesis de la idealidad transcendental del espacio, tesis que, a su vez, se bifurca en los reclamos de (SM) y (SE). Según (SM) todas las intuiciones posibles de lo que normalmente tomamos por el mundo exterior están sujetas a las condiciones impuestas por el espacio del cual puede decirse, por ello, que es forma de la intuición externa. Según (SE) podemos conocer los principios que enuncian estas condiciones y que describen así el espacio. Podemos conocerlos *a priori* por medio de la intuición pura del espacio (113). Se supone que (SM) es la única explicación de (GM) y (SE) la única explicación de (GE). Ya que

Kant considera la verdad de (GM) y (GE) como establecidas, al mostrarse que (SM) y (SE) son las únicas explicaciones de estas verdades, Kant considera que ha demostrado así las verdades de (SM) y (SE) (113).

Según Kitcher, la noción kantiana de intuición pura se oscurece en la medida en que Kant trata, por una parte, a (KM) y (KE), y, por otra, a (SM) y (SE) *juntas*, esto es, sin establecer la debida discriminación metafísica y epistemológica. Kitcher distingue entre la forma de la intuición (= forma-espacio) y el objeto de las intuiciones puras apropiadas (objeto-espacio). La tesis de Kant es que al tener una intuición del espacio-objeto llegamos a conocer las propiedades de la forma-espacio. Kitcher insiste en que hay que dar cuenta de cómo el objeto-espacio puede intuirse, de cómo las intuiciones de éste pueden ser puras y de cómo pueden proveer un conocimiento de las propiedades de la forma-espacio (114).

La división que hace Kitcher entre (KM), (KE), (GM), (GE), (SM) y (SE) no deja de ser, en gran medida, artificiosa. Kitcher introduce distinciones sutiles que no están presentes, de modo expreso, en el propio Kant, mientras omite otras que ciertamente se encuentran en él y de las que no se ocupa, en absoluto. Se precipita en la crítica, sin tener la paciencia suficiente para la lectura y la seria consideración de los matices ajenos. Hemos visto que Kitcher sostiene que, de acuerdo a Kant, (GM) y (GE) constituyen verdades establecidas, a la vez que considera a (SM) y (SE) como las únicas explicaciones posibles de tales verdades, con lo que considera que, con ello, deja demostrada la verdad de estos últimos enunciados. Al así argumentar se olvida Kitcher que en Kant no hay sólo una *exposición transcendental* del espacio y del tiempo, sino también una *exposición metafísica* de ellos (*CRP* A 22-3, B 37 y ss.). Con esta última, y no con la primera, se vinculan expresamente las tesis centrales de Kant sobre la naturaleza del espacio y del tiempo. Kitcher se equivoca al querer justificar las tesis que denomina (SM) y (SE) única y exclusivamente con base en (GM) y (GE), lo que significa nulificar la importancia de la exposición metafísica del espacio y del tiempo en Kant, y dar una importancia desmedida a la exposición transcendental. Esto es un ejemplo de las distinciones expresas del propio Kant, de las que se olvida Kitcher, injustificadamente.

Kitcher no fundamenta, en modo alguno, su interpretación de Kant de que es al tener una intuición del espacio-objeto como llegamos a conocer las propiedades de la forma- espacio. Da muestra con ello, nuevamente, de tener más interés en sus propias distinciones que en las del propio Kant, quien reconoce, además de la distinción del espacio como objeto y como forma de la intuición, un *tercer* sentido del espacio, que ignora enteramente Kitcher, a saber, el espacio como *intuición formal* (*CRP* B 160-1). Kitcher, a diferencia de la mayoría de los interpretes incluidos en la antología que nos ocupa, da la impresión de una oposición extrínseca a Kant, esto es, de oponerse a éste sin hacerse cargo de los textos del propio Kant que tienen pertinencia directa con lo que es objeto de discusión. Como he señalado, impone distinciones ausentes en Kant, haciendo caso omiso de las *presentes* en éste que podrían jugar un papel importante en la adjudicación, con el suficiente sentido de responsabilidad intelectual, de aquello que es precisamente objeto de discusión.

Friedman destaca que, según Kant, el *razonamiento* geométrico no procede analíticamente conforme a conceptos, es decir, de modo puramente lógico, sino mediante construcción en la intuición pura. En la *CRP* A 715-17, B 743-5 Kant sostiene que en la matemática se considera el concepto en concreto, si bien no empíricamente, sino mediante una intuición que se presenta *a priori*, esto es, que se *construye*. Lo que se sigue de las condiciones generales de la construcción tiene que valer, en general, del objeto (*Objekt*) así construido (178). Friedman refiere a la demostración euclidiana *estándar* – a la que hace referencia Kant – de que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180 grados o a la suma de dos ángulos rectos, contenida en los *Elementos*, Libro I, Proposición 32. Al sostener Kant que la intuición pura es esencial a la mencionada demostración hace con ello dos reclamos que nos chocan hoy en día como extraños o exóticos. En primer lugar, su alegato de que una versión idealizada de la figura que dibujamos sea necesaria para la prueba, de modo tal que las demostraciones geométricas serían, ellas mismas, objetos geométricos. En segundo lugar, su pretensión de que es importante que las líneas concernidas se tracen efectivamente o se generen continuamente, con lo que las demostraciones serían, además de objetos espaciales, objetos espacio-temporales (179).

