

Investigação matemática na sala de aula: tratamento da informação no ensino fundamental

Neiva Ignês Grando¹ e Marlova Elizabete Balke²

Resumo: Esta pesquisa, envolvendo alunos de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino do município de Sertão, região norte do estado do Rio Grande do Sul, teve como objetivo analisar o potencial da abordagem de investigação matemática no desenvolvimento de conteúdos do bloco Tratamento da informação. Os instrumentos de análise foram os registros das aulas de matemática desenvolvidas por uma das pesquisadoras em sua função de professora. A base teórica foi constituída por autores como Ponte, Vigotski, Duval, entre outros, os quais apresentam aspectos importantes para análise da complexidade da sala de aula. O desenvolvimento das atividades de investigação matemática possibilitou interações que potencializaram a apropriação de significados dos conceitos que compõem o conteúdo de tratamento da informação da referida série escolar.

Palavras-chave: Investigação matemática. Ensino fundamental. Tratamento da informação.

Math investigation in the classroom: Dealing with information at the elementary level

Abstract: This research, involving students from 8th grade of elementary school basic education at a state school in the town of Sertão, north of Rio Grande do Sul, aimed to analyze the potential of the approach of mathematical investigation in the development of contents of the information processing block. The analysis tools were records of math classes were developed by one of the researchers in her role as a teacher. The theoretical basis for the research consists of authors such as Ponte, Vigotski, Duval, among others, who highlight important aspects for consideration in the classroom. The development of mathematical research activities allowed instructions in the classroom interactions,

¹ Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo (UPF/RS). Líder do Grupo de Pesquisa Teoria Histórico-Cultural e Educação Matemática (CNPq). neiva@upf.br

² Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Câmpus Erechim. Mestre em Educação pela Universidade de Passo Fundo. marlovalbalke@gmail.com

which potentialised the appropriation of the concepts of meaning processing, which compose the content of information dealing of the afore-mentioned school grade.

Keywords: Mathematical investigation. Elementary school. Information processing.

Introdução

Considerando as rápidas mudanças nas condições materiais e intelectuais da sociedade e a conseqüente complexidade da sala de aula na contemporaneidade, torna-se necessário que o educador matemático se volte, cada vez mais, para as possibilidades metodológicas de atuação qualificada. A pesquisa sobre a própria prática em sala de aula pode se constituir numa importante via de acesso a um processo diferenciado de gestão pedagógica. Nesse enfoque, vale destacar a concepção de Develay (1993, p. 15, tradução nossa), ao tratar dos saberes científicos e escolares: “Quando o professor prepara uma situação de aprendizagem, ele deve integrar três lógicas: a lógica dos conteúdos, a lógica dos alunos, e sua própria lógica pedagógica”.

Essa concepção pode, de alguma forma, ser identificada nos *Parâmetros Curriculares Nacionais*, quando tratam do conteúdo do bloco abordado nesta pesquisa: “Os conteúdos do bloco Tratamento da Informação podem ser explorados em projetos mais amplos, de natureza interdisciplinar, que integrem conteúdos de outras áreas do currículo, como a História e a Geografia, além da Matemática e os temas como Saúde e Meio Ambiente” (Brasil, 1998, p. 138).

O programa de Matemática desse documento (Brasil, 1998) prevê que o aluno seja capaz de coletar, construir, organizar e analisar informações, como também construir e interpretar gráficos e tabelas, elaborando conclusões, redigindo-as, discutindo resultados com base nos dados do dia a dia, de forma interdisciplinar.

Os conteúdos que possibilitam tais capacidades também estão presentes nos *Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul*, para serem abordados, tanto no ensino fundamental como no médio, nas escolas da rede estadual de ensino, “em níveis crescentes de complexidade” (Rio Grande do Sul, 2009, p. 54).

Os próprios livros didáticos de matemática mais atuais apresentam o conteúdo de tratamento da informação, embora em alguns ele conste apenas

no final; por consequência, muitas vezes, não faz parte dos processos de ensino e de aprendizagem.

Por outro lado, a possibilidade de desenvolver uma proposta pedagógica com um contrato didático não convencional, em que o professor não seja o expositor de conteúdos e o aluno seja participativo por opção, foi vislumbrada na abordagem de investigação matemática em sala de aula.

Essas foram algumas das razões que motivaram a realização desta pesquisa com o tema “tratamento da informação”, com abordagem didática de investigação matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009). A pesquisa foi desenvolvida, procurando responder à seguinte questão: *Em que medida a abordagem de investigação matemática potencializa a apropriação de significado dos conceitos que compõem os conteúdos do bloco tratamento da informação?* Para isso, definiu-se como objetivo principal analisar o potencial da abordagem de investigação matemática no desenvolvimento de conteúdos do bloco “Tratamento da informação” numa turma de 8ª série do Ensino Fundamental.

Aspectos metodológicos da pesquisa

Dados o caráter da pesquisa e seu contexto, optou-se pela pesquisa qualitativa, que se justifica pelo fato de ocorrer num ambiente que, similarmente ao que apresentam Lüdke e André (1986), é caracterizado por uma situação natural (a sala de aula), um plano aberto (por meio de trabalhos, abordagens e operacionalização das atividades) e flexível, e que apreende a realidade de forma complexa e contextualizada.

Após algumas leituras e de acordo com as reuniões pedagógicas de início de ano letivo, optou-se por utilizar o tema “lixo”, em razão de a escola há algum tempo possuir um projeto de recolhimento de lixo reciclável.

Como ponto de partida da pesquisa, primeiramente foi analisado o currículo escolar das séries anteriores (5ª a 7ª séries). Nos planos de estudo verificou-se que em nenhuma série constavam os conteúdos do bloco “Tratamento da informação”. Também houve conversas informais com a professora de matemática que atuara nas séries precedentes, a qual destacou que, apesar de esses conteúdos terem muita importância na vida do aluno, nunca haviam sido desenvolvidos nas turmas, pois geralmente ficavam para o

final do ano letivo, quando não havia tempo para abordá-los.

