



Correspondência ao autor  
 1 Fabiano dos Santos Souza  
 E-mail: [fabiano\\_souza@id.uff.br](mailto:fabiano_souza@id.uff.br)  
 Universidade Federal Fluminense, Brasil  
 CV Lattes  
<http://lattes.cnpq.br/0468143359513798>

Submetido: 14 jun. 2018  
 Aceito: 19 set. 2018  
 Publicado: 9 out. 2018

[doi> 10.20396/riesup.v5i0.8652708](https://doi.org/10.20396/riesup.v5i0.8652708)  
 e-location: e019002  
 ISSN 2446-9424


Checagem antiplágio



Distribuído sobre



## Ensino de probabilidade e estatística por meio da análise exploratória de dados e resolução de problemas

Fabiano dos Santos Souza<sup>1</sup>   
<sup>1</sup> Universidade Federal Fluminense

### RESUMO

O presente artigo baseia-se em estudos, pesquisas e reflexões de um grupo de pesquisa de Ensino e Aprendizagem em Matemática e Estatística, os quais foram convertidos em uma proposta metodológica para o ensino de probabilidade e estatística implementada numa oficina ministrada no III Dia da Matemática do Laboratório de Educação Matemática (LABEM) da Universidade Federal Fluminense. No estudo participaram 24 sujeitos do curso de licenciatura em Matemática, com objetivo de avaliar a proposta em relação ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos básicos de estatística e probabilidade. Questões teóricas e metodológicas sobre o ensino de probabilidade e estatística foram discutidas, refletidas e trabalhadas durante a oficina, que foi organizada sob a perspectiva de Batanero (2001) e por meio da resolução de problemas Walle (2009). Os objetivos principais desta oficina foram: (i) identificar a Estatística como sendo uma poderosa ferramenta para análise de dados, que pode ser utilizada de forma a equilibrar técnicas e conceitos; (ii) proporcionar aos participantes um espaço de reflexão para a construção de um trabalho coletivo, que interligue saberes acadêmicos e práticos. Os resultados deste trabalho constataram que o ensino de probabilidade e estatística quando é realizado por meio da metodologia da resolução de problemas e da análise exploratória de dados, torna-se mais significativa, fazendo com que os conhecimentos adquiridos nesse processo estejam conectados com o cotidiano dos alunos e com os seus respectivos conhecimentos prévios, proporcionando a construção do letramento estatístico.

### PALAVRAS-CHAVE

Educação estatística. Ensino de probabilidade e Estatística. Formação de professores.

## Teaching of probability and statistics by exploratory data analysis and resolution of problems

### ABSTRACT

The present article is based on studies, researches and reflections of a research group of Teaching and Learning in Mathematics and Statistics, which were converted into a methodological proposal for the teaching of probability and statistics implemented in a workshop given on the III Mathematics Day of the Laboratory of Mathematical Education (LABEM) of the Fluminense Federal University. In the study, 24 subjects participated in the degree course in Mathematics, aiming to evaluate the proposal in relation to the teaching and learning process of the basic contents of statistics and probability. Theoretical and methodological questions about the teaching of probability and statistics were discussed, reflected and worked during the workshop, which was organized from the perspective of Batanero (2001) and through problem solving Walle (2009). The main objectives of this workshop were: (i) to identify Statistics as a powerful tool for data analysis, which can be used to balance techniques and concepts; (ii) to provide participants with a space for reflection on the construction of a collective work that interconnects academic and practical knowledge. The results of this work showed that the teaching of probability and statistics when it is performed through the methodology of problem solving and exploratory data analysis, becomes more meaningful, making the knowledge acquired in this process are connected with the daily life of the students. students and with their respective prior knowledge, providing the construction of statistical literacy.

### KEYWORDS

Education statistics. Probability and statistics teaching. Teacher education.

## Enseñanza de probabilidad y estadística por medio del análisis exploratorio de datos y resolución de problemas

### RESUMEN

El presente artículo se basa en estudios, investigaciones y reflexiones de un grupo de investigación de Enseñanza y Aprendizaje en Matemática y Estadística, los cuales fueron convertidos en una propuesta metodológica para la enseñanza de probabilidad y estadística implementada en un taller impartido en el III Día de las Matemáticas del Laboratorio de Educación Matemática (LABEM) de la Universidad Federal Fluminense. En el estudio participaron 24 sujetos del curso de licenciatura en Matemáticas, con el objetivo de evaluar la propuesta en relación al proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos básicos de estadística y probabilidad. Las cuestiones teóricas y metodológicas sobre la enseñanza de probabilidad y estadística fueron discutidas, reflejadas y trabajadas durante el taller, que fue organizada bajo la perspectiva de Batanero (2001) y por medio de la resolución de problemas Walle (2009). Los objetivos principales de este taller fueron: (i) identificar la Estadística como una poderosa herramienta para análisis de datos, que puede ser utilizada de forma a equilibrar técnicas y conceptos; (ii) proporcionar a los participantes un espacio de reflexión para la construcción de un trabajo colectivo, que interconecte saberes académicos y prácticos. Los resultados de este trabajo constataron que la enseñanza de probabilidad y estadística cuando es realizada por medio de la metodología de la resolución de problemas y del análisis exploratorio de datos, se vuelve más significativa, haciendo que los conocimientos adquiridos en ese proceso estén conectados con el cotidiano de los alumnos y con sus respectivos conocimientos previos, proporcionando la construcción del texto estadístico.

### PALABRAS CLAVE

Educación estadística. Enseñanza de probabilidad y Estadística. Formación de profesores.

## Considerações iniciais

Com o avanço tecnológico e dos recursos computacionais, a Estatística tem se tornado uma das ciências mais importantes na última década, estando presente em quase todas as áreas do conhecimento, nos meios de comunicação, onde encontramos gráficos, tabelas, dados estatísticos, informações que muitas vezes não são entendidas por muitos cidadãos. Nessa direção, defende-se uma formação estatística desde as séries iniciais, para que nossas crianças aprendam desde cedo a lidar com situações reais e que possam: ler, entender, analisar, interpretar as informações estatísticas do cotidiano, auxiliando na tomada de decisão a partir da apreensão e da compreensão da variabilidade contida nos dados, tornando-se cidadãos críticos. Assim, o entendimento dessas situações do cotidiano exige do cidadão que raciocine estatisticamente e obtenha um nível de letramento estatístico.

Nessa perspectiva, Garfield (2002) define raciocínio estatístico como a maneira que um indivíduo raciocina com as ideias estatísticas e faz sentido com as informações estatísticas. Entende-se por letramento estatístico não apenas a alfabetização, mas o uso correto dos conceitos e procedimentos estatísticos pelo sujeito conforme aponta Coutinho (2013).