Friedman sostiene, frente a Kant, que las figuras espaciales, no importa cómo sean producidas, no son partes constituyentes esenciales de las demostraciones, sino, a lo sumo, ayudas, posiblemente muy engañosas, para la comprensión intuitiva de las demostraciones. La demostración misma es un objeto puramente "formal" o "conceptual," constituyendo idealmente una cadena (*string*) de expresiones en un lenguaje formal dado. Pese a Kant, la conjunción de "X es un triángulo" con los axiomas de la geometría euclidiana implica por pura lógica que "La suma de los ángulos de X = 180" sin que sea necesario ningún tipo de actividad de construcción en la intuición pura. Los objetos espaciales pueden necesitarse para proveer una particular interpretación a nuestros axiomas.

Friedman, a diferencia de Parsons, no establece una distinción tajante entre la aritmética y la geometría. La posición de Kant puede entenderse sólo si aplicamos las ideas desarrolladas por Parsons para el caso de la aritmética también en el caso de la geometría (216, n. 58). La aritmética tiene un carácter prioritario sobre la geometría, lo que Friedman documenta con base en la ya mencionada carta de Kant a Schultz. En ésta Kant indica que la aritmética es una ciencia *ampliativa* y que no hay ciencia que la iguale en ello. Señala también que otras partes de la matemática pura (*reine Mathesis*) esperan su propio crecimiento de una ampliación de la aritmética como teoría general de la magnitud (216, n. 58).

La diferencia entre la construcción aritmético-algebraica y la geométrica es responsable de que se haya pensado que el papel de la intuición geométrica no es puramente inferencial o de cálculo, sino que tiene el papel más sustantivo de proveer, por así decir, un modelo para un sistema particular de axiomas en oposición a otros (euclidiano en oposición a la geometría no euclidiana). Según esta posición, inaceptable para Friedman, la intuición pondría los objetos mismos frente a nuestros ojos, con lo que podría discernir, de algún modo, su estructura específicamente euclidiana. En Kant, la geometría euclidiana no es, como se ha pensado, una doctrina sustantiva, sino una forma de representación racional, lo que significa, una forma de argumentación racional e inferencia.

Según Friedman, Kant habría fundado el carácter sintético *a priori* de los juicios matemáticos con base en la tesis de que el razonamiento matemático se construye en la intuición. Ahora bien, Friedman no demuestra – ni se lo propone expresamente – que el *razonamiento* matemático sea la única vía posible de construir en la intuición pura. Ello sería, por lo demás, en la interpretación de Friedman un error, ya que, según este autor, la demostración matemática es un objeto puramente "formal" o "conceptual". Friedman no logra demostrar que se tenga que excluir, en Kant, la tesis de que la función primordial de la intuición sea evidencial, esto es, la tesis de que la intuición puede proveer conocimiento sustantivo de verdades matemáticas. No logra demostrar que la geometría euclidiana *no* sea una doctrina sustantiva, sino tan sólo una forma de representación racional, esto es, tan sólo una forma de argumentación racional e inferencial.

Según Barker (222), Kant se compromete con tres tesis filosóficas respecto a la geometría euclidiana. Sostiene, en primer lugar, que los postulados y teoremas de la geometría euclidiana son todos verdaderos, siendo falsa cualquier proposición que sea inconsistente con éstos; en segundo lugar, que cada uno de los postulados y teoremas de la geometría euclidiana es tal que nosotros los humanos podemos saber *a priori* que son verdaderos y, en tercer lugar, que dichos postulados y teoremas son proposiciones sintéticas y no analíticas. Según Barker, de Kant haber vivido más tiempo y haber sido confrontado con las geometrías no euclidianas las habría considerado como sistemas defectuosos, considerando a algunos de sus postulados y teoremas como necesariamente falsos, y alegando que lo sabríamos *a priori*. Desde el punto de vista de Kant, el defecto de un sistema de geometría no euclidiano es que sus principios, si bien no son inconsistentes por los estándares de la lógica formal, incluyen, no obstante, proposiciones sintéticas falsas, descripciones incorrectas de la naturaleza del espacio, conforme a lo que conocemos *a priori* de éste mediante la intuición pura (226).

Frente a Kant se sostiene que no hay ningún tipo de geometría respecto de la cual se mantengan como verdades las tres tesis enumeradas. Estas tesis relativas a la preeminencia de la geometría euclidiana no pueden ser las tres, a la vez, verdaderas. Éstas presentan un dilema que constituye la objeción más generalizada a la filosofía de la geometría de Kant (226). Considerar la geometría como "aplicada" permite a los principios de la geometría euclidiana ser proposiciones significativas de carácter sintético. Tal consideración no permite, sin embargo, que éstos puedan conocerse *a priori* y que *todos* ellos sean verdaderos. La geometría euclidiana no disfrutaría de preeminencia alguna. La geometría que resulta ser verdadera respecto al mundo es una versión de la geometría riemanniana (230). Cuando los mencionados críticos discuten la geometría "aplicada" muestran que los teoremas de la geometría euclidiana se convierten en proposiciones empíricas contingentes bajo algunas interpretaciones de sus predicados, lo que, sin embargo, es *insuficiente.* Tendrían que mostrar que *bajo toda interpretación razonable* los postulados y teoremas se convierten en proposiciones empíricas contingentes, nunca en proposiciones necesarias. Al no poder mostrar lo anterior, su dilema, como refutación de Kant, no es concluyente (232).

