

PROPOSTA DE UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA TRAÇAR CARTAS SOLARES E DIMENSIONAR DISPOSITIVOS PARA SOMBREAMENTO

PROPOSAL OF A COMPUTATIONAL TOOL FOR GENERATING SOLAR CHARTS AND SIZE DEVICES FOR SHADING

 **Leandro Carlos Fernandes**¹

¹ Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil, leandrofernandes@ufpr.br

Resumo

Conhecer ferramentas para estimar os percursos do Sol na abóbada celeste é de grande utilidade para projetistas de edificações. Atualmente, vários programas oferecem soluções contemplando a geometria solar. No entanto, parte desses programas exige licenças caras, enquanto algumas das soluções gratuitas apresentam fragilidades, como: gráficos com baixa resolução; apenas uma opção de sistema de projeção; código fechado; dificuldades para realizar adição de funções e para fazer frente às atualizações dos sistemas operacionais. Em relação a esses problemas, ferramentas em planilhas eletrônicas apresentam vantagens: muitos profissionais são familiarizados com as planilhas; os editores permitem salvar arquivos antigos em formatos recentes; e o acréscimo de módulos e funções é facilitado. Diante do exposto, a pesquisa aqui relatada teve o objetivo de desenvolver em planilha eletrônica uma ferramenta para traçar cartas solares e dimensionar dispositivos para sombreamento. Foi utilizado um método híbrido para o desenvolvimento da ferramenta, com características do método cascata (por haver uma ideia prévia da ferramenta e das etapas para a sua produção) e do método prototipagem (por envolver testes com protótipos). O desenvolvimento envolveu etapas como: identificação dos elementos a serem representados; escolha dos sistemas projetivos; cálculo das posições aparentes do sol e das respectivas coordenadas; representação das seções horizontal e vertical de uma abertura; e implementação dos controladores dos elementos gráficos. Os resultados mostraram que, em um arquivo leve e com uma interface amigável, é possível plotar a carta solar, alternar rapidamente entre diferentes métodos de projeção e adicionar módulos para o dimensionamento de dispositivos para sombreamento.

Palavras-chave: carta solar, geometria da insolação, geometria solar, máscara de sombras, quebra-sol.

Contribuição do autor:

LCF: conceituação, curadoria de dados, análise formal, investigação, metodologia, validação, visualização, escrita - rascunho original, escrita - revisão e edição.

Fomento: Não houve fomento.

Declaração de conflito: nada foi declarado.

Editora Responsável:

Michele Marta Rossi 

Abstract

Knowing tools to estimate the Sun's path across the celestial vault helps building designers. Currently, several programs offer solutions that address solar geometry. However, some of these programs require expensive licenses, while some free solutions present weaknesses, such as low-resolution graphics, only one projection system option, a closed-source nature, and difficulties in adding functions and adapting to the operational system updates. Concerning these problems, electronic spreadsheet tools have advantages: many professionals are familiar with spreadsheets; editors allow saving old files in recent formats and make adding modules or functions more accessible. Given the above, the research reported here aimed to develop a tool in an electronic spreadsheet to plot solar charts and size shading devices. A hybrid method was used to develop the tool, with characteristics of the waterfall method (as there is a prior idea of the tool and the steps for its production) and the prototyping method (as it involves tests with prototypes). The development involved steps such as identifying the elements to be represented, choosing projective systems, calculating the apparent positions of the Sun and its coordinates, defining the representation of the horizontal and vertical sections of an opening, and implementing the graphic's controls. The results showed that, in a lightweight file and with a user-friendly interface, it is possible to plot the solar chart, quickly switch between different projection methods and add modules for sizing shading devices.

Keywords: solar radiation geometry, solar geometry, shadow mask, brise soleil.

How to cite this article:

FERNANDES, L. C. Proposta de uma ferramenta computacional para traçar cartas solares e dimensionar dispositivos para sombreamento. **PARC Pesq. em Arquit. e Constr.**, Campinas, SP, v. 14, p. e023028, 2023. DOI: <https://doi.org/10.20396/parc.v14i00.8671992>

Submitted 14.01.2023 – Approved 20.10.2023 – Published 13.12.2023

e023028-1 | **PARC Pesq. em Arquit. e Constr.**, Campinas, SP, v. 14, p. e023028, 2023, ISSN 1980-6809



Introdução

O Sol sempre teve um papel importante para a arquitetura (Ruggles; Cotte, 2010). Conhecer geometria solar permite ao projetista ajustar as edificações para que elas tenham níveis adequados de iluminação e de ganhos térmicos. Para isso, contam com o apoio de textos explicativos e de ferramentas como relógios e cartas solares, que permitem prever os percursos solares aparentes e aplicar esse conhecimento em projetos.

Com o advento da computação gráfica, vários programas passaram a contemplar a geometria solar. No entanto, os programas atualizados mais conhecidos para traçar cartas solares e realizar estudos de insolação exigem licenças pagas. Alguns são ferramentas bastante sofisticadas e demandam processadores potentes para serem executados. Outra questão relevante é o fato de que, para além dos conhecimentos relativos à geometria da insolação, alguns programas demandam conhecimentos específicos dos usuários, o que pode ser uma dificuldade. Citam-se os programas Autodesk® Revit® 2023 (Autodesk, 2023), o SketchUp® (Trimble, 2023) e o ArchiCAD® (Graphisoft, 2023), nos quais é possível realizar representações bi e tridimensionais dos percursos solares aparentes. Outra opção de programa pago que produz diagramas bi e tridimensionais é o ClimateStudio® (Solemma, 2023), um *plugin* para o *software* de modelagem 3D Rhinoceros® (McNeel, 2023).

Entre os programas de computador gratuitos estrangeiros, cita-se o Climate Consultant 6 (Liggett; Milne, 2018), com várias opções de gráficos, mas com baixa resolução, e o SolarBean (Matusiak, 2014), para projeções equidistantes. Como alternativa aos programas instalados diretamente no computador (pagos ou não), existem as ferramentas gratuitas *on-line*, que rodam nos navegadores de internet. Uma ferramenta muito utilizada para a obtenção de diagramas solares é o 2D Sun-Path (Marsh, 2014). O 2D Sun-Path produz diagramas de quatro tipos (orthogonal, estereográfico, equidistante e cilíndrico). Um aspecto importante dos arquivos disponibilizados pelo 2D Sun-Path é a extensão SVG. O formato SVG (*Scalable Vector Graphics*) é vetorial. Ao contrário dos arquivos do tipo *raster*, baseados em *pixels*, como o JPEG, os arquivos vetoriais armazenam imagens a partir de fórmulas matemáticas, definindo em pontos e linhas em uma grade, e podem ser manipulados em softwares CAD. Outra ferramenta disponível *on-line* é a CBE Clima Tools (Betti; Tartarini; Nguyen, 2022).

No Brasil, o campo da geometria solar possui tradição no desenvolvimento de ferramentas de apoio para projeto de edificações. Citam-se os programas Luz do Sol (Roriz, 1995), SunPath (Roriz; Roriz, 2011), SOL-AR (Lamberts; Maciel; Ono, 2005), TropMask (Cabús, 2006), TropSolar (Cabús, 2015) e, mais recentemente, o Lumo (Schmid, 2020). Neste momento, os programas Luz do Sol, SunPath e SOL-AR demandam atualização para os sistemas operacionais mais recentes. Quanto ao TropSolar, segundo Gomes e Cabús (2005), o fato de ele rodar sobre o MATLAB pode ser um obstáculo para alguns usuários.

Uma das ferramentas brasileiras mais recentes é o ArqSolar (Cavalcanti, 2022). Ele foi desenvolvido para o ensino-aprendizagem das cartas solares e roda em celulares com o sistema operacional Android. Para além dos programas propriamente ditos, alguns pesquisadores brasileiros também desenvolvem planilhas eletrônicas para servirem de apoio para o processo de projeto de edificações. Cita-se a planilha CalcRadSol (Roriz, 2013), para o cálculo de irradiância solar em superfícies com qualquer inclinação, e a planilha Brise.BR (Alucci, 2006), para o dimensionamento de quebra-sóis.

No entanto, apesar da tradição na aplicação da geometria da insolação na área de projeto de edificações, ainda persistem fragilidades no processo de formação dos

profissionais e, conseqüentemente, na prática profissional. Na disputa com outros conteúdos, a geometria geral e a geometria da insolação podem ser negligenciadas na elaboração dos currículos. A observação atenta das cartas solares mostra que seu entendimento, elaboração e aplicação demandam conhecimentos de astronomia, de geometria descritiva, geometria analítica (na qual está incluída a trigonometria) e, atualmente, familiaridade com programas específicos ou planilhas eletrônicas para apresentação de dados em diagramas. Por ser um conteúdo multidisciplinar, as informações necessárias para a compreensão das cartas solares e para o desenvolvimento de ferramentas relativas à geometria da insolação estão dispersas, obrigando os interessados a consultarem diversas fontes, em um processo longo e cansativo, a fim de reunir um conjunto ordenado de informações.

Há também a questão da ênfase na aplicação das ferramentas e não na fundamentação teórica. Ela pode ser observada tanto nos currículos quanto nos livros didáticos. A maioria das publicações é dedicada a apresentar e explicar a utilização das cartas solares e não a apresentar maiores informações sobre os fundamentos necessários para a sua elaboração (Frota; Schiffer, 2003; Lamberts; Ghisi; Abreu; Carlo *et al.*, 2016). Essa abordagem colabora para gerar uma lacuna na formação dos profissionais.

Outra questão relevante e pouco problematizada no Brasil é a da adequação dos métodos de projeção a serem utilizados para traçar as cartas solares. Grande parte das ferramentas utilizadas no Brasil empregam a projeção estereográfica, vantajosa em latitudes altas (como as do Norte da Europa) e em projetos de dispositivos prevendo o sombreamento em horários próximos do nascer e do pôr do Sol. No entanto, as latitudes das localidades brasileiras são relativamente baixas e, em grande parte dos casos de projeto de dispositivos para sombreamento, o foco está nos horários próximos ao meio-dia, nos quais ocorrem as temperaturas mais altas. Nestes casos, a projeção ortogonal pode ser suficiente e sua disponibilidade é importante, pois é o método projetivo com o qual os projetistas brasileiros estão mais familiarizados, sendo o método mais usado no desenho técnico.

Outros pontos são a desatualização dos programas devido à atualização constante dos sistemas operacionais dos computadores e a dificuldade para expansão dos programas com anexação de funções. Mesmo os programas gratuitos e de código aberto tendem a ficar desatualizados com o tempo porque o número de profissionais da construção civil familiarizados com linguagens de programação é restrito. Em relação a esses problemas, o desenvolvimento de ferramentas em planilhas eletrônicas apresenta vantagens: a) muitos profissionais do campo da construção civil são familiarizados com as planilhas, o que potencializa seu uso e aprimoramento; b) os arquivos de planilhas eletrônicas podem ser lidos por diferentes editores (como o Excel e o OpenOffice Calc), geralmente sem sofrer grandes perdas de funções; c) a possibilidade de desatualização é menor, pois os editores permitem salvar os arquivos para versões mais recentes; d) o acréscimo de módulos ou funções é facilitado, o que pode resultar em múltiplos acréscimos, para diferentes funções. No entanto, é necessário verificar: se as planilhas são adequadas para a plotagem das cartas solares; se possibilitam alternar rapidamente entre diferentes métodos de projeção; se o arquivo final da planilha será pequeno; e se a interface final da aplicação voltada para a geometria da insolação será amigável.

