

## ***O contrato didático a partir da aplicação de uma sequência didática para o ensino de Progressão Aritmética***

*Carla Maria Pinto Souza*<sup>1</sup>, *Anna Paula de Avellar Brito Lima*<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo resulta de uma dissertação de mestrado que teve por objetivo investigar as negociações do contrato didático, realizadas entre professora e alunos na aplicação de uma sequência didática previamente elaborada para o ensino de Progressão Aritmética (P.A.). A pesquisa foi realizada em quatro etapas: elaboração da sequência didática; análise preliminar; apresentação da proposta à professora; aplicação da sequência. A sequência didática elaborada buscou contemplar as fases propostas por Brousseau na tipologia das Situações Didáticas (situação de ação, formulação, validação e institucionalização), visando possibilitar sua aplicação de acordo com um contrato didático do tipo aproximativo, que é aquele em que a postura ativa do aluno na construção do conhecimento é valorizada. Os resultados apontaram que, embora tivéssemos proposto uma sequência para ser aplicada conforme um contrato didático do tipo aproximativo, negociações, rupturas e renegociações de regras de contrato didático foram feitas ao longo do desenvolvimento da sequência. Acreditamos que essas rupturas das regras estabelecidas foram motivadas por marcas de contrato didático anteriores, ou seja, pelas regras implícitas e explícitas a que professora e alunos estavam habituados.

**Palavras-chave:** Contrato Didático. Progressão Aritmética. Sequência Didática.

## ***The didactic contract from the implementation of a didactic sequence for the Teaching of Arithmetic Progression***

**Abstract:** This paper results from a research that aimed to investigate the dealings between teacher and students in application of a didactic sequence previously established for the teaching of Arithmetic Progression (AP). The survey was conducted in four stages: preparation of the didactic sequence, preliminary analysis of the proposal to the teacher, implementation of the sequence. The didactic sequence sought to accommodate the

<sup>1</sup> Mestre em Ensino das Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco. Professora da Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco. Recife, Pernambuco, Brasil. carlamasouza@ig.com.br

<sup>2</sup> Doutora em Educação pela UFPE. Professora do Programa de Pós-Graduação no Ensino das Ciências e Matemática da UFRPE. Recife, Pernambuco, Brasil. apbrito@gmail.com

elaborate steps proposed by Brousseau, the typology of Didactic Situations (action, formulation, validation and institutionalization) in order to allow its application in accordance with a didactic contract type approximation, which is that the active stance of student in constructing knowledge is valued. The results showed that although we have proposed a sequence to be applied as a kind of didactic contract approximate, negotiations, renegotiations and breaks the rules of the didactic contract were made during the development of the sequence. We believe that these breaches of the rules were motivated by previous marks of didactic contract, or implicit and explicit rules by which teacher and students were accustomed.

**Keywords:** Didactic Contract. Arithmetical Progression. Didactical Sequence

## Introdução

As pesquisas relacionadas ao ensino de matemática têm avançado de maneira inquestionável nas últimas décadas. Kilpatrick (1992) ressalta a existência de, pelo menos, três fatores determinantes para o desenvolvimento do campo da Educação Matemática, a saber: a preocupação dos pesquisadores e dos próprios professores acerca da qualidade do ensino ministrado às novas gerações; a preocupação e a iniciativa das universidades europeias em relação à formação de professores do ensino secundário; e os estudos, no âmbito da Psicologia, tanto na Europa quanto nos Estados Unidos, sobre a aprendizagem da matemática.

De maneira a propor uma reflexão que contribua para esse debate, Pais (2001) afirma que, nas últimas décadas, o desenvolvimento dessa área de pesquisa recebeu um grande impulso, originando diversas tendências teóricas, como, por exemplo, a Etnomatemática, a Psicologia Cognitiva da Matemática, a Modelagem Matemática, a História da Matemática, a Didática da Matemática, dentre outras. Dentre elas, a Didática da Matemática, influenciada por autores franceses e francófonos<sup>3</sup>, é a que destacamos e que inspira a linha teórica de nosso trabalho.

No âmbito da Didática da Matemática, Guy Brousseau (1996b) realizou estudos sobre as condições em que os saberes são constituídos e elaborou uma teoria em que as situações didáticas são modelizadas: a Teoria das Situações Didáticas. Ele também realizou investigações sobre as regras implícitas e

---

<sup>3</sup> Países francófonos são aqueles que falam a língua francesa, como é o caso, por exemplo, da Suíça e do Canadá.

explícitas que regulam as situações didáticas e denominou de “contrato didático” o conjunto dessas regras que permeiam as relações existentes entre professor, aluno e saber. Para Brousseau (1996a, p. 50), o contrato didático é “a regra do jogo e a estratégia da situação didática”.

Atualmente, um dos focos privilegiados de pesquisa em Educação Matemática no Brasil tem sido a proposição de sequências didáticas para o ensino de um determinado saber matemático definido nos currículos. A proposta de realização de sequências didáticas para o ensino de conteúdos matemáticos fortaleceu-se de tal forma, no Brasil, que os próprios documentos oficiais de ensino sugerem que elas sejam utilizadas pelos professores da Educação Básica (Brasil, 1999).

Assim, vários pesquisadores têm feito investigações sobre sequências didáticas, e algumas, inclusive, fundamentam-se na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, como por exemplo, Carvalho (2008), Dornelas (2007) e Lins Lessa (2005).

Observamos que, em alguns estudos, os próprios pesquisadores aplicam a sequência que eles mesmos elaboram; e determinam, assim, as regras de funcionamento para o momento da sala de aula, a fim de propor situações favoráveis à aprendizagem. Archilia (2008), Dornelas (2007) e Ferreira (2009) inserem-se nesse grupo de pesquisadores. Já outros pesquisadores, como, por exemplo, Lins Lessa (2005), elaboram a sequência didática e não agem como professores-pesquisadores, posto que um professor colaborador é quem aplica a referida sequência.

Em relação aos dois grupos de pesquisas apresentados, refletimos que existem diferenças na negociação do contrato didático quando a sequência é aplicada por aquele que a elabora ou quando é aplicada por um professor que não a idealizou. Nesse sentido, este artigo se propõe a apresentar os resultados de uma dissertação de mestrado (Souza, 2011), cujo objetivo foi o de investigar como a professora negociou uma sequência didática previamente elaborada pela pesquisadora para o ensino de Progressão Aritmética com os seus alunos de 2º ano do Ensino Médio, numa escola da rede pública do estado de Pernambuco.

Acreditamos que este estudo contribui para o cenário de pesquisa que delineamos, até porque propõe o desenvolvimento de uma sequência didática a ser aplicada num nível de ensino (Ensino Médio) onde não encontramos

muitas pesquisas que têm esse enfoque.

O recorte que proporemos neste artigo é o de analisar como ocorreram as negociações, quando a professora aplicou em sala de aula a sequência didática elaborada pela pesquisadora para o ensino de Progressão Aritmética.

Elegemos, como referencial teórico para a realização deste estudo, a Didática da Matemática, a Teoria das Situações Didáticas, o Contrato Didático e alguns elementos da Engenharia Didática.

## 1 A Didática da Matemática e o Sistema Didático

A Didática da Matemática, de acordo com Brousseau (1996a), investiga atividades didáticas cujo objetivo é o ensino da Matemática. Nesse campo, os resultados são referentes aos comportamentos cognitivos dos alunos, os tipos de situações usadas para ensiná-los e os fenômenos que se revelam com a comunicação do saber.

Gálvez (1996) expõe que a Didática da Matemática, como campo de pesquisa, surgiu num importante momento no cenário educativo da França dos anos 1960. Nesse contexto, foram criados os Institutos de Pesquisa no Ensino de Matemática (IREM), que tinham, como função inicial, complementar a formação dos docentes e produzir material para auxiliá-los nas aulas, como, por exemplo, textos matemáticos, sequências de lições, jogos didáticos, etc.