Por lo que concierne a Barker, parecería que la única manera que Kant habría reconocido para legitimar la geometría euclidiana es encontrar una interpretación de la misma, bajo la cual sus postulados y teoremas se conviertan en verdades *a priori.* Barker ha insistido en que tal posibilidad no implica, en modo alguno, que el enfoque euclidiano incorpore la única interpretación legítima de la geometría. Puede haber interpretaciones bajo las cuales los postulados y teoremas de otras geometrías pudieran convertirse en verdades *a priori.* Ahora bien, la pregunta clave es si la posibilidad de encontrar la mencionada interpretación para los postulados y teoremas de la geometría euclidiana es la única que puede posibilitar para ellos el carácter de verdades *a priori.* Cabe señalar, en primer lugar, que la interpretación propuesta puede revelarse como una interpretación anacrónica de Kant, vulnerable a las objeciones que presenta Friedman contra Kitcher y Brittan. En segundo lugar, no debe olvidarse que Kant, en el escrito polémico contra Eberhard, ha reconocido expresamente la existencia de proposiciones geométricas verdaderas, cuyas aplicaciones han sido encontradas muy posteriormente, en ocasiones, luego de transcurridos varios siglos. Tal es el caso de las famosas secciones cónicas de Apolonio. Kant no ha legitimado la verdad de tales proposiciones geométricas con base en la señalada posibilidad tardía de una aplicación exitosa de las mismas.

Según Melnick, el espacio es la materia de estudio de la geometría. La intuición empírica conlleva, según Kant, poner objetos fuera de nosotros. Tal actividad de poner puede entenderse como una actividad de *apuntar*, o *circunscribir*, o *delinear* o de *trazar* o de *gesticular* con el propio dedo (245). La forma de una intuición empírica es conducta espacial o actividad. Ostender y delinear es un asunto de realización (*performing*), esto es, algo productivo, más bien que algo responsivo o materia de reacción. Es tesis fundamental de Melnick que el espacio es asunto de *espacialización* (*matter of spatializing*), esto es, una actividad, modo, o comportamiento productivo, más bien que un componente de la realidad al cual respondemos (246).

La materia de estudio de la geometría son operaciones tales como apuntar, cortar, girar, pasar la vista por (*sweeping out*) o derramar (*flowing*). Lo que la geometría estudia no son los retratos dejados como registro (*record*) de tales operaciones, sino las operaciones mismas. Por lo demás, estas mismas operaciones intervienen en la intuición empírica local como su forma de exhibición o indicación (248). La geometría ha de expresarse literalmente en la forma de reglas de comportarse (*rules of behaving*). La coincidencia se convierte en una reacción respecto al propio comportamiento productivo, más bien que en un predicado de un par de construcciones. Según Melnick, un enunciado geométrico tiene la forma de "Haz R. Haz R_2. Reacciona. Coincide" (252). La construcción local se lleva a cabo de acuerdo a pares de reglas y la secuela (*upshot*) es una coincidencia. Si el espacio fuese algo objetivo, en vez de ser meramente nuestra propia actividad, entonces sus rasgos característicos (*features*) podrían cambiar de lugar a lugar (254). Si el espacio fuese una entidad receptáculo o un sistema de configuraciones de renglones (*items*) empíricos, entonces los rasgos de esta entidad o sistema podrían variar, incluido el rasgo de la coincidencia (255).

Melnick reconstruye *especulativamente* el concepto de intuición pura en Kant. El concepto de intuición pura está empotrado en el centro mismo de la noción kantiana del giro copernicano. Así afirma Kant:

> En la metafísica se puede hacer el mismo ensayo, en lo que atañe a la *intuición* de los objetos. Si la intuición tuviera que regirse por la naturaleza de los objetos, no veo cómo podría conocerse algo *a priori* sobre esa naturaleza. Si, en cambio, es el objeto (en cuanto objeto de los sentidos) el que se rige por la naturaleza de nuestra facultad de intuición, puedo representarme fácilmente tal posibilidad. (*CRP* B XVII)[11]

Son muchas las ambigüedades e imprecisiones vinculadas con el concepto de intuición pura en Kant y no cabe duda que éste requiere un tratamiento sistemático que puede y, quizá, tiene que apartarse del Kant histórico. Dado el carácter especulativo de su ensayo, Melnick se ve privado, por fuerza, de la posibilidad de poder documentar adecuadamente, en la propia obra de Kant, las interpretaciones centrales que propone, como, por ejemplo, sus tesis de que la materia de estudio de la geometría son las operaciones y que la forma de la intuición es sinónimo de *comportamiento espacializante.* Se trata de tesis muy interesantes, a la vez que hermeneúticamente muy osadas. Se echa de menos, en el ensayo, todo interés por documentar, con base en los textos del propio Kant, el mencionado tipo de interpretaciones. Melnick no discute, de modo expreso y suficiente, las consecuencias que puede tener,

[11] Traducción de Ribas, p. 20.

para el alegado carácter *a priori* de la geometría, sostener que ésta se expresa en *reglas de comportamiento* (*rules of behaving*).