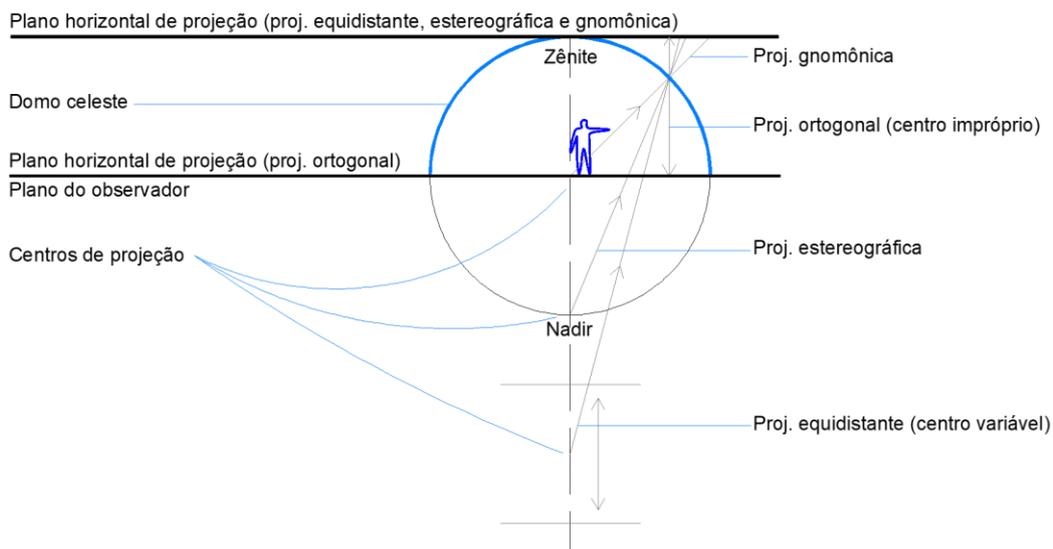
Diante do exposto, a pesquisa aqui relatada teve o objetivo de desenvolver em planilha eletrônica uma ferramenta para traçar cartas solares e para dimensionar dispositivos para sombreamento.

Fundamentação

Não é possível precisar o início da aplicação dos conhecimentos sobre a geometria da insolação no projeto de edificações. Já as cartas solares como conhecemos hoje possuem uma história mais recente e rastreável. Essa história se confunde com a aplicação dos sistemas de projeção para produção de cartas do céu para a observação astronômica mais focada no céu noturno. No entanto, existem textos do período romano focando geometria solar com aplicação na arquitetura, como os produzidos por Vitruvius (Vitruvio, 1914; Kittler; Darula, 2004) e Faventinus (Incerti, 2013), e registros de relógios solares produzidos em diferentes períodos, como na Idade Média (Ruggles; Cotte, 2010). Mas, foi na segunda metade do século XX que o tema voltou ao cotidiano dos arquitetos (Olgyay, 1967; Olgyay, 2008; Watson, 1983). De lá para cá, vem ganhando cada vez mais importância (Frota; Schiffer, 2003; Bittencourt, 2004; Cunha, 2006; Szokolay, 2007; Sossa; Korol, 2017; Szokolay, 2019).

Esta publicação foca nas cartas solares elaboradas segundo projeções azimutais, mais especificamente nas projeções ortogonal, estereográfica e equidistante (Figura 1). As projeções azimutais do céu são aquelas nas quais as alturas solares são representadas por círculos concêntricos e os azimutes são linhas retas que se cruzam no centro desses círculos. Essas projeções se assemelham às projeções azimutais da superfície terrestre descritas por Sossa e Korol (2017), nas quais as linhas das alturas solares são substituídas pelas linhas das latitudes e as linhas dos azimutes são substituídas pelas linhas dos meridianos.

Figura 1 - Sistemas de projeção ortogonal, gnomônico, estereográfico e equidistante



Fonte: o autor.

Origem dos sistemas para projeção utilizados para representação dos percursos solares aparentes em relógios e cartas solares

A projeção gnomônica foi sistematizada há mais tempo. Foi desenvolvida pelo filósofo grego Tales de Mileto (624–546 a.C.) em, aproximadamente, 580 a. C. (Sossa; Korol, 2017). Foi aplicada na observação astronômica, na navegação e na cartografia.

Segundo Sossa e Korol (2017), a projeção estereográfica do céu foi proposta no século II a. C., pelo astrônomo grego Hipaco (190 – 126 a.C.) e pode ser entendida como uma consequência da projeção gnomônica. Segundo Szokolay (2007, p. 10), trata-se do sistema mais utilizado para representação de cartas solares.

Também segundo Szokolay, as cartas solares utilizando a projeção equidistante foram desenvolvidas em 1948 (Szokolay, 2008). Esta data é bastante recente e não deve ser tomada como definitiva, pois a geometria envolvida na projeção equidistante, embora sofisticada para os leigos, é relativamente simples para aqueles familiarizados com a trigonometria. Até onde este autor conseguiu verificar na bibliografia, diferentemente do que aponta Szokolay, os primeiros a utilizar o sistema de projeção equidistante para representar o céu foram os antigos egípcios. Posteriormente, o sistema de projeção também aparece em livros didáticos muçulmanos do século XI e é descrito em termos matemáticos no século XVI (Sossa; Korol, 2017). Na edição de 1963 de Arquitetura e Clima, Olgyay apresentou e ajudou a difundir as cartas solares equidistantes (Olgyay, 2008). Segundo Szokolay (2007), a projeção equidistante é a mais utilizada em cartas solares nos Estados Unidos.

Alguns autores, como Szokolay (2007), argumentam que a representação equidistante não caracteriza um método de projeção e que seria apenas um sistema de coordenadas. Provavelmente, esse argumento se deve ao fato de que não se dispõem de um sistema estruturado para realizar a projeção equidistante utilizando a geometria descritiva. Por isso, se recorre à geometria analítica, mais especificamente à trigonometria. Na opinião do autor do presente artigo, a afirmação de Szokolay é equivocada. A projeção equidistante constitui, sim, um sistema de projeção, pois conta com todos os elementos necessários, embora a posição do centro projetivo seja variável.

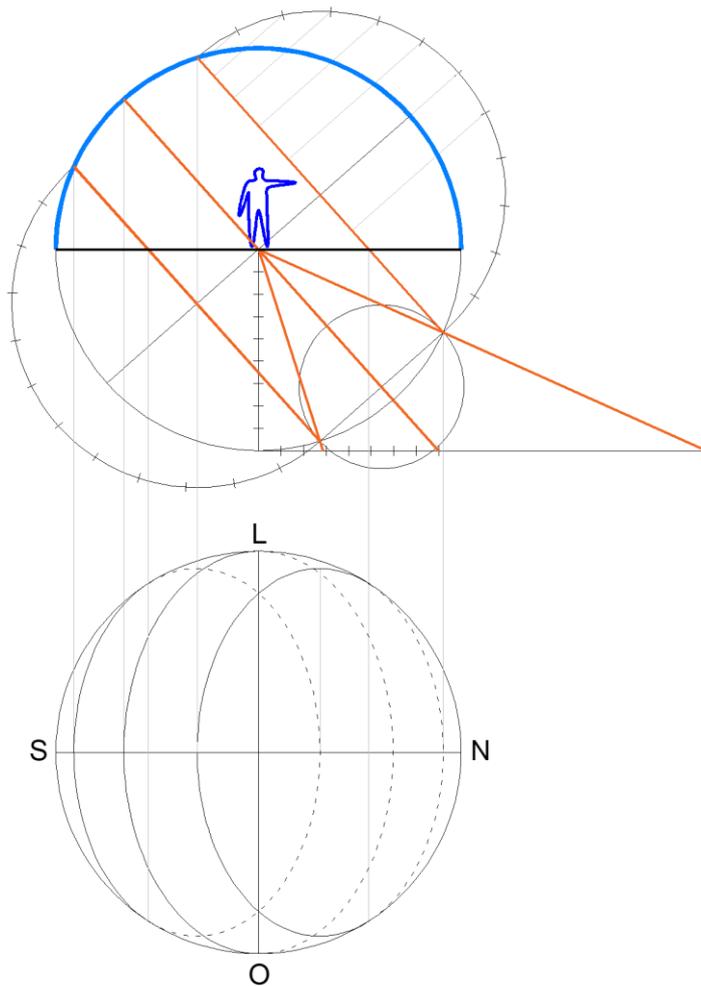
Quanto à projeção ortogonal, segundo Sossa e Korol (2017), foi proposta pelo matemático grego Apolônio de Perga (262 – 190 a.C.) e, em 14 a.C., era utilizada pelo arquiteto Marco Vitruvio Polión (80 - 70 a. C.) para elaborar relógios do Sol (Figura 2, metade superior). Na verdade, usando projeção ortogonal, Vitruvio representava a vista lateral da projeção dos percursos aparentes do Sol na abóbada celeste (Figura 2, metade superior), como pode ser observado na tradução para o inglês da sua obra “Dez livros de arquitetura” (Vitruvio, 1914) e na demonstração de Kittler e Darula (2004). A partir desta vista, são facilmente extraídas as alturas solares. Para Kittler e Darula (2008), o analema de Vitruvio (Figura 2, metade superior) pode ser tomado com uma carta solar. Para obter uma projeção horizontal e uma carta solar próxima das que conhecemos são necessários apenas mais alguns passos, como mostrado na metade inferior da Figura 2. Diante disso, e sendo a projeção ortogonal anterior a Vitruvio, é natural supor que as cartas solares são aplicadas na arquitetura há pelo menos dois mil anos. Naturalmente, isso não quer dizer que sua utilização tenha ocorrido de maneira contínua.

Método

Quanto ao objetivo, a presente pesquisa pode ser classificada como exploratória, pois buscou explorar a associação de conhecimentos prévios, a respeito de planilhas eletrônicas, com informações obtidas a partir de pesquisas bibliográficas, a respeito da geometria da insolação e da astronomia. Quanto à sua natureza, trata-se de pesquisa aplicada, pois busca aplicar no campo da arquitetura conhecimentos da geometria da insolação, da trigonometria, do funcionamento de planilhas eletrônicas, da astronomia, entre outras áreas.

Quanto ao método utilizado para o desenvolvimento da ferramenta, pode-se dizer que foi utilizado um método híbrido. Por um lado, havia uma ideia do produto almejado e das etapas sucessivas necessárias para a construção da ferramenta, o que aproxima o método do denominado “método cascata”. Por outro lado, a forma final do produto e as etapas para o seu desenvolvimento não estavam suficientemente claras. Por isso, recorreu-se à participação de estudantes, que testaram protótipos da ferramenta, versões intermediárias, o que caracteriza o “método prototipagem”.

Figura 2 – Analema de Vitruvio para a latitude aproximada de Roma, 41,6° (ou vista lateral da projeção dos percursos aparentes do Sol na abóbada celeste) elaborado a partir das instruções de Vitruvio traduzidas para o inglês por Morgan (1914) e esboço de carta solar deduzida pelo autor do presente texto para a mesma localidade (ou projeção horizontal dos percursos aparentes do Sol)



Fonte: adaptado de Vitruvio (1914) e complementada pelo autor do presente texto.

Em linhas gerais, as etapas da pesquisa foram: identificação dos elementos do ambiente projetivo; definição da estrutura representativa da abóbada celeste; identificação dos sistemas de projeção mais apropriados para a ferramenta; identificação e desenvolvimento de equações para plotagem de objetos do espaço em um segmento de plano circular; conversão de coordenadas esféricas em coordenadas cartesianas; cálculo das posições do Sol na cúpula celeste; representação gráfica das seções horizontal e vertical de uma abertura; e implementação dos controladores dos elementos gráficos.