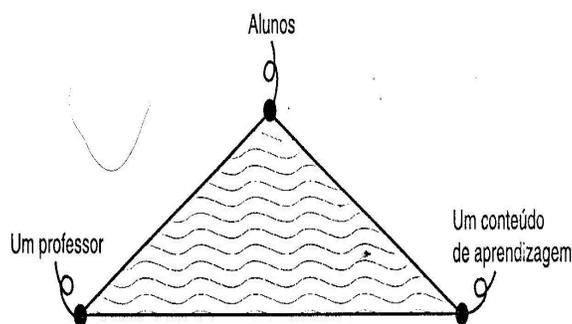
Geralmente, a produção desses materiais era acompanhada por uma experiência prática, que tinha como objetivo provar a sua viabilidade e realizar adequações, para que, posteriormente, eles pudessem ser difundidos no sistema didático, sistema esse que, segundo Brousseau (1996a) era constituído pela tríade professor-aluno-saber. Com a criação dos IREM, a Didática da Matemática criou um espaço propício à investigação e à análise dos fenômenos didáticos que emergem nas relações didáticas.

Inserido no contexto da Didática da Matemática, Guy Brousseau desenvolveu e propôs a Teoria das Situações Didáticas, a partir do princípio de que cada conhecimento ou saber matemático pode ser determinado por uma situação, ou seja, por uma ação entre duas ou mais pessoas, com vistas à apropriação de um saber. Segundo Brousseau (1996a), a situação deve ser concebida como um modelo de conhecimento a ser ensinado. Entretanto, ao mesmo tempo, ela se constitui tanto como uma condição para o estabelecimento de uma relação didática específica com o conhecimento

(relação triangular professor – aluno – saber) quanto como um instrumento privilegiado no processo de ensino e aprendizagem.

Essas relações são representadas por meio de um triângulo que Brousseau denomina de Triângulo das Situações Didáticas, conforme a figura proposta por Joannert para ilustrar esse Sistema:

Figura 1 – Triângulo das Situações Didáticas



Fonte: Jonnaert, 2002, p. 56

A partir dessa figura, podemos observar que no triângulo didático são estabelecidas relações entre os vértices: professor e aluno, professor e saber, aluno e saber. E, embora o triângulo se apresente como equilátero, essas relações são conflituosas e assimétricas. Brousseau (1996a) propõe ainda o que se pode chamar de uma “tipologia das situações”, na qual ele classifica as situações em “didáticas”, “adidáticas” e “não didáticas”. Segundo Brousseau (1996a), a situação didática pode ser definida como um conjunto de relações que se estabelecem explicitamente e ou implicitamente entre os alunos, um determinado contexto e o sistema educativo. As situações adidáticas, por sua vez, são aquelas em que o professor consegue fazer desaparecer sua vontade, ou seja, o aluno terá autonomia, e essa situação funcionará sem intervenção do professor, mediatizada pelo próprio saber e pela relação do aluno com ele. As situações não didáticas, por sua vez, são aquelas em que não há uma intencionalidade didática. São situações do cotidiano, fora ou não do contexto escolar, em que o aluno poderá relacionar o que aprendeu na escola e fazer funcionar o conhecimento.

Brousseau (1996b) ainda afirma que as situações didáticas podem ser

categorizadas em função da relação que se estabelece com o saber. São elas: situação de ação, formulação, validação e institucionalização. Em linhas gerais iremos caracterizar cada uma delas.

A situação de ação é aquela em que é gerada uma interação entre o aluno e o meio físico. Ele deve tomar iniciativas para que sua atividade fique organizada.

A situação de formulação tem como objetivo a comunicação de informações entre os alunos, de modo que, para isso acontecer, eles terão de adequar a linguagem habitual ao que precisam comunicar.

A situação de validação é aquela na qual se tenta “convencer” os outros sobre a validade do que foi feito. Ou seja, os alunos elaboram provas que devem ser demonstradas, pois não basta a comunicação empírica de que o que afirmam está correto, mas é necessário explicar o porquê de ser assim.

A situação de institucionalização constitui o momento de estabelecimento das convenções formais. Nesse tipo de situação, procura-se que o coletivo dos alunos participantes de uma determinada aula adote o significado social estabelecido do saber que foi vivenciado por eles, nas situações de ação, formulação e validação.

É importante destacar que cada uma dessas situações articula regras de contrato diferenciadas, visto que as tarefas do professor e dos alunos, em relação ao saber, são distintas em cada uma delas.

## 2 Contrato Didático

Brousseau (1996a) definiu o contrato didático como o resultado das negociações entre professor e aluno, em relação a um saber específico. Essa noção extrapola a ideia de contrato no sentido legal do termo, porque, enquanto um contrato, no sentido legal do termo, determina as regras para “assegurar a sua estabilidade, o contrato didático terá antes como função dinamizar as regras, justamente para que as coisas ocorram...” (Jonnaert, 2002, p.153).

De uma maneira mais ampla, o contexto escolar está permeado por diversos contratos escolares que se diferenciam do já mencionado contrato didático. Esses contratos regulam, de modo mais ou menos preciso e claro, negociações entre escola e sociedade, escola e famílias, escola e alunos, etc., e são mais convencionais e próximos do contrato no sentido estrito do termo.

As negociações e as expectativas que se estabelecem entre o professor e os alunos, sem a mediação de um saber, estão relacionadas ao contrato pedagógico.

Outro tipo de contrato que pode ser explorado é o contrato experimental. Schubauer-Leoni (1993 apud Brito Menezes, 2006), discute que, nesse tipo específico de contrato, o objetivo não é que algo seja ensinado e aprendido. O que ele busca é a investigação científica. Isso porque esse contrato se estabelece em uma relação em que um investigador e um sujeito interagem na realização de uma tarefa experimental.

No contrato didático, de acordo com Jonnaert (2002), podem ser percebidos alguns elementos que o diferenciam de outros tipos de contratos. Jonnaert (2002, p. 178) destaca três elementos importantes:

1. A ideia de compartilhar responsabilidades: a relação didática não está sob controle excessivo do professor, pois a responsabilidade do aprendiz é levada em conta: ele deverá aceitar realizar seu ofício de aluno.
2. Levar em conta o implícito: a relação didática funciona tanto, se não mais, sobre os não ditos do que sobre regras formuladas explicitamente: o contrato didático se inquieta com esses não ditos e, mais do que isso, atribui-lhe um valor tão importante quanto as regras formuladas explicitamente e pelas quais o professor e os alunos estão ligados.
3. A relação com o saber: o que é específico do contrato é levar em conta a relação que cada um dos parceiros mantém com o saber; o contrato didático considera a assimetria das relações do saber em jogo na relação didática.

Conforme esses elementos, percebemos que professor, alunos e saber interagem entre si por meio de regras e convenções e que o contrato didático joga com os paradoxos da relação didática: implícito e explícito, unilateral e negociado, interno à aula e externo à aula, espontâneo e imposto.

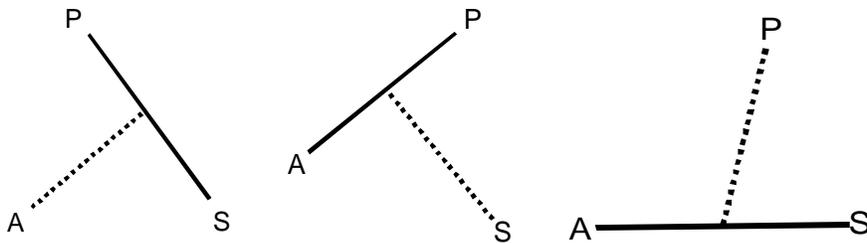
## 2.1 Modelos de contrato didático

Pais (2001) apresenta três modelos de contratos didáticos propostos por Brousseau, a partir da postura do professor em relação ao aluno e à valorização do saber.

