Pro-Posições Vol. 3 Nº 1 [7] • março de 1992

Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo?

*Antônio Miguel**
*Dario Fiorentini**
*Maria Ângela Miorim**

Introdução

O que é mais importante no ensino de Matemática, a Álgebra ou a Geometria? O que é mais fundamental na formação do cidadão, o pensamento algébrico ou o pensamento geométrico? Que papel cultural e político desempenham estas duas formas de pensamento? Qual a especificidade de cada uma delas e que cuidados pedagógicos devemos ter no seu desenvolvimento?

Essas questões foram intencionalmente colocadas de forma a sugerir uma dicotomia. Isto não significa que pretendemos, aqui, sustentá-la. Queremos, na verdade, revelar a existência de uma atitude oscilatória e maniqueísta em relação a esses dois campos fundamentais da Matemática que, infelizmente, parecem direcionar os estudos, as reflexões e os debates sobre o ensino da Matemática Elementar, pelo menos a partir da década de 70, quando as primeiras ressonâncias do chamado *movimento da matemática moderna* se fizeram sentir no interior de nossas escolas.

Entretanto, seria arriscado afirmar que essa atitude estivesse presente desde o início do século XIX quando, pela primeira vez, é introduzido o estudo da Álgebra no ensino secundário brasileiro. Juntando-se às tradicionais cadeiras de Aritmética, Geometria e Trigonometria, formaria com elas um conjunto de componentes curriculares cujos conteúdos, somente, em 1931, com a Reforma Francisco Campos, receberiam a denominação comum "Matemática".

São, portanto, quase dois séculos de experiências, estudos e propostas. Centenas de livros-textos de Matemática foram produzidos ao longo desse tempo. Várias reformas curriculares se sucederam...

O que esta história nos poderia ensinar? Que "forças" interferiram e interferem no modo de encarar a relação entre o ensino da Álgebra e da Geometria? Que estudos foram e estão sendo feitos, no Brasil, com relação ao ensino destes dois ramos do conhecimento matemático?

Se, inicialmente, voltarmos a nossa atenção para os aspectos quantitativos desta produção, e mais particularmente para os trabalhos ditos de pesquisa, veremos que dentre as mais de 150 teses e dissertações de mestrado ou doutorado produzidas no Brasil entre 1972 e 1990, tendo como objeto de pesquisa a educação matemática, 9 têm como preocupação básica o ensino da Aritmética, 8 o ensino da Geometria e nenhuma o ensino da Álgebra Elementar.

Esse descaso pela Álgebra por parte dos pesquisadores em educação matemática confirma-se quando consultamos os programas e resumos dos

* Professores do Depto. de Metodologia de Ensino da Faculdade de Educação/UNICAMP

últimos três Encontros Nacionais de Educação Matemática (Sociedade Brasileira de Educação Matemática: São Paulo, 1987; Maringá, 1988 e Natal, 1990) e do Encontro Paulista de Educação Matemática (Campinas, 1989). Nesses quatro encontros foram apresentadas 32 comunicações sobre o ensino da Aritmética, 42 sobre o ensino da Geometria contra apenas 6 sobre o ensino da Álgebra. A situação é um pouco melhor em relação aos minicursos oferecidos: respectivamente 32, 36 e 13.

A partir do final da década de 70, a comunidade de educadores matemáticos brasileiros passou a preocupar-se mais efetivamente com o ensino da Geometria em nível de 1º e 2º graus. Essa atitude pode, talvez, ser compreendida como uma resposta ou reação à notória constatação daquilo que tem sido chamado por alguns professores e pesquisadores de "o abandono do ensino da Geometria". Inúmeras razões têm acompanhado a denúncia desse abandono[1] e não temos aqui a intenção de retomá-las mas sim de, num primeiro momento, detectar, com base nos dados acima, um segundo "abandono": o do ensino da Álgebra.

Alguns poderiam discordar desse ponto de vista alegando que nas escolas e nos livros didáticos a álgebra ainda tem um lugar garantido e, até mesmo, privilegiado. Concordamos com isso. Porém esse argumento não é suficientemente forte para desacreditar nossa afirmação, uma vez que esse "abandono", entre aspas, não significa necessariamente ausência de informações algébricas mas ausência de reflexão crítica sobre esse ensino, isto é, a sua fossilização decorrente da não-percepção da necessidade de renovação que pudesse imprimir-lhe novas direções e novas significações.

De fato, o modo como a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra — de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões — tal como ocorria há várias décadas, mostra que o seu ensino não tem recebido a devida atenção.

Para uma compreensão das raízes da dicotomia a que nos referimos e do estado letárgico em que está mergulhado o ensino da Álgebra julgamos ser indispensável um breve estudo das formas de se encarar o ensino da Álgebra e da Geometria nos momentos mais significativos da história da educação matemática brasileira. É este o propósito deste artigo. Isto será realizado através da análise de manuais didáticos e das mudanças curriculares havidas.

O ensino da Álgebra no Brasil antes do movimento da matemática moderna

A preocupação legal de introduzir a Álgebra no ensino brasileiro, na forma de aulas avulsas, ao lado de disciplinas já estabelecidas como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria, ocorre com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799.

Nos inúmeros decretos e regulamentos da fase imperial, que tentam organizar o ensino secundário de forma seriada, quase sempre o estudo completo da Álgebra sucedia o estudo completo da Aritmética e antecedia o estudo completo da Geometria.

1. Veja, a esse respeito, [...]vanello (1989).

Esta tradição será enfatizada pela primeira reforma educacional do ensino da fase republicana — a Reforma Benjamin Constant — e, embora a partir da Reforma Epitácio Pessoa (1901) já se perceba a tentativa de fracionamento dos conteúdos dessas áreas ao longo das séries, a tendência de mantê-las como compartimentos estanques deverá perdurar mesmo após a Reforma Francisco Campos (1931) que assume a denominação "Matemática" em vez de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria.