A proposta didático-pedagógica foi desenvolvida em uma escola estadual do município de Sertão, na região Norte do estado do Rio Grande do Sul, com uma turma de 8ª série³, composta de 13 alunos, cuja professora é uma das pesquisadoras. Foram realizadas 14 aulas presenciais, gravadas em vídeo, e os diálogos foram transcritos. Os trabalhos produzidos pelos alunos foram escaneados ou fotografados.

A análise das transcrições das videogravações e dos materiais elaborados pelos alunos foi realizada, considerando subsídios teóricos relacionados ao tema, tendo como autores de base Vigotski, Ponte, Duval, entre outros.

Sobre os fundamentos da pesquisa

No cotidiano escolar, como também no social, apresentam-se informações, as quais podem estar representadas em forma de textos, de imagens, tabelas e gráficos, veiculando conhecimentos de diferentes áreas, incluindo os da matemática.

Nesse sentido, a pesquisa de Buehring e Moretti (2009, p. 29) mostrou “que é possível trabalhar com análise de dados no primeiro ano do ensino fundamental numa perspectiva de uso de diferentes registros de representação semiótica, os quais os alunos podem coletar, organizar, registrar”.

Conforme Duval (2003, p. 31), “as representações mentais úteis ou pertinentes em matemática são sempre representações semióticas interiorizadas em interação com um tratamento de produção externa de representações semióticas”. Para o autor, a evolução do conhecimento matemático impulsionou o desenvolvimento de diferentes sistemas e formas de representações, processo do qual o conteúdo de tratamento da informação também faz parte.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) destacam que, no currículo de matemática, a estatística é um tema recente; no entanto, desempenha um

³ Ensino Fundamental de oito anos.

papel importante na educação para a cidadania. Quando o professor se preocupa com o aluno e com o ensino-aprendizagem, segundo os autores, pode tomar uma postura de professor investigativo, valer-se da realidade trazida pelo aluno para a sala de aula e tomá-la como conteúdo do processo ensino-aprendizagem. Especificamente a respeito de tratamento da informação, esses pesquisadores mostram que

o ensino da Estatística assume uma perspectiva investigativa quando o seu objetivo fundamental é o desenvolvimento da capacidade de formular e conduzir investigações recorrendo a dados de natureza quantitativa. Os alunos trabalham então com problemas reais, participando em todas as fases do processo que tem o seu início na formulação do problema, passa pela escolha dos métodos de recolha de dados, envolve a organização, representação, sistematização, e interpretação dos dados, e culmina com o tirar de conclusões finais. Podemos chamar esse processo de *ciclo de investigação*. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009, p. 105, grifo dos autores).

Didaticamente, na investigação matemática, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 47), o aluno é convidado a participar, a interagir, utilizando seus recursos cognitivos e afetivos para alcançar determinada meta. Ao mesmo tempo em que lhe dá autonomia, o professor cuida para que o trabalho “vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática”. Nesse processo, o professor desempenha vários papéis: “desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles”.

Assim, a preocupação por parte do professor é tanto com a capacidade de aprender os conteúdos da matemática como com a capacidade geral de aprender. Na fase final da investigação, ele deve procurar conhecer as conclusões a que os alunos chegam, bem como estimulá-los a justificá-las, propondo um momento de reflexão e discussão coletiva.

Para que o ser humano se aproprie dos significados dos conceitos, Vigotski (1998, p. 115, grifo do autor) explica que “*o aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daquelas que as cercam*”.

Ao analisar os fatores de desenvolvimento do adolescente, Vygotski

(1993, p. 133, tradução nossa) enfatiza que

onde o meio não apresenta ao adolescente as tarefas adequadas, não lhe põe exigências novas, não desperta nem estimula o desenvolvimento de seu intelecto mediante novas metas, o pensamento do adolescente não desenvolve todas suas possibilidades, não chega a alcançar as formas superiores ou as alcança com grande atraso.

Dessa forma, para Vigotski (1998, p. 118), o aprendizado coloca-se como uma condição para o “desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas”.

A escola é um espaço privilegiado para abarcar esse desafio, por possibilitar interações sociais as mais diversas, tanto na sala de aula como nos diferentes espaços de convivência escolar. As diferentes linguagens das matérias escolares, a linguagem do professor e dos alunos são potenciais elementos mediadores para o processo de significação do conhecimento científico escolar, que traz consigo o desenvolvimento do pensamento.

Análise da proposta

Da proposta composta de 14 aulas⁴, selecionaram-se três episódios⁵, de acordo com as diferentes etapas de realização: coleta de informações, organização e exposição dos dados coletados. Esses episódios se apresentam em seqüências, que são transcrições menores das falas dos sujeitos envolvidos, como explica Mortimer (2000, p. 196): “Cada episódio pode conter várias seqüências que são episódios menores evidenciando situações de construção de significados ou rupturas e lacunas no processo de significação”. Para facilitar ao leitor a localização dos trechos desses diálogos, eles são apresentados em turnos, que Raupp (2009, p. 49) define como “(falas) relevantes para análise do episódio [...], numerados para facilitar a localização

⁴ Cada aula é composta de dois períodos de aula de matemática, de 55 minutos cada um.

⁵ “Na nossa análise vamos privilegiar episódios de ensino, definidos como um conjunto de atividades e discussões que tem por objetivo a aprendizagem de um determinado conceito ou aspecto importante do conceito por parte significativa dos alunos.” (Carvalho, 1989 apud Mortimer, 2000, p. 196).

dos trechos do diálogo no texto durante a análise”.

Busca de informações na comunidade escolar – Episódio 1

Inicialmente, os grupos deveriam elaborar questões sobre o tema “lixo”, com a finalidade de realizar entrevistas na comunidade e obter informações para, posteriormente, estudar o conteúdo de matemática do bloco Tratamento da informação, conforme o diálogo a seguir:

Primeira sequência⁶

1. A₇: *Tem que fazer perguntas sobre o lixo?*
2. P: *Isso, se vocês conseguirem de matemática junto, muito melhor. Pode ser sobre o lixo junto com matemática, ou só sobre o lixo, entenderam?*

Nesse contexto da primeira sequência, pode ser verificado que a professora, na ânsia de tentar realizar um trabalho com temas transversais, relacionado com investigação matemática, estava preocupada com o “emergir” da matemática, pois, na sua concepção, era importante que os alunos envolvessem a matemática de forma direta nas aulas. Saviani (2008) salienta que é um tanto difícil mudar os paradigmas construídos na vivência histórica das pessoas; no entanto, é com a busca de novos caminhos que será possível modificar a postura do professor em sala de aula.