O primeiro contrato didático enfatiza a relevância do conteúdo. No

segundo modelo de contrato didático, enfatiza-se a relação entre aluno e saber, com o professor entrando em cena apenas para o acompanhamento da situação didática. No terceiro modelo, destaca-se a relação do aluno com o saber, porém o professor procura intervir de maneira mais compromissada, considerando a aprendizagem nas dimensões individual e coletiva. Charnay (1996), por sua vez, esquematizou e denominou cada um desses tipos de contrato didático. Ao primeiro, centrado no conteúdo, denominou de “normativo”. Ao segundo, centrado no aluno, denominou de “iniciativo”. E ao terceiro, centrado na construção do saber pelo aluno, denominou de “aproximativo”. Esquemáticamente, temos, nas Figuras 2, 3 e 4, essas representações.

Figura 2 - Modelo Normativo Figura 3 - Modelo Iniciativo Figura 4 - Modelo Aproximativo



Fonte: Parra e Saiz, 1996,p. 39-40

Os modelos apresentados permitem-nos refletir sobre as negociações, as rupturas e as renegociações que se delineiam entre professor, aluno e saber, e sobre a possível influência dessas relações na aprendizagem.

## 2.2 Rupturas de Contrato Didático

Um contrato didático joga com regras explícitas e implícitas. As regras implícitas, apesar de não ditas, manifestam-se regularmente, o que pode, em consequência, gerar conflitos com as regras explícitas presentes na relação didática. Quando um dos parceiros, em sua relação com o saber, é posto diante de uma situação desse tipo, ocorre, por conseguinte, aquilo que Brousseau (1996a) denominou de “ruptura do contrato didático”.

### 3 Engenharia Didática

A noção de Engenharia Didática surgiu no início dos anos 1980, na Didática da Matemática. Para uma melhor compreensão do termo Engenharia Didática, Artigue (1992) faz analogia com o trabalho do engenheiro, que, com o intuito de realizar um trabalho preciso, concebe, planeja e executa um projeto. Segundo Machado (2002), a Engenharia Didática é uma metodologia constituída com a finalidade de analisar as situações didáticas, as quais são objetos de estudo da Didática da Matemática, e se ancora tanto na dimensão teórica quanto na prática.

A Engenharia Didática também pode ser considerada uma sequência de aulas elaboradas por um “professor-engenheiro”, com o objetivo de realizar um projeto de aprendizagem para um grupo de alunos específico.

Assim, a noção de Engenharia Didática possui dupla função, pois pode ser entendida como metodologia de pesquisa, como resultado de análise a priori ou como uma produção a ser utilizada para o ensino.

Segundo Pais (2001), as fases da Engenharia Didática podem ser resumidamente compreendidas da seguinte maneira:

#### 1ª Fase: Análise preliminar

É a etapa em que são realizadas considerações sobre os fundamentos teóricos da pesquisa, a fim de embasar a concepção da Engenharia Didática. De acordo com os objetivos e as necessidades emergentes, essa análise pode ser retomada e aprofundada durante o desenvolvimento da pesquisa.

#### 2ª Fase: Concepção e análise a priori

É a fase em que se define certa quantidade de variáveis do comando do sistema de ensino, que podem interferir na composição do fenômeno e podem ser manipuladas pelo professor, a fim de fazer evoluir o comportamento dos alunos.

#### 3ª Fase: Experimentação

É a etapa em que se aplica a sequência didática e que garante a relação entre prática e teoria. Pais (2001) afirma que a sequência didática é composta por certa quantidade de aulas, elaboradas e analisadas previamente, com o objetivo de observar situações de aprendizagem, baseando-se nos conceitos determinados na pesquisa didática. As aulas da sequência didática são

denominadas de “sessões”, por não se tratarem de aulas rotineiras.

#### 4ª Fase: Análise a posteriori e validação

É a fase em que as informações obtidas durante a aplicação da sequência didática são analisadas. É relevante que os dados obtidos pela observação direta do pesquisador ou de uma equipe de aplicação da parte experimental sejam registrados de forma objetiva, para que a realidade dos alunos seja descrita e, quando possível, reveladas as estratégias de raciocínio utilizadas por eles.

### 4 A Progressão Aritmética no contexto acadêmico

Para abordarmos a P.A. no contexto acadêmico, decidimos por discorrer sobre algumas pesquisas que têm tratado desse conteúdo algébrico.

Analizamos os estudos de Archília (2008), Carvalho (2008), Ferreira (2009) e Solis (2008). Percebemos que nessas pesquisas é valorizado o trabalho com a observação e a generalização dos padrões para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Archília (2008) investigou se os alunos do Ensino Médio constroem uma fórmula para o termo geral de uma P.A. e, para isso, elaborou uma sequência didática, embasado nos pressupostos da Engenharia Didática. Ele mesmo aplicou a sequência didática com seus alunos e constatou que, embora alguns desses alunos tenham expressado em linguagem natural a fórmula do termo geral da P.A., não expressaram esse resultado na forma simbólica.

Carvalho (2008) pesquisou se alunos do 1º ano do Ensino Médio, que ainda não haviam estudado P.A., generalizavam termos desse tipo de progressão e propôs, para a construção dos dados, uma sequência didática com atividades baseadas em observação e generalização de padrões. E usou, para aplicar essas atividades, fases da Engenharia Didática que estão relacionadas com a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau. Ele constatou que os alunos referidos conseguiram generalizar termos da P.A. após observação, porém tal fato não os levou à construção da fórmula do termo geral, devido à dificuldade de usar a notação algébrica formal.

Solis (2008) buscou investigar o desenvolvimento cognitivo dos alunos na construção de conceitos e conhecimentos relacionados à sequência numérica e à Progressão Aritmética. Ele usou alguns princípios da Engenharia Didática, elaborou uma sequência didática e assumiu o papel de professor-pesquisador durante a aplicação de cada sessão das atividades. Também aplicou

um software para que os alunos respondessem as atividades e investigou se o uso desse software contribuiu para motivar os alunos.

Ferreira (2009) objetivou investigar como o aluno que terminou o 1º ano do Ensino Médio em 2008 percebe, realiza e compreende as tarefas de observação de regularidades e generalização de padrões. A pesquisadora também elaborou e aplicou uma sequência de P.A., inspirando-se nas ideias da Engenharia Didática, e verificou que alguns alunos observaram as regularidades presentes em sequências e realizaram algumas generalizações de padrões, usando estratégias diversas para resolver os problemas apresentados. No entanto, ela percebeu a necessidade de outras experiências para que os alunos aperfeiçoassem a fluência algébrica e, assim, utilizassem de modo mais apropriado a linguagem algébrica.

## 5 Metodologia

### 5.1 Objetivo, sujeitos da pesquisa

A investigação e o estudo aqui expostos envolvem: uma professora que aplicou uma sequência didática previamente elaborada para o ensino de Progressão Aritmética; seus alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de ensino; e a negociação do contrato didático entre ela e os alunos.

### 5.2 Metodologia

O estudo foi desenvolvido em quatro etapas que descreveremos a seguir:

1. Elaboração da sequência didática pela pesquisadora.
2. Análise preliminar das atividades da sequência didática, com o objetivo de investigar se a sequência proposta enfocava os principais conceitos relacionados à Progressão Aritmética, e de antecipar as possíveis respostas e estratégias dos alunos, diante da sequência a ser desenvolvida.
3. Entrevista com a professora e apresentação da sequência didática pela pesquisadora.
4. Aplicação da sequência didática de P.A. pela professora.

Neste artigo, apresentaremos a etapa 1 e a etapa 4.