Sá, Silva e Samá (2015, p. 155) ressaltam sobre a necessidade de termos uma formação que concretize o Letramento Estatístico na Educação Básica, “uma vez que a compreensão e o entendimento estatístico são fundamentais para que o indivíduo seja capaz de fazer inferências, agir como consumidor prudente, além de tomar decisões na sua vida profissional ou pessoal”.

Diante desse cenário é importante destacar que a Constituição Federal de 1998 e a política educacional brasileira tal como, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394/96) foi fundamental para a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em 1997, bem como a criação das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Esses documentos ressaltam a importância de que os alunos da Educação Básica desenvolvam o pensamento probabilístico, combinatório desde as séries iniciais. Para tanto, criou-se o Bloco Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Análise de Dados para o Ensino Médio, buscando uma integração de noções básicas de Estatística Descritiva com a Análise Combinatória e Probabilidade, com o intuito que o aluno construa seu conhecimento por meio de situações do cotidiano. Assim sendo, os professores da Educação Básica devem mediar situações de gestão de aprendizagem que proporcionem aos alunos uma cultura estatística.

Em dezembro de 2017, recentemente homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a Educação Infantil e Ensino Fundamental traz orientações para o ensino da Estatística e Probabilidade para que os professores realizem com seus alunos processos de pesquisa envolvendo temas sociais, do cotidiano deles e interdisciplinares. Dessa forma, espera-se que os estudantes tenham condições de desenvolver o Letramento Estatístico de forma adequada,

tornando-se um cidadão crítico, reflexivo e participativo. (SANTOS; SANTOS JUNIOR, VELASQUE, 2018).

A Base Nacional Comum Curricular, no tocante à Matemática, também se aproxima dos Parâmetros Curriculares Nacionais, tendo em vista que esses documentos visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que todos os estudantes brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite, de fato, sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (BRASIL, 2016, p. 134).

Sobre esse aspecto, Gal (2002) revela sobre a necessidade de se proporcionar uma cultura estatística para sociedade, onde possam desenvolver a capacidade de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, a habilidade para discutir e falar suas opiniões a respeito das informações estatísticas. Acerca desse desenvolvimento de uma cultura estatística, Coutinho e Souza (2015, p. 121) sublinham “a importância da reflexão sobre o processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos estatísticos que permitem desenvolver tal tipo de cultura, importante tanto para o exercício profissional como para o exercício pleno da cidadania”.

Segundo Batanero (2001) a probabilidade e a estatística podem ser aplicadas à realidade tão diretamente como a aritmética elementar uma vez que não requerem técnicas matemáticas complicadas. A pesquisadora destaca que, deve-se fazer com que o seu ensino se realize mediante uma metodologia heurística e ativa, enfatizando-se a experimentação e a resolução de problemas. Para a autora, o ensino de probabilidade deve ser capaz de melhorar o raciocínio probabilístico para que os alunos possam lidar melhor com as situações aleatórias do seu dia a dia, e assim, melhorar sua intuição probabilística.

Sobre o Ensino de Estatística, Lopes (2005) enfatiza que é importante desenvolver o pensamento estatístico, o qual permite que os estudantes sejam capazes de utilizar ideias estatísticas e atribuir um significado à informação desejada. A autora realça a importância de que o ensino de estatística e probabilidade ocorra por meio de experimentações, observações, registros, coletas e análises de dados.

Neste estudo, utiliza-se a definição adotada por Garfield, delMas e Chance (2003, apud BEN-ZVI; GARFIELD, 2004, p. 7), a qual foi adotada como base:

Letramento estatístico inclui habilidades básicas e importantes que podem ser usadas para compreender informações estatísticas ou resultados de pesquisa. Estas habilidades incluem estar apto a organizar dados, construir e exibir tabelas, e trabalhar com diferentes representações dos dados. O Letramento Estatístico inclui também uma compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos, além de incluir uma compreensão de probabilidade como uma medida da incerteza.

Nessa perspectiva, elaborou-se uma oficina com duração de 6 horas em dois dias, cujo objetivo principal dessa proposta didático-pedagógica foi ensinar por meio de situações de gestão de aprendizagem, atividades de probabilidade e estatística, utilizando como metodologia à resolução de problemas e a análise exploratória de dados sob a perspectiva de

Batanero, Estepa e Godino (1991), os quais destacam que a análise exploratória de dados é eficaz quando o foco principal é o desenvolvimento do letramento estatístico na abordagem de conteúdos estatísticos.

## Atividades para o ensino de probabilidade e estatística

A oficina foi intitulada como: Atividades para o Ensino de Probabilidade e Estatística foi ministrada pelo autor em na Universidade Federal Fluminense, no III Dia da Matemática, que é uma das atividades do Programa de Extensão do Laboratório de Educação Matemática (LABEM) dessa universidade em parceria com o Grupo de Pesquisa Ensino e Aprendizagem em Matemática e Estatística do CNPQ.

O dia da Matemática do LABEM se propôs a realizar palestras, oficinas, exposições para os discentes do Curso de Licenciatura em Matemática, alunos e professores da Educação Básica. A oficina teve por objetivo de proporcionar um espaço de reflexão e construção do conhecimento discente e docente, a partir das discussões sobre as diferentes metodologias e pesquisas relacionadas à Educação Estatística e sobre ensino de probabilidade e estatística.

Inicialmente, explicou-se aos alunos a importância dos testes que iriam realizar e da oficina, pois fariam parte de uma pesquisa a ser desenvolvida pelo professor.

A seguir são descritas as atividades propostas na oficina, as quais abordaram os seguintes conteúdos: População e amostra, classificação de variável, experimento determinístico e aleatório, conceito e cálculo de média, moda, mediana, amplitude, desvio padrão e variância para dados isolados, espaço amostral, eventos independentes e dependentes, definição de probabilidade, probabilidade da união de dois eventos e probabilidade condicional.

**Atividade 1 – Introdução** – nessa etapa da oficina, além de explicar como seria realizado o estudo/trabalho, estabeleceu-se um diálogo com os alunos a respeito dos conceitos básicos de Estatística e como se articulavam com o cotidiano. Os saberes envolvidos nessa atividade partiram da literacia estatística (GAL, 2002), as quais seriam importantes para o entendimento das informações estatísticas e situações do cotidiano consequentemente o desenvolvimento do pensamento estatístico e do respectivo letramento estatístico. Inicialmente, faz-se necessário enfatizar que, alguns conceitos e definições básicas devem preceder os cálculos das estatísticas.