Existem diferentes tipos de diagramas solares. Uma das diferenças entre eles é o formato. Alguns possuem moldura com formato retangular e outros apresentam molduras circulares, a depender do método de projeção utilizado. Neste artigo, foram abordados os diagramas de formato circular, resultantes de projeções classificadas como azimutais (ou planas). Mais especificamente, foram abordados os diagramas traçados segundo os métodos de projeção ortogonal, equidistante e estereográfico.

Elementos fundamentais

Para uniformizar a comunicação, adotou-se parte da nomenclatura e das abreviaturas utilizadas por (Szokolay, 2007), com adições. Essa nomenclatura também é utilizada e recomendada por (Devetaković; Dordević; Dukanović; Krstić Furundžić et al., 2019).

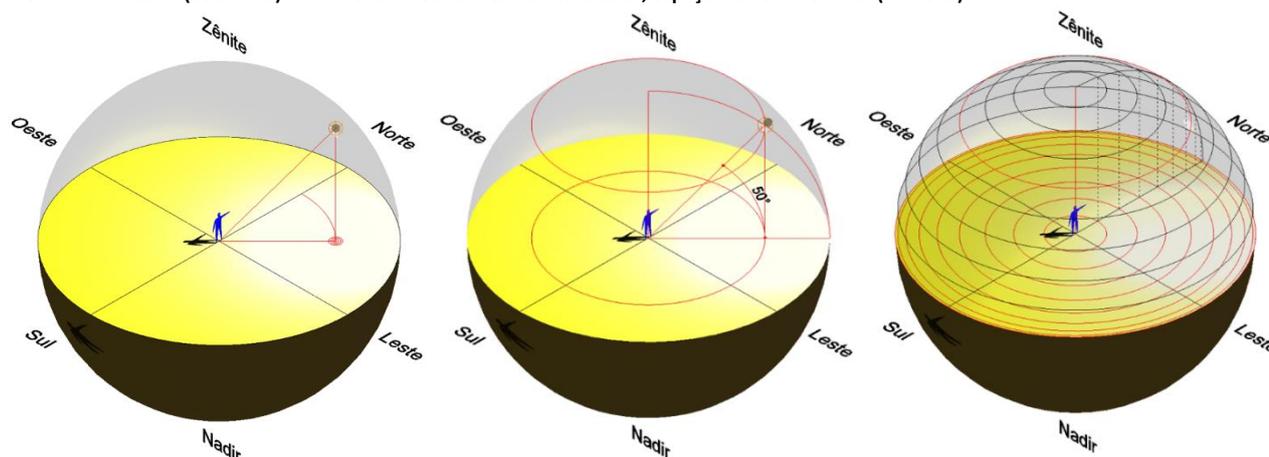
A fim de representar os percursos aparentes do Sol no céu, é necessário estabelecer algumas convenções e adotar um ambiente projetivo definido por um sistema de elementos, apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 – Elementos do sistema topocêntrico para representação dos movimentos aparentes do Sol

Elemento	Definição
Esfera celeste	Superfície de forma esférica, de raio um , na qual ocorrem os movimentos aparentes do Sol. É dividida em meia esfera do dia e meia esfera da noite. O ponto mais alto da meia esfera do dia é chamado Zênite e o ponto mais baixo da meia esfera da noite é chamado Nadir ¹ (Figura 3, à esquerda).
Plano do observador (PH)	Plano horizontal de projeção (PH) no qual o observador é imaginado. Nos casos em questão, o PH é representado por um segmento de plano horizontal de formato circular.
Observador (O)	Centro do sistema, de onde se imagina a visualização dos movimentos aparentes do Sol.
Sol (S)	O objeto observado.
Raio ou linha de visão (Raio)	Segmento de reta que conecta o observador (O) ao objeto observado (S).
Linha de projeção	Segmento de reta que conecta o objeto à sua projeção horizontal.
Projeção horizontal do Sol (S')	Projeção do Sol no plano horizontal de projeção.
Linha do horizonte	Linha de formato circular indicando a interseção entre a esfera celeste e o plano do observador.
Projeção horizontal do raio (Raio' ou OS')	Projeção do segmento OS sobre o plano horizontal. Quando o Sol estiver em qualquer posição que não seja sobre a linha do horizonte, o comprimento da projeção horizontal do raio (RAIO') será menor do que o comprimento do raio propriamente dito.
Altura solar (ALT)	Medida do ângulo formado entre a projeção horizontal do raio e o raio propriamente dito. Em outras palavras, medida do ângulo formado entre o plano horizontal e o segmento de reta desde o observador até o Sol aparente. Dado um plano vertical que contenha o observador (O), um ponto no horizonte (H) e o Sol (S), é o ângulo SÔH formado pelos segmentos OS e OH. Seu valor varia de 0° até 90°.
Circunferências de mesma altura solar	Projeção horizontal da linha circular de pontos de mesma altura solar (Figura 3, ao centro). Geralmente, as cartas solares apresentam a projeção de várias linhas circulares de mesma altura solar espaçadas de 10° em 10° (Figura 3, à direita).
Azimute solar (AZI)	Medida do ângulo entre a linha observador-Norte e a projeção do raio no plano horizontal (Figura 4, à esquerda). Dado o plano horizontal contendo o observador (O), o Norte Geográfico (N) e a projeção horizontal do Sol (S'), AZI é o ângulo NÔS' formado entre os segmentos ON e OS'. Seu valor aumenta no sentido horário, variando de 0° até 360°. Na carta solar, são plotados raios indicando os azimutes a cada 10° (Figura 4, ao centro),

Fonte: o autor.

Figura 3 - Sistema imaginário topocêntrico, centrado no observador (à esquerda). Altura solar e projeção horizontal de uma linha de pontos de mesma altura solar (ao centro). Linhas circulares de mesma altura solar, espaçadas de 10° em 10° (à direita)



Fonte: o autor.

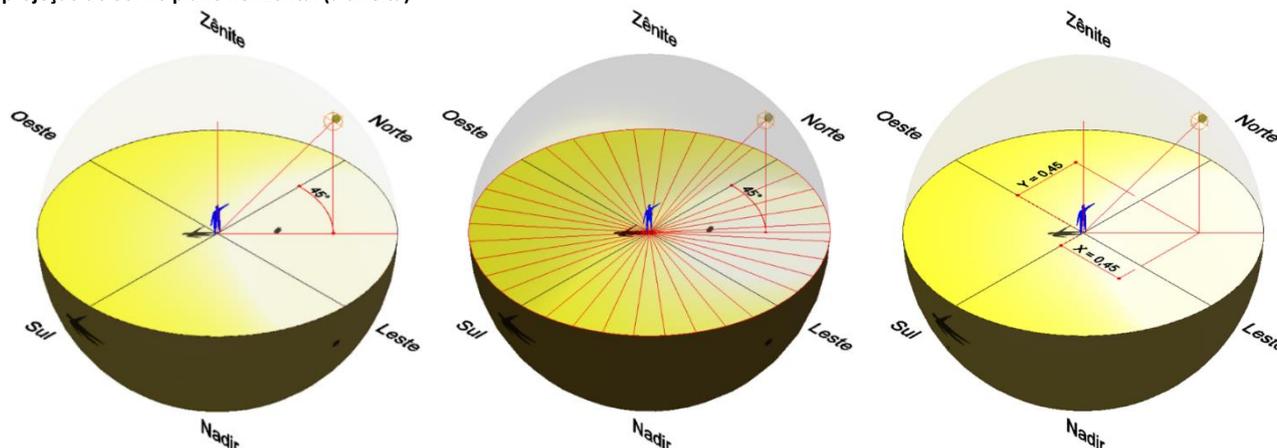
¹ Importante: não confundir o Zênite e o Nadir com os polos celestes. Os polos celestes são as projeções do Polo Norte e do Polo Sul na esfera celeste. O Zênite e o Nadir somente coincidirão com o Polo Norte Celeste e o Polo Sul Celeste quando o observador estiver posicionado no Polo Norte Geográfico.

Tomando o RAI0 como igual a um, a ALT e o AZI constituem as coordenadas do sistema de coordenadas celeste esférico (ALT, AZI). A partir delas é possível obter as coordenadas cartesianas.

X. Distância medida no eixo Leste/Oeste (Figura 4, à direita).

Y. Distância medida no eixo Norte/Sul (Figura 4, à direita).

Figura 4 - Azimute solar AZI (à esquerda). Linhas indicadores de azimutes, de 10° em 10° (ao centro). Coordenadas cartesianas planas X e Y da projeção do Sol no plano horizontal (à direita)



Fonte: o autor.

Métodos para projeção das posições do Sol

Há diversos métodos para projetar no plano (2D) os movimentos aparentes do Sol na abóbada celeste (3D) (Szokolay, 2007). Os métodos de projeção equidistante, ortogonal e estereográfico usam círculos concêntricos para exibir a altura solar e linhas radiais retas para exibir o azimute solar (Oh; Haberl; Degelman, 2000). É importante observar que a projeção nos métodos ortogonal e estereográfico pode ser realizada tanto pela via gráfica (geometria descritiva) quanto pela via algébrica (cálculo numérico) e que o método equidistante é somente algébrico, não sendo passível, até o momento, de resolução via geometria descritiva.

Projeção ortogonal

A projeção ortogonal é o método de projeção mais utilizado no desenho técnico e em programas de computador. Nele, as posições do Sol na abóbada celeste são projetadas perpendicularmente ao plano de projeção horizontal (Figura 5).

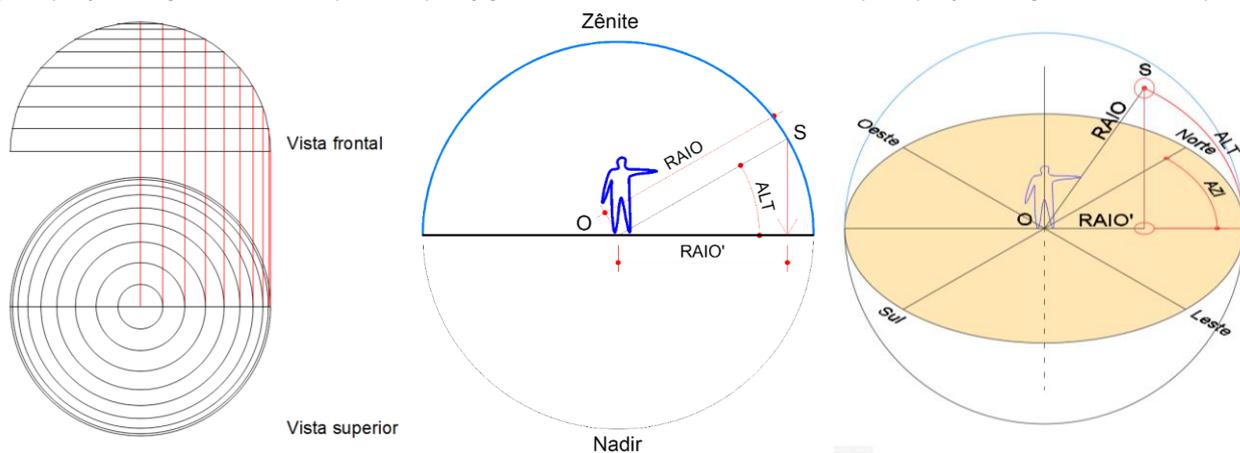
Na projeção ortogonal, a distância entre os pontos O e S (segmento chamado de RAI0) será reduzida quando projetada no plano horizontal (segmento RAI0'). O comprimento do RAI0' é dado pela Equação 1. A exceção é quando S estiver exatamente sobre O. Neste caso, a projeção será acumulada. As coordenadas cartesianas X e Y da projeção horizontal do ponto S (Sol) (Figura 6) serão dadas pela Equação 2 e pela Equação 3.

$$RAIO' = \text{Cos}(ALT) \tag{Equação 1}$$

$$X_{\text{ortogonal}} = RAI0'_{\text{ortogonal}} \times \text{Sen}(AZI) \tag{Equação 2}$$

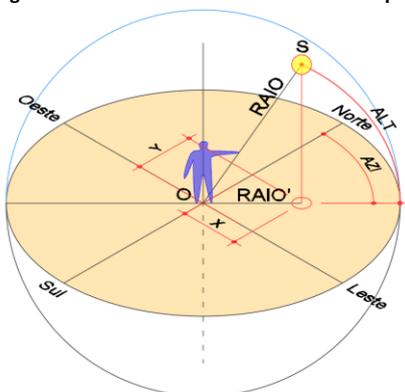
$$Y_{\text{ortogonal}} = RAI0'_{\text{ortogonal}} \times \text{Cos}(AZI) \tag{Equação 3}$$

Figura 5 - Projeção ortogonal das circunferências indicadoras das alturas solares (à esquerda). Projeção reduzida da distância observador-Sol (RAIO'), representação bidimensional (ao centro). Projeção reduzida da distância observador-Sol (RAIO'), representação tridimensional (à direita)



Fonte: o autor.