Parece, portanto, ter prevalecido nesse período um equilíbrio enciclopédico entre esses quatro campos que constituíam a educação matemática escolarizada.

Por um lado, não se deve pensar que esse equilíbrio enciclopédico fosse decorrência de uma clara consciência por parte de professores e elaboradores de programas da importância específica que cada um desses campos viria cumprir na formação do estudante ou do cidadão. Muito pelo contrário, era justamente devido à ausência dessa consciência, decorrente do caráter reprodutivo e acrítico de nossa educação e da crença no valor cultural dos conteúdos, que se apostava no equilíbrio e não havendo, no interior de cada uma dessas áreas, clareza em relação aos principais objetivos a serem alcançados, tudo era essencial: apostava-se no enciclopédico.

Por outro lado, esse equilíbrio enciclopédico parece ter vigorado apenas em nível de legislação. O prefácio do livro *Álgebra Elementar* do professor Antônio Trajano, em sua edição de 1935, ao mesmo tempo que revela essa defasagem entre o plano legal e a realidade escolar, através da denúncia do desconhecimento e descaso em relação à Álgebra e ao seu ensino, ilustra também a mentalidade reprodutivista e acrítica do próprio autor que, ao justificar a importância do estudo da Álgebra, toma como base a importância que lhe é atribuída por nações "mais avançadas":

> "Na Inglaterra, na França, na Alemanha e principalmente nos Estados Unidos, a Álgebra é considerada como um dos ramos mais úteis e interessantes da instrução. Tal é a importância que ali se dá a esta matéria, que já foi incluída como parte do ensino obrigatório nas escolas primárias, onde os meninos e meninas aprendem a converter facilmente os dados de um problema a uma equação algébrica.
>
> Calcula-se que mais de quatrocentos mil compêndios de Álgebra que se consomem anualmente nos Estados Unidos, e isto é suficiente para nos dar uma idéia do modo por que se aprecia e desenvolve este ramo de estudo naquela grande e adiantada nação americana.
>
> Não há ali ensino secundário ou superior de qualquer natureza que seja, que dispense o estudo acurado de Álgebra; no entanto, entre nós, nem mesmo nas faculdades de Direito se exige o exame de Álgebra como preparatório para o estudo das Ciências Sociais e Jurídicas; E, se nesses estabelecimentos de educação superior se dá tão pouco apreço a esta disciplina, que fará nos liceus e colégios onde nem mesmo Aritmética se ensina com perfeição?
>
> Para podermos avaliar como esta matéria é abandonada, ou para melhor dizer, ignorada entre nós, bastará só refletirmos que, se excetuarmos os homens formados em qualquer dos ramos das matemáticas, será difícil acharmos em nossas cidades pessoas que tenham conhecimento de Álgebra" (Trajano, 1953: prefácio).

Ao mesmo tempo que denuncia e denuncia-se, este prefácio fornece-nos indicadores — mais uma vez legais — de que a situação em que se encontrava o ensino da Álgebra começava a ser modificada:

"Felizmente já vemos sinais de grande melhoramento. O Estado de São Paulo, que nestes últimos anos tanto se tem avantajado, ao ponto de apresentar um desenvolvimento material e uma atividade que causam pasmo, chegando a este grau de engrandecimento, não pode suportar por mais tempo o sistema atrasado e rotineiro de ensino que os seus antepassados lhe legaram, e por isso acaba de fazer uma reforma completa na instrução, o ensino obrigatório de Álgebra nas escolas primárias.

Este exemplo será em breve seguido por outros estados, e, em poucos anos, veremos a nossa mocidade aproveitar-se, com grande vantagem, da força dessa alavanca poderosa do cálculo, chamada Álgebra". (Trajano, 1953: prefácio.)

Devido à natureza da Reforma Francisco Campos, que tenta imprimir organicidade ao ensino secundário, estabelecendo definitivamente o currículo seriado, vão gradativamente desaparecendo os manuais didáticos referentes às áreas estanques da Matemática, isto é, os "Curso de Álgebra", "Curso de Geometria" etc., escritos sob a influência direta dos manuais franceses da segunda metade do século XVIII, cedendo lugar aos manuais organizados de acordo com a série à qual destinavam-se.

No que se refere particularmente ao ensino da Álgebra Elementar, a análise de livros didáticos de forte penetração em nossas escolas, nos vários momentos desse período[2], bem como a consulta aos programas oficiais[3] ao longo de todo o período republicano, até por volta da metade da década de 60, revelam-nos que, em linhas gerais, os tópicos de Álgebra Elementar que eram objeto de ensino permaneceram praticamente inalterados: cálculo algébrico (compreendendo as operações com polinômios), razões e proporções, equações e inequações do 1º grau a uma incógnita, equações a várias incógnitas, sistemas de equações, radicais (operações e propriedades), equações do 2º grau, o trinômio do 2º grau, equações redutíveis ao 2º grau, problemas do 2º grau e sistema de equações do 2º grau.

Diferentemente da forma rigorosa e quase sempre axiomático-dedutiva de se ensinar Geometria — embora desde o início do século já se pudesse perceber a existência de uma preocupação por parte de certos autores de livros didáticos no sentido de amenizar esse estilo a fim de "torná-lo adaptável à inteligência dos alunos" (Pérez y Marín e Paula, 1912: prefácio) — o ensino dos tópicos aritméticos e algébricos fazia-se de modo quase sempre mecanizado e automatizado.