**Atividade 2 – Escolha do emprego** – Matshow mandou currículos para vários Colégios após as etapas de seleção foi chamado para trabalhar em três empresas - A, B e C. Matshow muito esperto contratou uma consultoria para entrevistas cinco professores de cada empresa, cada um ocupando a mesma função que Matshow vai ocupar.

	P1	P2	P3	P4	P5	Média	Mediana	Moda	Desvio Padrão
Colégio A	2200	2200	2200	2200	2200	2200	2200	–	0
Colégio B	1700	2700	2500	2000	2100	2200	2100	–	400
Colégio C	5100	1900	1333	1333	1333	2200	1333	1333	1640

Qual a empresa/colégio Matshow deverá escolher?

Essa atividade foi desenvolvida por meio da resolução de um problema analisando as seguintes estatísticas: média, mediana, moda, desvio padrão dos resultados obtidos com valores dos salários dos 15 professores participantes da amostra pela empresa de consultoria. O objetivo dessa atividade foi: utilizar os resultados das medidas de tendência central e de posição nessa situação descrita para auxiliar o professor na tomada de decisão.

A partir dessa questão, iniciou-se a compreensão do contexto da situação problema, os estudos realizados, ao lado das técnicas estatísticas auxiliaram na tomada de decisão. O raciocínio estatístico que é definido por Garfield (2002), como a maneira que um indivíduo raciocina com as ideias estatísticas e faz sentido com as informações estatísticas. Assim, os saberes trabalhados nessa atividade foram: incerteza, amostragem, medidas de tendência central, variabilidade e interpretação dos resultados obtidos. Os conceitos e técnicas para o cálculo de média, mediana, moda e desvio padrão, suas características e propriedades foram cogitadas, ressaltou-se, portanto, a importância de se trabalhar com as medidas de tendência central e de dispersão para auxiliar na tomada de decisão.

**Atividade 3 – Comparação entre média, moda e mediana** – Para essa atividade, utilizou-se a análise exploratória de dados onde foram coletadas algumas idades dos participantes, os quais foram divididos em dois grandes grupos, incluindo na coleta e análise de dados, no segundo momento, a idade do professor que estava ministrando a oficina, ou seja, um *outliers* (valor discrepante, valor atípico) do conjunto de dados, uma vez que os participantes eram alunos da graduação e não havia nenhum com idade superior a 25 anos. Após a coleta de dados pelos discentes, foi solicitado aos grupos o cálculo de algumas estatísticas: a média, a mediana e a moda da amostra de idades de uma classe. Em seguida, efetuaram-se as seguintes perguntas: (i) Qual medida de tendência central descreve melhor uma entrada típica desse conjunto de dados? (ii) Existe algum valor discrepante? (iii) Com a entrada da idade do professor, existe algum valor discrepante? (iv) O que ocorreu com o conjunto de dados com a entrada da idade do professor? (v) Qual(is) medida(s) de tendência central sofreu(ram) alteração(ões) no segundo momento?

Os sujeitos, em grupos, realizaram os cálculos das estatísticas de tendência central, mas não souberam escolher a medida que melhor representava o conjunto de dados. Nesse sentido, utilizou-se a análise da melhor medida de tendência central por meio de um gráfico de barras com todas as idades dos participantes, com a finalidade de escolherem a melhor medida de tendência central entre a média, moda e mediana para os dados obtidos pelos participantes.



Algumas vezes uma comparação gráfica pode ajudar a decidir qual medida de tendência central melhor representa um conjunto de dados. Dessa forma, destacou-se a presença do valor discrepante que também é chamado de *outlier*, a qual afeta a média, mas não afeta a moda e nem a mediana, pois a moda depende apenas do valor ou valores que apresenta(m) maior frequência, e a mediana depende da quantidade dos elementos do conjunto de dados. Já a média é afeta por cada valor do conjunto de dados.

**Atividade 4 – Medidas de dispersão** – Essa atividade foi elaborada por meio de dois problemas, o primeiro, continham informações de dois pacientes (A e B), onde uma enfermeira aferia o pulso deles três vezes ao dia. O paciente A acusou as taxas de 72, 76 e 74; e o paciente B acusou 72, 91 e 59. Perguntava-se: qual era o paciente mais estável e com qual(is) estatísticas poderiam utilizar para justificar a escolha do paciente?

Nessa questão, ambos pacientes possuíam a mesma média 74, não havia moda e a mediana do Paciente A era 74 e do Paciente B era 72, impossibilitando afirmar qual era o mais estável dos dois. Porém, efetuando-se a análise utilizando-se as medidas de variabilidade poderia afirmar qual dos dois pacientes era o mais estável. Assim, efetuando-se o cálculo da amplitude de ambos, conclui-se que a amplitude do Paciente A é igual a 4 e do Paciente B igual a 32, isto é, a amplitude do Paciente B era 8 vezes maior do que o Paciente A, portanto, o Paciente A era o mais estável. Dessa forma, perguntava-se: qual paciente estava mais estável e como fizeram a análise?

O segundo problema - Uma empresa abre um processo de seleção para contratar um funcionário, e no final da concorrência sobraram dois candidatos para uma única vaga. Então, foram dadas 4 tarefas iguais para cada um, onde as mesmas tiveram como registro o tempo (em minutos) de execução.

Tarefas	1	2	3	4
Operário 1	55	45	52	48
Operário 2	30	70	40	60

O problema constituía em selecionar o melhor candidato para empresa. Na resolução desse problema plotou-se um gráfico de linhas e foram trabalhados os conceitos de variabilidade, amplitude, média e variância, e com o auxílio do gráfico e dessas medidas os alunos puderam escolher o operário com as estatísticas em mãos.

**Atividade 5 – Análise exploratória de dados** – Os alunos foram divididos em três grupos de oito alunos, os quais foram solicitados para realizarem a coleta de dados das seguintes variáveis: nome, idade, altura (cm), massa (kg), tempo de universidade, trabalho (sim ou não), tempo gasto com estudo por semana, bolsista (sim ou não), e se pretendia seguir carreira do magistério (sim ou não). Após a coleta de dados, algumas estatísticas foram solicitadas: menor idade, maior idade, amplitude da idade, média da idade, desvio padrão da idade, maior altura, tempo máximo na universidade, média de tempo gasto com estudos, frequência relativa em porcentagem: trabalho, bolsista e carreira do magistério, e dois

gráficos para duas variáveis distintas. Ao final dessas etapas cada grupo apresentou seu resultado para os participantes, após as apresentações, realizou-se uma discussão e reflexão acerca dos resultados obtidos, e efetuaram-se comparações e análise entre os grupos.