Figura 6 - Coordenadas cartesianas X e Y da projeção horizontal do ponto S



Fonte: o autor.

A Equação 2 e a Equação 3 também podem ser escritas sob a forma da Equação 4 e da Equação 5.

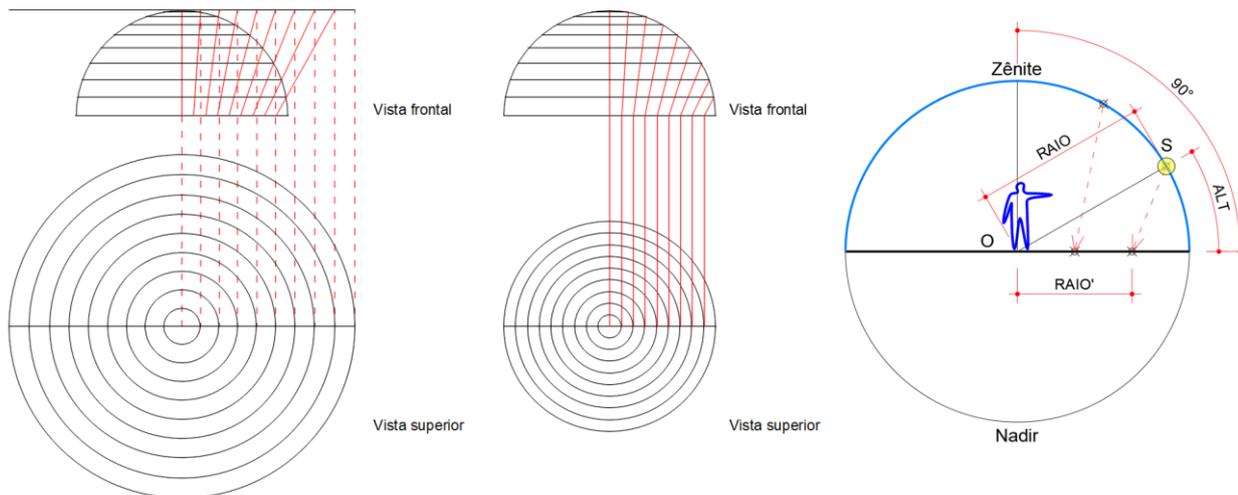
$$X_{ortogonal} = \text{Cos}(ALT) \times \text{Sen}(AZI) \tag{Equação 4}$$

$$Y_{ortogonal} = \text{Cos}(ALT) \times \text{Cos}(AZI) \tag{Equação 5}$$

Projeção equidistante

Atualmente, não se dispõe de um método para operacionalização da projeção equidistante via geometria descritiva, de maneira gráfica. As projeções são realizadas utilizando trigonometria. Mas, recorrendo à geometria descritiva para ilustrar esse método de maneira didática, a projeção das alturas solares pode ser pensada de duas maneiras: a) projeção sobre um plano horizontal situado na altura do Zênite, acima do observador (Figura 7, à esquerda); b) projeção sobre um plano horizontal situado na altura do observador (Figura 7, ao centro).

Figura 7 - Projeção equidistante das alturas solares sobre um plano horizontal situado na altura do Zênite (à esquerda); Projeção equidistante das alturas solares sobre um plano horizontal situado na altura do observador (ao centro). c) Relação entre: 1) a diferença entre o ângulo de 90° (Zênite) e 2) a altura solar (ALT) versus a relação entre o RAI0' e o RAI0 na projeção equidistante (à direita)



Fonte: o autor.

No plano cartesiano, os valores das coordenadas X e Y da projeção horizontal equidistante do ponto S serão sempre menores do que os respectivos valores na projeção horizontal ortogonal, a não ser que o Sol esteja na linha do horizonte.

Sabe-se que na projeção horizontal equidistante o comprimento do RAI0' deverá guardar uma proporção com a diferença entre o ângulo até o Zênite (90°) e a altura solar (ALT) (Figura 7, à direita). No exemplo da Figura 7, à direita, na projeção horizontal equidistante, o comprimento do RAI0' corresponde a 2/3 do RAI0. Da mesma maneira, sendo que a ALT corresponde a 1/3 do ângulo de 90°, a distância angular entre o Zênite e o Sol corresponde a 2/3.

O RAI0' equidistante pode ser obtido utilizando a Equação 6.

$$RAIO'_{equidistante} = \frac{ALT - 90^\circ}{90^\circ} \tag{Equação 6}$$

Fonte: o autor.

Os valores das coordenadas cartesianas X e Y da projeção equidistante do ponto S no plano horizontal (Figura 7, à direita) podem ser calculadas utilizando a Equação 7 e a Equação 8.

$$X_{equidistante} = RAI0'_{Equidistante} \times Sen(AZI) \tag{Equação 7}$$

Fonte: o autor.

$$Y_{equidistante} = RAI0'_{Equidistante} \times Cos(AZI) \tag{Equação 8}$$

Fonte: o autor.

Também podem ser utilizadas as formas não simplificadas das equações anteriores, ou seja, a Equação 9 e a Equação 10.

$$X_{equidistante} = \frac{ALT - 90^\circ}{90^\circ} \times Sen(AZI) \tag{Equação 9}$$

Fonte: o autor.

$$Y_{equidistante} = \frac{ALT - 90^\circ}{90^\circ} \times Cos(AZI) \tag{Equação 10}$$

Fonte: o autor.

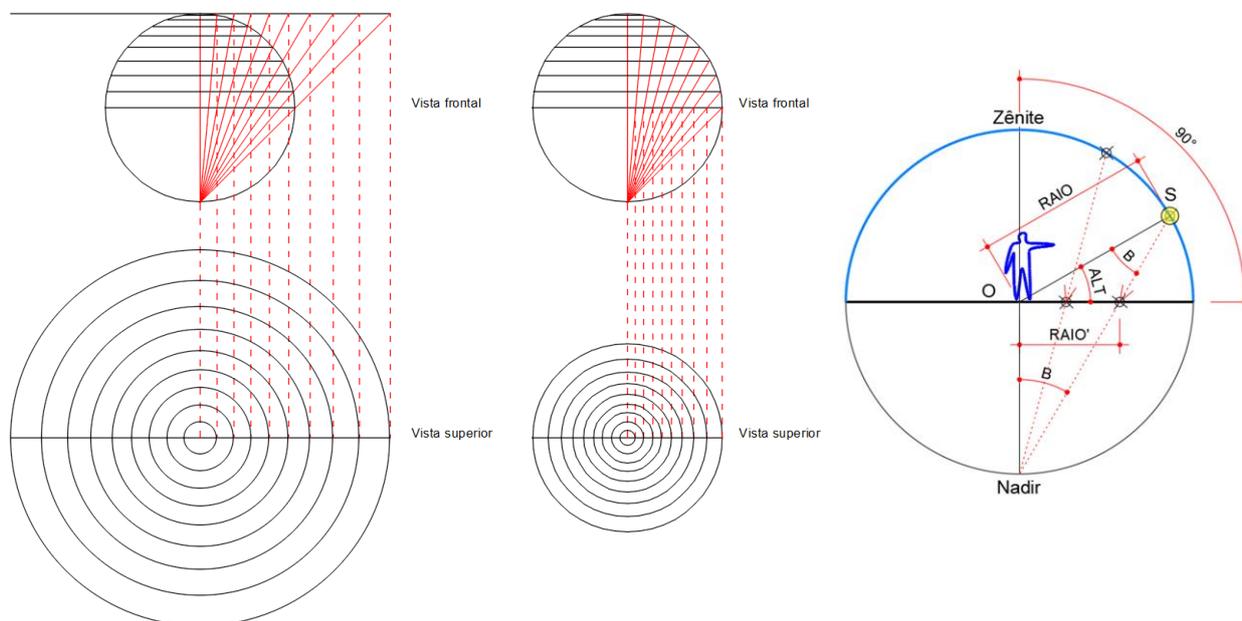
Outras equações para obtenção das coordenadas cartesianas da projeção equidistante são apresentadas por Oh, Haberl e Degelman (2000). Porém, demandam a utilização de alterações conforme o quadrante no qual o Sol se encontra, sendo mais trabalhosas do que as apresentadas aqui quando se trata da aplicação em planilhas eletrônicas.

Projeção estereográfica

Na projeção estereográfica da abóbada celeste podem ser imaginadas duas posições para o plano horizontal de projeção: a) na altura do Zênite (Figura 8, à esquerda); ou b) aos pés do observador (Figura 8, ao centro).

Na projeção estereográfica, o valor da projeção horizontal do RAI0 sempre será menor do que o valor na projeção ortogonal (Figura 8, à direita). O ângulo B pode ser determinado a partir do valor da ALT (Equação 11). O valor do RAI0' pode ser calculado utilizando a Equação 12.

Figura 8 - Projeção estereográfica das alturas solares: projeção sobre um plano horizontal situado na altura do Zênite, acima do observador (à esquerda); projeção sobre um plano horizontal situado na altura do observador (ao centro). Projeção estereográfica da distância observador-Sol (RAIO') (à direita)



Fonte: o autor.

$$B = \frac{90^\circ - ALT}{2} \tag{Equação 11}$$

$$RAIO'_{Estereográfico} = Tan\left(\frac{90^\circ - ALT}{2}\right) \tag{Equação 12}$$

As coordenadas cartesianas X e Y da projeção estereográfica do Sol no plano horizontal podem ser calculadas utilizando a Equação 13 e a Equação 14 ou, alternativamente, a Equação 15 e a Equação 16.

$$X_{Equidistante} = RAI0'_{Estereográfico} \times Sen(AZI) \tag{Equação 13}$$

$$Y_{Equidistante} = RAI0'_{Estereográfico} \times Cos(AZI) \tag{Equação 14}$$

$$X_{Equidistante} = Tan\left(\frac{90^\circ - ALT}{2}\right) \times Sen(AZI) \tag{Equação 15}$$

