

UM ESTUDO EXPLORATÓRIO SOBRE AS RELAÇÕES ENTRE O RACIOCÍNIO VERBAL E O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

*Marcia Regina Ferreira de Brito **

*Lucila Diehl Tolaine Fini **

*Vicente Joaquín Neumann García ***

Resumo O objetivo deste trabalho foi verificar de forma exploratória como são as relações entre a solução de problemas (que evidenciaram o raciocínio matemático) e o desempenho verbal. Foram selecionados 60 estudantes de 1º e 2º anos de um curso noturno de Licenciatura em matemática e estes estudantes foram solicitados a resolver 12 problemas de natureza aritmética e algébrica, bem como responder ao teste de raciocínio verbal de Bennet, Seashore e Wesman. Os dados foram submetidos à uma análise de correlações e uma análise de componentes principais. Os resultados são interpretados em termos da existência de dois processos de compreensão relacionados mas claramente distintos: Um processo de compreensão verbal (que se refere à compreensão do enunciado verbal do problema matemático apresentado em forma escrita) e outro de compreensão matemática (que se refere à compreensão da natureza matemática do problema).

Palavras-chaves: Raciocínio verbal; raciocínio matemático; educação matemática; ensino de matemática.

Abstract The objective of this study was to investigate the relationship between problem solving (requiring mathematical reasoning) and verbal performance. Sixty (60) first and second year evening students in a mathematics licensing course for teachers were asked to solve 12 problems of an arithmetic or algebraic nature and respond to Bennet, Sea shore and Wesman's test of verbal reasoning. The data were submitted to correlational analysis. The results showed the existence of two related but distinct processes of comprehension: A process of verbal comprehension (That refers to verbal enunciation of mathematical problems presented in written form) and a process of mathematical comprehension (referring to the mathematical nature of the problem).

Descriptors: Verbal reasoning; mathematical reasoning; mathematical education; mathematical teaching.

As habilidades envolvidas na solução de problemas têm sido estudadas por numerosos pesquisadores ao longo deste século e em diferentes partes do mundo. Os estudos baseados na psicologia centram-se mais na habilidade de solução de problemas propriamente dito. Alguns autores (Brownell, 1931; Mayer, 1975; Krutetskii, 1976) têm estudado diversas facetas da solução de problemas. Outros autores preocupam-se com o aumento da capacidade de compreensão do problema como um elemento capaz de influir na capacidade de solucionar problemas (Kintsch & Greeno, 1985).

Estudando a aprendizagem matemática Krutetskii (1959) investigou características psicológicas referentes à capacidade para a matemática (características de percepção, memória, imaginação e raciocínio). Segundo Krutetskii (1976), a incapacidade absoluta para

a matemática, tipo cegueira para a matemática, não existe e todo aluno normal, com um bom ensino, poderá sempre apresentar resultados melhores ou piores em um curso, dependendo de poder adquirir as correspondentes noções e capacidades.

Alguns alunos, no entanto, podem apresentar dificuldades no estudo da matemática, o que levou Krutetskii a analisar as relações entre o raciocínio lógico-verbal e as dificuldades dos alunos, procurando esclarecer o papel das relações entre diferentes componentes e os lógico-verbais na aprendizagem da matemática.

Krutetskii verificou que alunos com fraca capacidade para a matemática apresentavam, também, insuficiente desenvolvimento lógico-verbal de atividade intelectual. Krutetskii

* Professoras da Faculdade de Educação da UNICAMP.

** Professor da Universidad de Tarapacá, Arica, CHILE.

(1977) concluiu que um nível elevado de desenvolvimento do pensamento lógico-verbal não determina, infalivelmente, a capacidade matemática representando, no entanto, uma condição necessária; e, que um baixo nível da componente lógico-verbal de pensamento determina dificuldades para a compreensão da matemática. A solução de problemas requer, na verdade, uma atividade analítico-sintética de nível superior ao exigido para a solução de operações com algoritmos.