Mas, embora a Álgebra e a Aritmética tivessem a mesma abordagem, existia, entre elas, uma relação de complementaridade uma vez que a primeira, devido ao seu poder de generalização, era encarada como uma ferramen-

2. Os principais livros d ticos consultados fo *Elementos de Álg* (1879), compilados po B. Ottoni; *Álgebra mentar* (1918), de Se tião Francisco Alves; *mentos de Álgebra* (1 revistos e adaptados Dr. Eugênio de Ba Raja Gabaglia; *Eleme de Álgebra* (1928), de dré Pérez y Marín; *bra Elementar* (1935) Prof. Antônio Traj *Matemática* (5 volume 1934-1941), do Prof. J mo Stávale, organiz para os cursos gina seriados e os quatro mes de Matemática pa curso ginasial dos pr sores Oswaldo Sangio Ari Quintela, muito dos nas décadas de 50 Utilizamos também o tudos de Imenes (198

3. Consultamos, a esse peito, Martins (1984) e guel (1979).

ta mais potente que a segunda, pois ampliava as possibilidades desta última, especialmente no que se refere à resolução de problemas.

As palavras de Pérez y Marín, em seus *Elementos de Álgebra*, vêm reforçar este ponto de vista:

"...na Álgebra dá-se maior generalidade que na Aritmética ao estudo da quantidade e à resolução de problemas. O fim que se propõe a Álgebra é achar uma fórmula, e esta refere-se a um caso geral e abstrato" (1928: p. 13).

Para o estudante a Matemática devia assemelhar-se a um monstro de duas cabeças: uma estritamente racional, que seria desenvolvida pela Geometria, demonstrando-lhe todas as afirmações com o objetivo de elevar o seu espírito — ainda que tudo isso lhe fosse de difícil entendimento — e a outra, estritamente pragmática, que seria desenvolvida pela Aritmética e pela Álgebra, desfiando regras e fórmulas — geralmente aceitas sem justificativas com a finalidade de resolver problemas, em sua maior parte artificiais.

Os manuais didáticos de Álgebra e Geometria da primeira metade do século XX reproduziram essa visão dualista. Isto porque, os referentes à Geometria — campo que se organizou des-

QUADRO 1

Ensino da Álgebra: multiplicação de expressões algébricas.

1.º caso. *Para multiplicar um monomio por outro, multiplicam-se os coefficientes e, em continuação, escrevem-se as letras, affectando cada uma de um expoente egual á somma dos expoentes que a mesma letra tem nos monomios, e ao producto obtido dá-se o signal que lhe corresponde, segundo a regra dos signaes.*

EXEMPLOS:

$$(3a^2b)(4ab^2c) = 12a^3b^3c;\ (-7xy)(5x^2z) = -35x^3yz;$$
$$(5m^2n^4p^6)(-5mn^3p^5r^4s) = -25m^3n^7p^{11}r^4s;$$
$$(-3a^3b^4c)(-2a^4b^2c^2d) = 6a^7b^6c^3d.$$

34. **2.º caso. Regra.** – *Para multiplicar um polynomio por um monomio, multiplica-se, pela regra do primeiro caso, cada um dos termos do polynomio pelo monomio, e sommam-se os productos parciaes.*

E' a mesma regra da multiplicação de uma somma e de uma differença indicada por um numero, já demonstrada em arithmetica.

EXEMPLOS:

$$(3a^3-4a^2b-6ab^2+2b^3)\,2a^2b = 6a^5b-8a^4b^2-12a^3b^3+4a^2b^4.$$
$$(5x^3y-2x^2y^2+9xy^3-4y^4)(-3xy^2) = -15x^4y^3+6x^3y^4 -$$
$$-27x^2y^5+12xy^6.$$

(Pérez y Marín, 1928: p. 35.)

QUADRO 2
Ensino da Geometria: linha reta e ângulos.

20. COROLLARIO. — *Todos os angulos rectos* **são eguaes** (fig. 21).

Com effeito, colloquemos um angulo sobre outro, de modo que os vertices coincidam e tambem os lados BC e EF; como por um ponto B de uma recta BC não se póde levantar mais de uma perpendicular a essa recta, os lados AB e DE coincidirão necessariamente, e, portanto, os angulos são eguaes.

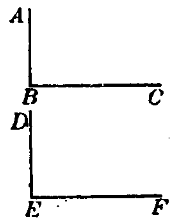

Fig. 21

THEOREMA

21. *Dois angulos adjacentes, cujos lados exteriores estão em linha recta,* **são supplementares** (fig. 22).

HYP.: Sejam os angulos adjacentes ABC e CBD.

THESE: Os angulos ABC e CBD são supplementares.

DEMONSTRAÇÃO: Levantemos no vertice B a perpendicular BE sobre AD; teremos evidentemente:

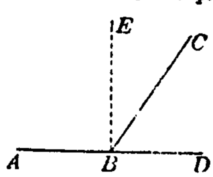

Fig. 22

$$ABE + EBD = 2 \text{ rectos} \quad (\mathbf{17})$$
$$ABC = ABE + EBC$$
$$CBD = EBD - EBC.$$

Sommando as duas ultimas egualdades, vem:

$$ABC + CBD = ABE + EBD = 2 \text{ rectos}.$$

(Paula e Pérez y Marín, 1912: p. 14.)

de o século III a.C. de forma axiomático-dedutiva — inspiravam-se nos *Elementos* de Euclides e os referentes à Álgebra — campo que só se organizaria de forma sistemática no final do século XIX — conservavam a tradição de inúmeros e populares textos franceses e ingleses de Álgebra surgidos no século XVIII, que tendiam a enfatizar o uso de regras e algoritmos[4] devido, em boa parte, à incerteza que, nesta época, perdurava em relação aos seus fundamentos (Boyer, 1974: p. 337).

Os fragmentos seguintes, extraídos de livros didáticos desse período, ilustram a tendência metodológica dualista dominante na abordagem da Álgebra e da Geometria.