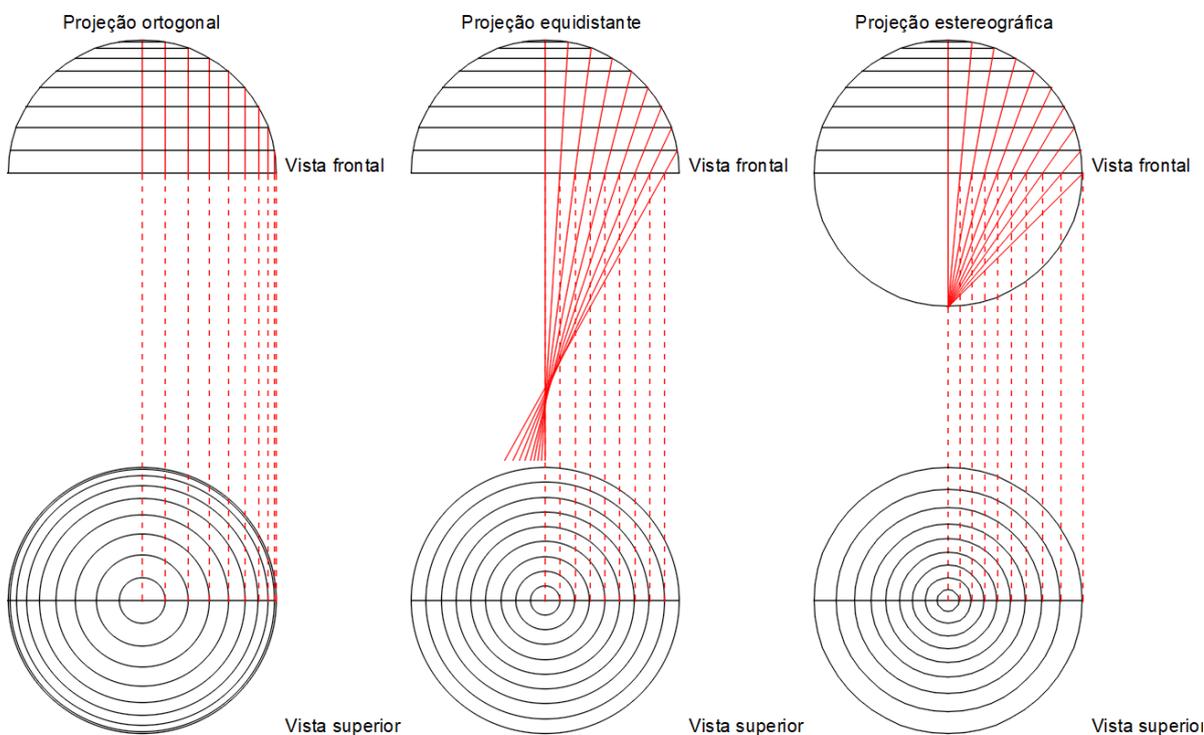
$$Y_{Equidistante} = Tan\left(\frac{90^\circ - ALT}{2}\right) \times Cos(AZI) \tag{Equação 16}$$

Considerações gerais a respeito dos sistemas de projeção

Para além dos métodos de projeção apresentados, há também o método da projeção gnomônica. Sua aplicação para projeção dos percursos solares aparentes é limitada, pois apresenta excessiva distorção das distâncias em regiões com baixa altura solar². Por isso, os sistemas azimutais mais recomendados para a produção de cartas solares são: o ortogonal, o equidistante e o estereográfico. A projeção gnomônica é bastante utilizada para a produção de relógios do Sol.

Em se tratando do resultado, mais especificamente da projeção das alturas solares, o sistema equidistante oferece um meio termo entre a projeção ortogonal e a projeção estereográfica (Figura 9). Na projeção ortogonal, próximo da borda, as distâncias entre as diferentes alturas solares projetadas são bastante reduzidas. Na projeção estereográfica, bastante ampliadas. Enquanto isso, na projeção equidistante as circunferências relativas às alturas solares são espaçadas uniformemente.

Figura 9 - Projeções ortogonal (à esquerda), equidistante (ao centro) e estereográfica (à direita)



Fonte: o autor.

Para fins de cálculo das coordenadas X e Y no plano horizontal cartesiano da projeção da posição aparente do Sol na abóbada celeste é necessário conhecer a altura solar (ALT) e o azimute da posição (AZI). Para isso, são necessárias equações capazes de estimar tais variáveis, conteúdo visto na próxima subseção.

² Na prática, a projeção gnomônica possui pouca aplicação para a projeção do céu. É um sistema mais utilizado para a projeção de mapas da superfície terrestre e, mesmo assim, para territórios de pequenas dimensões.

Cálculo das posições do Sol no domo celeste

Movimentos da Terra em torno do Sol

Para maior clareza, o estudo da geometria da insolação deve iniciar pelo tema movimento da Terra em torno do Sol ao invés de focar os movimentos aparentes do Sol em torno da Terra.

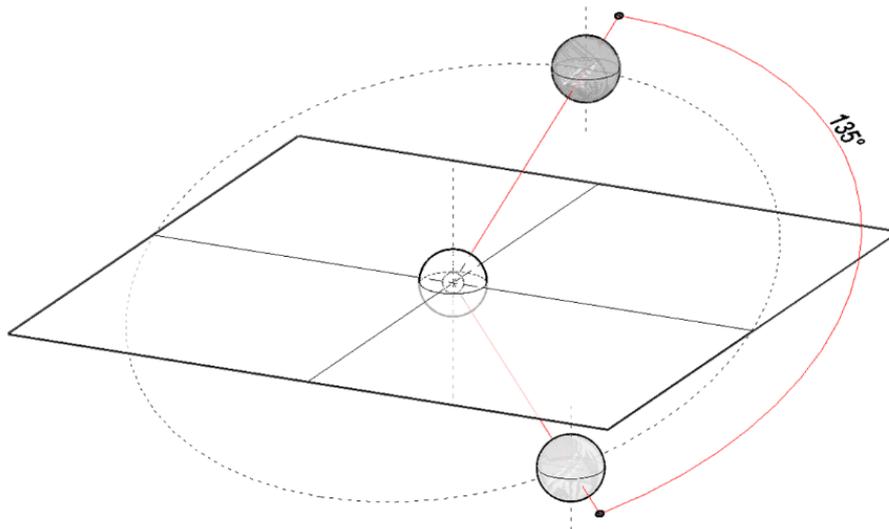
Para fins de cálculo, uma das unidades a se conhecer é a medida do percurso angular (em graus ou radianos) realizado pela Terra ao redor do Sol em um dia do ano, denominada **PUD**. (Equação 17)

$$PUD = \frac{360^\circ}{365} = 0,98630136986 \quad \text{Equação 17}$$

Fonte: (SZOKOLAY, 2019).

Outro conceito importante é o percurso angular percorrido pela Terra desde o início do ano (**N**). É medido no sentido horário, desde o início do ano até o dia em questão (Figura 10) e pode ser calculado utilizando a Equação 18, se as funções trigonométricas utilizarem graus, ou a Equação 19, se as funções trigonométricas utilizarem radianos.

Figura 10 - Percurso angular percorrido pela Terra (esfera cinza) desde o início do ano (N)



Fonte: o autor.

$$N = 0,9836 \times NDA \quad \text{Equação 18}$$

Fonte: (SZOKOLAY, 2019).

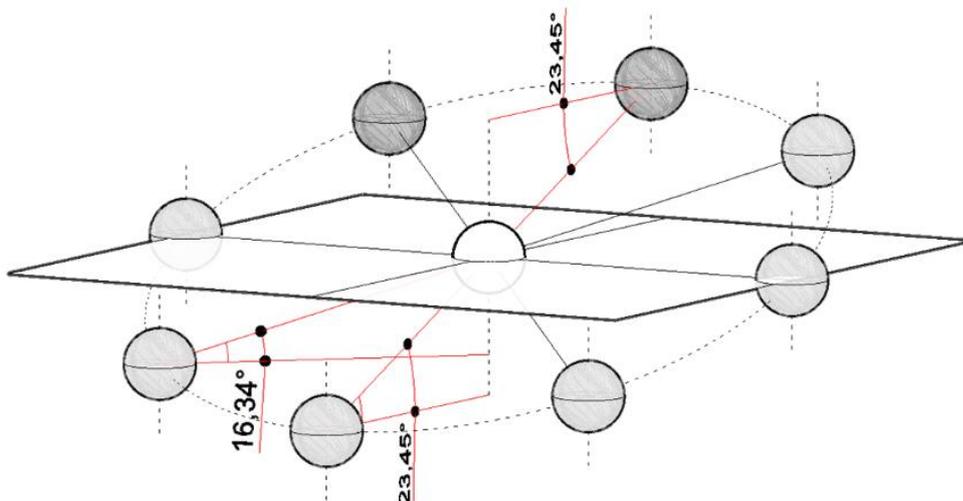
Na qual, **NDA** é o número do dia do ano. Por exemplo, o dia 10 de fevereiro sempre será o dia 41 do ano. Se as funções utilizarem radianos, utiliza-se a equação a seguir.

$$N = 2 \times \pi \times \frac{NDA}{366} \quad \text{Equação 19}$$

Fonte: (SZOKOLAY, 2019).

Declinação solar (**DEC**) é o ângulo formado entre o plano do equador da Terra e a linha Terra-Sol (Figura 11 e Equação 20).

Figura 11 - Declinação: ângulo formado entre o plano do equador da Terra (esfera cinza) e a linha Terra-Sol (o Sol apresentado como a esfera branca, no centro do sistema)



Fonte: o autor.

$$DEC = 0,33281 - 22,984 \times \text{Cos}(N) + 3,7872 * \text{Sen}(N) - 0,3499 \times \text{Cos}(2 * N) + 0,03205 \times \text{Sen}(2 * N) - 0,1398 \times \text{Cos}(3 * N) + 0,07187 \times \text{Sen}(3 * N) \quad \text{Equação 20}$$

Fonte: (SZOKOLAY, 2019).

Após a compreensão do movimento da Terra em torno do Sol, mudou-se o foco para o movimento aparente do Sol em torno da Terra, objeto da próxima subseção.

Movimento aparente do Sol em torno do observador

Nesta etapa, o primeiro passo foi calcular o ângulo horário desde o meio-dia solar (**AHR**) (Equação 21), cujo valor varia de -180° até 180° . Para isso, considerou-se que o Sol, em seu plano aparente, se movimenta 15° por hora em torno do observador.

$$AHR = 15^\circ(\text{hora} - 12) \quad \text{Equação 21}$$

Fonte: (SZOKOLAY, 2019).

Em seguida, calcula-se a altura solar (**ALT**) e o azimute solar (**AZI**). Para isso, podem ser utilizadas a Equação 22 e a Equação 23.

$$ALT = \text{Arcsen}(\text{Sen}(DEC) * \text{Sen}(LAT) + \text{Cos}(DEC) * \text{Cos}(LAT) * \text{Cos}(AHR)) \quad \text{Equação 22}$$

Fonte: (SZOKOLAY, 2019).

$$AZI = \text{Arcos} \frac{\text{Cos}(LAT) \times \text{Sen}(DEC) - \text{Cos}(DEC) \times \text{Sen}(LAT) \times \text{Cos}(AHR)}{\text{Cos}(ALT)} \quad \text{Equação 23}$$

Fonte: (SZOKOLAY, 2019).

Neste artigo, as datas escolhidas para o cálculo dos percursos solares aparentes foram os dias 21 de cada um dos 12 meses do ano. Para cada um desses dias, foi calculada a posição do Sol nas 24 “horas cheias”. Como resultado, foram calculadas alturas solares e azimutes solares para 288 instantes diferentes.

Também foi programada a opção de se calcular as posições do Sol em dias e horários específicos, o que demandou o cálculo de azimutes e alturas solares para mais 36 posições.

Tendo em mão a ALT e o AZI, é possível calcular as coordenadas X (Equação 4) e Y (Equação 5) da projeção do Sol no plano horizontal (projeções planas) em um sistema cartesiano bidimensional.