O presente trabalho tem por objetivo estudar as relações entre a solução de problemas (que evidenciam o raciocínio matemático) e o desempenho verbal.

Método

Foi solicitado a 60 (sessenta) alunos do curso de licenciatura em matemática, da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), que respondessem a um teste de raciocínio verbal e a uma prova de Matemática.

A prova constava de 12 (doze) problemas (de natureza algébrica, aritmética e geométrica) - adaptada por Ramon Ulloa (1979) a partir da prova original elaborada por Krutetskii (1976) - e eram problemas cujas perguntas não estavam formuladas. A prova era dividida em duas partes: a primeira delas exigia do aluno a compreensão dos doze enunciados dos problemas, devendo ser elaborada a pergunta cabível a partir desses enunciados (compreensão do problema); na segunda parte o aluno deveria resolver o problema (resolução do problema). Reunindo-se os resultados da primeira e da segunda parte, obteve-se o resultado global da prova de Matemática.

Depois da prova, os sujeitos foram submetidos ao teste de raciocínio verbal da bateria de testes de aptidões específicas - DAT (Differential Aptitudes Tests) - de Benneth, Seashore e Wesman (1959), e que se destina a avaliar a habilidade de abstrair e generalizar conceitos expressos em palavras.

Os resultados foram analisados, atribuindo-se notas nas provas, e os dados foram submetidos a uma análise descritiva de univariância e a uma análise de multivariância (Tabela 1).

Resultados

Os resultados da prova de compreensão do problema matemático apresentam uma distribuição assimétrica à direita. Os dados indicam que a prova pode ser considerada muito simples para o nível dos alunos da universidade. Ao mesmo tempo, ela não se mostrou tão fácil a ponto de todos os sujeitos acertarem todas as questões, como mostra a figura 1, a seguir.

A mesma tendência se observa nos resultados da resolução de problema mas, nesse caso, a assimetria não foi tanta quanto no caso anterior, como pode ser observado pela comparação dos dois gráficos (figura 2).

O resultado total das duas partes da prova (compreensão da natureza do problema matemático e resolução do problema - o que é habitualmente denominado de raciocínio matemático por diversos autores (por exemplo: Wechler, Thurstone e Cattell) - apresentou, na análise, uma distribuição assimétrica irregular (figura 3).

Tabela 1 - Estatística descritiva univariada

Variáveis	M	EP	DP	Md	Min	Max	Kurt	Skew
1) Compreensão da natureza do problema	8,7	0,27	2,1	9	3	11	-,157	-,777
3) Raciocínio matemático (prova total)	12,2	0,58	4,47	16	5	22	-,797	-,403
4) Raciocínio verbal	31	1,23	9,41	32	8	44	-,609	-,446

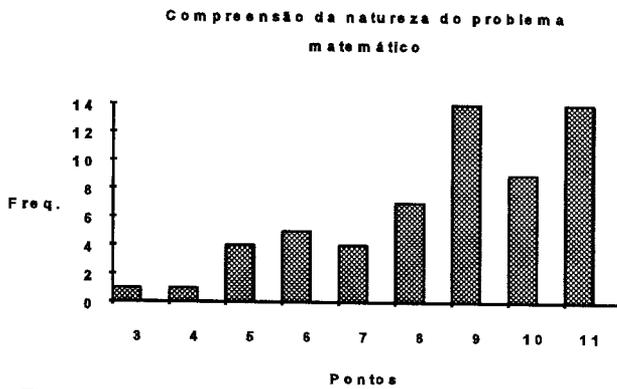


Figura 1: Distribuição de acordo com a compreensão da natureza do problema matemático, em frequência absoluta (1993)