C. REALISMO VERSUS IDEALISMO COMO INTERPRETACIÓN DE LA FILOSOFÍA DE LA MATEMÁTICA DE KANT

Turbayne[12] sostiene que el argumento principal de Kant en contra del realismo transcendental fue anticipado por el argumento principal de Berkeley en contra del materialismo. Sin embargo, según Harper, Kant y Berkeley difieren claramente en sus concepciones del espacio[13]. Frente a la pretensión de que el empleo ordinario de conceptos de objetos físicos es compatible con la no existencia de los mismos, Kant entiende el fenómeno como un objeto cuya existencia es independiente de mi percepción del mismo. Los fenómenos son contenidos objetivos, más bien que subjetivos de percepción y mis juicios sobre los fenómenos no son incorregibles (263). Frente a la tesis de que no son intercambiables los juicios que tienen como meta describir nuestra experiencia, sin reclamar la existencia de otras entidades, el idealismo transcendental de Kant sostiene que los juicios de los contenidos subjetivos de mi propia experiencia no son más inmediatos que aquéllos de los fenómenos externos que se presentan. Allí donde el idealista escéptico considera los reclamos sobre los objetos externos como reclamos incorregibles sobre la experiencia subjetiva,

[12] C. Turbayne, "Kant's Refutation of Dogmatic Idealism," *The Philosophical Quarterly* 20, 1955, 225-244.

[13] Según Kant, tenemos conocimiento *a priori* del espacio, mientras que para Berkeley todos los conceptos espaciales son meramente empíricos. Así incluso la tridimensionalidad del espacio tiene que inferirse de la experiencia, asociando las sensaciones visuales con las táctiles (259).

Kant trata mis juicios sobre experiencias subjetivas como siendo tan corregibles como los juicios acerca de los objetos externos (264).

Kant distingue entre intuiciones y sensaciones (*CRP* A 320, B 377), caracterizando la intuición como cognición o percepción objetiva, y la sensación como relacionándose con el sujeto como modificación de su estado. Según Harper, la referencia demostrativa que denota rígidamente todo lo que esté en la vecindad espacio-temporal es la contribución más importante para el requisito *a priori* de Kant de que el objeto de una intuición empírica externa tenga una localización determinada relativa al cuerpo del observador en un espacio tridimensional. También la perspectiva juega un papel importante (271). Esta referencia demostrativa a una fuente rica e inagotable de características perceptibles adicionales es lo que da al objeto de mi experiencia su independencia de las representaciones de mi aprehensión de ésta. Este dar cuenta de la verdad empírica es el corazón de la revolución copernicana de Kant en epistemología (272).

Kant habla del fenómeno como el objeto indeterminado de la intuición empírica (*CRP* A 20, B 34) y reconoce que pueden imponerse al mismo determinadas coacciones (*constraints*). Los diversos principios categoriales imponen, según Kant, coacciones adicionales a la idea fundamental del fenómeno entendido en el sentido indicado. Tales coacciones (= a los diversos principios categoriales) transforman el dar cuenta de la verdad empírica al añadir compromisos que van más allá de los *observables*. La geometría provee conocimiento *a priori* de coacciones en objetos del sentido externo. Asegurar tales coacciones es algo más profundo en Kant que su deseo de proveer una filosofía de la matemática. Como coacción del realismo empírico de Kant vale que todo objeto de una intuición externa debe tener una localización determinada y una orientación relativa al cuerpo del observador. Se pueden reconocer numerosas coacciones específicas relativas a la forma (*shape*) y a la perspectiva, las cuales pueden revelarse en las construcciones geométricas. El realismo empírico de Kant se basa en la mencionadas coacciones espaciales (*constraints on space*).

Las pruebas geométricas por construcción proveen un constreñimiento intuitivo (*intuitive compulsion*) (282). Las coacciones que cabe reconocer en la geometría constituyen una fuente de conocimiento *a priori*. Tales coacciones dependen de características penetrantes (*pervasive*) y asequibles de las capacidades efectivas de nuestros sistemas sensorios, así como del medio-ambiente en que se han desenvuelto para operar. Se trata de características muy amplias y profundas de lo que Wittgenstein llamo nuestra forma de vida, si bien de algo que no se puede cambiar adoptando simplemente nuevas convenciones sociales. Lo anterior no significa, por lo demás, que las coacciones mencionadas no puedan cambiar. Para cambiar tendrían que darse, sin embargo, grandes cambios en nuestros cuerpos o en sus medio-ambientes locales. Para Kant tales cambios serían imposibles. Las construcciones geométricas nos dan coacciones de observación (*constraints on observation*) que son independientes de nuestras teorías (284).