Esse dualismo tem sua origem no pensamento grego, notadamente no pensamento platônico, que, ao supervalorizar a teoria em detrimento da prática, atribuía à Geometria teórica um caráter nobre, enquanto àquilo que hoje entendemos por Aritmética, isto é, a antiga Logística, por estar ligada às ativida-

4. Havia, entretanto, guns livros textos que giam a essa tendência minante. Veja, por ex plo, o *Curso de Álg Elementar*, da FTD (19 que, como mostra Im (1989), procurava a sentar a Álgebra segu o modelo euclidiano.

des computacionais próprias dos comerciantes e artesões, atribuía um caráter inferior. De fato,

"a senda através da Filosofia, que Platão descreve a esta cultura (isto é, a matemática), exige dos futuros 'governantes' um anelo tão puro de cultura que a referência à importância prática que esses conhecimentos possam vir a adquirir para eles quase se pode considerar um perigo para a verdadeira fundamentação dos estudos matemáticos. É principalmente a geometria que lhe fornece ocasião para polemizar contra os matemáticos que desenvolvem *ridiculamente* as suas demonstrações[5], como se as operações geométricas implicassem um fazer (*praxis*) e não um conhecer (*gnosis*). É com uma riqueza impressionante de imagens plásticas que Platão caracteriza constantemente este conhecer como algo que guia ou arrasta para o pensamento, que evoca o pensamento ou o desperta, que purifica e estimula a alma" (Jaeger, s/d: pp. 841-42).

O cristianismo, ao assumir o dualismo corpo-alma, espírito-matéria, bem-mal,... viria contribuir de modo significativo para que o pensamento ocidental não apenas preservasse como também reforçasse essa concepção dualista do conhecimento humano e, em particular, do conhecimento matemático.

O dual sistema educacional brasileiro não ofereceria, é claro, resistência a esse dualismo de caráter metodológico. Não só o assumiria, como também o reforçaria uma vez que, a clientela popular que freqüentava aquelas escolas cuja finalidade era a preparação para o trabalho, sonegava-se grande parte dos conhecimentos geométricos e, principalmente, os processos dedutivos a eles subjacentes, dando-se ênfase aos aspectos pragmáticos proporcionados pela Aritmética e pela Álgebra. Por outro lado, nas escolas destinadas às elites, segundo Pavanello (1989), ambos os tipos de conhecimentos eram considerados, priorizando-se, entretanto, a abordagem dedutiva da Geometria, uma vez que se acreditava ser ela responsável pelo "desenvolvimento das capacidades intelectuais", o que deveria ser privilégio da classe dirigente.

5. Na época de Platão a palavra *demonstração* significava *mostrar com recursos meramente visuais e concretos.*

O ensino da álgebra e da geometria no movimento da matemática moderna

A tentativa de unificar o ensino dos três campos fundamentais da Matemática foi, sem dúvida alguma, um dos propósitos do movimento da Matemática moderna na década de 60.

Esta unificação não se daria, entretanto, por uma integração mecânica desses campos, nem simplesmente pela exclusão de velhos temas ou inclusão de novos, mas, sobretudo, pela introdução de elementos unificadores tais como a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas e as relações que, acreditava-se, constituiriam a base para a construção lógica do novo edifício matemático.

Esta visão fundamentalista da Matemática viria alterar o equilíbrio enciclopédico entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria, existente, até então, no currículo escolar.

De fato, a Álgebra viria a desempenhar um lugar de destaque não apenas em sua concepção tradicional, mas, sobretudo, em sua concepção moderna. Isto porque, os grandes avanços da Matemática, nos dois últimos séculos, deram-se graças ao processo de algebrização da Matemática Clássica, tornando-a mais rigorosa, precisa e abstrata e, portanto, assim pensava-se, mais aplicável. Associava-se a isso a crença de que o ensino de 1º e 2º graus deveria refletir o "espírito" dessa Matemática contemporânea.

Neste sentido, a Aritmética passa a ser concebida como o estudo dos campos numéricos, sendo a ordem de apresentação desses campos feita segundo o critério da menor para a maior complexidade estrutural dos mesmos. Diferentemente do período anterior em que a criança iniciava o estudo da Aritmética pelas técnicas operatórias, agora trata-se de fazer com que ela domine, antes de mais nada, o próprio conceito abstrato de "operação", o que é uma "função", o que é uma "relação", o que é um subconjunto do produto cartesiano e, após esse longo e abstrato trajeto, fundamentar os cálculos aritméticos através das propriedades estruturais do conjunto numérico em estudo.

Por sua vez, a Álgebra Elementar, a ser trabalhada nas escolas, não se identifica mais, como diria Dieudonné (1973), nem com a "aplicação cega de regras aritméticas", nem com "a teoria puramente abstrata de grupos, anéis e corpos". O estudo do cálculo algébrico e o das equações não poderia mais efetivar-se sem referir-se a um campo nu-

QUADRO 3

3) De maneira análoga ao que você fez no exercício 2, demonstre que:
$(a \cdot b) \div a = b$

Transformações	*Propriedades*
$(a \cdot b) \div a =$	
$(b \cdot a) \div a =$	Comutativa
$= (b \cdot a) \cdot \frac{1}{a} =$	definição do divisor em $\mathbb{R}^*$
$= b \cdot (a \cdot \frac{1}{a}) =$	associativa
$= b \cdot 1 =$	produto de elementos inversos
$= b$	elemento neutro

4) Trabalhando em $\mathbb{R}$.
Observe as transformações e justifique-as.