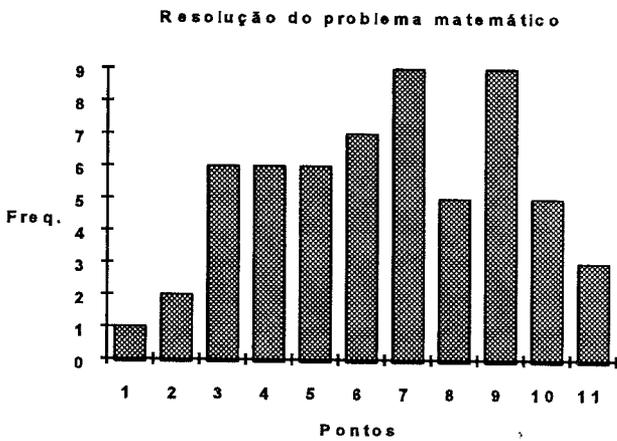


Figura 2: Distribuição de acordo com a resolução do problema matemático, em frequência absoluta (1993)

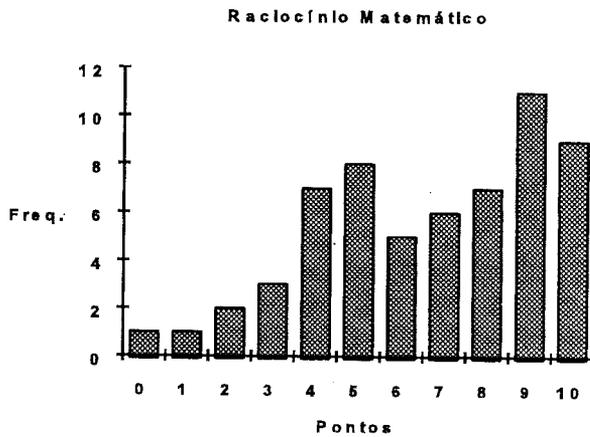


Figura 3: Resultados obtidos na prova de Raciocínio Matemático em frequência absoluta

A análise dos dados obtidos no teste de raciocínio verbal mostrou como resultado uma

distribuição bimodal, refletindo a existência de dois grupos diferentes.

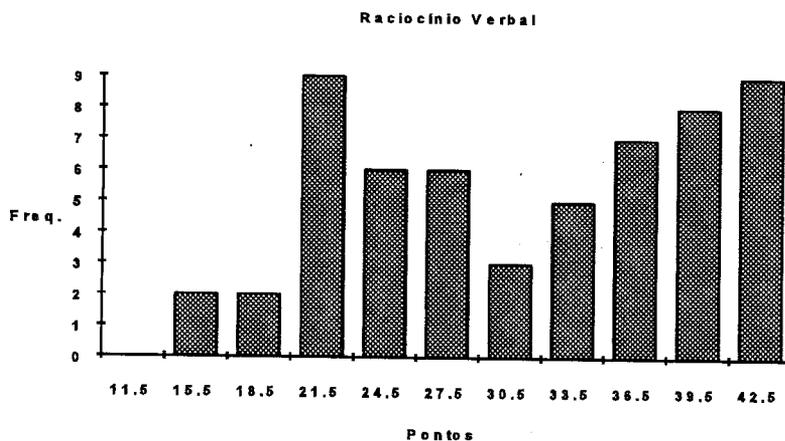


Figura 4: Resultado obtidos na prova de Raciocínio Verbal em frequência absoluta

Devido às características da distribuição foi utilizado o *Tau de Kendall* como medida de

associação, e os resultados são apresentados na tabela 2:

Tabela 2 - Correlações entre Compreensão da Natureza do Problema Matemático, Resolução do Problema, Raciocínio Matemático e Raciocínio Verbal

	Resolução do problema	Raciocínio Matemática	Raciocínio Verbal
Compreensão da natureza do problema matemático	0,72 (p=0,0000) n=59	0,85 (p=0,0000) n=59	0,22 (p=0,0109) n=58
Resolução do problema		0,91 (p=0,0000) n=59	0,24 (p=0,0056) n=58
Raciocínio matemático			0,24 (p=0,0059) n=58

n = casos válidos

(*) Os dois valores do *Tau de Kendall* estão aproximados. Isto explica a pequena diferença entre os níveis de significação.

A tabela de intercorrelações mostra que todas as correlações são positivas e significativas, ou seja, todos os elementos considerados são interligados e exercem influência entre si.