Harper interpreta, a nuestro entender, correctamente, el idealismo transcendental de Kant en el sentido de una doctrina compatible con el realismo empírico, y considera, con razón, críticamente la interpretación de Turbayne de que Berkeley habría anticipado el argumento principal que Kant dirige contra el realismo transcendental. Sin embargo, se echa de menos en el ensayo un tratamiento de las diversas formas del idealismo y del realismo que Kant reconoce expresamente[14]. No queda claro hasta qué

[14] Véase nuestro ensayo "La tesis de la constitución de los objetos y las variantes del realismo y del idealismo. Algunas consideraciones en torno al idealismo transcendental en la *Crítica de la razón pura*," *Diálo-*

punto toma Harper, con suficiente seriedad, el realismo empírico que Kant asume expresamente como idealista transcendental, habida cuenta que Harper entiende las *coacciones espaciales* como dependientes de nuestros sistemas sensorios y del medio ambiente en que éstos operan. Entiende las mismas wittgensteinianamente como *formas de vida*. Esto podría, a fin de cuentas, conducir a un idealismo à la Berkeley, conforme al cual las mencionadas coacciones de la observación no constituyen un impedimento para que los fenómenos sean, en definitiva, objetos construidos enteramente por el sujeto de conocimiento, lo que está más cerca del idealismo empírico, rechazado expresamente por Kant, que del idealismo transcendental con el cual Kant se vincula expresamente.

Según Posy, Brouwer acepta la posición de Kant respecto a la *a prioridad* del tiempo, no del espacio (311, n. 1). Su teoría se conoce con el nombre de *intuicionismo*. Se trata de una teoría constructivista que requiere que abandonemos la lógica tradicional (clásica) del razonamiento matemático por un canon diferente de razonamiento, a saber, la así llamada lógica intuicionista. La lógica clásica está vinculada con una visión no-constructivista o realista de la matemática. La lógica intuicionista abandona la bivalencia,[15] leyes tales como la del tercero excluido y se abstiene, a veces, del uso del método clásico de la *reductio ad absurdum* (293).

---

gos 61 (1993), pp. 53-84. Incluyo este ensayo en mi libro, de próxima aparición, *Conciencia y juicio en Kant*, capítulo 12.

[15] En el sentido de que no considera que toda proposición tenga que ser verdadera o falsa. La primera antinomia representa en Kant un caso en que no se puede aplicar el principio de la bivalencia; ambos enunciados, aunque se excluyen, pueden ser igualmente falsos. La negación del principio de la bivalencia, parcial en Kant, no significa, sin embargo, que éste o los intuicionistas defiendan por ello, una lógica polivalente.

Kant fue intuicionista en la ciencia empírica, pero realista, o, al menos, un defensor de la lógica clásica, en la matemática.

El realista transcendental está comprometido con la concepción de que, o bien el mundo tiene un comienzo finito en el tiempo, o bien se extiende infinitamente hacia el pasado. Kant demuestra que ninguna de estas alternativas es posible, con lo que reduce al realismo transcendental (RT) al absurdo: es imposible un trecho infinito pasado (*CRP* A 426, B 454), al igual que un comienzo finito, ya que el acontecer de una creación *ex nihilo* no puede tener una causa observable (*CRP* A 427, B 455) (294). El idealista se escapa de tal dilema, según Kant.

Posy refiere a una interpretación estándar del idealismo transcendental (IT). Ella convierte al IT literalmente en un constructivismo físico llamado *fenomenalismo*. De acuerdo con él todos los objetos materiales son enteramente construcciones humanas. Dicha interpretación cuadra con muchos textos kantianos. Los objetos físicos se describen, a menudo, como construidos ("sintetizados") a partir del material de la intuición (298)[16]. Esta interpretación piensa los objetos matemáticos como igualmente construidos, si bien a partir de un material diferente y más rarificado (298). Sin embargo, este cuadro del constructivismo no funciona, según Posy, ni para Brouwer, ni para Kant. Si bien Posy llama al constructivismo un tema kantiano, dice también que falla como lectura de Kant, y ello por tres razones. En primer lugar, esta interpretación hace imposible entender el razonamiento del *realista* en la antinomia. Si los acontecimientos físicos y objetos son, para el realista, cosas en sí independientes de la mente, ¿por qué su conmensurabilidad o inconmensurabilidad ha de afectar, de algún modo, los juicios acerca de su tamaño? En segundo lugar, si los objetos se construyen a partir del material de la sensación,

[16] Posy remite a la deducción en A, *CRP* A 103 ss..

¿qué esperanza habría para la existencia de objetos que son muy tenues e indistintos, que están muy lejos o que son demasiado pequeños para ser percibidos? Kant sostuvo que las estrellas distantes y las partículas minúsculas son ciertamente objetos físicos y existen[17]. En tercer lugar, la lectura propuesta empaña cualquier diferencia apreciable entre Kant y Berkeley (298)[18].