Plotagem da estrutura da carta solar na planilha eletrônica

A planilha foi desenvolvida no editor Excel Office 365 (Microsoft, 2023) pois parte das funções de seus arquivos são compatíveis com outros editores. Para gerar as figuras planas, que compõem os diagramas, foi utilizado o recurso do Excel denominado gráfico de dispersão. As figuras foram traçadas a partir das coordenadas cartesianas dos pontos que as definem. Definir os métodos para obtenção das coordenadas cartesianas de pontos de interesse foi uma atividade central na pesquisa.

Iniciou-se por traçar a circunferência dada pela interseção entre a semiesfera (abóboda celeste) e o plano horizontal de projeções. Para efeitos de criação do diagrama, adotou-se o raio com uma unidade de comprimento. Para traçar a referida circunferência, foi necessário prover um conjunto de pontos e suas respectivas coordenadas X e Y. Para isso, utilizou-se um conjunto de 37 pontos, correspondentes à intercessão entre a linha do horizonte (circular) e raios (azimutes) posicionados conforme ângulos azimutais, de 10° em 10°. Em seguida, esse mesmo procedimento foi repetido para se obter os pontos para traçar as circunferências referentes às projeções das alturas solares com ângulos 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70° e 80°. Na sequência, considerando pontos localizados no plano horizontal de projeção (ALT = 0°) e AZI de 10° em 10°, variando de 0° até 360°, foram traçados os raios indicadores dos azimutes da carta solar.

Dado que o padrão do Microsoft Excel é apresentar ângulos em radianos, foi necessário fazer a conversão utilizando a função “=RADIANOS(...)”. A estrutura inicial da carta solar foi elaborada segundo a projeção ortogonal e posteriormente foram criadas funções para alteração para os métodos de projeção equidistante e estereográfico.

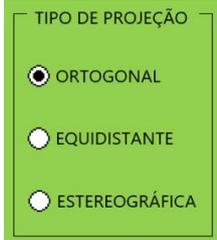
Resultados

O primeiro resultado obtido foi a projeção, no plano horizontal, da estrutura geométrica representando a abóboda celeste, com linhas indicando os azimutes, de 10° em 10°, e linhas circulares concêntricas indicando as alturas solares, também de 10° em 10°. Para esta etapa foram demandados apenas conhecimentos de trigonometria, geometria analítica, e de geometria descritiva, não sendo necessários maiores conhecimentos do campo da astronomia além dos conceitos básicos (entendimento dos conceitos de azimute e altura solar, referentes às coordenadas celestes, e a ideia do Zênite).

Plotagem da estrutura representando a abóboda celeste conforme os três diferentes métodos de projeção

Para alternar entre os tipos de projeção, foi utilizada a ferramenta do Excel chamada “controle de formulário”, com a qual foram inseridos campos para assinalar o tipo de projeção desejada (Figura 12). A atualização do gráfico da carta solar é instantânea.

Figura 12: Controle de formulário para indicação do tipo de projeção do céu desejado



TIPO DE PROJEÇÃO

ORTOGONAL

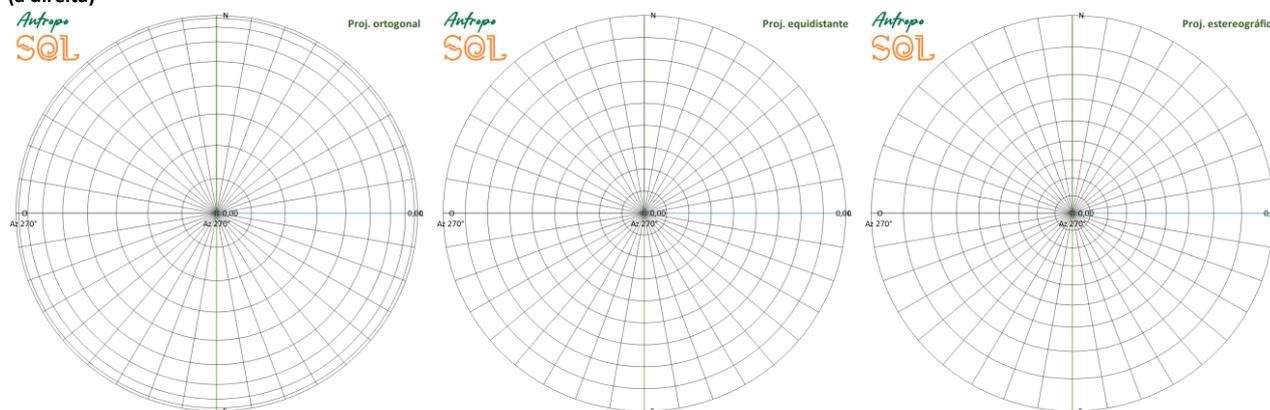
EQUIDISTANTE

ESTEREOGRÁFICA

Fonte: o autor.

A Figura 13 apresenta a representação da abóbada celeste segundo cada um dos métodos para projeção disponibilizados.

Figura 13 - Projeção horizontal da estrutura (linhas retas indicando os azimutes, de 10° em 10°, e linhas circulares concêntricas indicando as alturas solares, também de 10° em 10°) da abóbada celeste: projeção ortogonal (à esquerda), projeção equidistante (ao centro) e projeção estereográfica (à direita)



Fonte: o autor.

Plotagem dos percursos solares aparentes em dias representativos dos meses e em dias específicos

Com a base elaborada (representação da estrutura da abóbada celeste) em diferentes tipos de projeção, seguiu-se para a geração de dados para a representação das posições aparentes ocupadas pelo Sol na abóbada celeste. Para isso, calculou-se a declinação solar em cada dia para o qual se desejou conhecer a altura solar e o azimute. A partir da altura solar e do azimute foram calculadas as coordenadas cartesianas da projeção plana do Sol.

Para o fornecimento dos dados de entrada para o cálculo da declinação solar foi criado um quadro onde o usuário deve inserir a latitude da localidade (Figura 14). No mesmo quadro, foram inseridos campos e um formulário de controle para o caso de se desejar plotar a posição do Sol em um determinado horário e seu percurso em um dia específico.

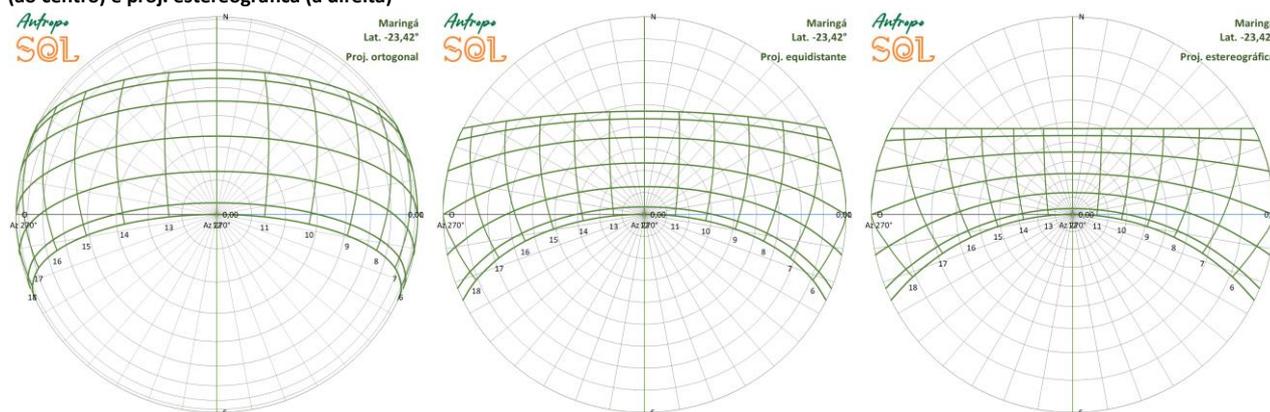
Figura 14 - Quadro com campos para inserção da latitude, data, horário e um formulário de controle para controlar os elementos a serem apresentados

Cidade		Latitude		Radianos	
Maringá		-23,42°		-0,409	
Dia e horário específicos					
Data	Horário	<input checked="" type="checkbox"/> Dia e Horário específicos			
01/mai	10:30				
Altura solar		Azimute			
Graus	Radianos	Graus	Radianos		
46,16°	0,806	32,3°	0,564		

Fonte: o autor.

A Figura 15 apresenta o resultado obtido para os três diferentes tipos de projeção tomando como exemplo a latitude da cidade de Maringá/PR (-23,42°).

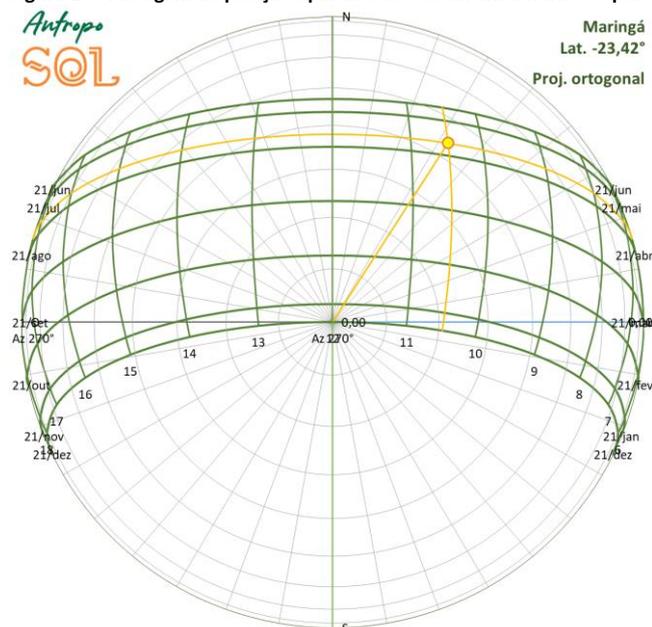
Figura 15 - Plotagem dos percursos solares representativos dos dias 21 de cada mês do ano: projeção ortogonal (à esquerda), proj. equidistante (ao centro) e proj. estereográfica (à direita)



Fonte: o autor.

A Figura 16 apresenta a plotagem do percurso solar em um dia específico, 01 de maio, e a posição aparente do Sol em um horário determinado, 10:30. O exemplo também se refere à latitude da cidade de Maringá/PR.

Figura 16 - Plotagem da posição aparente do Sol em um horário e o percurso em uma data específica



Fonte: o autor.

Plotagem dos gráficos de apoio ao processo de projeto de dispositivos para controle da exposição à radiação solar direta

A fim de apoiar projetos de edificações e de seus elementos para controle da exposição de aberturas e de ambientes internos à radiação solar direta, a ferramenta foi dotada de gráficos representando um corte transversal e uma planta baixa de uma abertura e as máscaras de sombras resultantes na carta solar. Foi disponibilizado um quadro para inserção de um conjunto mínimo de informações, como a espessura da parede, a orientação e as dimensões da abertura e do elemento do controle da exposição à radiação (Figura 17).