As perguntas elaboradas nos grupos foram apresentadas para os demais, com a finalidade de montar um roteiro geral de questões, como se pode ver no diálogo seguinte.

⁶ Para preservar a identidade dos alunos, utilizou-se a seguinte legenda: A₁ para aluno um, A₂ para aluno dois, e assim sucessivamente, conforme a organização dos grupos; a professora será indicada pela letra P.

Segunda sequência

1. P: *Então, assim, vamos socializar as questões pelos grupos. Todos prestem atenção no que o grupo elaborou. Grupo quatro, pode ler as perguntas de vocês.*
2. A₇: *Quantos quilos de lixo você gasta por dia?*
3. P: *Bem boa essa! Entra a produção em matemática. Alguém fez uma pergunta como essa?*
4. A₅: *Não, sim!*
5. P: *Outra.*
6. A₇: *Você recolhe o lixo?*
7. P: *Alguém fez?*
8. A₄: *Eu botei a reciclagem.*
9. A₁: *Como seria a coleta de lixo para você? Como é dividido o lixo nas casas? Você reparou quanto lixo o ser humano produz por dia? E você separa o lixo? Você acha uma coisa boa a coleta? Quanto você acha que produz por dia de lixo?*
10. P: *Vocês viram que algumas são parecidas? Olha essa da produção: três grupos colocaram de forma diferente, mas colocaram. De conscientização e preocupação com o lixo todos colocaram. Com os tipos de lixo todos colocaram.*

Portanto, houve a participação efetiva tanto por parte da professora como dos alunos, que, em pares, seguiram orientações didáticas que favoreceriam o aprendizado. Na proposta pedagógica, a estratégia de ensino adotada pela professora era de que o trabalho escolar se desenvolvesse sob a responsabilidade de ambos. Logo, destaca-se que, no contrato didático estabelecido entre os participantes, a professora criou condições para que eles elaborassem suas questões, possibilitando o relacionamento entre professor, aluno e saber (Silva; Moreira; Grando, 1996).

Essa etapa de elaboração e exposição de questões para as entrevistas foi muito importante para a continuidade das atividades da proposta, pois se iniciou a interação como um primeiro momento de reflexão, de troca de ideias e registros escritos de informações por parte da turma.

Organização e representação dos dados coletados na

comunidade – Episódio 2

Quando foram apresentadas as informações que cada grupo obtivera ao entrevistar os sujeitos – cada grupo escolheu aleatoriamente dez pessoas para realizar a entrevista com o tema lixo –, observou-se a importância da interação no processo de apropriação dos significados dos conceitos. Conforme Vigotski (1998, p. 40),

desde os primeiros dias do desenvolvimento da criança, suas atividades adquirem um significado próprio num sistema de comportamento social e, sendo dirigidas a objetivos definidos, são refratadas através do prisma do ambiente da criança. O caminho do objeto até a criança e desta até o objeto passa através de outra pessoa. Essa estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento profundamente enraizado nas ligações entre história individual e social.

O seguinte diálogo destaca a importância da interação entre os participantes:

Primeira sequência

1. A4: *Eu entrevistei a dona Zilda.*
2. P: *Dona Zilda? Quem é que é ela? Tua avó?*
3. A4: *Não, eu pousei na casa dela. Ela tem ensino fundamental incompleto, tem 84 anos. Profissão, é aposentada. Ela se preocupa com o lixo, ela coloca em sacolas e põe na lixeira. Ela acha importante e ela produz três quilos por dia.*
4. P: *Tá, ela coloca em sacola, mas ela mistura tudo, ou ela separa?*
5. A4: *Ela não disse nada disso.*
6. A13: *O que que adianta separar, se depois eles misturam tudo no caminhão!*
7. P: *Mas tem gente que recolhe e vende.*
8. A11: *Tipo o Vitek.*

Nesse contexto, os grupos estavam interagindo entre si e com a professora, dialogando sobre a coleta seletiva de lixo, sobre as suas consequências para o meio em que vivem. Formou-se, de forma colaborativa,

um conceito sobre a importância do lixo seletivo, concluindo-se que todos podem contribuir para que menos lixo seja jogado no meio ambiente.

Na aula em que os grupos iniciaram a organização dos dados obtidos nas entrevistas, identificaram-se dificuldades iniciais, como pode ser percebido nas falas a seguir:

Segunda sequência

1. A5: *Professora, dá um exemplo desse número um que eu não entendi nada.*
2. P: *Lembram a aula passada que vocês foram pesquisar na internet a respeito de estatística? Como é que vocês viram que os dados estavam organizados?*
3. A5: *Por tabela?! Mas nós vamos ter que organizar por tabela isso aqui? Ah, não!*
4. A13: *Uhuh!*
5. A8: *Eu não entendi nada.*
6. P: *Vocês foram e entrevistaram. Agora vocês têm todos esses dados que as pessoas responderam. Então, agora vocês terão que organizar, pois estão todos misturados.*

Ao analisar o contexto da segunda sequência, a professora concluiu que a dificuldade dos alunos ocorreu em razão de não estarem habituados a realizar um trabalho com essa metodologia, em que eles próprios têm de fazer, elaborar, sem a exposição da matéria como uma aula convencional. Silva (2008) faz uma crítica ao contrato didático estabelecido pelo professor de matemática que expõe o conteúdo, apresentando exercícios e problemas, e o aluno, por sua vez, deve resolvê-los sob a condução do professor.

Os grupos organizaram estatisticamente suas informações, com base no conteúdo do livro didático⁷ da turma e em pesquisa na internet⁸. Assim, cada grupo interagiu e organizou os dados de forma própria: alguns agruparam todos eles em uma única representação; outros os separaram por sexo,

⁷ Em uma das aulas foi feito um estudo sobre tratamento da informação no livro didático dos alunos.