La teoría del aseveracionismo (*assertability*) del significado de Dummett invalida la bivalencia y genera una lógica intuicionista. Posy pasa, partiendo de ella, a refinar el concepto del aseveracionismo (298-9). En vez de hablarse de cuál debe ser el caso en el mundo (o en algún modelo) para que una determinada oración sea verdadera, hablamos del tipo de evidencia que bastaría para garantizar el acto de lenguaje de aseverar (*asserting*) la oración. Es necesario reemplazar la noción clásica de modelo por la noción de *estado de evidencia*. Se trata de una colección de pedacitos de evidencia (*bits of evidence*), no de objetos, que son suficientes para apoyar (*support*) o refutar algún conjunto de oraciones (299).

El aseveracionismo no dice, de por sí, nada respecto a los objetos del discurso. Se puede ser perfectamente un buen aseveracionista y sostener, a la vez, que objetos de un tipo u otro son totalmente independientes de la mente (299). En segundo lugar, el aseveracionismo *no* basta para generar, por sí mismo, una lógica intuicionista (300). Haciendo una lectura aseveracionista de Kant hay que entender las intuiciones (empíricas o matemáticas) como unidades de evidencia y no como los bloques de construcción de los objetos (302). Posy caracteriza el constructivismo de Kant co-

---

[17] Posy remite a *CRP* A 226, B 273 relativo a cómo sabemos de la existencia de la materia magnética que penetra todos los cuerpos. Refiere también a *CRP* A 525, B 550 (312, n. 14).

[18] Kant se separa de Berkeley en varias ocasiones, como, por ejemplo, en *CRP* B XI (n), B 70-1 y en el Apéndice de los *Prolegómenos* (312, n. 15).

mo moderado (*mild*). Refiere a *CRP* A 255, B 272, donde Kant sostiene que lo efectivo (actual), el postulado de lo actual, no demanda percepción inmediata del objeto cuya existencia ha de conocerse. Esto vale para objetos empíricos inobservables tales como las estrellas distantes, las pequeñas partículas, etc., de las cuales tenemos evidencia suficiente para aseverar su existencia. Llamar a un fenómeno real con anterioridad a percibirlo significa que en el avance de la experiencia debemos encontrar tal percepción (*CRP* A 493, B 521) (305).

Según Posy, Kant tiene una visión realista de la matemática, e intuicionista (= constructivista moderada) de la ciencia empírica. Favorece una interpretación del idealismo transcendental que mantenga una diferencia apreciable entre Kant y Berkeley, y que sea, además, compatible con la existencia, expresamente reconocida por Kant, de objetos físicos tales como las estrellas distantes y las partículas minúsculas. A mi juicio, Posy logra mostrar satisfactoriamente que el aseveracionismo no excluye la posibilidad de sostener que objetos de un tipo u otro son totalmente independientes de la mente, aunque éste no baste de suyo para generar una lógica intuicionista. La interpretación de Posy puede dar cuenta, mejor que la de Harper, del vínculo esencial del idealismo transcendental kantiano con el realismo empírico dentro de un marco ontológico no berkeleyano. Sin embargo, se echa de menos, en el ensayo, un análisis del realismo matemático que Posy le adjudica a Kant, comparable al análisis que hace del intuicionismo kantiano en la ciencia empírica, así como todo tratamiento del posible vínculo cognoscitivo de disciplinas que pertenecen a esferas ontológicas en alguna medida afines, pero, en última instancia, distintas.

D. LA ARITMÉTICA Y EL ÁLGEBRA EN KANT

La matemática en Kant involucra, según Parsons (1984), las categorías de la cantidad (unidad, pluralidad y totalidad). Las categorías se limitan a deletrear el "concepto de un objeto en general." La investigación de la relación de la aritmética con dichas categorías puede ser instructiva en más de un sentido. Parsons examina el problema de la relación de los conceptos de la aritmética con las categorías de la cantidad y el lugar del concepto de número tanto respecto de las categorías puras como respecto de las categorías esquematizadas (135).

En la tabla de las categorías encontramos, según Parsons, las nociones de todo y parte, específicamente en el caso de las categorías de la cantidad (unidad, pluralidad y totalidad). Respecto a dichas categorías dominan las nociones de todo/parte sobre aquellas de la cantidad lógica (141). Kant no ha alcanzado una posición estable por lo que respecta al concepto de número en relación a las categorías y las formas de la intuición (152). Como hemos visto, en la *Disertación inaugural* (Ak. II, 397) Kant caracteriza el concepto de número como intelectual, si bien la *actuatio in concreto* del mismo requiere las nociones auxiliares de espacio y tiempo, el añadir sucesivamente un número de cosas y el ponerlas simultáneamente unas junto a otras (145).

En la *CRP* el *status* de la relación del número con las categorías puras se oscurece al caracterizarse al número como el esquema de la cantidad (*CRP* A 142, B 182). El concepto de número en el esquematismo es inconsistente, según Parsons con algunos textos de las conferencias sobre metafísica de Kant de 1788-90 (Ak. XXVIII) (154, n. 19). Kant parece rechazar, en el Esquematismo, la idea, presente en la *Disertación* y en sus conferencias sobre metafísica, de describir el concepto de número en términos de las categorías puras (146). Kant termina por rechazar la distinción de la

Disertación entre el "concepto intelectual" de número y su "actuación en lo concreto" (148). Al construir al número como esquema le atribuye, con ello, un contenido temporal a su misma noción (148).