**Atividade 6 – Probabilidades** – Iniciou-se essa atividade com um pouco de história da Matemática sobre o cálculo de probabilidades, tipos de probabilidades, a ideia de chance, incerteza, retornou-se aos conceitos de determinístico e aleatório até chegar à definição Laplaciana de probabilidade. Com o auxílio da resolução de problemas, abordou-se o Princípio Fundamental da Contagem, após essa atividade, fez-se uma questão de cálculo simples de probabilidade envolvendo eventos independentes.

Algumas propriedades de probabilidade foram abordadas, eventos dependentes e independentes. Trabalhou-se, portanto, com três questões de vestibulares que envolviam esses conceitos, em uma das questões, resolveu-se por meio da árvore de possibilidades.

As atividades estavam relacionadas, atendendo os objetivos desse estudo, mensurando essa proposta metodológica para o ensino de probabilidade e estatística por meio da resolução de problemas e análise de dados.

## Procedimentos metodológicos e hipóteses do estudo

Nesse estudo, o procedimento metodológico empregado teve como base a construção de ações pedagógicas integradas em permanente interlocução com os sujeitos participantes da oficina. A oficina foi realizada em dois dias consecutivos com 3 horas em cada dia. No primeiro dia, após a explanação sobre as atividades e da proposta de adequação metodológica para o ensino de probabilidade e estatística, os sujeitos foram submetidos a um pré-teste antes de iniciar as atividades propostas da oficina. No segundo momento, os participantes após o término da oficina realizaram o pós-teste.

O pré-teste foi constituído por um questionário contendo 19 questões de múltipla escolha. Por favorecer as análises utilizaram-se como modelo aquelas propostas por Lopes (2010).

Após as atividades da oficina, aplicou-se um pós-teste contendo as mesmas questões do pré-teste. A última pergunta do questionário abordava se os sujeitos haviam tido algum contato com os conteúdos de probabilidade e estatística na Educação Básica. Dos 24 participantes apenas sete disseram ter visto os conteúdos abordados na oficina, dois relataram que não haviam tido nenhum contato e 15 tiveram um contato parcial com os conteúdos.

A aplicação dos testes para os participantes foi com objetivo de analisar a adequação e/ou viabilidade desta proposta metodológica de ensino por meio da resolução de problemas e da análise exploratória de dados. A validação, neste caso, baseou-se por meio das análises das



seguintes hipóteses:

- (i) Há diferença entre a média do número de acertos por aluno em ambos os testes?
- (ii) Há diferença entre o número de acertos por questão em ambos os testes?

Utilizou-se a inferência estatística por meio de testes de considerando-se o valor  $p$  igual ou menor do que 0,05 como sendo estatisticamente significativo ao nível de significância ( $\alpha = 5\% = 0,05$ ), com intervalo de confiança de 95%.

As análises e os gráficos das informações colhidas com os discentes foram amparados por um *software* estatístico R versão 3.4 que é uma linguagem e ambiente para computação estatística e para gráficos, no programa utilizam-se as ferramentas do R Commander (Rcmdr), que é um pacote complementar para o R. O pacote Rcmdr mais conhecido com *R Commander* foi desenvolvido em 2000 e possui uma grande vantagem em relação ao trabalho propriamente dito no R, pois o pacote oferece vários *menus* com métodos estatísticos sem ter que programá-los através das linhas de comando. Maiores detalhes sobre o *software* R e do seu pacote Rcmdr podem ser encontrados em (DALGAARD, 2002; FOX, 2004, 2006, 2011; PETERNELLI; MELLO, 2011).

Para Souza (2013, p. 87) “o *software* R é uma ferramenta para tratamento estatístico de dados, que oferece gráficos bem desenhados com ótima qualidade para publicação, podendo incluir símbolos matemáticos e fórmulas quando necessário”.

Inicialmente, foi testada a normalidades das séries (número de acertos por aluno no pré-teste, número de acertos por aluno no pós-teste, número de acertos por questão no pré-teste e número de acertos por questão no pós-teste), utilizando o *software* R aplicaram-se o teste *Shapiro-Wilk*, tendo sido obtido os seguintes resultados.

**Tabela 1.** Resumo dos testes de normalidade efetuada pelo teste *Shapiro-Wilk* no Rcmdr das séries estatísticas em análise.

Série	Estatística do teste Shapiro-Wilk	p-valor (Pré-teste)	p-valor (Pós-teste)
número de acertos por aluno no pré-teste	W = 0.9513	0.2888	–
número de acertos por aluno no pós-teste	W = 0.9267	–	0.08231
número de acertos por questão no pré-teste	W = 0.9179	0.1036	–
número de acertos por questão no pós-teste	W = 0.9436	–	0.3062

Fonte: Autor (2018).

Com base nos dois resultados do teste (W e p-valor), os quais foram apresentados na tabela 1, conclui-se que, em todas as séries analisadas o valor de p-valor foi maior do que

0,05, ou seja, estes valores são maiores que o nível de significância de 5% ( $\alpha = 0,05$ ), com um nível de confiança de 95%, portanto, pode-se afirmar que os dados amostrais provêm de uma população com distribuição normal, sendo possível à aplicação de um teste estatístico paramétrico.

Dessa forma, o teste estatístico paramétrico escolhido foi o teste t pareado (*Paired t-Test*), pois a amostra no estudo foi pareada. Uma das características das amostras pareadas é que para cada número de acertos no pré-teste, há um correspondente no pós-teste e essas medidas são tomadas em um único sujeito, em dois momentos distintos no tempo.

## Análise, discussão e resultados

Antes de responder a primeira hipótese: **(i) Há diferença entre a média do número de acertos dos alunos em ambos os testes?** Obtiveram-se as medidas descritivas das séries (número de acertos por aluno no pré-teste, número de acertos por aluno no pós-teste), conforme tabela 2.