⁸ Em uma das aulas os alunos fizeram uma pesquisa na internet sobre organização de dados.

organizando a tabulação das informações de diversas formas (tabelas, gráficos, questões e respostas). A forma como eles procuraram separar suas entrevistas foi relevante, visto que houve a troca de ideias além do grupo, ou seja, entre os grupos, como pode ser verificado na fala dos alunos.

Terceira sequência

1. A4: *A₃, você misturou tudo as folha.* (A₄ e A₃ pertencem ao mesmo grupo).
2. A3: *Eu, eu não.*
3. A5: *Mas daí, dá na mesma.* (Esse aluno faz parte de outro grupo)
4. A4: *Não dá não, porque nós temos que ver quantas têm Ensino Médio completo.*
5. A5: *Má daí tu olha as que têm.*
6. A3: *Não dá.*
7. A4: *Dá, sim!*

Nessa parte pode ser observado que havia troca de conjecturas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009) entre os grupos, tendo em vista que os alunos de grupos distintos, turnos 3 e 4, estavam dialogando a respeito de como tinham feito a sua organização, pois haviam disposto os dados de forma diferente. Os alunos A₄ e A₃ (pertencentes ao grupo 2), primeiramente, separavam as entrevistas por sexo, para, então, representar sua organização; por sua vez, o grupo 3, do aluno A₅, agrupava-as de forma aleatória, conforme as entrevistas estavam dispostas. No entanto, na organização final, ambos representaram os dados em forma de tabelas, separando-os por sexo, como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Primeira organização dos dados da entrevista – grupo 2

Sexo	Idade
M	3
F	7

Exatidão	Quantidade
Exat. F. Inco.	5 = F
Exat. M. Inco.	3 = 2F = 1M
Exat. S. C.	3 = M
Exat. F. C.	4 = F

Idade	Prescrições	Significadas	Reciclagem	Separação
F=63	Sim 6 = F	Sim 4 = F	Sim 5 = F	Sim 5 = F
F=52	Não 1 = F	Não 3 = F	Não 2 = F	Não 2 = F
F=24	Sim 3 = M	Sim 2 = M	Sim 2 = M	Sim 3 = M
F=77		Não 1 = M	Não 1 = M	
F=64				
M=46				
M=27				
F=34				
F=49				
M=37				

Produção
M. 3 Kg
F. 3 Kg
2=F. 5 Kg
2=F. 1 Kg
F. 3 Kg
M. 4 Kg
M. 3,5 Kg
M. 2 Kg
F. não sabi
F. 2 Kg.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao analisar a aula, a professora verificou a importância do professor nesse processo de investigação, pois os alunos organizavam suas questões, mas sempre procuravam o seu auxílio. Nessas situações ela procurava não dar receitas prontas, buscando levá-los a pensar e descobrir como fazer, definindo seu papel docente nessa nova abordagem didática, como se observa no seguinte diálogo:

Quarta sequência

1. P: *Tá, vocês fizeram assim: sexo, idade, escolaridade. Agora vocês têm que fazer todos os dados, vocês têm que organizar. Então, vocês têm que fazer (pausa) preocupação com o lixo, orgânico, inorgânico, se separa o lixo, a produção. Entenderam agora como é que têm que fazer?*
2. A7: *Professora! Olha aqui. Assim tá bom?*
3. P: *Isso! Tá, vocês fizeram idade, sexo e escolaridade. Agora vejam com relação ao lixo, se separam.*
4. A5: *Agora a idade. Como é que eu vou fazer com a idade, professora?*
5. P: *Veja se tem alguma que se repete, senão, tu vai ter que listar cada um.*
6. A3: *Umas se repetem.*
[...]
7. P: *Aqui vocês podem escolher se querem tudo na mesma tabela só ou mais que uma. Por exemplo, preocupação com o lixo, vocês podem colocar aqui. Reciclagem.*
8. A2: *Professora, dá para fazer assim? (aluna mostra no caderno como o grupo havia feito a representação dos dados, considerando o sexo dos entrevistados e a respectiva escolaridade).*
9. P: *Dá. Agora, vocês têm que fazer a mesma coisa que vocês fizeram aqui com sexo, escolaridade.*

Diante da situação relatada na quarta sequência, observa-se que os grupos estavam organizando os dados coletados, escolhendo a maneira mais adequada para a representação, evidenciando aspectos importantes quanto à noção que tinham naquele momento a respeito de tratamento da informação. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 30) explicam que “a exploração inicial da situação é uma etapa na qual os alunos, muitas vezes, precisam de gastar algum tempo. Aos olhos do professor, porém, pode parecer que nada está acontecendo e que os alunos estão com dificuldades quanto a essa atividade”.

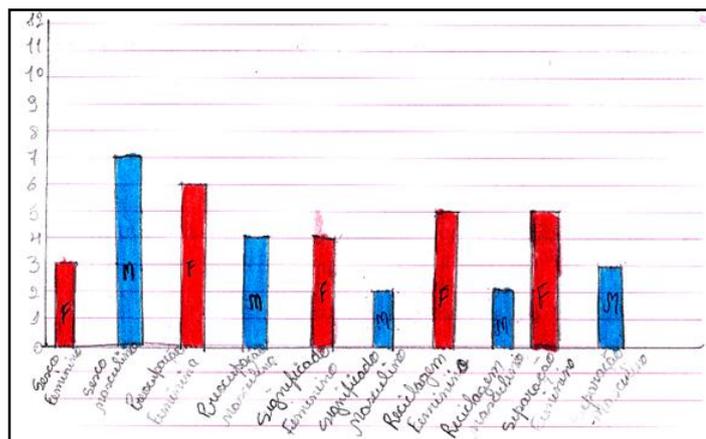
Ao planejar a aula, a professora tinha como objetivo que os alunos

organizassem os dados obtidos como havia sido combinado anteriormente. No entanto, ela não tinha ideia do que seria desenvolvido pelos alunos, ou seja, de que maneira eles representariam esses dados. Mas a relação que se estabeleceu na sala de aula, na qual os próprios alunos refletiram, expuseram suas ideias e elaboraram seus conceitos a respeito do conteúdo, favoreceu o saber ensinado, como destaca Pais (2008, p. 24-25, grifos do autor):

o processo de ensino resulta, finalmente, no verdadeiro objeto do *saber ensinado* que é aquele registrado no plano de aula do professor e que, não necessariamente, coincide com aquela intenção prevista nos objetivos programados no nível do *saber a ensinar*. A análise do *saber ensinado* coloca em evidência os desafios da realização prática de uma metodologia de ensino que, por sua vez, não pode ser dissociada da questão dos valores e do próprio objeto da aprendizagem. [...] Finalmente, enquanto o *saber científico* é validado pelos seus paradigmas, o *saber ensinado* está mais diretamente sob o controle de um contrato didático que rege as relações entre professor, aluno e saber.