Parsons sostiene que independientemente de lo que haya motivado a Kant a su posición de 1781 de considerar el número como esquema, regresa, en textos posteriores, a una visión cercana a la *Disertación*, sosteniendo que algunos aspectos esenciales del concepto de número son intelectuales y se derivan presumiblemente de las categorías puras (149). En la carta citada a Schultz, Kant sostiene que el tiempo no tiene influencia alguna en las propiedades de los números como determinaciones puras de la magnitud, y destaca que la ciencia del número es síntesis intelectual pura (Ak. X 557). Kant parece insistir, en la mencionada carta, en el punto, posteriormente enfatizado por Frege, de que el concepto de número se aplica a los objetos en general, independientemente de condiciones tales como aquellas que Kant vincula con la sensibilidad. Así el entendimiento puede hacer para sí, de modo enteramente arbitrario, el concepto de $\sqrt{2}$ (150; Ak. XI 209, 208). La posibilidad de la raíz cuadrada de una cantidad negativa puede conocerse mediante meros conceptos de cantidad (Ak. XI, 209) (150). Kant no alcanzó una posición efectivamente estable respecto al concepto de número por lo que concierne a su relación con las categorías y las formas de la intuición (152).

Parsons tiene razón al distinguir entre los dos sentidos mencionados del concepto de número en Kant, no así al vincular el concepto no esquemático del número con las categorías puras. Incurre, con ello, como he señalado, en un error, que se repite una y otra vez en la literatura sobre Kant, que consiste en la identificación de la *categoría* con la mera *forma lógica del juicio.* Expresado con la necesaria precisión, hay que distinguir entre el número, en tanto aplicable a los objetos en general, esto es, independientemente de si dicho objeto es nouménico o fenoménico en sentido kantiano, y el número en tanto expresa una determinación válida para el objeto en general entendido como fenómeno. El número entendido en este sentido más preciso requiere tanto la forma lógica del juicio como la determinación esquemática que permite una aplicación de ésta a lo empíricamente dado.

Según Young, la imaginación productiva es la capacidad de construir o interpretar la conciencia (*awareness*) sensible como conciencia de algo de un cierto tipo cuya caracterización no depende de compararlo con otras cosas previamente encontradas (*encountered*). El concepto de cantidad o de *how-many-ness* es puro. Identificar un grupo de cosas perceptibles como una colección de n, de n + m, etc., es identificarlo como ejemplificando o exhibiendo un tipo (*kind*) cuya caracterización no requiere comparación o referencia a otras cosas previamente encontradas (172). Al hablar de intuición pura, que vale como *a priori* y no empírica, Kant *no* se refiere a un cierto tipo de intuición que nos permite misteriosa y milagrosamente intuir objetos matemáticos y fundamentar juicios *a priori*. Aún cuando podemos representar sólo una cosa particular o una colección de ellas, nuestra representación puede ser, no empece a ello, universal, esto es, considerarse como la ejemplificación de un concepto (164). Podemos establecer juicios aritméticos que son *a priori*, examinando colecciones particulares de cosas perceptibles (166).

Los sistemas numerales que utilizamos para representar los números naturales cumplen, por lo menos, dos funciones, a saber, proveen, por una parte, nombres para los números, y, en segundo lugar, modelan lo que tomamos como la estructura de los números mismos (160)[19]. Dichos numerales pueden tomarse, pues, en dos sentidos distintos: como tipos u objetos matemáticos *abstractos* y/o en el sentido de *fichas* perceptibles de los numerales que tienen, en tanto tales, un carácter *concreto*. Si bien Kant introduce la noción de construcción simbólica sólo en su discusión del álgebra, Young, coincidiendo con Parsons, piensa que es legítimo extender la mencionada noción para 1. describir el uso de numerales al calcular, y 2. para el uso de fórmulas en la lógica (161).

Brittan sostiene que la aritmética se ocupa sólo de magnitudes racionales ya que sólo éstas pueden ser objeto de ostensión, en el sentido *aritmético* apropiado. Para Kant el álgebra es una lógica de tipos, no de individuos, y se aplica tanto a la geometría, como a la aritmética (328). Kant sostiene – en carta que le dirige a K. L. Reinhold, con fecha del 19 de mayo de 1789 – que el matemático tiene que exhibir el objeto en la intuición, y que el álgebra trata meramente con cantidades sin cualidades, exhibiendo las relaciones cuantitativas pensadas bajo símbolos escogidos. Según Brittan, la intuición a la que apela el aritmético no es fundamentalmente "simbólica," sino, más bien, "representativa" (338, n. 45). El contraste cuantitativo/cualitativo, que Kant usa para caracterizar el álgebra, tiene muy poco que ver con el contraste entre racional/irracional que Friedman toma como primario. La aritmética tiene un fundamento evidentemente "intuitivo," dadas las construcciones ostensivas con base en las cuales pueden verificarse nuestras muestras (*samples*) de reclamos aritméticos. Tal no es el caso del álgebra. La construcción ostensiva de las magnitudes es posible sólo en la medida en que éstas tengan cualidades. A la mera cantidad sólo puede dársele una construcción simbólica (328).