**Tabela 2.** Estatísticas descritivas do número de acertos por aluno no pré-teste e pós-teste.

Estatística\Teste	Pré-teste	Pós-teste
Média	12.08	16
Mínimo	5	13
1º Quartil (25%)	9	14,75
Mediana (50%)	13	16
3º Quartil (75%)	14,25	17
Máximo	17	19
Desvio padrão	3.5252	1.8415
Variância	12.4275	3.3913

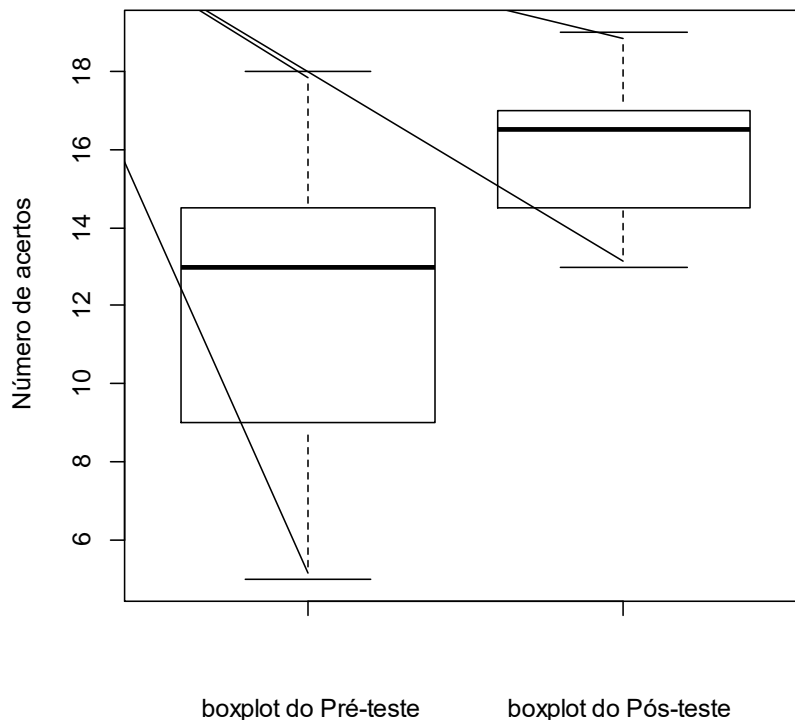
Fonte: Autor (2018).

Essas estatísticas revelaram haver indícios que a metodologia aplicada para o ensino de estatística implementada na oficina produziu uma melhora nos resultados obtidos pelos sujeitos no pré-teste em relação ao pós-teste. Um desses resultados estatísticos, a média, no pós-teste aumentou cerca 32,45% em relação à média do pré-teste, o desvio padrão no pós-teste diminuiu cerca 47,76% e a variância 72,71%, ou seja, os dados ficaram mais homogêneos e mais concentrados em torno da média.

O gráfico *boxplot*, também chamado de caixas e bigodes (gráfico 1), compara os dados obtidos no pré-teste e pós-teste destacando os valores das seguintes estatísticas: mínimo, primeiro quartil, mediana, terceiro quartil, máximo.

O *boxplot* é um gráfico que possibilita trabalhar com dois tipos de apreensões: a perceptiva e a discursiva. A apreensão perceptiva no campo da Educação Estatística para Almouloud (2007) refere-se à interpretação das formas da figura no contexto de resolução de problemas que envolvem a análise de dados estatísticos. A apreensão discursiva é

imprescindível na explicitação de propriedades matemáticas. Fazendo uma analogia a Estatística, pode-se fazer uma apreensão discursiva no gráfico *boxplot* descrevendo e explicitando suas propriedades.

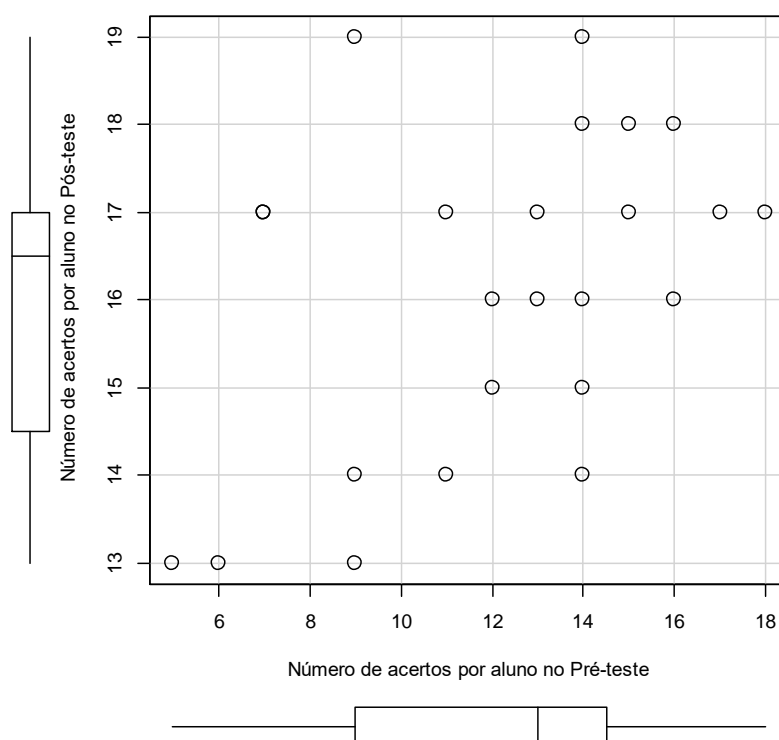


**Gráfico 1.** *Boxplot* do número de acertos por alunos no pré-teste e pós-teste.

Fonte: Autor (2018).

Observe que o *boxplot* da esquerda referente aos dados do pré-teste e o da direita do pós-teste, a caixa mais “espalhada” indica que a dispersão dos dados em torno da média é maior do que a caixa menor, fato revelado na tabela 2. O valor mínimo de acertos no pré-teste foi 5 e no pós-teste 13. Isto é, o valor mínimo no pós-teste foi igual ao valor da mediana no pré-teste. Cabe ressaltar que o valor mediano é aquele que ocupa a posição de 50% dos dados, já o valor máximo no pós-teste foi de 19.

A amplitude interquartílica que é a diferença entre o valor que ocupa a posição de 75% (terceiro quartil) dos dados com a posição de 25% (primeiro quartil) foi de 5,25 no pré-teste e no pós-teste 2,25, ou seja, uma menor amplitude para o pós-teste. Isso significa que 50% dos dados possuíam uma amplitude máxima de 2,25.



**Gráfico 2.** Comparação do número de acertos por aluno no pré-teste e no pós-teste.

Fonte: Autor (2018).

O gráfico 2 proporciona uma comparação em dois momentos distintos em relação ao mesmo aluno. Isto é, efetua uma comparação do número de acertos por aluno no pré-teste e no pós-teste. Nas barras dos eixos horizontais e verticais temos os *boxplot* marginais relativos aos dados observados, mostrando todas as medidas dos quartis, mínimo, máximo, amplitude interquartilica e revelando que a variância diminuiu no pós-teste. Faz-se necessário revelar, que dos 24 alunos apenas quatro alunos acertaram a mesma quantidade de questões em ambos os testes, os demais, 21 alunos acertaram mais questões no pós-teste. Os resultados obtidos na tabela 2 e das análises dos gráficos 1 e 2, oferecem uma pista de que a média do número de acertos no pré-teste e no pós-teste é estatisticamente significativa.