A relação entre a compreensão da natureza do problema e a resolução do problema é moderadamente alta, isto é, são duas variáveis fortemente associadas, mas mesmo assim se

referem a fenômenos distintos, ou seja, não se está medindo a mesma coisa com dois termos diferentes.

É interessante observar que a compreensão verbal do problema não se mostra tão associada ao raciocínio verbal quanto seria de se esperar, e se mostra mais relacionada a raciocínio matemático.

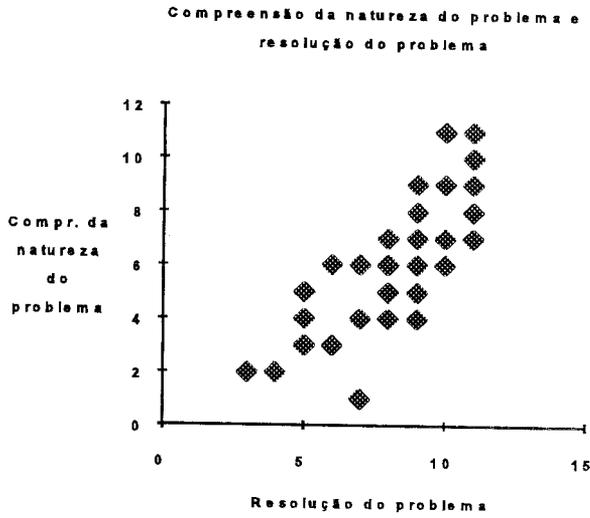


Figura 5. Compreensão da Natureza do Problema e Resolução do Problema

Obs.: Os resultados das provas estão apresentados em ponto bruto. Cada símbolo representa aproximadamente dois sujeitos (N=59).

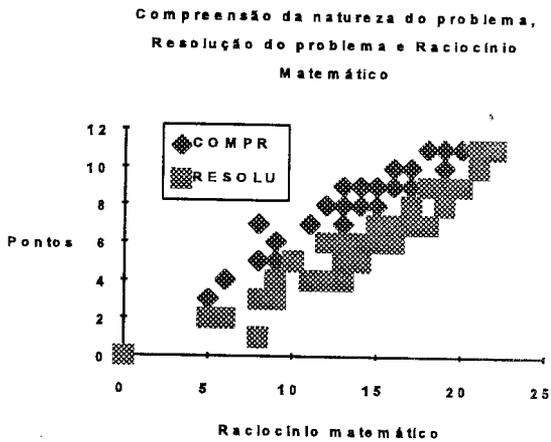


Figura 6. Raciocínio Matemático, Compreensão da Natureza do Problema e Resolução do Problema.

Obs.: Todos os resultados estão em pontos brutos. Cada símbolo representa aproximadamente 2 sujeitos (relação entre compreensão da natureza do problema e raciocínio matemático: N = 59; relação entre resolução do problema e raciocínio matemático: N = 59).

O raciocínio verbal apresenta correlações positivas, significativas em termos estatísticos, mas relativamente baixas, tanto no que se refere

à natureza do problema matemático, à resolução do problema, quanto o apresentado em relação ao raciocínio matemático.

Compreensão da Natureza do Problema, Resolução do Problema, Raciocínio Matemático e Raciocínio Verbal