#### 5.2.1 Elaboração da sequência didática

Nessa etapa, a pesquisadora elaborou uma sequência didática para o ensino de P.A., buscando subsídios na Teoria das Situações Didáticas, nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (Brasil, 2008) e em livros recomendados pelo Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio (PNLEM) que são utilizados na rede pública estadual de Pernambuco. Embora a proposta não tenha sido a de realização de uma Engenharia Didática, nossa pesquisa pautou-se em algumas das etapas dessa metodologia: análise preliminar, análise a priori, experimentação, e análise a posteriori. Além disso, a sequência didática contemplou as fases propostas pela literatura na Teoria das Situações Didáticas: situações de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

A sequência foi elaborada para ser aplicada em duas sessões, cada uma composta por duas aulas de 50 minutos. A atividade inicial da primeira sessão foi proposta para ser realizada individualmente. As demais atividades da primeira e da segunda sessão deveriam ser realizadas em grupo.

Primeira Sessão – Objetivo: Compreender o que é uma Progressão Aritmética; identificar a razão  $r$  de uma Progressão Aritmética.

Procedimentos: A situação-problema que iniciou a primeira sessão foi a seguinte:

Atividade1 (impressa e entregue a cada aluno)

P1. - Um contribuinte esqueceu-se de pagar certo imposto. Verificou então que haveria multa pelo atraso, que deveria ser paga do seguinte modo: no primeiro dia após o vencimento, a multa seria de R\$ 38,00; a cada dia, a partir do segundo dia de atraso, seriam acrescidos R\$ 5,00 à multa do dia anterior. Construa uma tabela mostrando o quanto esse contribuinte deve pagar de multa se atrasar 1 dia, 2 dias, 3 dias, 4 dias, 18 dias e  $n$  dias. (Paiva, 2005, p. 191).

Após a distribuição, a professora leu juntamente com os alunos e solicitou que eles tentassem resolver individualmente, registrando as estratégias de resolução numa folha de papel.

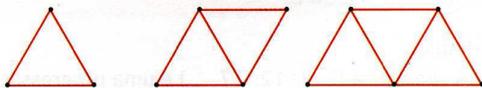
Depois desse momento, os alunos eram incentivados a relatar as estratégias que utilizaram para resolver o problema. Em seguida, eles foram dispostos em grupo, e foi entregue a cada grupo uma cartolina, uma caixa de fósforos e uma folha de papel com atividades a serem desenvolvidas. Foi-lhes explicado que as soluções deveriam ser registradas na cartolina, para, ao final,

serem apresentadas para os demais colegas.

Atividade 2 da primeira sessão (impressa e entregue a cada grupo de alunos):

Observe as construções.

Figura 1 - Construção com triângulos



Fonte: Dante, 2008, p. 136

- Mantendo o padrão representado na figura, utilize palitos de fósforo e represente como ficará a 4ª e a 5ª construção.
- Represente por meio de um desenho como ficaria a 8ª construção.
- Preencha a tabela abaixo de acordo com o que realizou no item 1.

Construção	1	2	3	4	
Quantidade de palitos					

- Explique como é formada a sequência de números referente à quantidade de palitos.
- Mantendo o padrão representado na figura, quantos palitos serão usados na 15ª construção? Explique como você encontrou o resultado.

Depois do momento de produção em grupo, procedeu-se à apresentação para a classe. Após as apresentações de cada grupo, a professora foi orientada pela pesquisadora a explicar Progressão Aritmética, usando um texto elaborado por esta e entregue anteriormente à professora. O texto foi o seguinte:

Considerando os resultados das quantidades de palitos necessárias para as construções 1, 2, 3, 4 e 5, temos a sequência numérica 3, 5, 7, 9, 11. Observamos que a quantidade de palitos, a partir da 2ª construção é igual à quantidade de palitos da construção anterior adicionada a um número fixo de palitos: 2.

1ª construção → 3 palitos; 2ª construção → 5 palitos = 3 + 2;

3ª construção  $\rightarrow$  7 palitos =  $5 + 2$ ;

4ª construção  $\rightarrow$  9 palitos =  $7 + 2$ ; 5ª construção  $\rightarrow$  11 palitos =  $9 + 2$

Como uma Progressão Aritmética é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior adicionado a um número fixo, chamado razão da progressão, a sequência da quantidade de palitos 3, 5, 7, 9, 11 é uma Progressão Aritmética e o número fixo 2, é a razão dessa progressão.

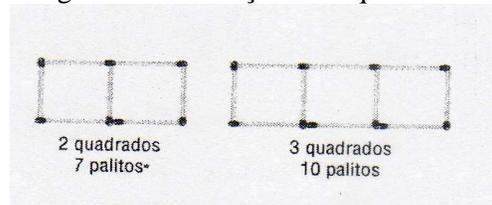
*Segunda Sessão* – Objetivos: Escrever uma sequência numérica e reconhecê-la como uma P.A.; escrever a fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética.

Procedimentos: A segunda sessão foi iniciada, partindo de uma revisão do que foi realizado na primeira sessão. Após esse momento inicial, a professora foi orientada a explicitar que as atividades da segunda sessão deveriam ser realizadas em duplas e que as respostas deveriam ser registradas numa folha de papel, para apresentação posterior ao grupo-classe.

Atividade 1 da segunda sessão (impressa e entregue a cada grupo de alunos)

Observe as construções com quadrados.

Figura 2: Construção com quadrados



Fonte: Dante, 2004, p. 110

1. Supondo que seja mantido o padrão apresentado na figura, complete a sequência numérica referente à quantidade de palitos usada nas cinco primeiras construções com quadrados.  
7, 10, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_
2. A sequência numérica que você escreveu é uma Progressão Aritmética? Por quê?
3. Mantendo o padrão apresentado na figura, determine o número de palitos utilizados na 72ª construção e escreva como chegou ao resultado.
4. Escreva uma expressão matemática que indique o número **P** de palitos em função do número de construções **n** de quadrados.
5. Explique, com suas palavras, uma maneira que você pudesse realizar o cálculo da quantidade de palitos, em diferentes construções imaginadas.
6. Escreva uma fórmula que permita calcular a quantidade de palitos para qualquer construção imaginada.

Após as apresentações dos grupos, a professora fez uma intervenção, sem a sugestão de texto pela pesquisadora, nos seguintes termos:

No 6º quesito da atividade da 2ª sessão, devemos encontrar uma fórmula que nos permita obter um termo qualquer de uma Progressão Aritmética, conhecidos o primeiro termo e a razão  $r$  da progressão. Assim, nas construções com quadrados, usamos 7 palitos na 1ª construção, 10 palitos na 2ª construção, 13 palitos na 3ª construção, 16 palitos na 4ª construção e 20 palitos na 5ª construção. Observamos com isso que a partir da 2ª construção, a quantidade de palitos é sempre a quantidade da construção

anterior adicionada ao número fixo: 3. Desta forma, a sequência numérica 7, 10, 13, 16, 20 é uma Progressão Aritmética cuja razão é o número fixo 3.

A partir de então, utilizando-se do quadro, a professora procedeu à etapa de institucionalização, em que apresentaria toda a explicação matemática para a situação-problema que havia sido proposta<sup>4</sup>.

Após a explicação da fórmula do termo geral da P.A., a professora retomou o problema P<sub>1</sub> e o resolveu com a participação dos alunos. Em seguida, entregou o Problema P<sub>2</sub>, para que os alunos respondessem individualmente numa folha de papel. Após essa atividade, foi encerrada a segunda sessão.

Atividade 2 da segunda sessão (impressa e entregue a cada grupo de alunos)

P<sub>2</sub>: O dono de uma fábrica pretende iniciar a produção com 2 000 unidades mensais e, a cada mês, produzir 175 unidades a mais. Mantidas essas condições, quantas unidades a fábrica produzirá no 10º mês?

### 5.2.2 Aplicação da sequência didática

Realizamos essa etapa, registrando em vídeo e fazendo um diário de campo de todas as aulas em que a sequência didática de P.A. foi aplicada na sala de aula pela professora.

O diário de campo foi construído a cada aula. Nele constaram as anotações que a pesquisadora julgou pertinentes e relevantes para o esclarecimento do objeto de estudo desta pesquisa.