$4a^2 (3a^2 - 5ab) =$	
$= (4a^2)\, 3a^2 - (4a^2)\, 5ab =$	distributiva
$= 12a^2a^2 - 20a^2ab =$	associativa e Comutativa
$= 12a^4 - 20a^3b$	prop. das potências

(Gruema, 1977: pp. 87-88.)

mérico e às suas propriedades estruturais indispensáveis nas transformações de equivalência. É o que ilustra, por exemplo, os dois fragmentos abaixo, extraídos do livro descartável *Curso Moderno de Matemática — 7ª série* de Gruema:

A exacerbação da preocupação fundamentalista com o rigor no ensino da Álgebra pode ser percebida através da comparação das seguintes definições de "equação", a primeira bastante comum no ensino "antigo" e a segunda representativa do ensino "moderno" da Álgebra:

"Equação é toda igualdade que exprime uma relação entre as quantidades conhecidas e desconhecidas de um problema sendo as quantidades conhecidas, os dados do problema ou da equação e as quantidades desconhecidas as incógnitas" (Pérez y Marín, 1928; p. 15).

"A toda sentença aberta, que encerra a relação de igualdade e que se torna verdadeira para determinados valores das variáveis, dá-se o nome de equação. Para que as sentenças se tornem verdadeiras é necessário que se dê às variáveis valores que pertençam a um determinado conjunto universo" (Zambuzzi, 1965: p. 14).

Como se vê, a preocupação pragmática presente no ensino antigo, que fazia com que o conceito de equação viesse imediatamente associado à necessidade de resolver problemas, está ausente na segunda definição e, em seu lugar, coloca-se ênfase na precisão matemática do conceito e na linguagem "adequada" para expressá-lo. Isto traz como conseqüência a necessidade de se percorrer um trajeto prévio, ao longo do qual todos os termos presentes na nova definição devem ser rigorosamente definidos. Nesse sentido, antes de se chegar à definição de equação o estudante é obrigado a digerir termos e expressões tais como "frase", "sentença aberta", "sentença numérica", todas necessárias, segundo os modernistas, para uma verdadeira compreensão do conceito de equação.

No caso do ensino da Geometria, havia um relativo consenso de que a abordagem euclidiana clássica deveria ser substituída por outras mais rigorosas e atualizadas, como, por exemplo, a geometria das transformações de Felix Klein, onde os conceitos de função e de grupo desempenham papel de destaque, ou a apresentação baseada nos conceitos de espaço vetorial e transformação linear.

Em sua crítica ao movimento modernista, Thom (1971: p. 695), com certa dose de exagero, chegou a denunciar a lastimável eliminação da tradicional Geometria Euclidiana dos programas da escola secundária. Em sua réplica às críticas de Thom, Dieudonné (1973: p. 18) insiste, a nosso ver com razão, em que "a meta não é eliminar a geometria euclidiana, mas o modo obsoleto de ensiná-la". Trata-se, continua Dieudonné, "de realizar uma fusão completa entre as idéias da geometria e da álgebra". Mas é preciso esclarecer que é a Álgebra que deveria fornecer o calor necessário a essa alegada "fusão". É a Álgebra que, ao mesmo tempo, funde e dá fundamento uma vez que se trata, na verdade, de tentar introduzir o espírito da Álgebra moderna na Álgebra e na Geometria elementares. Aliás, é esse o título da conferência feita por Lichnerowicz no Museu Pedagógico de Paris em 26 de março de 1953, na qual declarava:

"... mediante um esforço experimental por parte dos professores e quase sem modificar os sacrossantos programas, creio que se pode introduzir um pouco do espírito da álgebra moderna na aritmética e na álgebra elementar e, o que é parcialmente certo, em maior grau na geometria elementar" (p. 61).

Alguns autores brasileiros de livros didáticos tentaram empreender esse projeto modernista. É o caso, por exemplo, de Catunda (1971) que apresentava a Geometria através dos conceitos de espaço vetorial e transformação linear e das autoras pertencentes ao Gruema, que, nas "observações de ordem didática" do livro para a 7ª série do 1º grau, declaravam que o estudo da simetria, apresentado como um tema novo, cumpria dois objetivos: um "formativo", que consistia em "desenvolver o domínio do espaço ligado aos movimentos de uma figura plana no espaço", e outro "informativo", que consistia em "estudar a geometria através das transformações geométricas fazendo, assim, a integração com a linguagem utilizada em álgebra" (Gruema, 1977: p. 4).

Apesar das solicitações da Comissão Internacional de Educação Matemática (Ciem), das recomendações do V Congresso Brasileiro do Ensino da Matemática, realizado em São José dos Campos, SP, em 1966, das experiências desenvolvidas e dos cursos de atualização organizados pelos diversos grupos estaduais dos quais destacamos o Geem (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática — SP) e o Gempa (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática de Porto Alegre) e, mais particularmente, das tardias recomendações propostas pelos guias curriculares para o ensino da Matemática no 1º grau do Estado de São Paulo (1975), o novo enfoque proposto para o ensino da Geometria não conseguiu impor-se na prática escolar. O que acabou acontecendo foi a introdução da linguagem dos conjuntos na Geometria, de conceitos topológicos elementares tais como: interior, exterior e fronteira, e de alguns tópicos de Geometria das transformações, descaracterizando assim a abordagem axiomático-dedutiva e dando lugar a uma abordagem eclética.

O caráter eclético que passa a assumir o ensino da Geometria — decorrente, em grande parte, do descrédito no papel que se acreditava estar ela desempenhando até então no ensino e da incompreensão do novo papel e do novo enfoque que deveria passar a desempenhar — acaba relegando-a a um segundo plano e, gradativamente, por essa e por outras razões, passa a configurar-se um quadro no qual a Geometria não ocupa um lugar significativo no currículo escolar.

As constatações de Castrucci confirmam esta realidade:

> "Os professores não concordam com o ensino tradicional de geometria, mas era inacessível, tanto para eles como para seus alunos, ensinar e aprender geometria por meio de espaços vetoriais ou por meio de transformações, como pregava a matemática moderna. E, a geometria foi sendo abandonada" (apud Vianna, 1988: p. 19).