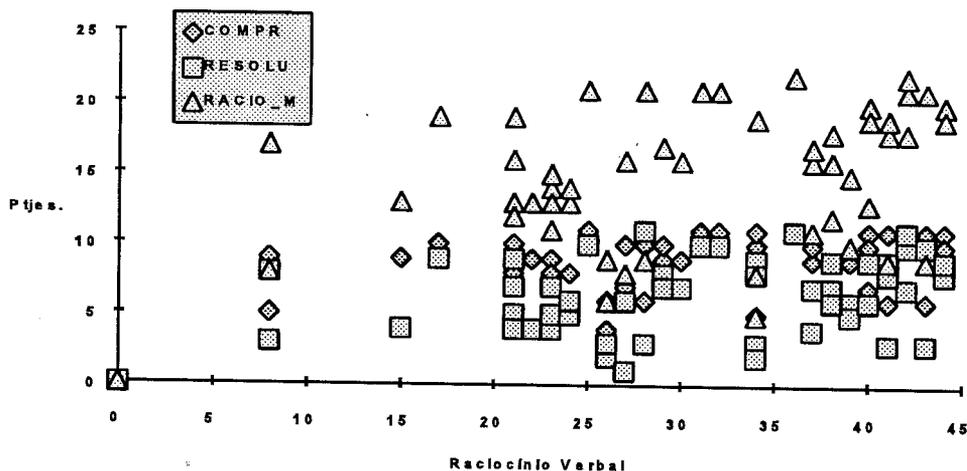


Figura 7. Compreensão da Natureza do Problema. Solução do Problema. Raciocínio Matemático e Raciocínio Verbal
 Obs.: Todos os resultados estão em pontos brutos. Cada símbolo representa aproximadamente dois sujeitos (relação entre Compreensão da Natureza do Problema e Raciocínio Verbal, n = 58; Solução do Problema e Raciocínio Verbal, n = 58; Raciocínio Matemático e Raciocínio Verbal, n = 58).

Com a finalidade de verificar a estrutura geral das relações entre os conceitos estudados, foi aplicada a análise dos componentes principais e esta forneceu o seguinte resultado (Tabela 3):

De acordo com a análise dos componentes principais verificou-se que a análise apresenta como resultado um só fator geral, de natureza evidentemente matemática, que responde por 73,6% da variância.

Tabela 3 - Estatística final da análise dos componentes principais

Variável	Comunalidade	Fator	Saturação fatorial	% da variância
Compreensão da natureza do problema	0,87757	1	2,94395	73,6
Resolução do problema	0,91641			
Raciocínio matemático	0,98265			
Raciocínio Verbal	0,16731			

Conclusões

De acordo com os resultados obtidos verifica-se que:

As habilidades envolvidas nas atividades de resolução de problemas são as mais importantes

dentre as aptidões matemáticas. Segundo Krutetskii (1976), as atividades de resolução de problemas matemáticos implicam um conjunto de habilidades, tais como flexibilidade de pensamento matemático, habilidade para alcançar ou abreviar passos da resolução,

memória específica para elementos matemáticos e outras.

A compreensão da natureza do problema é tão importante para a solução do mesmo, quanto a exigência de um conjunto de habilidades matemáticas. É importante salientar que esta compreensão não é do tipo predominantemente verbal. Embora os problemas sejam apresentados por escrito (em enunciados verbais que encerram problemas matemáticos) e as habilidades verbais possam influenciar a compreensão da natureza do problema, a correlação relativamente baixa entre ambas variáveis e a pouca saturação do raciocínio verbal com o fator matemático geral, indicam que são aptidões diferentes.

O raciocínio verbal apresenta alguma relação com o fator matemático geral, encontrado através da análise dos componentes principais mas, dentro da estrutura das habilidades matemáticas, não é um elemento de primeira importância. É provável que a compreensão verbal do enunciado do problema seja anterior à compreensão da natureza matemática do problema. Logo, é necessário um mínimo de habilidade verbal para possibilitar a compreensão da natureza matemática do

problema, e este mínimo poderia ser alcançado com facilidade pela maioria dos estudantes universitários.

Na realidade, os resultados obtidos neste trabalho e no trabalho desenvolvido por Ramon Ulloa (1979) são, essencialmente, os mesmos. No entanto, o procedimento utilizado neste último para avaliar a relação entre as variáveis só permite saber se há uma associação estatisticamente significativa: o autor utilizou o coeficiente de relação parcial ("RP") em uma tabela de contingência 3x3, e a significação é estimada pelo cálculo da Probabilidade Exata de Fisher. Tal procedimento não permite obter uma estimativa da proporção da variância conjunta entre as duas variáveis. Superestimou, portanto, a importância do raciocínio verbal sobre a compreensão formal do problema matemático ao emitir um juízo baseado somente no significado do coeficiente "RP". Uma correlação pode ser significativa sob o ponto de vista estatístico, mas pequena demais para ser considerada como um dos fatores fundamentais na solução dos problemas matemáticos.