Para comprovar essa conjectura, realizou-se o teste t pareado (*Paired t-Test*), conforme descrito anteriormente. Dentre outros valores é apresentado o valor da estatística  $t = 6.0415$ , e o  $p\text{-valor} = 1.837e-06$ . Considerando que o  $p\text{-valor}$  é menor do que 0,05 rejeitou-se a hipótese nula de que a diferença entre as médias é igual à zero, logo, há diferença significativa entre as médias de acertos em ambos os testes. Isto é, houve melhor desempenho dos alunos após as atividades propostas na oficina, ao nível de significância de 5%.

A seguir a análise da segunda hipótese: **(ii)** Há diferença entre o número de acertos por questão em ambos os testes? Inicialmente, efetuou-se o levantamento das respostas obtidas pelos participantes no questionário do pré-teste e do pós-teste.

**Quadro 1.** Respostas dos alunos por questão: número de acertos, erros e dos alunos que não sabiam no pré-teste e pós-teste.

Questão	Acertos por questão Pré-teste	Erros por questão Pré-teste	Não sei Pré-teste	Acertos por questão Pós-teste	Erros por questão Pós-teste	Não sei Pós-teste
1	8	16	0	20	4	0
2	22	2	0	24	0	0
3	11	13	0	17	7	0
4	13	2	9	20	3	1
5	17	3	4	20	3	1
6	7	9	8	14	9	1
7	14	1	9	24	0	0
8	19	3	2	21	2	1
9	18	3	3	20	3	1
10	18	5	1	17	7	0
11	17	6	1	21	3	0
12	19	3	2	23	1	0
13	9	3	12	22	1	1
14	16	6	2	19	5	0
15	12	2	10	19	3	2
16	7	11	6	16	8	0
17	21	1	2	22	1	1
18	20	1	3	23	1	0
19	20	2	3	23	1	0

Fonte: Autor (2018).

As três primeiras questões do questionário foram de múltipla escolha e versavam sobre definições de população, amostra, e estatística descritiva.

As questões de 4 a 19 foram feitas afirmativas sobre conteúdos, conceitos de estatística e probabilidade, contendo com opções de respostas: Sim, Não e Não Sei.

A vigésima pergunta tinha como objetivo saber se os alunos já haviam estudado os conteúdos abordados no questionário. Os resultados obtidos na vigésima questão foram: dos 24 sujeitos, sete responderam que SIM, 14 responderam que já haviam estudado parcialmente e apenas 3 nunca haviam estudado esses conteúdos.

*A primeira questão:* definição de população – No pré-teste apenas 8 alunos acertaram a definição de população, enquanto 20 alunos acertaram no pós-teste, e dos 16 que haviam errado no pré-teste apenas 4 continuaram sem aprender a definição e o conceito de população. Diante desse quadro houve aprendizagem na proposta da atividade 1.

*Segunda questão:* definição de amostra – Apesar dos participantes inicialmente apresentarem uma concepção errônea do conceito e definição de população, pois 16 sujeitos

acreditavam só poderia ser um conjunto de pessoas, na definição e conceito de amostra 22 participantes apresentavam o conceito de amostra no pré-teste, e com a atividade 1, todos os participantes aprenderam esse conceito o que foi evidenciado com os 100% de acertos no pós-teste.

*Terceira questão:* perguntava-se qual a parte da estatística que se preocupa somente com a descrição de determinadas características de um grupo, sem tirar conclusões sobre um grupo maior, e tinha como opções as classificações dos ramos da estatística como, por exemplo, estatística descritiva, estatística inferencial, no pré-teste 11 alunos acertaram e 13 erraram essa questão, mas após a aplicação da atividade 1, esses resultados se modificaram 17 acertos e 7 erros. Há uma dificuldade existencial acerca desses ramos da estatística uma vez que na Educação Básica, os alunos só estudam os conteúdos provenientes da Estatística Descritiva.

*Questão 4:* tratava sobre a definição e o conceito da moda, onde se afirmava que é uma medida de posição que permite dividir a distribuição em duas partes igual de frequência. Embora a moda seja uma medida de tendência central fácil de ser compreendida pelo os alunos e ser um conteúdo proposto para ser ensinado no Ensino Fundamental, 9 participantes não sabia responder essa questão, 2 erraram e apenas 13 acertaram. As atividades 2 e 3 propuseram um aumento significativo para 20 acertos, e apenas 3 alunos erram e 1 continuou sem responder o item. A proposta dessas atividades foi no sentido de equilibrar a técnica do cálculo das medidas de tendência central com os seus significados, e conceitos.

A *quinta questão* abordava uma das propriedades da média afirmando-se que ela é influenciada pelos valores extremos da distribuição. Aqui cabe ressaltar, que a média possui um conceito autoexplicativo, o que se trabalhou com os alunos da matemática foram suas propriedades e a importância de se associar a média com as medidas de dispersão. Nesse item, o número de acertos aumentou de 17 para 20 alunos, 3 alunos erraram em ambos os testes, e de 4 para 1 não souberam responder o item.

*Questão 6:* havia a mesma afirmativa mudando apenas as medidas de tendência central, trocou-se média pela moda e mediana. Os resultados dos testes foram: de 7 para 14 acertos, de 8 apenas 1 aluno ainda não sabia responder a questão, e 9 alunos continuaram errando a questão.

Diante do exposto, faz-se necessário ressaltar que os professores de Matemática que ensinam os conteúdos de estatística na Educação Básica dando ênfase aos procedimentos de cálculos das medidas de tendência central, deixando um pouco de lado os conceitos e seus significados, assim como suas propriedades.

A *sétima questão* versava sobre uma afirmação muito importante sobre as medidas de dispersão, afirmando que numa distribuição em que a variância é pequena, podemos dizer que os dados são bastante homogêneos. Dos 24 alunos apenas 14 acertou, 1 errou e 9 não sabiam



no pré-teste. No pós-teste, após a implementação, reflexão e discussão das atividades 2, 3 e 4, todos os sujeitos acertaram essa questão.

As *Questões 8, 9, 10, 11 e 12* continham afirmações sobre cálculo de probabilidades para eventos independentes com nível de dificuldade crescente. Como apenas 3 sujeitos não viram os conteúdos abordados, e probabilidade é um assunto muito cobrado nos exames que dão acesso ao nível superior, acredita-se esse fato fez com que no pré-teste apresentasse maiores números de acertos. A única questão que se obteve uma porcentagem menor no pós-teste do que no pré-teste foi a décima. Essa questão fazia a seguinte indagação: É mais provável ocorrer faces iguais no lançamento de duas moedas do que faces iguais no lançamento de dois dados? No primeiro momento apenas um aluno não sabia a questão e o mesmo acabou errando no pós-teste, e outro aluno que havia acertado no pré-teste acabou errando no pós-teste. Esse fato pode ter acontecido devido as seguintes conjecturas: (i) os alunos não terem prestado atenção nos espaços amostrais dos eventos, pois se tinha duas moedas, portanto são 4 possibilidades e para dois dados são 36 possibilidades; (ii) outra hipótese foi que: na hora de calcular as probabilidades acabaram errando os cálculos ou simplesmente responderam de forma intuitiva. Nas demais questões o percentual de acertos no pós-teste foi maior ou igual 20 sujeitos.