Observa-se que, quando os alunos procederam à organização dos dados das entrevistas, passaram de uma forma de representação para outra, a exemplo do grupo 2, nas Figuras 1 e 2. Como salienta Duval (2003, p. 21, grifo do autor), existem diferentes formas de representar um objeto, o qual não pode ser confundido com sua representação, e “a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque *não se deve jamais confundir um objeto e sua representação*”.

Figura 2 — Diferentes formas de organizar as informações: gráfico de colunas — grupo 2



Fonte: Dados da pesquisa.

O trabalho desse grupo chama a atenção porque os alunos organizaram os dados utilizando gráfico de colunas, de maneira que as informações das entrevistas estivessem dispostas separadamente pela variável sexo – representada por cores diferentes –, como também pelas questões feitas aos entrevistados. Assim, pode-se dizer que houve uma evolução em relação a sua primeira organização, apresentada na Figura 1.

Apresentação do relatório final das atividades desenvolvidas – Episódio 3

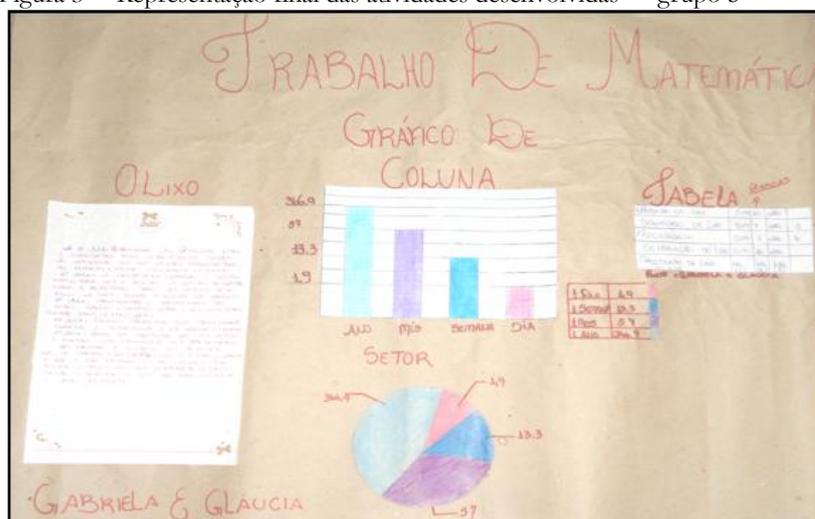
Os alunos tiveram a oportunidade de expor aos demais o modo como haviam organizado as informações obtidas nas entrevistas, em dois momentos: o primeiro, logo em seguida à primeira organização; o segundo, ao finalizar as atividades, com a exposição do “relatório final”, ou seja, um conjunto de registros de representação semiótica que revelavam suas sínteses mentais.

Ao expor o relatório final com as conclusões das atividades, os alunos apresentaram suas ideias, testaram-nas, validaram-nas e extraíram conclusões sobre as variadas formas de organizar e interpretar as informações obtidas.

Os grupos conseguiram mostrar claramente a organização dos dados

obtidos, em tabelas e gráficos, com suas devidas leituras e interpretações. Alguns usaram a média; outros demonstraram as quantidades totais; outros, ainda, apresentaram em porcentagem, mostrando a frequência relativa; e, por fim, houve aqueles que se valeram da frequência absoluta. Veja-se a representação do relatório do grupo 5, em que a produção de lixo está demonstrada em frequência absoluta na tabela e nos gráficos, de coluna e de setor:

Figura 3 — Representação final das atividades desenvolvidas — grupo 5

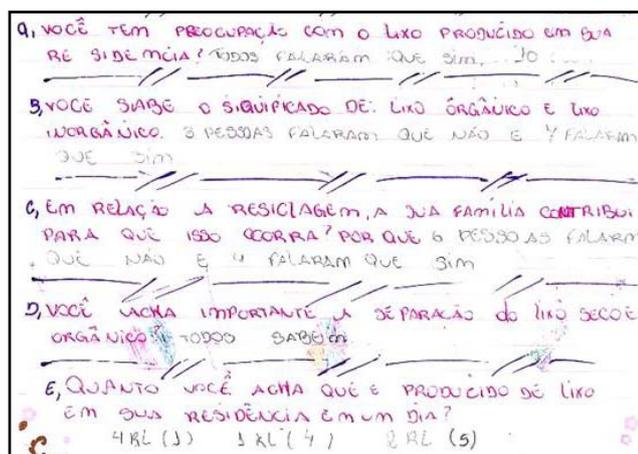


Fonte: Dados da pesquisa.

Destacou-se esse relatório como exemplo, uma vez que esse grupo, em sua primeira organização de dados, o fez de forma menos sistematizada, considerada uma forma menos estruturada de representação se comparada à de outros grupos ou a outros modos possíveis de organização. No entanto, com o desenvolvimento das aulas, o grupo teve participação efetiva, tanto que, para o relatório final, utilizou-se de várias formas de representação, como se pôde visualizar na Figura 3.

A seguir, na Figura 4, apresentam-se dados que demonstram a evolução do grupo:

Figura 4 — Representação inicial das informações: perguntas e respostas — grupo 5



Fonte: Dados da pesquisa.

Essa representação foi considerada menos evoluída, uma vez que apresentaram os dados de um modo menos estruturado, sem detalhamento de variáveis, na forma de pergunta-resposta. Um início de organização mais estruturada pode ser visualizado na questão E (Figura 4), quando houve a junção do número de pessoas por quantidade de produção de lixo.

O diálogo a seguir foi estabelecido no momento da apresentação da representação inicial desse grupo.