Portanto, com o movimento modernista, os conteúdos geométricos deixam de ser vistos como potencialmente ricos quer pelo seu valor cultural, quer pela sua capacidade intrínseca de possibilitar a percepção, organização e sistematização da experiência espacial dos estudantes — o que significaria, em qualquer desses dois casos, atribuir à Geometria uma especificidade pedagógica inalienável — e passam a desempenhar papel de meios, úteis mas não indispensáveis para a construção e desenvolvimento das estruturas mentais básicas da inteligência, uma vez que se acreditava — e Piaget havia dado suporte para essa crença — serem essas estruturas isomorfas às estruturas básicas da nova Matemática. Analogamente, o ensino da Aritmética e da Álgebra perde, inicialmente, aquele caráter eminentemente pragmático e é substituído por uma acentuada preocupação com os aspectos lógico-estruturais desses conteúdos.

Em síntese, mais do que qualquer outra coisa o modernismo significou uma mudança na forma de encarar o papel dos conteúdos matemáticos no ensino. Luiz Alberto Brasil demonstrou ter consciência disso ao afirmar:

> "Toda vez que ensinamos matemática, levando o aluno a construir e tomar consciência das seqüências... estamos ensinando matemática moderna seja qual for o conteúdo de que nos sirvamos" (1977: p. 24).

Tendência atual do ensino da álgebra e da geometria no Brasil

O movimento modernista não conseguiu dar conta da crise em que se encontrava o ensino da Matemática. Muito pelo contrário, essa crise tomaria outras características uma vez que, por um lado, debilitou-se a concepção do valor cultural e instrumental dos conteúdos, isto é, a Matemática perdeu seu caráter preponderantemente informativo e pragmático e, por outro, a prática pedagógica modernista não conseguiu realizar o seu projeto formativo segundo o qual a subordinação dos conteúdos às estruturas deveria dotar o aluno de uma capacidade de aplicar essas formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios, dentro e fora da Matemática.

Para melhor explicar esse momento histórico convém assinalar que o movimento modernista acabou se tornando difuso e diversificado em função das formas diferenciadas pelas quais foi assimilado pelos diferentes países e, dentro de cada país, pelos vários grupos que se formaram com o propósito de operacionalizá-lo.

Por um lado, parecia existir entre esses diferentes grupos um certo consenso no nível da adoção da concepção de cunho estruturalista da Matemática que dava sustentação espistemológica ao movimento. Por outro lado, esse consenso desaparece no que se refere às formas de se encarar o desenvolvimento cognitivo e o processo ensino-aprendizagem.

De fato, nos Estados Unidos, onde era forte a tradição pragmatista em Filosofia da Educação e a tradição empirista em Psicologia, o ensino moderno da Matemática encaminha-se no sentido de enfatizar as aplicações dos diferentes tópicos e da adoção de uma abordagem mais intuitiva e experimental dos mesmos.

Já na França, onde era predominante a tradição racionalista em Filosofia da Educação e em Psicologia, o ensino moderno da Matemática encaminha-se no sentido de uma ênfase no rigor e na dedução.

Outras propostas individuais, como a do húngaro Dienes, que desenvolveu seu trabalho no Canadá, foram muito mais conseqüentes no sentido de se tentar compatibilizar a concepção estruturalista da Matemática com a concepção construtivista estrutural do desenvolvimento cognitivo.

No caso brasileiro, o ensino da matemática com o movimento modernista acaba, aos poucos, adquirindo um caráter eclético devido à interferência e coexistência de "forças" de naturezas diversas. No que se refere àquelas de cunho internalista, recebemos influência, segundo Beatriz D'Ambrósio

(1988), tanto dos modelos americano e francês quanto de propostas individuais como as de Papy e Dienes. Com relação às forças provenientes do movimento educacional mais amplo, o ensino da Matemática recebeu influência da corrente pedagógica hegemônica nessa época no país — o tecnicismo — o que contribuiu, inclusive, para que se fizessem leituras behavioristas do construtivismo estrutural piagetiano. É claro que estas forças não se manifestaram gratuitamente. Na verdade, elas se difundiram e se consolidaram através de uma nova política educacional forjada no espírito da ideologia do nacional desenvolvimentismo que privilegiava a formação técnica.

É diante desse quadro contraditório, que se expressa na polarização entre a ênfase tecnicista no "fazer" e a ênfase estruturalista no "compreender via fundamentação lógica", que matemáticos e educadores matemáticos passaram a questionar os próprios pressupostos que embasavam o ideário modernista.

Já no início da década de 70, Manfredo do Carmo, com base em observações de René Thom, diria:

> "É duvidoso que o conhecimento prévio das estruturas básicas de uma língua ajude alguém a se exprimir com fluência naquela língua. Pelo contrário, o que acontece com mais freqüência é que a tentativa de instilar este conhecimento prematuro exerce um efeito de freagem no processo de aprendizagem" (Carmo, 1974: p. 108).

Não tardariam, porém, a aparecer, a partir do final da década de 70, tentativas de superação dessa situação, geralmente restritas a correções de distorções e excessos cometidos ao longo da trajetória do movimento modernista. Uma das distorções mais denunciadas — e que passou a ser uma das principais preocupações das novas propostas — foi o esvaziamento do ensino da Geometria. Este "retorno" à Geometria não consiste nem na retomada pura e simples da Geometria euclidiana, na sua abordagem clássica, nem na reafirmação do papel que ela desempenha no currículo escolar dos períodos anteriores; mantêm-se, sobretudo, conceitos e propriedades fundamentais próprios da Geometria euclidiana numa abordagem inicial que privilegia os aspectos intuitivos e experimentais encaminhando-se, gradativamente, para deduções locais daquelas proposições mais fundamentais. Além disso, a Geometria tende a desempenhar, cada vez com mais freqüência, um papel subsidiário na construção de conceitos e na visualização de propriedades aritméticas e algébricas. Isto pode indicar uma tendência no sentido de a Geometria vir a ocupar um lugar de destaque anteriormente ocupado pela Álgebra através dos elementos unificadores.