A partir dos dados obtidos pode ser proposto o seguinte modelo (figura 8):

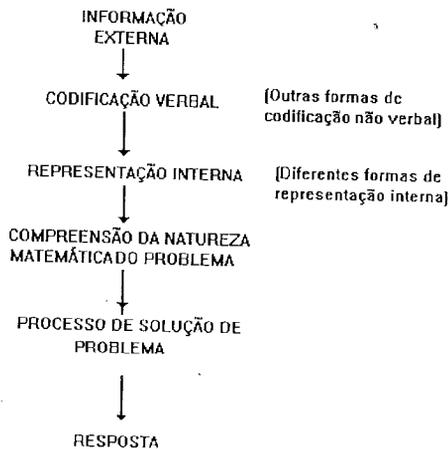


Figura 8. Relação entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático durante o processo de resolução de problemas matemáticos apresentados por escrito

O primeiro passo na solução de problemas é a identificação de um conjunto de informações. Embora no presente trabalho esse conjunto de informações externas assuma a forma de informações verbais-escritas, existem outras formas de codificação, em termos viso-espaciais, auditivas, cinestéticas, e outras. No processo de codificação verbal é produzida a compreensão sintática do problema. Cada um dos elementos é identificado e compreendido mas não existe, necessariamente, uma representação matemática de sua natureza. O passo seguinte implica a representação interna e essa representação pode assumir diferentes modalidades. Por enquanto, são propostas representações algébricas, matemáticas, geométricas e mistas (Krutetskii, 1976).

Com base nesses aspectos é produzida uma discriminação entre o fundamental e o acessório e, assim, os elementos importantes são salientados em função de suas relações mútuas. Esta etapa termina quando o sujeito percebe que os elementos fazem sentido em termos matemáticos, e quando isso ocorre é o momento da compreensão do problema e do movimento para a solução.

Esta proposta tem apoio em outros trabalhos, nos quais se verifica que a reformulação verbal do problema matemático tem melhor efeito entre alunos de menor idade do que entre os mais velhos; os alunos mais novos mostram mais tendência a fracassar na solução do problema matemático quando a formulação verbal é muito complicada, mas podem resolver outros problemas com o mesmo

nível de dificuldade matemática quando a formulação é mais simples (Davis-Dorsey *et al*, 1991).

Referências Bibliográficas

- Bennet, G. K. e outros, (1959). *Manual de Instruções - Testes de Aptidões Específicas*. Rio de Janeiro, Centro Editor de Psicologia Aplicada.
- Berger, D., Pezdek, K. E Banks, W, (1987). *Applications of cognitive psychology: Problem solving, education and computing*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Brownell, W. A. e Stretch, L. B. (1931). *The effect of unfamiliar settings on problem solving*. Durham, N. C.: Duke University.
- Davis-Dorsey, J., Ross, S., Morrison G.(1991). The role of Rewording and context personalization in the solving of mathematic word problems. *Journal of Educational Psychology*, v. 83, (1), 61-68.
- Kintsch, W. (1979). On Modeling Comprehension. *Educational Psychologist*, 14, 3-14.
- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and Solving Word Arithmetic Problems. *Psychological Review*, 92, 1, 109-129.
- Kintsch, W. (1988). The role of Knowledge in discourse comprehension: a construction-integration model. *Psychological Review*, 95, 14, 3-14.
- Krutetskii, V.A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Chicago, The University of Chicago Press.
- Mayer, R. E. (1975). Different Problem-solving competencies established in learning computer programming with and without meaningful models. *Journal of Educational Psychology*, 67, 725-734.
- Ramon Ulloa, H. J. (1979) *Razonamiento Verbal y Estructura Formal del Problema Matemático*. México: Sección de Matematica Educativa del IPN.