---

[19] Como indica Young, Kant no discute, salvo una referencia de pasada en *CRP* A 78, B 104, la naturaleza de los sistemas numerales o su papel en el conocimiento aritmético (162).

La noción de "construcción simbólica" tiene dos implicaciones generales distintas. La primera tiene que ver con una diferencia entre la geometría y la aritmética, por una parte, y el álgebra, por otra, respecto a su relación con los objetos. En el caso de la geometría y de la aritmética los objetos exhibidos (números y figuras) "controlan" los reclamos resultantes sobre ellos, mientras que en el caso del álgebra los reclamos, en la forma de los resultados simbólicos de las varias operaciones combinatorias que realizamos, "controlan" los objetos. En este último caso no tenemos acceso independiente al objeto, a ninguna ostensión a la que se pudiera apelar. La segunda implicación tiene que ver con que Kant abre camino al concepto de estructura relacional. El problema en el caso del álgebra no es la determinación de objetos matemáticos particulares, sino la determinación de estructuras relacionales generales (331).

En la reconstrucción de Brittan el problema específicamente algebraico consiste en "determinar" las estructuras relacionales a las que da origen la aplicación de reglas combinatorias, en la ausencia de construcciones ostensivas a las que, de otro modo, se pudiera apelar. La solución de Kant a este problema, que no se explicita en parte alguna de la obra de Kant, radica, según Brittan, en que estas estructuras relacionales están "determinadas" mediante una aplicación directa a los objetos de nuestra experiencia, en tanto objetos que han sido plenamente conceptualizados de acuerdo con los requisitos de la Deducción transcendental (DT). Para la debida justificación del álgebra y de los resultados algebraicos es necesario mostrar que éstos son en general verdaderos de los objetos de la experiencia. La construcción ostensiva no es lo que garantiza la realidad objetiva (posibilidad efectiva) del álgebra y los resultados algebraicos, sino su aplicación al por mayor (*wholesale*), el hecho de que ofrezca resultados empíricamente verificables, en fin, el hecho de que funcione ("*work*"). El álgebra, a diferencia de la aritmética y la geometría, se legitima en la práctica (332).

Brittan se equivoca al atribuirle a Young la tesis de que nuestro conocimiento de las verdades aritméticas descansa en construcciones ostensivas. Young sostiene, coincidiendo con Parsons, que se puede extender la noción de *construcción simbólica* para describir el uso de los numerales al calcular. La construcción aritmética no es, para Young, meramente ostensiva, como sostiene Brittan, sino también simbólica. Ello conduce a una posición que contrasta con la de Brittan: entre la construcción ostensiva de la geometría y la simbólica del álgebra (aritmética en general) se encuentra la de la aritmética, ostensiva y simbólica, a la vez. La idea de que, en el caso de la aritmética, los objetos exhibidos (los números) controlan los reclamos resultantes no se mantiene necesariamente. Puede sostenerse que la construcción fundante de la síntesis matemática radica en las *actividades* de construcción y no en los *productos* que resultan de tales actividades. Es decir, puede defenderse una interpretación del concepto de construcción matemática, como la de Melnick, para quien la materia de estudio de la geometría son *actividades* de diverso tipo y no los retratos, dejados como registro, de tales operaciones.

Por lo demás, la interpretación de Brittan parece dar al traste con una tesis central de la filosofía transcendental de Kant: no son los objetos los que regulan el conocimiento, sino el conocimiento quien regula a los objetos (la doctrina kantiana del giro copernicano). La tesis de que, en el caso de la aritmética, los números exhibidos controlan los reclamos resultantes es harto vaga y requiere precisión. Si lo que quiere decirse con ello es que con los números exhibidos se vinculan apodícticamente, unas vez introducidas ciertas operaciones, determinados resultados, ello valdría también necesariamente para el caso del álgebra. Por lo demás, Brittan, en la discusión y exposición de su propuesta interpretativa, desconoce la distinción expresa que hace Kant entre los principios matemáticos en sentido estricto, y aquellos que valen como determinaciones transcendentales de un objeto en general como fenómeno (*CRP* A 158-160, B 198-9). Estos últimos pueden revelarse, en el mejor de los casos, como condiciones necesarias pero no suficientes de los principios matemáticos en sentido estricto. Es absurdo sostener que los principios del álgebra son equivalentes en Kant a los principios matemáticos de la metafísica de la experiencia. Por ello no tiene sentido hablar, como hace Brittan, de dichos principios como plenamente legitimados con base en la deducción transcendental de los conceptos puros del entendimiento. Brittan no fundamenta, en modo alguno, la tesis de que demostrar la realidad objetiva de los "objetos" del álgebra requiere la maquinaria de la filosofía transcendental. Como he señalado, tal maquinaria podría mostrarse, en el mejor de los casos, como la condición necesaria, pero no suficiente de tales objetos[20].

[20] Para la distinción entre los principios matemáticos de la metafísica de la experiencia y los principios matemáticos en sentido estricto y el problema de su legitimación, véase, del autor, de próxima aparición, *Conciencia y juicio en Kant*, capítulos 19 y 20.