## 6. Análise dos resultados

A análise dos dados foi realizada da seguinte maneira:

Transcrevemos todas as aulas videografadas em que a sequência didática de P.A. foi aplicada.

Com os dados construídos a partir das transcrições e das anotações que fizemos durante as aulas, no diário de campo, buscamos investigar em que medida a professora negociou, na sala de aula do 2º ano do Ensino Médio, as

<sup>4</sup> Os detalhes dessa institucionalização podem ser encontrados na dissertação de mestrado de Souza (2012).

regras estabelecidas pela pesquisadora para aplicação da sequência didática elaborada pela pesquisadora para o ensino do conteúdo de Progressão Aritmética. Para isso, direcionamos nossa análise para as seguintes categorias por nós elencadas:

Negociações, rupturas e renegociações do contrato didático

Gestão do tempo

De posse das análises da videografia, das análises registradas no diário de campo, da entrevista feita inicialmente com a professora e dos protocolos das atividades dos alunos, estabelecemos uma articulação entre os dados, ou seja, fizemos uma análise global, a fim de compreender melhor o nosso objeto de estudo.

Apresentaremos, aqui, uma breve discussão dos dados, contemplados em três momentos: análise da primeira e da segunda sessão da aplicação da sequência didática; análise comparativa entre as estratégias previstas na análise preliminar e as estratégias utilizadas pelos alunos; e análise da evolução dos alunos em relação ao saber.

### 6.1 Análise da primeira sessão da aplicação da sequência didática de P.A.

A primeira sessão da aplicação da sequência didática de P.A. foi proposta pela pesquisadora para ser realizada em duas aulas de 50 minutos. No entanto, o modo como a professora direcionou e geriu o tempo fez com que utilizasse três aulas de 50 minutos. Isso já aponta para uma das modificações/adaptações feitas pela própria professora, e que diz respeito à gestão do tempo didático (Câmara dos Santos, 1997).

A professora iniciou a aula, explicitando que o trabalho a ser realizado naquele dia obedeceria a uma dinâmica que diferia da usual da sala. Observemos o recorte de protocolo do Quadro 1.

Quadro 1 - Recorte da explicação inicial da professora

---

P – Olha, gente, a nossa aula hoje vai ser uma aula diferente. E essa aula diferente, por que que vai ser uma aula diferente? Geralmente ... Uma aula que vai fugir um pouco da nossa rotina de aula. Por quê? Qual é a nossa rotina de aula? A gente começa nossa aula, acompanhando com o livro, e o primeiro passo do livro é o quê? Dá o tema, o assunto, não é? Ele dá o conteúdo, ele diz pra você o que é que a gente vai estudar. Mas hoje a gente vai

---

---

fazer diferente. Vamos trabalhar algumas situações, eu não vou falar pra vocês qual é o assunto, qual é o conteúdo. A gente primeiro vai trabalhar pra depois chegar nesse conteúdo. (repete) A gente vai trabalhar sem intitular nada. Então o primeiro passo eu vou distribuir pra vocês, é... um enunciado de um exercício que vocês vão tentar responder, tá? Vão tentar responder da forma de vocês. Pelo conhecimento que vocês têm. Eu não vou direcionar vocês a responder isso aqui, não. Você vai responder e depois que você responder da sua forma, você vai registrar, escrever as estratégias que você utilizou pra responder. Ah, primeiro passo, eu fiz isso, somei isso fiz aquilo. Você vai dizer, escrever apenas o que você fez. É simples, você não vai utilizar a fórmula pra poder responder isso aqui, você apenas vai fazer pelo que você sabe, é pelo que conhece. Vou distribuir pra cada um.

---

Com o recorte de protocolo do Quadro 1, é possível percebermos que a professora expõe para os alunos as novas regras do jogo didático. Regras essas que representam rupturas com o contrato que geralmente vigora nas demais aulas de matemática dessa turma. Depois de expor que cada aluno deveria resolver o problema  $P_1$  individualmente, utilizando o próprio conhecimento, e de distribuir a folha com a atividade, a professora interrompeu a turma e disse, como revela o Quadro 2:

Quadro 2 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

P – Querem que eu repita de novo? Não? Mas tem uma pessoa ali que não entendeu. Então vou repetir pra ela e pra algumas pessoas. O contribuinte esqueceu de pagar ..., certo. Por causa disso, ele vai pagar multa. No primeiro dia após o vencimento ele vai pagar R\$ 38,00. A multa vai ser isso. A cada dia a partir do segundo dia de atraso seria acrescido 5 reais.

Aluno - Em cima desses trinta e oito?

P – Em cima desses trinta e oito. Então no primeiro dia R\$ 38,00, no segundo dia vai ser acrescido mais R\$ 5,00, no terceiro dia, quarto dia, quinto dia...

Alunos continuam a responder.

Professora interrompe e explica:

P – Aí, depois que você construir a multa de R\$ 38,00 no primeiro dia, você vai pegar aquela multa de trinta e oito e vai somando, e vai crescer de cinco. E no nono dia, também. É a multa do anterior mais cinco.

---

Nesse recorte de protocolo do Quadro 2, uma ruptura do contrato estabelecido entre a pesquisadora e a professora começou a acontecer. Isto porque, embora tivesse sido orientada pela pesquisadora sobre ler  $P_1$  junto com os alunos e deixá-los resolverem o problema sem o seu auxílio, a professora não conseguiu se desprender da prática que costumeiramente desenvolvia na sala de aula e que relatou no recorte do Quadro 1; e começou a indicar caminhos para que eles conseguissem a solução do problema.

Depois desse momento de ruptura de contrato didático, evidenciaram-se, durante a realização da atividade, algumas situações que demonstraram que

a professora possuía expectativas diferentes em relação à aprendizagem de alguns alunos, o que pode indicar um contrato diferencial. Destacamos, como exemplo dessas expectativas, o recorte de protocolo do Quadro 3:

Quadro 3 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

Outra aluna chama a professora, fala baixinho, e a professora diz:

P – *Aí não sei. N dias não sai?*

Olha para Pedro e diz:

P – *N dias sai?* – pergunta a Pedro:

P – *O seu n dias sai?*

Ele não responde e alguns riem.

---

Percebemos, no recorte do Quadro 3, a professora demonstrando que possui expectativas positivas em relação à aprendizagem de Pedro, pois, depois de ela não ter respondido sobre *n* dias a uma aluna que lhe havia perguntado, direcionou o questionamento ao referido aluno.

Com o recorte do Quadro 3, percebemos também que, na relação didática inicial com o saber Progressão Aritmética, os alunos questionaram o “*n*” dias, pois não conseguiam entender o que significava, e, mesmo a professora tendo dito que não se preocupassem com essa parte do problema, os alunos demonstraram inquietação para compreender.

Esse aspecto da relação inicial com o saber revelou o que Brito Menezes (2006) reflete que acontece quando um novo saber entra em cena na sala de aula: uma tensão mais evidente entre os polos do triângulo didático e uma maior assimetria, visto que o aluno está mais distante do saber.

Ainda, sobre essa tensão inicial, houve um momento em que a professora perguntou à pesquisadora se poderia ajudar os alunos quando perguntavam sobre o *n* dias. A pesquisadora respondeu que seria melhor que não, visto que o objetivo era o de instigá-los para a atividade subsequente. Nessa atitude da professora, revela-se um conflito: agir conforme o negociado com a pesquisadora ou conforme o habitual.

Destacamos que, na discussão sobre o *n* dias do problema  $P_1$ , um aluno falou: “*n dias vou colocar x*”. Essa fala demonstra uma das regras que geralmente presenciamos em aulas de Matemática: um valor desconhecido é sempre denominado de *x*. A postura do aluno ao adotar o *x* no lugar de *n* indica, então, marcas de contratos anteriores.