Figura 17 - Quadro para inserção de informações a respeito da abertura e formulários para controle da exibição

Rotação da fachada e informações sobre a abertura

Graus	Radianos
23,0°	0,401

Linha fachada

Espessura da parede	0,30 m
Largura da janela (ou abertura)	2,00 m
Altura do peitoril	0,50 m
Altura da verga	2,20 m
Altura da parede	3,00 m

CORTE DA ABERTURA

Brise horizontal

Altura da base do brise	2,20 m
Profundidade do brise	1,00 m

MÁSCARA BRISE HORIZONTAL

Altura solar 100% sombra	Graus	Radianos	Altura solar 50% sombra	Graus	Radianos
	52,59°	0,918		33,18°	0,579

PLANTA BAIXA DA ABERTURA

Brise Vertical do lado esquerdo

Afastamento do Brise Esquerdo	0,00 m
Profundidade do Brise Esquerdo	1,00 m

	Graus	Radianos
Ângulo para 100% sombra	33,02°	0,576
Ângulo para 50% sombra	52,43°	0,915

MÁSCARA BRISE VERTICAL ESQUERDO

Brise Vertical do lado direito

Afastamento do brise Direito	0,00 m
Profundidade do brise direito	0,50 m

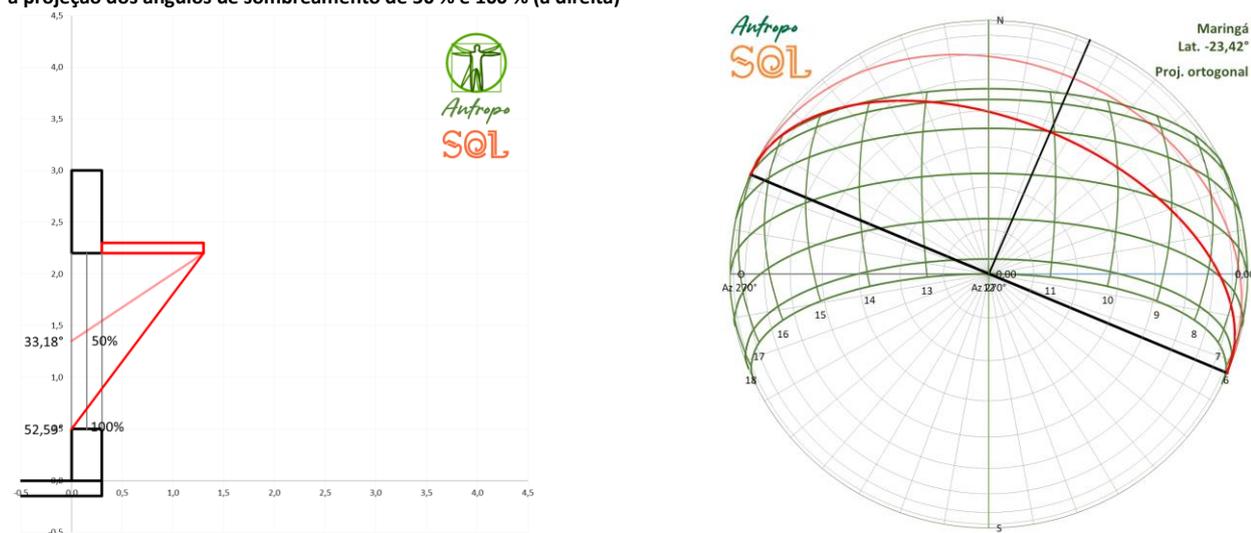
	Graus	Radianos
Ângulo para 100% sombra	21,80°	0,381
Ângulo para 50% sombra	38,66°	0,675

MÁSCARA BRISE VERTICAL DIREITO

Fonte: o autor.

A Figura 18 apresenta exemplo de corte para *brise-soleil* horizontal infinito com profundidades de 1,0 m e a respectiva máscara de sombra com a projeção dos ângulos de sombreamento de 50 % e 100 %.

Figura 18 - Exemplos de corte para *brise-soleil* horizontal infinito com profundidades de 1,0 m (à esquerda) e a respectiva máscara de sombras com a projeção dos ângulos de sombreamento de 50 % e 100 % (à direita)

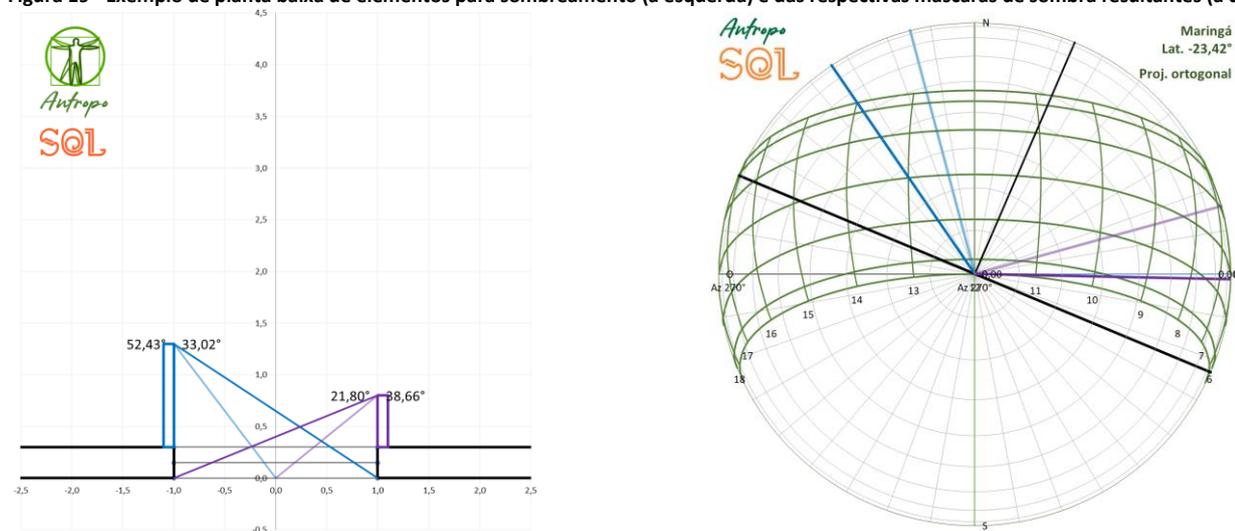


Fonte: o autor.

Em se tratando de elementos verticais para sombreamento, foi inserida uma planta baixa da abertura com a possibilidade de se inserir elementos para sombreamento na face externa, nas duas laterais (Figura 19a). Essa planta baixa é controlada pelo usuário,

que pode alterar as dimensões dos seus elementos constituintes, resultando em diferentes linhas de sombra, que são representados por linhas radiais na máscara de sombras (Figura 19b).

Figura 19 - Exemplo de planta baixa de elementos para sombreamento (à esquerda) e das respectivas máscaras de sombra resultantes (à direita)

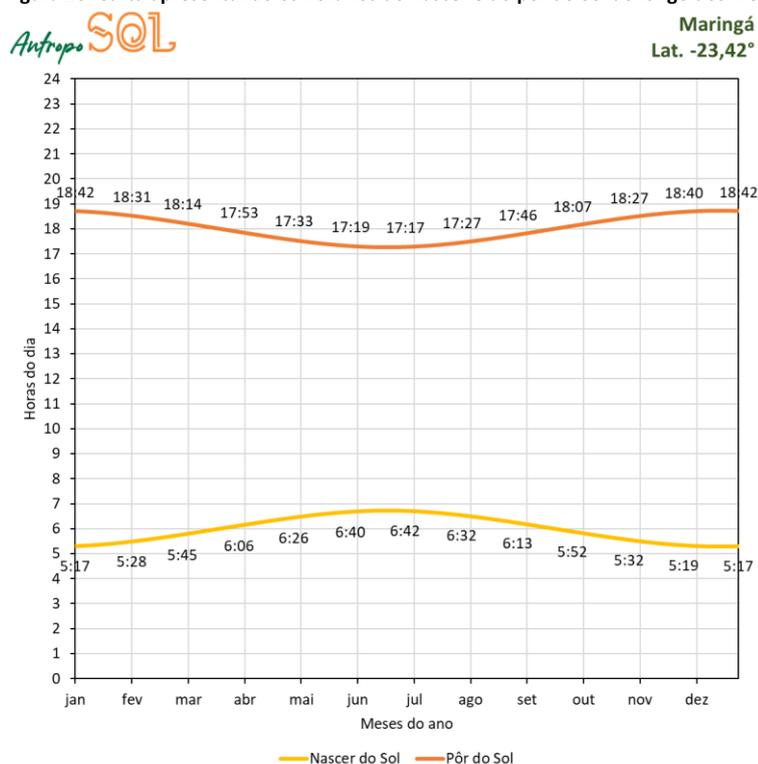


Fonte: o autor.

Gráficos informativos adicionais

Adicionalmente, também foram apresentados gráficos com função didática para explicar os movimentos aparentes do Sol e seus efeitos. Foram plotados os horários do nascer e do pôr do Sol (Figura 20), ilustrando que o período diurno apresenta maior duração no verão e que ocorre menor disponibilidade de luz solar no período de inverno.

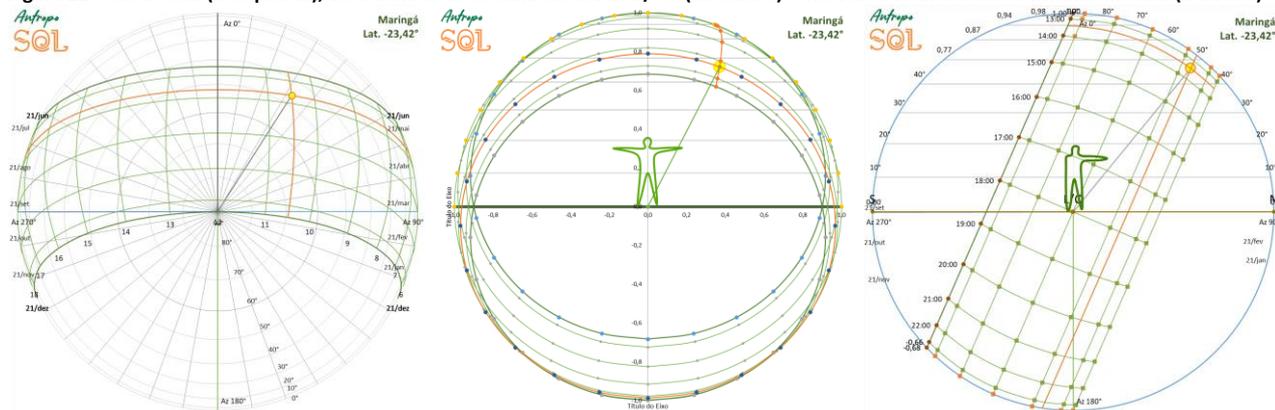
Figura 20: Carta apresentando os horários do nascer e do pôr do Sol ao longo dos meses do ano



Fonte: o autor.

Também aproveitando os dados gerados para a plotagem da carta solar e da máscara de sombras, foram gerados gráficos buscando mostrar de maneira explícita os movimentos aparentes do Sol na abóbada celeste, apresentando a carta solar (Figura 21a), uma vista frontal do sistema observador/Sol (Figura 21b) e uma vista lateral direita desse mesmo sistema (Figura 21c). Estas vistas podem facilitar a apreensão do conteúdo, facilitando o trabalho dos professores.

Figura 21 - Carta solar (à esquerda), vista frontal do sistema observador/Sol (ao centro) e vista lateral direita desse mesmo sistema (à direita)



Fonte: o autor.

Por fim, a Figura 22 dá uma ideia da interface final da ferramenta.

Figura 22 – Apresentação da interface da ferramenta

SOL

TIPO DE PROJEÇÃO

ORTOGONAL

EQUIDISTANTE

ESTEREOGRÁFICA

Cidade

Maringá Latitude Radianos

-23,42° -0,409

Dia e horário específicos

Data Horário

01/mai 10:30

Dia e Horário específicos

Altura solar **Azimute**

Graus	Radianos	Graus	Radianos
46,16°	0,806	32,3°	0,564

MÁSCARAS DE SOMBRAS

Rotação da fachada e informações sobre a abertura

Graus	Radianos
23,0°	0,401

Linha fachada

Espessura da parede	0,30 m
Largura da janela (ou abertura)	2,00 m
Altura do peitoril	0,50 m
Altura da verga	2,20 m
Altura da parede	3,00 m

CORTE DA ABERTURA

Brise horizontal

Altura da base do brise	2,20 m
Profundidade do brise	1,00 m

MÁSCARAS BRISE HORIZONTAL

Altura solar 100% sombra	Altura solar 50% sombra
Graus	Graus
52,59°	33,18°
Radianos	Radianos
0,918	0,579

Maringá

Lat. -23,42°

Proj. ortogonal

Fonte: o autor.