A primeira destas características pode ser percebida, por exemplo, na nova Proposta Curricular de Matemática para o ensino de 1º grau do Estado de São Paulo, como ilustra a seguinte passagem:

> "[O ensino da geometria deve] partir da manipulação dos objetos, do reconhecimento das formas mais freqüentes, de sua caracterização através das propriedades, da passagem dos relacionamentos entre objetos para o encadeamento de propriedades, para somente ao final do percurso aproximar-se de uma sistematização" (São Paulo, 1988: p. 11).

A segunda das características apontadas também está presente nos inúmeros apelos que essa proposta faz a recursos geométricos no desenvolvimento de tópicos algébricos, tais como as propriedades das operações, as operações com expressões algébricas, os casos de fatoração e a resolução de equações do 2º grau. Isto também pode ser percebido em alguns livros didáticos, mais recentes.

Esse papel intermediário desempenhado pela Geometria no ensino da Matemática em geral já era preconizado por Thom:

"[...] a geometria é uma intermediária natural, e possivelmente insubstituível, entre as linguagens naturais e o formalismo matemático, onde cada objeto é reduzido a um símbolo e o grupo das equivalências é reduzido à identidade do símbolo escrito consigo mesmo. A partir deste ponto de vista, o pensamento geométrico pode ser um estágio impossível de ser omitido no desenvolvimento normal da atividade racional do homem" (1971: p. 698).

Mas se, por um lado, na Proposta da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas) a Geometria passa a dar sustentação à metodologia do ensino da Aritmética e da Álgebra, por outro lado, o próprio ensino da Álgebra não apenas perde aquelas características que a Matemática moderna lhe havia atribuído como também parece retomar — sem, é claro, aquelas regras e aqueles excessos injustificáveis do algebrismo — o papel que ele desempenhava no currículo tradicional, qual seja o de um estudo introdutório — descontextualizado e estático — necessário à resolução de problemas ou equações. O estudo de funções — não naquela concepção modernista, mas no sentido que a Física e a Economia lhe emprestaram — que poderia dar mobilidade e maior generalidade à Álgebra, possibilitando ao aluno desenvolver efetivamente a noção de variável ou construir modelos matemáticos que descrevam situações reais e dinâmicas, não foi suficientemente explorado pela Proposta para o ensino de 1º grau.

Portanto, parece suficientemente claro que a percepção da importância do ensino da Geometria, que se tem verificado nas pesquisas, nas propostas oficiais e nos debates em congressos e encontros — ainda que essa percepção não tenha sido capaz de alterar significativamente o trabalho em sala de aula — não tem sido acompanhada de uma preocupação idêntica com relação ao ensino da Álgebra.

Considerações finais

Procuramos mostrar neste artigo que houve, durante todo o período anterior ao Movimento da Matemática Moderna, em nosso país, um *equilíbrio enciclopédico* no ensino dos ramos fundamentais da Matemática. Entretanto, apesar desse equilíbrio, não seria contraditório afirmar que o "pêndulo", nesse período, oscilou levemente para a Geometria. São duas as razões fundamentais que sustentam essa afirmação.

A primeira apóia-se no fato de que o equilíbrio enciclopédico tinha existência efetiva, apenas no plano legal, sendo que, na prática escolar, o ensino da Álgebra era menos favorecido uma vez que os professores, até o início deste século, pouco a conheciam.

A segunda razão baseia-se no pensamento pedagógico racionalista, dominante nesta época no Brasil, segundo o qual o ensino da Geometria desempenhava um papel mais nobre que o da Álgebra e da Aritmética. Mostramos as razões históricas e ideológicas desse fato e como elas acabaram gerando um dualismo metodológico fazendo com que Álgebra e Geometria fossem encaradas como dois campos distintos e independentes.

Ao tentar superar o dualismo metodológico através da unificação dos diferentes campos da Matemática, com base na concepção epistemológica do formalismo estrutural, o Movimento da Matemática Moderna acabaria rompendo o equilíbrio enciclopédico, tanto no plano legal quanto no da prática escolar.

A introdução do espírito da Álgebra moderna nos diversos campos da Matemática contribuiria para que o ensino da Geometria sofresse um processo de descaracterização, levando-o ao seu quase abandono na sala de aula. Podemos dizer, portanto, que nesse momento histórico, o "pêndulo" deslocou-se para o campo da Álgebra.

Porém, embora pareça contraditório, o ensino da Álgebra também sairia prejudicado, uma vez que o projeto fundamentalista, ao tentar superar o algebrismo presente nesse ensino, acabaria imprimindo-lhe um caráter austero, formal e estéril aos olhos dos alunos. Perderia, inclusive, o que tinha de positivo: seu valor instrumental para a resolução de problemas.

Entretanto, apesar de ambos sofrerem prejuízos, as avaliações sobre as conseqüências do movimento modernista ressaltam apenas o abandono do ensino da Geometria, esquecendo-se de que também o ensino da Álgebra necessitaria de uma reavaliação.

Esse "esquecimento", talvez, seja o reflexo de uma atitude maniqueísta que acredita poder superar uma dicotomia enfatizando o pólo oposto àquele que vem sendo priorizado.

É essa atitude que parece, a partir da década de 80, estar orientando as discussões sobre o ensino da Matemática, o que faz com que o "pêndulo" seja, novamente, deslocado para o campo da Geometria.

A possibilidade de superação dessa atitude passa, como já afirmamos, pela necessidade de repensar também o ensino da Álgebra.

Esse repensar implica alguns desafios. Um deles seria a realização de estudos que procurem explicitar a especificidade da Álgebra e o papel por ela desempenhado na história do pensamento humano, particularmente na história do pensamento científico e matemático. Um outro estudo consistiria na discussão dos principais argumentos e justificativas que pedagogos e pesquisadores em educação matemática, de âmbito mundial, têm apresentado com relação ao ensino da Álgebra.