As *Questões 13, 14, 15 e 16* foram referentes a um conjunto de dados que continham seis notas referentes de um aluno ao longo de um semestre num disciplina, com base nesse conjunto havia algumas afirmativas sobre: amplitude, média, moda e mediana. Na questão 13, a metade dos alunos não sabiam o conceito e definição de amplitude. Após as atividades efetuadas e principalmente aquela que continham gráficos, apenas 1 aluno não soube responder essa questão no pós-teste, enquanto 22 acertaram proporcionando um aumento significativo.

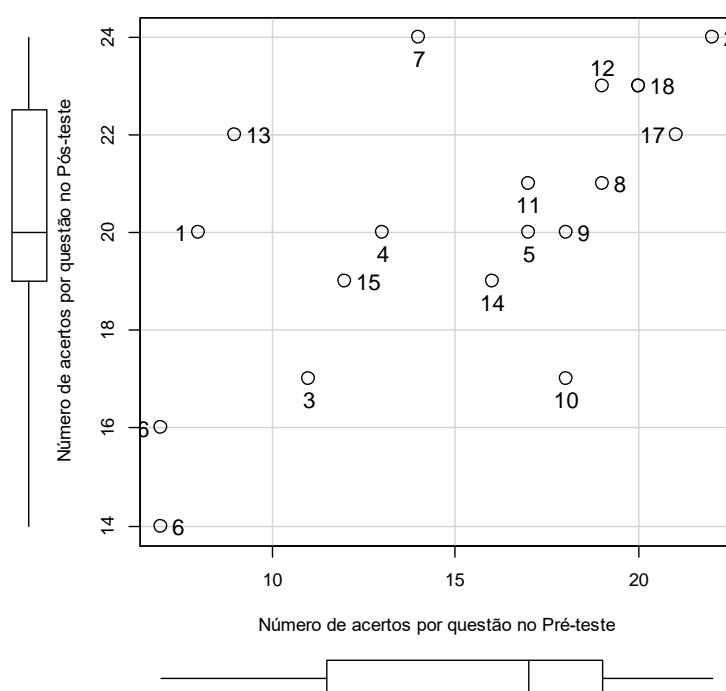
Na questão 14, dois alunos não souberam calcular a média no pré-teste, e 5 alunos acabaram efetuando o cálculo da média errado no pós-teste, esse participantes que erraram esse item forma nas operações básicas com números reais, isso pode ter ocorrido devido ao fato de estarem cansados da atividade, visto que a mesma foi no período da noite, ou por falta de atenção, pois não foi permitido a utilização da calculadora.

Já a questão 15, versava sobre a moda, 10 alunos não sabiam como calcular a moda no pré-teste e 2 erraram, apenas 12 acertaram, ou seja, metade dos participantes não soube responder a questão corretamente. Esse quadro diminuiu após as atividades trabalhadas com os participantes, pois 19 sujeitos acertaram, 2 continuaram sem responder e 3 erraram o item no pós-teste.

A questão 16, afirmava um valor para a nota mediana, no pré-teste 10 participantes não souberam responder, enquanto 2 erraram, apenas 12 acertaram o item, já no pós-teste apenas 2 continuaram sem responder, 19 acertaram o item e 3 erraram.

As questões 17, 18 e 19 versavam sobre um gráfico de setores, a respeito de uma pesquisa de opinião com 250 pessoas, onde basicamente se cogitava frequência relativa. O título da pergunta: “O brasileiro dá importância à preservação ambiental?” Na legenda desse gráfico continham as seguintes informações: A – Sim, B – Não: 30% das pessoas, C – Não Sei: 40 pessoas. Com essas informações, afirmava-se na questão 17: setenta pessoas entrevistadas responderam “NÃO”. Como os alunos já possuíam conhecimento prévio de porcentagem nas três questões, o número de acertos foram 21, 20 e 20 respectivamente no pré-teste, enquanto no pós-teste esses valores foram 22, 22 e 23 respectivamente, com apenas um aluno errando em cada questão.

O Gráfico 3 apresenta uma comparação do número de acertos por questão dos 24 sujeitos que participaram de ambos os testes. Esse gráfico dá uma pista de que a média do número de acertos no pré-teste e no pós-teste é estatisticamente significante.



**Gráfico 3.** Número de acertos por questão no pré-teste e pós-teste.

Fonte: Autor (2018).

No gráfico 3, cada questão é identificada nos dois momentos do estudo, no pré-teste (eixo x) e no pós-teste (eixo y). Analisando o quadro 1 e o gráfico 3 após a abordagem realizada na oficina, das 19 questões aplicadas no pré-teste e pós-teste, obteve-se aumento do número de acertos em dezoito questões do questionário.

Para comprovar essa conjectura, realizou-se o teste t pareado (*Paired t-Test*), conforme descrito anteriormente. Dentre outros valores é apresentado o valor da estatística  $t = 5.813$ , e o  $p\text{-valor} = 8.283e-06$ . Considerando que o  $p\text{-valor}$  é menor do que 0,05 rejeitou-se a hipótese nula de que a diferença entre as médias é igual à zero, logo, há diferença significativa

entre as médias de acertos por questão em ambos os testes, ou seja, houve melhor desempenho dos alunos após a metodologia aplicada, ao nível de significância de 5%.

As análises referentes às hipóteses testadas e a confirmação da hipótese da melhora do desempenho dos alunos após a implementação da oficina, nos oferecem indícios para afirmar que a metodologia empregada para o ensino de probabilidade e estatística por meio da oficina, acarretou numa aprendizagem eficaz, pois as atividades propostas e implementadas proporcionaram uma melhora nos resultados no pós-teste.

Defende-se que essa “nova prática” docente para o Ensino de Probabilidade e Estatística deve ser introduzida a partir da discussão de exemplos contextualizados, nas áreas de interesse dos alunos, trabalhando-se sempre que possível, com a metodologia da resolução de problemas, e com dados provenientes de situações reais.

## Considerações finais

Na Educação Básica, quem ensina os conteúdos de probabilidade e estatística são os professores de Matemática, que dão ênfase ao aspecto matemático, valorizando a lógica e os algoritmos, em detrimento de utilizar a Estatística como uma ferramenta de análise de dados, promovendo uma mediação entre as técnicas e os significados dos conceitos.