Ao final de cada relato sobre a estratégia usada, os alunos confrontavam o que o outro falava com o seu raciocínio, oportunizando situações de aprendizagem bastante relevantes, e a professora adotou a postura de ouvir e, ao final, incentivar que outros relatos diferentes fossem expostos. Nessa fase da aula, ela apontou para determinada aluna que, embora tivesse usado uma estratégia semelhante aos demais colegas que já haviam apresentado, tinha um diferencial que solucionava o problema, no que concerne ao cálculo da multa para 18 dias. Observemos essa situação no recorte de protocolo do Quadro 4.

Quadro 4 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

P – Sim, mas eu acredito que deve ter alguém que deve ter feito diferente. Uma pessoa só me diga como foi que você fez sem, ter que multiplicar. Você (aponta para Alice! Como foi que tu fizeste, Alice?

Alice – Eu multipliquei, mas eu multipliquei por catorze.

P – Como foi que você fez? Qual foi a estratégia?

Alice – Do primeiro até ao quarto dia, aumentei sempre cinco reais.

P- E no primeiro dia, o que foi que você colocou?

Alice – Trinta e oito.

P – Trinta e oito.

Alice – Aí, no segundo dia, é mais cinco, deu quarenta e três, aí no terceiro mais cinco, quarenta e oito; aí depois mais cinco, no quarto dia deu cinquenta e três. Aí, dezoito dias não é, a gente não multiplica por dezoito. A gente multiplica por catorze, pois já tem até o quatro. Aí dá cento e vinte e três.

P – Ela não multiplicou dezoito dias por cinco, porque ela já tinha feito quatro dias.

Alguns alunos falam que está certo.

---

Embora a professora não tivesse falado em certo ou errado, pois uma das regras negociadas com a pesquisadora era a de que a professora deixaria o momento de institucionalizar o saber P.A. para o final da segunda sessão, quando, então, retomaria o problema P1, o raciocínio que a aluna utilizou foi valorizado. Isso aconteceu quando enfatizou *“ela não multiplicou dezoito dias por cinco, porque ela já tinha feito quatro dias”*, evidenciando uma regra implícita de contrato didático: a ênfase dada pela professora é um aspecto que valida a estratégia como a correta. Vale ressaltar, também, que o fato de a professora indicar a referida aluna para o relato demonstra o papel do professor de direcionar as ações do jogo didático, visto que anteriormente ela já tinha tido acesso à estratégia dessa aluna e, portanto, sabia que seria relevante seu relato para o momento.

Para a atividade 2, os alunos foram dispostos em grupo, e uma situação ocorrida em um dos grupos nos chamou atenção. Vejamos, no recorte de protocolo do Quadro 5:

Quadro 5 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

Pedro – Pra mim, vai montar assim. Pela lógica, é pra colocar aí em cima.

A aluna Gilda mostra às demais colegas e diz:

– Tem que ser na ordem.

As duas outras alunas concordam com Gilda.

Pedro – Como é que vai colocar esse aí sem fazer a quarta? Vai ser um pra cima outro pra baixo?

Pedro – Essa é a segunda, essa é a terceira. Ele tá pedindo a quarta. Como ficaria? A gente

---

---

só vai acrescentar mais um em cima. Entendeu?  
 Gilda – Não. Eu acho que... Eu entendi, mas não aceito.

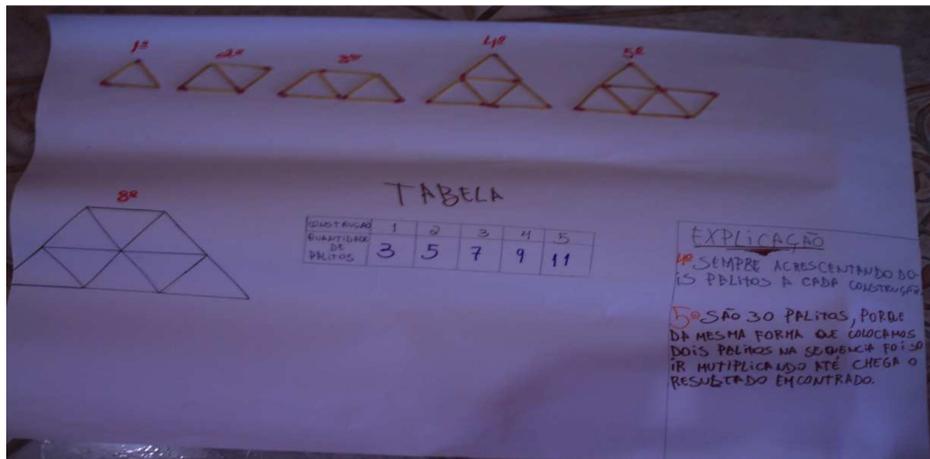
---

Esse recorte de protocolo do Quadro 5 expõe que, nessa relação entre aluno, aluno e saber, a validação da estratégia aconteceu baseada em fatores como persistência e liderança. Esse momento também pode revelar o que, muitas vezes, acontece entre professor, aluno e saber: sabe-se, sem precisar ser dito, que o professor possui com o saber uma relação mais apropriada do que a relação que tem o aluno. Assim, o aluno que não percebeu que Pedro não estava com a estratégia correta pode ter sido motivado por uma expectativa positiva quanto à relação de Pedro com o saber, expectativa essa também sentida pela professora, o que conferiu, implicitamente, a Pedro certa “autoridade” no grupo.

Ao terminarem de resolver a atividade 2, passou-se às apresentações. Vejamos a produção dos três grupos:

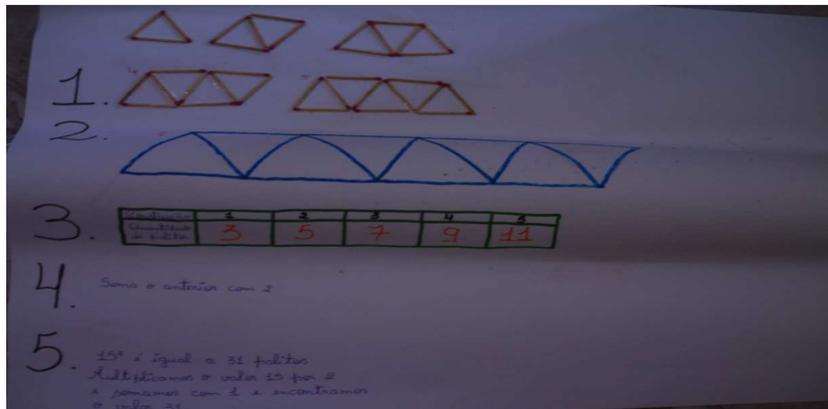
Grupo 1

Figura 6 – Recorte da produção do grupo 1



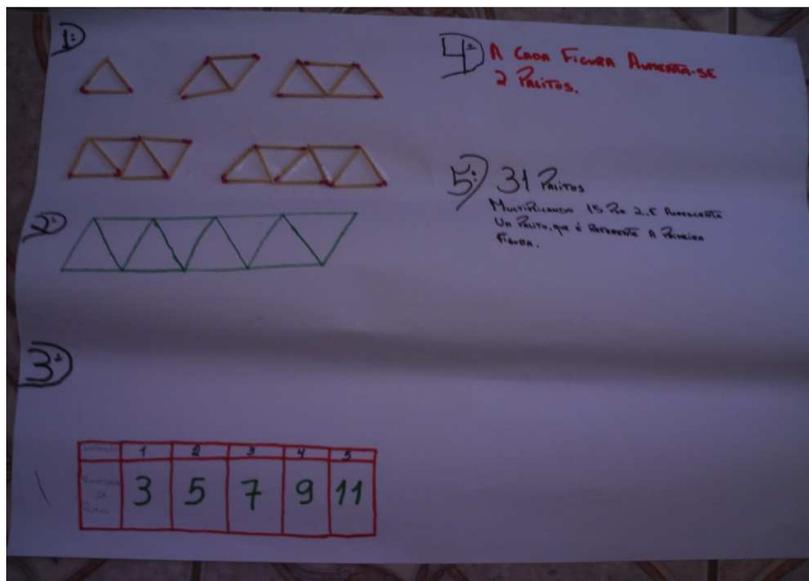
Grupo 2

Figura 7 – Recorte da produção do grupo 2



Grupo 3

Figura 8 – Recorte da produção do grupo 3



Posteriormente às apresentações dos grupos, a professora procedeu à institucionalização do saber.

