# As relações entre as estratégias utilizadas no jogo de regras "Quarto" e a resolução de problemas de conteúdo matemático

*Maria José de Castro Silva*[1]*, Rosely Palermo Brenelli*[2]

**Resumo:** A presente pesquisa investigou se a promoção de sessões de intervenção com o jogo de regras "Quarto" poderia ser favorável ao desenvolvimento de novas e melhores formas de raciocínio para a resolução de problemas de conteúdo matemático. Para tanto, contou com a participação de 21 alunos do Ensino Médio, 7 de cada uma das 3 séries pertencentes a 2 escolas da rede particular da cidade de Campinas-SP. Os dados foram recolhidos a partir da realização de uma prova de conhecimentos matemáticos, de sessões de intervenção com o jogo Quarto e da reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos. Os problemas foram escolhidos dentre as questões do Enem, as sessões de intervenção foram realizadas por meio computacional e todas as etapas foram realizadas de forma individual. Os resultados foram analisados de forma qualitativa, através da observação participante da pesquisadora e, de forma quantitativa, por meio do Teste T de Student, o que possibilitou concluir que os resultados da investigação foram favoráveis à questão pesquisada.

**Palavras-chave**: construtivismo; resolução de problemas; jogo de regras; sessões de intervenção.

# The relationship between the strategies used in the game of rules "Quarto" and the resolution of mathematical content problems

**Abstract:** This study has investigated whether the promotion of educational sessions with "Quarto" – a game of rules – could favor to the development of new and better ways of thinking of solutions for problems with mathematical content. In order to do so, we have worked with twenty-one high school students, seven from each of the three high school grades, belonging to two private schools in the city of Campinas-SP. Data was collected from the completion of a mathematics knowledge test, from educational sessions using the game "Quarto" and from the retaking of the mathematics knowledge test. The problems were taken from Enem, educational sessions were conducted via computer and all the steps were carried out individually. The results were analyzed qualitatively, with the researcher´s participation and observation, and also quantitatively, using the Student's T test, which led us to conclude that the research question can be answered affirmatively.

**Keywords:** constructivism, problems solving, game of rules, educational sessions.

---

[1] Coordenadora do Curso de Pedagogia da Faculdade Anhanguera de Campinas. E-mail: mjose-cs@uol.com.br,

[2] Professora Doutora do Departamento de Psicologia Educacional da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. E-mail: roselypb@hotmail.com

## Introdução

A melhor forma para verificar se houve uma real compreensão de determinado conceito matemático é vê-lo empregado na resolução de problemas propostos. No entanto, para que uma questão se configure como um problema, é necessário que a situação apresentada revele um nível de dificuldade compatível com as estruturas e os processos cognitivos alcançados pelo sujeito para quem ele esteja sendo proposto e, além disso, que sejam utilizadas estratégias próprias, reunindo o conhecimento e a seleção de conceitos e procedimentos matemáticos, para que se consiga chegar à sua solução. Dessa forma, para que o problema apresentado aponte a compreensão do conceito matemático envolvido, é necessário que ele

> [...] possibilite a análise das variáveis contidas em seu enunciado, que promova conflitos cognitivos a serem solucionados com a reconstrução ou a aquisição de novos conhecimentos matemáticos e, ainda, que estimule a confiança, a perseverança e a flexibilidade de pensamento de quem se propõe a resolvê-lo. (Silva, 2008, p. 8)

Portanto, uma atitude esperada na resolução de um problema pode ser a de combinar, de forma sistemática, os conceitos matemáticos disponíveis com procedimentos adequados para a sua solução. Nesse sentido, os passos que permitem resolver um problema podem ser simulados por meio de um jogo, no qual o jogador, na tentativa de vencer a partida, também pode fazer uso de possíveis combinações de jogadas, experimentando-as de modo hipotético e sistemático. Para observar essa possibilidade, na presente pesquisa foi escolhido o jogo "Quarto", por meio do qual, segundo as regras estabelecidas, pretendeu-se relacionar a forma de pensamento de seu jogador com as estratégias utilizadas por ele na escolha e na movimentação das peças do jogo, tal qual na solução de um problema de conteúdo matemático. Assim, procurou-se investigar se a promoção de sessões de intervenção com a utilização desse jogo pode favorecer as atividades de resolução de problemas de conteúdo matemático, e a questão que se procurou responder com esse trabalho foi: As atividades propostas em sessões de intervenção com o jogo "Quarto" podem contribuir para a resolução de problemas matemáticos?

Para obter essa resposta, foi realizado um trabalho com alunos do Ensino Médio de duas escolas particulares de Campinas. O convite para participar da pesquisa foi feito a todos os alunos, e aqueles que o aceitaram realizaram uma prova composta por cinco problemas de conteúdo matemático, retirados das propostas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Após, foram marcadas sessões individuais de intervenção, em que primeiramente o aluno aprendia, com a experimentadora, a jogar o "Quarto"– jogo até então desconhecido para os participantes – no próprio tabuleiro, com as respectivas peças em madeira, para, posteriormente, jogá-lo no meio computacional. Esse jogo, disponível no software Zillions of Games, foi disputado em diversas partidas, a cada encontro com o aluno, em que a pesquisadora, em alguns momentos, atuou como observadora neutra e, em outros, solicitou ao jogador a análise de suas ações e a previsão de seus movimentos futuros, para depois solicitar a transposição, para a resolução de um problema matemático, das estratégias e dos procedimentos adotados para vencer a partida. Após as referidas sessões de intervenção, foi reaplicada a prova de conhecimentos matemáticos, para que fossem conhecidas as possíveis contribuições do jogo para a adoção de boas estratégias para a sua resolução.