A partir disso poderíamos, então, analisar e discutir algumas propostas que envolvam o ensino da Álgebra, no Brasil, procurando apresentar algumas diretrizes pedagógicas que possam atualizar e subsidiar esse ensino.

É nesta direção que procuraremos prosseguir com nossos estudos.

Referências bibliográficas

BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.

BRASIL, L. A. *Aplicações da Teoria de Piaget ao Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1977.

CARMO, M. P. "Considerações Sobre o Ensino da Matemática." In: *Boletim da SBM*, 5 (1), 1974, pp. 105-12.

CATUNDA, O. et alii. *Ensino Atualizado da Matemática*. São Paulo, Edart, 1971, 4 vol.

CÍRCULO DE ESTUDOS, MEMÓRIA E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA — CEMPEM. *Banco de Teses em Educação Matemática*. Campinas, FE-UNICAMP.
D'AMBRÓSIO, B. S. *The Dynamics and Consequences of the Modern Mathematics Reform Movement for Brazilian Mathematics Education*. Indiana University, Thesis of Doctor of Philosophy, 1987.
DIEUDONNÉ, J. A. "Should We Teach 'Modern' Mathematics?" In: *American Scientist*, vol. 61, jan.-fev. 1973, pp. 16-19.
F. T. D. *Curso de Álgebra Elementar*. 3ª ed. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1914.
GRUEMA. *Curso Moderno de Matemática Para o Ensino de 1º Grau — 7ª série*. 3ª ed. São Paulo, Editora Nacional, 1977.
IMENES, L. M. P. *Um Estudo Sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática*. Rio Claro, UNESP, 1989 (Dissertação de mestrado).
JAEGER, W. *Paidéia — a Formação do Homem Grego*. São Paulo, Herder, s/d.
KLINE, M. *O Fracasso da Matemática Moderna*. São Paulo, Ibrasa, 1976.
LICHNEROWICZ, A. "Introducción de Espíritu del Álgebra Moderna en el Álgebra y la Geometría Elementales". In: PIAGET, J. et alii. *La Ensenãnza de las Matemáticas*. Madri, Aguillar, 1968, pp. 58-70.
MARTINS, M. A. M. *Estudos da Evolução do Ensino Secundário no Brasil e no Paraná, com Ênfase na Disciplina de Matemática*. Curitiba, FE-UFPR, 1984 (Dissertação de mestrado).
MIGUEL, A. *A Evolução do Ensino Secundário Público de Matemática no Brasil*. Campinas, FE-UNICAMP, 1979 (mimeo.).
OTTONI, C. B. *Elementos de Álgebra*. 4ª ed. Rio de Janeiro, Nicolau Alves e E. & H. Laemmert, 1879.
PAULA, C. F. e PÉREZ Y MARÍN, A. *Elementos de Geometria*. 3ª ed. São Paulo, Melhoramentos, 1912.
PAVANELLO, R. M. *O Abandono da Geometria: Uma Visão Histórica*. Campinas, FE-UNICAMP, 1989 (Dissertação de mestrado).
PÉREZ Y MARÍN, A. P. *Elementos de Álgebra*. 6ª ed. São Paulo, Liceu Coração de Jesus, 1928.
QUINTELLA, A. *Matemática para o Curso Ginasial*. São Paulo, Editora Nacional, 1958. 4 vols.
SANGIORGI, O. *Matemática Para o Curso Ginasial*. São Paulo, Editora Nacional, 1959. 4 vols.
SÃO PAULO. SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular Para o Ensino de Matemática, 1º Grau*. São Paulo, SE/CENP 1975.
_____. *Proposta Curricular Para o Ensino de Matemática, 1º Grau*. 3ª ed. São Paulo, SE (CENP), 1988.
SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Livro de Resumos do I, II e III Encontros Nacionais de Educação Matemática*. São Paulo, PUC-SP, 1987; Maringá, UEM, 1988; Natal, UFRN, 1990.
_____. *Livro de Resumos do I Encontro Paulista de Educação Matemática*. Campinas, PUCCAMP, 1989.
THOM, R. "Modern" Mathematics: an Educational and Philosophic Error?" In: *American Scientist*, vol. 59, nov.-dez. 1971, pp. 695-99.
TRAJANO, A. *Álgebra Elementar*. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1935.
VIANNA, C. C. de S. *O Papel do Raciocínio Dedutivo no Ensino da Matemática*. Rio Claro, UNESP, 1988 (Dissertação de mestrado).
ZAMBUZZI, O. A. *Ensino Moderno da Matemática*. 4ª ed. São Paulo, Editora do Brasil, vol. 2, 1965.

Resumo

Este artigo parte da constatação da existência de uma inadequada atitude oscilatória e maniqueística no ensino da Matemática Elementar, que se expressa ora no realce da importância da Álgebra em detrimento da Geometria, ora na defesa do ponto de vista oposto.

Temos aqui o propósito de estudar as raízes dessa dicotomia e as razões do estado letárgico em que está mergulhado o ensino da Álgebra, tendo como pano de fundo os momentos mais significativos da história da educação matemática brasileira.

Palavras-chaves: educação matemática; ensino da Álgebra Elementar; ensino de Geometria; história do ensino da matemática.

Abstract

This paper is based upon the evidence of an inadequate oscillatory and manichaeistic attitude towards the teaching of Elementary Mathematics which either emphasizes the importance of Algebra in detriment of Geometry or defends the opposite point of view. Having as background the most significant events of mathematical education in Brazil, we intended to analyze the roots of this dichotomy and the reasons for the state of lethargy of the teaching of Algebra.

Descriptors: Mathematics education; teaching of Elementary Algebra; teaching of Geometry; history of Mathematics teaching.