Em relação à negociação em torno do saber, percebemos uma regra

implícita: se o aluno responde e a professora repete o que foi falado, significa que está correta a resposta. Vejamos o recorte do protocolo 6:

Quadro 6 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

P – Esse número que eu tô somando, ele é um número fixo ou ele é um número que tá sempre mudando?

A – Tá somando dois.

P – O número que eu tô somando, esse número que eu tô somando à minha sequência, é um número fixo. Então a gente acabou de estudar uma Progressão Aritmética. O que é uma Progressão Aritmética? É uma sequência de números em que cada termo a partir do segundo é igual ao anterior somado com um número fixo. E esse número fixo é a minha razão, a razão da Progressão Aritmética. Então aqui, esses números: três, cinco, sete, nove e onze, é uma Progressão Aritmética de razão quanto?

A – Dois.

P – Dois. De razão dois, que é um número fixo. Daí a gente descobre quais são os próximos números dessa sequência, né? Porque a gente já conhece a, a razão. Entenderam? Tudo o que vocês fizeram, tudo o que vocês construíram foi pra chegar numa Progressão Aritmética, que a gente chama de P.A. Nas próximas aulas a gente vai descobrir mais sobre P.A. O que é que ela tem mais pra nos dizer, tá? Aí é só começando. Tá bom, gente? Pronto. Por hoje é só.

## 6.2 Análise da segunda sessão da aplicação da sequência didática de P.A.

A segunda sessão da aplicação da sequência didática de P.A. foi proposta pela pesquisadora para ser aplicada em duas aulas de 50 minutos. No entanto, do mesmo modo que ocorreu na primeira sessão, a professora aplicou a sequência em três aulas de 50 minutos.

Após lembrar o que já havia sido feito na primeira sessão, a professora propôs uma nova atividade e estabeleceu regras que iriam reger essa nova etapa, conforme expressa o recorte de protocolo do Quadro 7.

Quadro 7 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

P – ... Foi isso que a gente viu. Então, eu tenho outra atividade pra vocês, tá? Essa atividade a gente vai ver o resultado dela no final, assim como a gente viu o resultado das primeiras atividades. Oh, essa segunda atividade eu vou

---

querer que vocês se dividam em grupos, tá? É. Dessa vez vocês não vão usar cartolina, não. Vocês vão responder essa atividade na folhinha, mesmo, e depois vocês vão apresentar, tá? Do mesmo jeito que a gente fez na primeira. Risos.

P – Mas vai ser mais rápido do que a primeira vez.

---

Vemos que, no recorte de protocolo do Quadro 7, além das novas regras explicitadas para que a atividade didática funcionasse e os objetivos fossem alcançados, a influência do tempo nas ações didáticas também é percebida, já que a professora ressaltou: “*vai ser mais rápido do que a primeira vez*”.

Durante esse momento, porém, podemos perceber também uma regra implícita, que é a relevância da participação na atividade anterior para o sucesso na atividade da segunda sessão. Entendendo o que a professora indicou com a fala, um dos alunos desse grupo leu sobre Progressão Aritmética no livro didático, para responder as questões propostas. O recorte de protocolo do Quadro 8 confirma essa regra de forma explícita. Vejamos:

Quadro 8 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

A – Professora, o segundo como é?

P – Eu acabei de explicar. Você não tava nas outras aulas, não? Progressão Aritmética é uma sequência em que o segundo termo menos o primeiro termo é a razão.

---

Outro fato que já apontamos anteriormente e tornou a ser evidenciado em um dos grupos é que marcas de contratos didáticos anteriores se internalizam de tal maneira, que persistem e se opõem quase involuntariamente a novas regras. Como exemplo disso, temos o que é exposto no recorte de protocolo do Quadro 9.

Quadro 9 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

P - Se você tem uma expressão que explique a quantidade de palitos, no lugar do número quadrados coloca uma letra.

A – Entendeu?

A outra aluna fala:

A – X.

A – x é sempre o resultado. X é duzentos e vinte.

---

Assim, podemos ver explicitamente uma regra implícita: um resultado é sempre x, e um número desconhecido é sempre x. Diante disso, a professora

insistiu e renegociou esse aspecto do saber, como é percebido no recorte de protocolo do Quadro 10.

Quadro 10 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

P – Eu quero uma expressão que explique isso. E não quantos quadrados tem. Como se fosse uma formulazinha, uma equação. Você disse que duzentos e vinte é ... (inaudível)... como é que você encontraria uma expressão. O número de palitos é P, o número de quadrados é n. N vai ser quantos palitos de P? Como foi que você chegou a duzentos e vinte palitos? Você só chegou somando?

A – Foi.

P – Então explique com suas palavras uma maneira de calcular, explique como foi que você desenvolveu esse cálculo aqui.

A – Então aqui, no caso...

P – Não, porque você não escreveu nenhuma expressão. Você apenas somou.

---

Na aula posterior procedeu-se às apresentações dos grupos. Em certo momento das apresentações, a professora indicou um grupo e convenceu-o de que o que apresentariam seria importante para o entendimento do conteúdo. Vejamos parte da apresentação do grupo referido no recorte de protocolo do Quadro 11.

Quadro 11 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

P – Qual foi o esquema?

A – Somando de três em três, até encontrar o resultado. No segundo foi, a pergunta foi com respeito se a sequência numérica era uma progressão aritmética. A gente respondeu que sim, porque a sequência dos números foram somadas com a razão. O terceiro (lê): mantendo o padrão apresentado na figura determine o número de palitos utilizados nesse número aqui, que eu não sei professora, e escreva como chegou ao resultado. Nosso resultado deu 220 palitos.

P – Muito bem.

---

Ainda, no recorte de protocolo do Quadro 11, vemos que a professora validou como certa a resposta do grupo 4, pois foi a única vez que disse “*muito bem*” ao final de uma apresentação. Também incentivou o grupo a revelar o porquê de a resposta ter sido diferente dos demais grupos, como é constatado no recorte de protocolo do Quadro 12.

Quadro 12 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

A – A gente só somou de três mais três, mais três, mais três...

P – Mas vocês somaram três mais três, partindo de quê, do começo era o número três, é?

A – Não, a partir do sete.

P – Aí você...

A – Por isso que muitos deles deu resultado diferente. Porque começaram a partir do três. A gente começou a partir do primeiro resultado. Do sete, dez, treze, dezesseis.

---

Nesse recorte de protocolo do Quadro 12, fica claro que a professora oportunizou um momento para que os alunos confrontassem suas estratégias de resolução e, assim, validassem o resultado correto.

Após as apresentações, a professora falou sobre o trabalho dos grupos, avaliou o que realizaram, como podemos ver no recorte de protocolo do Quadro 13.

Quadro 13 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

P – Olhe, eu acho que vocês estão ansiosos para saber, na realidade, quantos palitos foram utilizados nessa construção aí do terceiro, né? Oh, primeiro o que eu gostei de todas as apresentações foi porque vocês conseguiram identificar uma Progressão Aritmética. Todos os grupos, sem exceção, afirmaram que era uma sequência e que essa sequência era de razão três. Eu acho que o objetivo maior aí foi alcançado, porque vocês identificaram a Progressão, a sequência e a razão, né? Porque isso aí foi o que a gente trabalhou nessas últimas aulas. Agora, é... essa primeira questão que pedia pra vocês fazerem a sequência, aqui como todo grupo aprendeu o que era a sequência, e o que era a progressão, todo mundo conseguiu fazer. O segundo, também responderam que é uma progressão aritmética. O terceiro, só foi um grupo que conseguiu chegar à resposta. Foi o grupo das meninas (aponta para o grupo 3).