O ensino de probabilidade e estatística nos diversos níveis deve ser repensado no sentido de se obter um equilíbrio entre técnicas e significados, e também, do determinístico/aleatório, em que o mundo é encarado maioria das vezes como se fosse determinístico, quando na realidade é fundamentalmente aleatório.

No ensino superior, os docentes também exageram na ênfase de seu aspecto matemático, onde deveriam efetuar mais estudos empíricos dos fenômenos aleatórios, da variabilidade amostral e de sua interpretação probabilística. Os Matemáticos e Educadores Matemáticos devem “abrir mão” das demonstrações, provas de Teoremas, a fim de ministrar as aulas de probabilidade e estatística de forma mais “dinâmica” buscando uma aprendizagem mais significativa.

Segundo Magalhães (2015), para ser um cidadão pleno é necessário saber conceitos básicos de Estatística. Entender tabelas e gráficos simples, perceber limitações nas informações numéricas disponíveis sobre os assuntos, compreender a existência da aleatoriedade em eventos, são algumas dessas habilidades que, infelizmente, ainda não são parte do cotidiano da maioria da população.

Ademais, sobre a aprendizagem, defende-se que a mesma torna-se mais significativa quando o conteúdo ensinado é apropriado à estrutura de conhecimento do aluno e constrói significados na relação dialética entre o conteúdo aprendido com o seu conhecimento prévio.

Caso contrário, a aprendizagem se torna mecânica como aponta Ausubel (1982).

Dessa forma, corrobora-se com Freire (2014) quando diz que à escola deve respeitar os saberes de todos os educandos chegam a ela, esses saberes socialmente constituídos na sua prática comunitária, ressaltando ainda a necessidade de se aproveitar essa experiência que têm os alunos no processo educativo.

Nessa perspectiva, sugere-se que os professores devam trabalhar com projetos ou a partir de exemplos contextualizados, valorizando-se o trabalho em grupo com a utilização de *software*, como por exemplo, Excel, R, Geogebra, com os seus referidos pacotes estatísticos, os quais permitam a participação efetiva do aluno no processo de ensino aprendizagem.

## Referências

AUSUBEL, David Paul. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora da UFPR, 2007.

BATANERO, Carmen. **Didáctica de la estadística**. Universidade de Granada: Espanha. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero>>. Acesso em: 20 mar. 2011.

BATANERO, Carmen. **Estadística y probabilidad en la enseñanza no universitária: oportunidades y desafíos actuales**. São Paulo: Uniban, 2011. (III SIEMAT).

BATANERO, Carmen; ESTEPA, Antonio; GODINO, Juan D. Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. **Suma**, n. 9, p. 25-31, 1991. Disponível em: <http://www.ugr.es/~batanero>. Acesso em: 05 jun. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Lei n.º 9394 de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, c 2048, p. 27833-27841, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB), Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares do Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB). **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries): matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

CAMPOS, Celso Ribeiro; WODEWOTZKI, Maria Lúcia Lorenzetti; JACOBINI, Otávio Roberto. **Educação estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**.

Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista**: estudo epistemológico e didático. Programa de Pós Graduação da PUC-SP (SP), 1994.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; SOUZA, Fabiano dos Santos, Potencialidades do Uso do Geogebra e do R na Construção e Interpretação de Gráficos Estatísticos. In: SILVA, Mauren Porciúncula Moreira da (Org.). **Educação estatística**: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. Suzi Samá; Curitiba: CRV, 2015.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; SOUZA, Fabiano dos Santos, Aprendizagem Da Estatística e o Uso De Ambientes Computacionais: Uma Análise Didática De Programas Para Construção De Gráficos Estatísticos. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., Motivideo, Uruguay, 2013. **Actas del...** Montivideo: [s.n.], 2013. v.1, p.6240 - 6247.

DALGAARD, Peter. **Introductory statistics with R**. New York: Springer-Verlag, 2002.

FOX, John. The R Commander: A Basic-Statistics Graphical User Interface to R. **Journal of Statistical Software**, v.14, n.9, p.1-42, 2004.

FOX, John. **Getting started with R Commander**. 2006. Disponível em: <<http://socserv.mcmaster.ca/jfox/Misc/Rcmdr/Getting-Started-with-the-Rcmdr.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2012.

FOX, John. **Package Rcmdr**. 2011. Disponível em: <<http://cran.r-project.org/web/packages/Rcmdr/Rcmdr.pdf>>. Acesso em: 10 abr. 2012.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 48. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

GAFIELD, Joan. The challenge of developin statistical reasoning. **Journal of Statistis Education**, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: <[www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html)>. Acesso em: 10 jan. 2012.

GAL, Iddo. Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v.70, n.1, p. 1-25, 2002.

LOPES, Celi Espasandin; CARVALHO, Carolina. **Literacia estatística na educação básica, leituras e escritas na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 77-92, 2005.

LOPES, Celi Espasandin; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; ALMOULOU, Saddo Ag. **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento. Desafios do Ensino de Estatística na Licenciatura em Matemática. In: SILVA, Mauren Porciúncula Moreira da (Org.). **Educação estatística**: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. Suzi Samá; Curitiba: CRV, 2015.

PETERNELLI, Luiz Alexandre; MELLO, Márcio Pupin. **Conhecendo o R: uma visão estatística**. Viçosa, MG: Ed. UFV, 2011. Disponível em: <http://www.R-project.org>. Acesso em: 10 jun. 2012.

SÁ, Daiane Lemos de. SILVA; Mauren Porciúncula Moreira da; SAMÁ, Suzi. Análise do Letramento Estatístico de Estudantes Concluintes do Ensino Médio. In: SILVA, Mauren Porciúncula Moreira da (Org.). **Educação estatística: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior**. Suzi Samá; Curitiba: CRV, 2015.

SANTOS, Wagner Dias; SANTOS JUNIOR, Jorge dos; VELASQUE, Luciane de Souza. O Desenvolvimento do Letramento Estatístico pelos Livros Didáticos e a Base Nacional Comum Curricular. **REnCiMa**, v. 9, n. 2, p. 210-229, 2018. Disponível em: <<http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/issue/view/58/showToc>>. Acesso em: 10 maio. 2018.

SOUZA, Fabiano dos Santos. A Importância das Atividades para o Ensino de Estatística na Educação Básica com o Uso do Software R e seu Pacote de Dados Rcmdr no III SIPEMAT. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, MS, v.6, n. 11, p. 85-92, jan/jun. 2013.

WALLE, John A. Van De. **Matemática no ensino fundamental**. Artmed Editora S.A., São Paulo, 2009.