Considerações finais

Em resposta ao objetivo principal definido para esta pesquisa, os resultados mostraram que as planilhas eletrônicas são adequadas para o desenvolvimento de ferramentas didáticas gráficas para cálculo e plotagem da trajetória aparente do Sol e máscaras solares, servindo de apoio para dimensionamento de dispositivos para controle da exposição à radiação solar direta e em condições de substituir, ao menos em parte, as funções de programas computacionais específicos que demandam licenças pagas.

A alternância de um método de projeção para outro utilizando a ferramenta “controle de formulário” do editor de planilhas Excel se mostrou uma opção prática, o que permitiu disponibilizar diferentes métodos de projeção, bastando alternar, via chave, os dados a serem lidos.

O cálculo e a representação em gráficos dos percursos solares aparentes em dias específicos e dos horários do nascer e do pôr do Sol também foram obtidos. A planilha também se mostrou apropriada a dar suporte ao dimensionamento de aberturas e elementos para sombreamento graças à plotagem das máscaras de sombra e aos gráficos representando o corte e a planta baixa de uma abertura.

Observou-se ainda na pesquisa que, para além dos conhecimentos no campo da geometria analítica, é importante ter formação no campo da geometria descritiva, a qual permite visualizar antecipadamente as projeções e, posteriormente, perceber a ocorrência de erros de representação, o que possibilita a revisão e a correção dos procedimentos de cálculo.

Em se tratando de estudos futuros, a ferramenta possui potencial para receber extensões, como aplicações práticas em temas como projeto de elementos para captação e transformação de energia solar, ensino de astronomia, agricultura e geografia. A partir das projeções disponibilizadas na planilha atual, a adição de módulos com representações considerando outros métodos para projeção do céu, como o gnomônico e o cilíndrico, é relativamente simples. Também podem ser adicionadas ferramentas para estimar e representar a variação da disponibilidade de radiação solar e as taxas de radiação incidentes e absorvidas por superfícies com diferentes características (de cor e inclinação), entre outras aplicações.

Referências

ALUCCI, Marcia Peinado. **Brise.BR**: Versão 1.3. São Paulo: USP, 2006.

AUTODESK. **Autodesk Revit**: software BIM para projetar e criar qualquer coisa. Autodesk, 2023. Disponível em: <https://www.autodesk.com.br/products/revit>. Acesso em: 05 jan. 2023.

BETTI, Giovanni; TARTARINI, Federico; NGUYEN, Christine. **CBE Clima Tool**. Berkeley: CBE Center for the Built Environment, 2022. Disponível em: <https://clima.cbe.berkeley.edu/>. Acesso em: 05 jan. 2023.

BITTENCOURT, Leonardo. **Uso das cartas solares: diretrizes para Arquitetos**. 4. ed. Maceió: EDUFAL, 2004. 109 p.

CABÚS, R. C.; RICARDO, P. V. S. **TropMask**. Maceió: Grilu-CTEC-UFAL, 2006. Disponível em: https://ctec.ufal.br/grupopesquisa/grilu/?page_id=71. Acesso em: 05 jan. 2023.

CABÚS, R. C.; RICARDO, P. V. S. **TropSolar**. Maceió: Grilu-CTEC-UFAL, 2015. Disponível em: https://ctec.ufal.br/grupopesquisa/grilu/?page_id=69. Acesso em: 05 jan. 2023.

CAVALCANTI, Fernando Antonio de Melo Sá. ARQSOLAR: Uma ferramenta Android para o ensino-aprendizagem das cartas solares. **Revista Sítio Novo**, v. 7, Ed. Especial, p. 47, mar. 2022. Disponível em: <https://sitionovo.ifto.edu.br/index.php/sitionovo/article/view/1186>. Acesso em: 20 jan. 2023.

CUNHA, Eduardo Grala da (org.) **Elementos de arquitetura de climatização natural**. 2. ed. Porto Alegre: Masquatro, 2006. 188 p.

DEVETAKOVIĆ, Mirjana S.; DORDEVIĆ, D. D.; DUKANOVIĆ, G. D.; KRSTIĆ FURUNDŽIĆ, A. D.; SUDIMAC, B.; SCOGNAMIGLIO, A. Design of solar systems for buildings and use of BIM tools: Overview of relevant geometric aspects. **FME Transactions**, v. 47, n. 2, p. 387–397, 2019.

FROTA, Anésia Barros; SCHIFFER, Sueli Ramos. **Manual de Conforto Térmico**. 6. ed. São Paulo: Studio Nobel, 2003. 243 p.

GOMES, Wellison José de Santana; CABÚS, Ricardo Carvalho. Implementação interativa computacional do software TropSolar via Matlab Webserver. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA PARA O PROGRESSO DA CIÊNCIA, 57., 2005, Fortaleza. **Anais. [...]**. Fortaleza: SBPC, 2005. Disponível em: https://www.sbpnet.org.br/livro/57ra/programas/senior/RESUMOS/resumo_2510.html. Acesso em: 05 jan. 2023.

GRAPHISOFT. **ArchiCAD**. Graphisoft, 2023. Disponível em: <https://graphisoft.com>. Acesso em: 05 jan. 2023.

INCERTI, Manuela. Astronomical Knowledge in the Sacred Architecture of the Middle Ages in Italy. **Nexus Network Journal**, v. 15, n. 3, p. 503–526, Dec. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00004-013-0167-3>.

KITTLER, Richard; DARULA, Stanislav. Analemma, the ancient sketch of fictitious sunpath geometry - sun, time and history of mathematics. **Architectural Science Review**, v. 47, n. 2, p. 141–144, Oct. 2004. DOI: <https://doi.org/10.1080/00038628.2004.9697037>.

KITTLER, Richard; DARULA, Stanislav. Historical developments in practical predicting of sunlight and skylight availability. **Przegląd Elektrotechniczny**, v. 84, n. 8, p. 15–18, Jan. 2008.

LAMBERTS, R.; GHISI, E.; ABREU, A. L. P.; CARLO, J. C.; BATISTA, J. O.; MARINOSKI, D. L.; NARANJO, A.; DUARTE, V. C. P. **Desempenho Térmico de Edificações**. Florianópolis: LABEEE, 2016. Disponível em: https://labeee.ufsc.br/sites/default/files/disciplinas/ApostilaECV5161_v2016.pdf. Acesso em 20 jan. 2023.

LAMBERTS, R.; MACIEL, A. A.; ONO, E. T. **Analysis SOL-AR**: Versão 5.01. Florianópolis: LabEEE, 2005.

LIGGETT, Robin; MILNE, Murray. **Climate Consultant 6**: Versão 6.0. UCLA Energy Design Tools Group, 2018.

MARSH, Andrew. **2D Sun-Path**. 2014. Disponível em: <https://drajmarsh.bitbucket.io/sunpath2d.html>. Acesso em: 05 jan. 2023.

MATUSIAK, Martin. **SolarBeam**. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2014. Disponível em: <https://solarbeam.sourceforge.net/>. Acesso em: 05 jan. 2023.

MCNEEL, Robert, **Rhinoceros 3D**. Seattle: Robert McNeel, 2023. Disponível em: <https://www.rhino3d.com/support/>. Acesso em: 05 jan. 2023.

MICROSOFT. **Excel Microsoft Office 365**. Microsoft Corporation, 2023. Disponível em: <https://www.microsoft.com/pt-br/microsoft-365>. Acesso em: 05 jan. 2023.

OH, John Kie Whan; HABERL, Jeff S.; DEGELMAN, Lamy. Enhanced Software for Displaying Orthographic, Stereographic, Gnomonic and Cylindrical Projections of the Sunpath Diagram and Shading Mask Protractor. In: PROCEEDINGS OF THE TWELFTH SYMPOSIUM ON IMPROVING BUILDING SYSTEMS IN HOT AND HUMID CLIMATES, 12., 2000, San Antonio. **Proceedings [...]**. San Antonio: Texas A&M University, 2000. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1969.1/6800>. Acesso em: 05 fev. 2023.

FERNANDES, L. C.

Proposta de uma ferramenta computacional para traçar cartas solares e dimensionar dispositivos para sombreamento

OLGYAY, Victor. **Arquitectura y Clima**: Manual de diseño bioclimático para arquitectos y urbanistas. Barcelona: Gustavo Gili, 2008. 216 p.

OLGYAY, Victor. Bioclimatic orientation method for buildings. **International Journal of Biometeorology**, v. 11, n. 2, p. 163–174, July 1967. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01426843>.

RORIZ, Maurício. **CalcRadSol**. São Carlos: Roriz Engenharia, 2013. Disponível em: <https://roriz.eng.br/downloads>. Acesso em: 05 jan. 2023.

RORIZ, Maurício. **Software LUZ do SOL**: versão 1.1 – Radiação solar e iluminação natural. São Carlos: Roriz Engenharia, 1995. Disponível em: <https://labeee.ufsc.br/pt-br/downloads/software/luz-do-sol>. Acesso em: 05 jan. 2023.

RORIZ, Maurício; RORIZ, Victor. **SunPath**. São Carlos: Roriz Engenharia, 2011. Disponível em: <https://roriz.eng.br/downloads>. Acesso em: 05 jan. 2023.

RUGGLES, Clive; COTTE, Michel. **Heritage Sites of Astronomy and Archaeoastronomy in the context of the UNESCO World Heritage Convention**: A Thematic Study. Paris: ICOMO, 2010. 283 p.

SCHMID, Aloísio Leoni. Proteção Solar e Seu Impacto Na Iluminação: Proposta de Ferramenta de Apoio ao Estudo e Projeto. In: ENCONTRO NACIONAL DE TECNOLOGIA DO AMBIENTE CONSTRUÍDO, 18., 2020, Canela. **Anais [...]**. Porto Alegre: ANTAC, 2020. DOI: <https://doi.org/10.46421/entac.v18i.790>.

SOLEMMA. **ClimateStudio**. Cambridge: Solemma, 2023. Disponível em: <https://www.solemma.com/climatestudio>. Acesso em: 05 jan. 2023.

SOSSA, Rostislav; KOROL, Pavel. Historical Aspects of Development of the Theory of Azimuthal Map Projections. **Studia Geohistorica**, n. 3, p. 187, 2017.

SZOKOLAY, Steven. **Introdução à ciência arquitetônica**: a base do projeto sustentável. São Paulo: Perspectiva, 2019. 400 p.

SZOKOLAY, Steven. **Introduction to Architectura Science**: The Basis of Sustainable Design. 2nd. ed. Oxford: Elsevier, 2008.

SZOKOLAY, Steven. **Solar geometry**. 2nd. ed. Brisbane: The University of Queensland, 2007. (PLEA notes, note 1).

TRIMBLE. **SketchUp**. Trimble Navigation, 2023. Disponível em: <https://www.sketchup.com>. Acesso em: 05 jan. 2023.

VITRUVIO. **The Ten Books on Architecture**. London: Harvard University Press, 1914. 366 p.

WATSON, Donald. **Where the Sun Is**: A Brief Review of Solar Geometry for Architectural Designers. Oxford: Pergamon, 1983. p. 471-481. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-030581-3.50062-1>.

1 Leandro Carlos Fernandes

Arquiteto e Urbanista. Doutor em Tecnologia e Sociedade pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Professor no Departamento de Arquitetura e Urbanismo e no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Paraná. Endereço postal: Bairro Jardim das Américas, Centro Politécnico, R. Francisco H. dos Santos, Nº 100, Cx Postal 19011, Curitiba – PR, Cep 81531-990.