---

A professora salientou que, embora o grupo tivesse acertado a resposta, a estratégia que usaram foi demorada. Uma das alunas do grupo insistiu que o importante era terem acertado. A professora, então, indagou:

Quadro 14 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A.

---

P – Vocês conseguiram chegar à resposta, mas vocês sofreram um pouquinho pra chegar nessa resposta.

A – Mas chegou.

P – Chegou, mas sofreu. Será que se eu pedisse a você, é... na construção

---

---

número seiscentos?

A – A gente pegava um caderno pequenininho e saía...

A - Chegava lá.

P – E se eu pedisse a construção de número mil e quinhentos?

A – A gente sairia botando: um, dois, três, quatro...

P – Não. Vocês não iriam conseguir fazer.

A – Professora...

---

Na situação reportada nesse recorte de protocolo do Quadro 14, a professora expressou e negociou que é importante o uso de fórmulas para que o tempo didático nas aulas de matemática seja mais bem aproveitado. Também, implicitamente foram colocadas para os alunos a relevância e a utilidade do saber construído historicamente.

Após essa situação, a professora passou à etapa da institucionalização do saber. Novas regras foram negociadas, como, por exemplo, que os alunos devem estar atentos, devem responder quando indagados, etc. Uma negociação em relação ao saber P.A. foi explicitada:

Quadro 15 - Recorte de Protocolo das aulas da sequência didática de P.A

---

P – Agora, oh, a partir daqui a gente pode calcular uma fórmula pra gente calcular qualquer número de termos, tá? Então vamos escolher um número, oh... Que letra, ou que representação você daria pra um número que você não conhece?

A – x.

P – x. Ah, mas vamos trabalhar com n. Por que n é um número que a gente não conhece. Então eu quero descobrir um termo, uma fórmula que descubra, que permita a gente calcular qualquer número de termos. Se n é o meu número, no lugar desse setenta e dois, eu vou pra essa fórmula aqui (aponta).

---

O recorte do Quadro 15 demonstra que, no caso da P.A., como na fórmula do termo geral, o número de termos é n, a professora negociou que não seria x. Os alunos não questionaram e, embora não tivessem esboçado reação contrária, o fato de, mais uma vez, a professora pedir para usarem n, reflete que há regras que estão internalizadas de tal modo que, sem que percebamos, voltamos sempre a elas.

Depois de instituir a fórmula do termo geral, a professora devolveu  $P_1$  e

os alunos responderam, usando a fórmula do termo geral.

### Considerações Finais

Com nossa investigação, percebemos que, apesar de a pesquisadora ter elaborado uma sequência didática de Progressão Aritmética baseando-se nos moldes de um contrato didático do tipo aproximativo, visto que nessa sequência as atividades buscaram contemplar as fases descritas por Brousseau na Teoria das Situações Didáticas, aconteceram, durante a aplicação da sequência didática, alguns conflitos com as regras predeterminadas.

Os conflitos geraram rupturas, que quase sempre estavam relacionadas com marcas de contratos didáticos anteriores, como, por exemplo, quando inicialmente o aluno deveria resolver as atividades sem auxílio da professora e esta, contrariando uma das regras predeterminadas, dava pistas, orientava-os. Ainda aconteceram momentos em que as explicações eram dadas apenas a alguns alunos, evidenciando também um contrato diferencial.

Percebemos, ainda, um contrato diferencial não apenas entre professora e alunos, mas também entre os próprios alunos. Isso porque, durante a realização das atividades, um grupo assumiu como resposta uma solução errada pelo fato de ter sido formulada por um aluno que se destacava na aula e sobre o qual havia expectativas positivas na relação com o saber. Outro fato semelhante aconteceu, quando um dos alunos respondeu e validou a resposta, porque confirmou com uma aluna que também era vista como uma das que possuíam uma relação mais próxima com o saber.

Outra ruptura com as regras predeterminadas refere-se ao tempo previsto para a aplicação da sequência didática, visto que a pesquisadora elaborou a sequência para ser aplicada em quatro aulas de cinquenta minutos cada uma e, como já comentamos aqui, a professora usou seis aulas. Acreditamos que isso aconteceu, porque as duas primeiras aulas da aplicação da sequência foram aulas do início do turno, e a turma só entrou na sala de aula vinte minutos depois do horário previsto.

Destacamos também que, embora não tivéssemos como objetivo analisar se houve aprendizagem com a aplicação da sequência didática que propusemos, os alunos estabeleceram algumas estratégias que não previmos na análise a priori que fizemos das atividades. Isso nos fez refletir que, ao oportunizar momentos e situações favoráveis à aprendizagem, o professor está

contribuindo para que se ampliem as possibilidades de aprendizagem para o aluno, visto que ele é instigado a pensar.

Desta forma, concluímos que, ao investigarmos o modo como a professora negociou o contrato didático com alunos do 2º ano do Ensino Médio, na aplicação de uma sequência didática previamente elaborada para o ensino de Progressão Aritmética, contribuimos para a reflexão sobre a relação didática e sua dinamicidade.

### Referências

- ARCHILIA, S. *Construção do termo geral da progressão aritmética pela observação e generalização de padrões*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2008.
- ARTIGUE, M. Didactic engineering. In: DOUADY, R.; MERCIER, A. (Ed.). *Research in Didactique of Mathematics: Selected papers*. Grenoble: La pensée Sauvage. p. 41-66.
- BRASIL. Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM). Brasília: MEC/SEM, 2008.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Brasília: MEC/SEM, 1999.
- BRITO MENEZES, Anna Paula de Avelar. *Contrato didático e transposição didática: inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino fundamental*. 2006. 410f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. *Didáctica das Matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. p. 34-113.
- BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. *Didáctica da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. p. 48-72.
- CÂMARA DOS SANTOS, M. O professor e o tempo. *Tópicos Educacionais*, Recife, v. 15, n. 1-2, p. 105-116, 1997.
- CARVALHO, C. A. S. *O aluno do Ensino Médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da Progressão Aritmética*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2008.
- CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C.; SAIZ, I. *Didáctica da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.
- DANTE, L. R. *Matemática: Ensino Médio – 1ª série*. São Paulo: Ática, 2004.
- DANTE, L. R. *Matemática: Ensino Médio*. São Paulo: Ática, 2008. Volume único.
- DORNELAS, J. J. B. *Análise de uma sequência didática para a aprendizagem do conceito de função afim*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco (UFRPE), Recife, 2007. 118 p.
- FERREIRA, C. R. M. *Os alunos do 1º ano do Ensino Médio e os padrões: observação, realização e*

compreensão. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. 119 p.

GÁLVEZ, G. A Didática da Matemática. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Org.). *Didática da Matemática: reflexões psicológicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap. 2, p. 26-35.

JONNAERT, P. Criar condições para aprender. Porto Alegre: Artmed, 2002.

KILPATRICK, J. Historia de la investigación en Educación Matemática. In: KILPATRICK et al. *Educación Matemática y investigación*. Madrid: Editorial Síntesis, 1992.

LINS LESSA, M. M. *Aprender álgebra em sala de aula: contribuição de uma seqüência didática*. Tese (Doutorado) – Curso de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, 2005. Não publicada.

MACHADO, S. D. A. Engenharia didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 2002. p. 197-212.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIVA, Manoel. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 2005.

PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SOLIS, A. *Argumentação e prova no estudo de Progressões Aritméticas com o auxílio de Hot Potatoes*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. 184 p.

SOUZA, C. M. P. *Contrato didático: negociações, rupturas e renegociações a partir de uma seqüência didática sobre Progressão Aritmética*. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação no Ensino das Ciências, Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2011.

Submetido em 01/03/2013

Aprovado em 27/02/2014