Primeira sequência

1. P: Tu vai colocar ali só a organização dos dados. Que dado que tu organizou ali dessa letra A?
2. A9: As perguntinha.
3. P: Tá, mas qual é o dado que tá organizado ali nessa tua pergunta daqueles da entrevista?
4. A9: A preocupação com o lixo.
5. P: E por que você organizou essa aí na forma de pergunta? E não na forma de tabela?
6. A9: Porque eu não sabia que dava pra colocar na tabela.

Ao analisar o relatório referente à apresentação final do grupo 5, pode-se verificar em seus registros que os alunos se utilizaram de variadas formas

de representação de dados: tabelas; gráficos, de setor e de colunas; texto com relato das atividades.

A tabela da Figura 5, a seguir, evidencia um avanço qualitativo substancial em relação ao primeiro registro: as mesmas questões e respostas representadas na Figura 4 ganharam um novo visual estatístico, revelando a ampliação de significados em relação às possíveis ferramentas para organização de dados.

Figura 5 — Representação das respostas em forma de tabela — grupo 5

TABELA PESSOAS		Sim	Não
Utilização de lixo		30	3
Separação de lixo		30	3
Reciclagem		30	6
Exposição de lixo		30	6
Produção de lixo		42 (1)	30 (5)

Fonte: Dados da pesquisa.

Na segunda tabela, representada na Figura 6, evidencia-se o cálculo da média de produção de lixo em diferentes unidades de medida de tempo.

Figura 6 — Tabela representando a média de produção de lixo — grupo 5

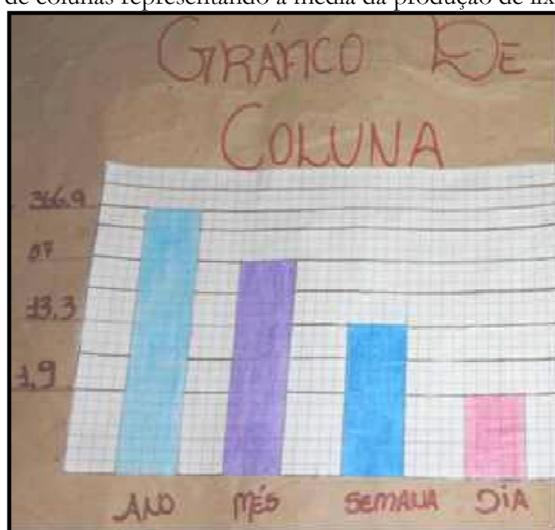
1 DIA	4,9
1 SEMANA	33,3
1 MES	157
1 ANO	366,9

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que, ao construírem a tabela representando a média de produção de lixo das pessoas entrevistadas, nos diferentes espaços de tempo,

os alunos utilizaram cores diferentes: rosa, para representar a produção de lixo em um dia; azul, para uma semana; roxo, para um mês; azul-claro, para um ano. É importante perceber que essas marcas, por si sós, não fazem sentido para essa tabela. No entanto, quando se analisam os gráficos⁹, de coluna e de setor (Figuras 7 e 8), verifica-se que as cores foram definidas exatamente para se constituírem em legenda, potencializando a visualização dos dados.

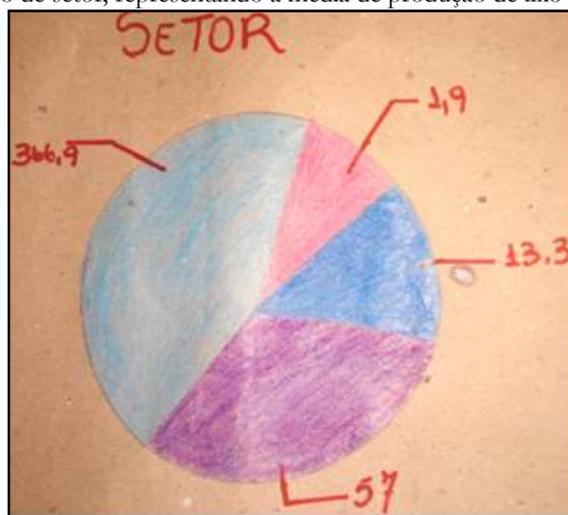
Figura 7 — Gráfico de colunas representando a média da produção de lixo — grupo 5



Fonte: Dados da pesquisa.

⁹ Note-se que nos gráficos, de coluna e setor, os alunos não obedeceram ao critério de escala e proporcionalidade, respectivamente. Assim, a ideia da média de produção de lixo ficou representada, mas não na proporcionalidade exata. Esse aspecto não foi abordado em sala de aula.

Figura 8 — Gráfico de setor, representando a média de produção de lixo — grupo 5



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao observar o relatório final desse grupo de alunos, verifica-se que houve articulação de registros de representação semiótica no processo de significação dos conceitos do conteúdo de tratamento da informação. As transformações de representações semióticas se deram, por exemplo, entre pergunta-resposta e tabela (Figuras 4 e 5), entre tabela e gráfico de barras (Figuras 6 e 7), entre gráfico de barras e gráfico de setores (Figuras 7 e 8).

Duval (2003, p. 22) atribui grande importância à conversão dos registros de representações, explicando que “[...] a compreensão matemática está intimamente ligada ao fato de dispor de ao menos dois registros de representação diferentes. Essa é a única possibilidade de que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado”.

Assim, quando esse grupo (grupo 5) apresentou o relatório final, utilizando-se de diferentes registros de representações, pôde-se avaliar a qualidade dos sentidos atribuídos pelos alunos ao conteúdo estudado. Além das representações apresentadas até aqui, a sequência a seguir retrata o diálogo mantido entre alunos e professora, o qual revela o processo de significação vivenciado no desenvolvimento da proposta pedagógica.