Como subsídio teórico para responder à questão de pesquisa, foram estudadas a construção operatória do pensamento, os trabalhos sobre a resolução de problemas e a aplicação de jogos para a aquisição e fixação de conceitos matemáticos de forma geral. Tais estudos foram eficientes para a discussão dos dados coletados após o desenvolvimento da pesquisa e somente então se chegou às considerações finais.

## A Construção Operatória do Pensamento

Para a resolução de problemas que não sejam unicamente os de ordem prática ou intuitiva, torna-se necessária a presença de operações racionais que somente serão possíveis a partir do período operatório concreto.

Antecedem o referido período o estágio das operações sensório-motoras e o pré-operatório. De acordo com Piaget (1972), no período sensório-motor, os esquemas de inteligência não são considerados conceitos, por serem de ordem prática e material. Consistem na coordenação, entre si, de percepções sucessivas e movimentos reais, conectados por curtas previsões e reconstituições, sem atingir uma representação de conjunto. Além disso, tendem à satisfação prática e ao êxito da ação, mas não ao conhecimento propriamente dito. O período pré-operatório não pode ser considerado como uma continuação do período que o precede, pois se trata de uma reconstrução do todo em um novo plano, graças à possibilidade de representação, que aparece com a função simbólica ou semiótica e é necessária para a evolução das condutas ulteriores. A representação permite à criança reconstituir suas ações passadas em forma de narrativas, da mesma forma que lhe possibilita a antecipação de ações futuras também pela representação verbal.

Apesar de todo o desenvolvimento que ocorre na fase pré-operatória, Piaget (2001) considera, apoiado em um grande número de fatos, que o pensamento da criança permanece pré-lógico, suplementando a lógica pelo mecanismo da intuição. Esse mecanismo pode ser exemplificado com a situação na qual se apresenta à criança uma fileira com oito fichas, por exemplo, azuis, solicitando que ela faça o mesmo com fichas de outra cor. Após atender ao que foi solicitado e concordar que as duas fileiras têm o mesmo tanto de fichas, espaçando-se as fichas de uma das fileiras, a criança, se agir intuitivamente, irá fixar-se em um dos atributos irrelevantes para a questão levantada, isto é, se as fileiras permanecerem com a mesma quantidade de fichas, ela dirá que a mais longa tem mais fichas. Para essa criança, submetida ao primado da percepção, apenas há equivalência enquanto há correspondência visual, o que caracteriza um tipo de pensamento irreversível.

A reversibilidade é, portanto, o que falta para que o pensamento pré-operatório se transforme em um sistema lógico, de tal forma que

> todo o desenvolvimento da inteligência consiste, assim, em uma coordenação progressiva das ações: primeiramente materiais e pouco coordenadas, estas se interiorizam, ao se coordenarem; e esta

> coordenação se traduz por uma reversibilidade crescente, até o estado de equilíbrio reconhecível a esta reversibilidade das operações lógicas e matemáticas, das quais cada uma comporta a possibilidade de uma operação inversa. (Piaget, 1967, p. 11).

A composição reversível do pensamento, presente nas operações concretas, permite ao sujeito classificar ou seriar objetos, bem como incluí-los em uma classe ou série. No período operatório concreto, além da possibilidade de classificar ou seriar objetos, há o aparecimento de outra importante característica: a reversibilidade, que nesse período se manifesta como inversão, para as estruturas de classe, e como reciprocidade para as de relação. Essa estrutura, segundo Piaget e Inhelder (1976), tem como modelo os agrupamentos operatórios de classe e relação, que permitem certa forma de equilíbrio das operações e a existência de um isomorfismo entre as estruturas e os agrupamentos lógico-matemáticos. Ainda de acordo com os autores (Piaget; Inhelder, 1976), o agrupamento constitui-se de grupos imperfeitos, nos quais a associatividade se apresenta de forma incompleta, sendo efetuada apenas para elementos contíguos, uma vez que os agrupamentos lógico-matemáticos ou espaço-temporais ainda não se constituíram em uma lógica formal, com aplicações possíveis a todos os conteúdos.