Segunda sequência

1. A10: *Fizemos pesquisas em jornais e apresentamos. Sobre as notícias, depois fomos na sala da internet pesquisar na internet. Depois organizamos dados gráficos não sei das quantas, de setor, colunas e entregamos para a professora. Criamos problemas com média, idade e quilos em variáveis quantitativas. Daí, na outra aula fomos na sala digital e fizemos uma organização com tabelas e gráficos.* (A aluna está explicando o texto conclusivo do seu grupo, o qual pode ser visualizado na Figura 3).
2. A9: *Daí aqui, professora, nós não fizemo sobre idade, isso e aquilo. Nós só peguemo a quantidade de lixo que é produzido em ano, meses, semanas e em dia. E, daí nós colocamos ali. Daí, nós peguemo e colocamo ali de produção de lixo, em azul uma semana, em roxo um mês, e ano 366 com nove (366,9 conforme consta na Figura 6) e daí aqui é a mesma coisa só, que daí, nós coloquemo em setor.* (Aluna está falando sobre a tabela, gráfico de coluna e setor, os quais podem ser visualizados nas Figuras 3, 6, 7 e 8).
3. A10: *No caso, nós aproveitemos a tabela para os dois.* (Mostrando as figuras 7 e 8).
4. A9: *Os dois.*
5. P: *Mesma legenda.*
6. A9: *É.*
7. A10: *Nós representemo assim, e assim, no caso.* (Mostrando as Figuras 6, 7 e 8).
8. P: *Tá, vocês pegaram a mesma variável e representaram tanto em tabela como em gráfico de coluna e de setor, mostraram as mesmas representações. E que dá pra fazer!*
9. A9: *É, daí ...*
10. P: *Só um pouquinho: qual das três representações que vocês acham que é mais fácil de a gente olhar e interpretar?*
11. A10: *De coluna.*
12. A9: *Daí, aqui na tabela a gente pegou a produção de lixo, daí sim e não, daí as pessoas.*
13. A10: *Daí significado do lixo,*
14. A9: *...sete que sim,*
15. A10: *...que sabem,*

16. A9: *e três que não. Daí reciclagem, quatro responderam que sim e seis que não; daí, separação do lixo, dez responderam que sim. Produção de lixo, uma pessoa respondeu 4 quilos.*
17. A10: *Quatro pessoas respondeu 1 quilo.*
18. A9: *É, 1 quilo quatro pessoas e 2 quilos cinco pessoas.
[...]*
19. P: *Outra coisa que eu achei importante destacar: o que elas fizeram para achar o gráfico de coluna e o de setor? O que elas pegaram? (falando para a turma).*
20. A10: *Dia, mês, semana, ano.*
21. P: *Isso! Elas pegaram dia, mês, semana, ano, ou seja, elas pegaram a média aritmética da produção. E elas fizeram a legenda aqui, e usaram as mesmas cores. (Mostrando para a turma a legenda no cartaz geral - Figura 3). Então, nesse grupo aqui dá para comparar bem que nós podemos representar bem, tanto com tabela como com gráfico de setor, como de coluna, ou também nós podemos representar por texto. Elas poderiam ter pegado ali e ter escrito a média da produção do lixo: “ficou em um dia tanto, em uma semana tanto, em um mês tanto, em um ano tanto”, tá? O que fica mais fácil para um leitor pegar e observar: o texto, a tabela, o gráfico de setor, o gráfico de coluna? O que que vocês acham?*
22. A10: *Gráfico.*
23. P: *O gráfico, então, é mais fácil de ver do que a tabela, né, porque vocês olhando aqui no delas: Qual é a maior produção de lixo que dá pra ver. Qual é a cor?*
24. A4: *Azul.*
25. P: *Isso, então, a gente não precisa ler todo o texto para ver a produção. Ele está bem mais simplificado do que no texto, né?*

Nesse contexto, cabe complementar uma das afirmações de Duval (2003, p. 31) de que “há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática, embora várias abordagens didáticas não levem em conta esse fato”.

Observa-se que, na proposta pedagógica desenvolvida na abordagem de investigação matemática, diferentes registros de representação de objetos de

conhecimento foram articulados entre si, revelando o seu potencial para a aprendizagem e o desenvolvimento intelectual dos participantes.

Verifica-se também que, no decorrer da proposta, houve prioridade para a interação social, trazida como uma das condições veiculadas na teoria histórico-cultural para o desenvolvimento humano, o qual pressupõe aprendizado.

Propomos que um aspecto essencial do aprendizado é o fato de ele criar a zona de desenvolvimento proximal; ou seja, o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança. (Vygotski, 1998, p. 117-118).

Assim, a escola tem um papel fundamental na criação de novas “zonas de desenvolvimento proximal”, à medida que suas propostas se constituam em desafios para os participantes: para os alunos e para o professor.

No momento da apresentação dos relatórios, a professora retomou alguns conceitos que fizeram parte da proposta: universo estatístico e amostra; identificação de variáveis qualitativas e quantitativas; média, moda, frequência absoluta e relativa, dentre outros.

Analisando a proposta como um todo, percebe-se que o processo de formação de conceitos foi significativo, porém não é suficiente para afirmar que esteja completo, nem mesmo que os alunos detenham todo o conhecimento sobre o conteúdo do bloco Tratamento da informação. A pretensão da professora, certamente, não era essa, até porque esses conteúdos deveriam fazer parte de estudos de nível posterior de ensino. Cabe aqui trazer uma das concepções de Vygotski (1993, p. 197, grifos do autor, tradução nossa), de que, quando nos deparamos pela primeira vez com um determinado conceito, determinada palavra, apenas iniciamos o processo de apropriação de seu significado: “[...] *a formação dos conceitos científicos*, do mesmo modo que os espontâneos, *não termina, senão que só começa no momento em que a criança assimila pela primeira vez o significado ou o termo novo*, portador do conceito científico”.

Considerações finais

Neste fechamento do texto, algumas considerações importantes se fazem necessárias, para que se possam mostrar mais algumas implicações da análise sobre o potencial da metodologia de investigação matemática em sala de aula.

É interessante frisar uma das ideias básicas que perpassam essa abordagem, a de que “numa aula de investigação matemática, tal como em qualquer outra, tudo o que acontece depende em boa medida do professor e dos alunos” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009, p. 53).

Nesse sentido, ao analisar o desenvolvimento da proposta pedagógica, foi possível identificar alguns aspectos relativos ao papel desempenhado pelos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos relacionados ao tratamento da informação. Regidos por um contrato didático, desenvolveram suas atividades de trabalho e estudo, de forma a contemplar regras estabelecidas. Referente ao contrato didático, Silva, Moreira e Grandó (1996, p. 12) afirmam que, “tomando como parâmetro este instrumento – como um ‘olhar contratual’ do relacionamento professor/aluno/saber – podemos verificar que o seu dinamismo se dá em termos da adesão dos participantes da relação às diferentes formas de contrato”.

No entanto, não basta o aluno só concordar ou aderir silenciosamente ao contrato didático “pensado” pelo professor. A adesão precisa ser permeada pela criticidade, para que as cláusulas possam ser seguidas ou modificadas, quando se fizer necessário ao desenvolvimento das atividades dos participantes e ao adequado desempenho de seus papéis nos diferentes momentos do processo.

Assim, diferentemente de uma aula convencional, o papel do professor não é o de expor ou apresentar os conteúdos ao aluno; este, por sua vez, não fica esperando que o professor lhe forneça o conhecimento. Ao contrário, o professor proporciona as condições para que ocorra a aprendizagem, possibilitando ao aluno uma atuação mais participativa em sua atividade de estudo. O professor não se exime de sua responsabilidade pela aprendizagem e pelo desenvolvimento intelectual do aluno, mas dialoga e intervém didaticamente, quando necessário.

No caso específico desta pesquisa, as atividades foram desencadeadas com a elaboração de questões, e as aulas foram desenvolvidas com base nos dados obtidos nas entrevistas realizadas pelos alunos em seu contexto sociocultural, o que os motivou a participar efetivamente de todas as etapas do processo.

Logo, por meio da interação entre os participantes, houve o desenvolvimento da proposta, que circunstanciou as três fases realizadas, permitindo que novos conhecimentos fossem construídos – pela professora, principalmente conhecimentos pedagógicos, de gestão escolar da educação matemática; pelos alunos, conhecimentos matemáticos e sociais, conforme alguns depoimentos: *“No começo de ir perguntar para as pessoas, nós tivemos vergonha de conversar, mas depois nós íamos conversando e aí fazíamos o trabalho.”* (A₈). *“No início, nós pensávamos que era só sobre lixo. Depois que nós fomos vendo que tinha coisas de matemática.”* (A₇).

Nesse sentido, observou-se que a professora, usando a linguagem como mediadora do processo de ensino-aprendizagem da matemática, em intervenções propícias para apropriação dos significados de conceitos e considerando o nível de desenvolvimento real do aluno, possibilitou a emergência de novas zonas de desenvolvimento entre os participantes.

A análise mostrou que, ao participarem das aulas com essa metodologia, os alunos construíram estratégias matemáticas, ou seja, houve a abstração de elementos essenciais que possibilitaram generalizações. As interações proporcionaram a internalização de conceitos específicos do conteúdo de tratamento da informação, tendo em vista que, ao participarem entre seus pares ou em grande grupo, os alunos revelaram uma evolução na forma de pensar e representar matematicamente.

A partir do momento em que os alunos obtiveram dados, passaram a organizá-los de diferentes formas (texto, tabela, gráfico de setores, gráfico de colunas), como também determinaram medidas de tendência central. Portanto, é importante destacar a teoria de Duval (2003), pois os estudantes efetivaram as conversões de uma representação para outra, utilizando, dessa forma, mais de um registro para representar os mesmos dados. Conforme explica o autor, os registros de representação semiótica têm uma importância primordial, pois em matemática existem variadas representações, as quais

exigem uma mobilidade ou a possibilidade de convertê-las de um sistema semiótico para outro.

Ao passar de um tipo de registro a outro, foi sendo construída uma generalização de nível maior, ou seja, o conhecimento gerado em uma representação semiótica foi constituindo generalização de generalizações anteriormente formadas (Vygotski, 1993, p. 199).

A pesquisa demonstrou que a metodologia de investigação matemática foi potencializadora da apropriação dos significados dos conceitos de conteúdos de tratamento da informação, na medida em que os alunos interpretaram, coletaram e organizaram informações, elaborando sínteses. Pode-se inferir que essa é uma metodologia viável para a educação matemática.

Partindo dessas considerações, ressalta-se que a escola, no seu ambiente natural, “a sala de aula”, necessita não apenas propor atividades que favoreçam a interação entre os sujeitos do processo ensino-aprendizagem, para o desenvolvimento da capacidade de analisar e resolver problemas e de elaborar sínteses mentais, mas também proporcionar oportunidades de participação ativa no processo de ensino-aprendizagem, formando conceitos e utilizando-os em novas situações.

Referências

- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BUEHRING, R. S.; MORETTI, M. T. Gráficos e tabelas como leitura e registro do mundo: um caminho de ensino para o início da escolaridade. In: GRANDO, N. I. (Org.). *Educação matemática: processos de pesquisa no ensino fundamental e médio*. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo; Ijuí: Ed. Unijuí, 2009. p. 15-30.
- DEVELAY, M. *De l'apprentissage à l'enseignement: pour une épistémologie scolaire*. 3. ed. Paris: ESF Éditeur, 1993.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.
- MORTIMER, E. F. Linguagem e formação de conceitos no ensino de ciências. Belo

Horizonte: Editora UFMG, 2000.

PAIS, L. C. Transposição didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação matemática: uma (nova) introdução*. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008. p. 11-48.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

RAUPP, A. D. *Educação matemática: processos interativos em situações de jogo no ensino fundamental*. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2009.

RIO GRANDE DO SUL. *Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: matemática e suas tecnologias*. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

SAVIANI, D. *História das idéias pedagógicas no Brasil*. Campinas: Autores Associados, 2008.

SILVA, B. A. Contrato didático. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação matemática: uma (nova) introdução*. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008. p. 49-75.

SILVA, E. O.; MOREIRA, M.; GRANDO, N. I. O contrato didático e o currículo oculto: um duplo olhar sobre o fazer pedagógico. *Zetetiké*, Campinas, v. 4, n. 6, p. 9-23, jul./dez. 1996.

VIGOTSKI, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKI, L. S. *Obras escogidas II: problemas de psicología general*. Madrid: Visor Distribuciones, 1993.

Submetido para publicação em 12/03/2012

Aprovado em 11/02/2014