A transposição das operações de primeiro grau, que caracterizam o pensamento operatório concreto, para as operações de segundo grau, características do pensamento operatório formal, requer a reflexão de implicações e incompatibilidades estabelecidas entre proposições, uma vez que torna possível a inversão de sentido entre o real e o possível; ou seja, o pensamento não se restringe a raciocinar diretamente apoiado nos objetos concretos ou em suas manipulações, mas é deduzido de modo operatório, a partir das hipóteses enunciadas verbalmente. Esse é o tipo de pensamento que se amplia durante toda a adolescência. Conforme os estudos de Piaget e Inhelder (1976), para caracterizar o pensamento formal, destacam-se três propriedades, sendo que a mais aparente delas, de acordo com os autores (Piaget; Inhelder,1976, p. 189), é "referir-se a elementos verbais e não mais diretamente aos objetos"; a segunda propriedade é verificada quando os objetos são substituídos por enunciados verbais, superpondo-se, assim, uma nova lógica, a das proposições.

A manifestação desse tipo de raciocínio, explicam os autores, pode ser observada tanto em problemas verbais como em situações experimentais, ou seja:

> Nesse caso, em vez de o raciocínio se voltar para os dados inteiramente formulados, o sujeito é levado a propor seus problemas e a criar seus métodos pessoais. Percebemos, portanto, que o papel do pensamento formal não se reduz, de forma alguma, a traduzir em palavras ou em proposições o que poderia ter sido executado concretamente sem o seu recurso; ao contrário, é durante as manifestações experimentais que se afirma, no início do nível de pensamento formal, uma série de possibilidades operatórias novas, formadas por disjunções, implicações, exclusões, etc., que intervêm desde a organização da experiência e

> desde a leitura dos dados de fato, e se superpõe, nesse terreno, até aos simples agrupamentos de classes e de relações. (Piaget; Inhelder, 1976, p.190).

A constituição das operações de segunda potência, terceira propriedade do pensamento operatório formal, exprime o caráter geral desse período, uma vez que torna possível o estabelecimento de relações entre relações, como ocorre na lógica das proposições, por ultrapassarem o conjunto das transformações que se referem diretamente ao real (operações de primeira potência), subordinando-as a um sistema de combinações hipotético-dedutivas ou, simplesmente, possíveis.

Segundo Piaget (1977), o desenvolvimento e a formação do conhecimento podem ser explicados por meio de um processo central de equilibração, em que o sujeito percorre um caminho para uma estrutura melhor, isto é, de certos estados de equilíbrio para outros, qualitativamente diferentes, passando por muitos desequilíbrios e reequilibrações. Na solução de um problema, segundo Piaget e Inhelder (1976), caso o sujeito possua os métodos e as operações indispensáveis à sua resolução, isto é, se ele for capaz de solucioná-lo, e o faz, pode-se dizer que o equilíbrio foi atingido de maneira permanente e se caracteriza pela compensação do conjunto das transformações virtuais. Nesse caso, quando um problema é apresentado por meio de seus dados,

> o sujeito poderia submetê-los a um número indefinido de transformações operatórias, além daquelas que escolhe para responder ao problema proposto, mas [...] tais transformações são relativas a uma estrutura (estrutura do conjunto das operações de que o sujeito dispõe), e [...] essa estrutura é reversível: portanto, há equilíbrio porque, a cada transformação que o sujeito poderia executar, (em função da estrutura operatória considerada), corresponde uma transformação possível e inversa, que também poderia ser realizada [...]
>
> e, ainda
>
> [...] a reversibilidade operatória e o equilíbrio do sistema são uma única e mesma coisa e é porque as operações possíveis são móveis e reversíveis (isto é, podem ser compostas de todas as maneiras, mas com uma liberdade completa de volta) que o possível atua de maneira contínua nas escolhas das operações novas que devem ser realizadas. (Piaget; Inhelder, 1976, p. 200).

Dessa forma, caracterizou-se o pensamento do adolescente para o qual foi destinada a presente pesquisa, tendo em vista a exigência de um raciocínio operatório-formal para a resolução dos problemas matemáticos solicitados e para as justificativas coerentes das estratégias adotadas para vencer as partidas de "Quarto", cujas características e regras são enunciadas a seguir.

## O jogo “Quarto”

O jogo “Quarto”, que também foi analisado por Macedo, Petty e Passos (2000), é composto por um tabuleiro quadriculado em uma malha 4 X 4 e dezesseis peças, que diferem entre si por seus atributos: cor, tamanho, forma e com ou sem furo. Participam dois jogadores que têm como objetivo fazer um alinhamento horizontal, vertical ou diagonal de quatro peças que tenham um atributo em comum. Embora existam variações na forma como ele é jogado, para este trabalho foram adotadas as seguintes regras: o primeiro jogador escolhe uma das dezesseis peças e a coloca no tabuleiro em uma “casa”, a seu critério. A seguir, seleciona outra peça e a entrega para o segundo jogador, que a coloca, de acordo com sua própria estratégia, em uma das demais posições. Este escolhe uma das peças restantes e a entrega para que o primeiro jogador a utilize. O jogo prossegue, até que ocorra um alinhamento que tenha um atributo em comum, cabendo a vitória a quem entregou a peça e não a quem a colocou. O alinhamento é reconhecido e anunciado por meio da palavra “Quarto”. Para o jogo disputado por meio computacional (Zillions Development, 2003), foram utilizadas as mesmas regras, divergindo unicamente, ao final do jogo, com relação ao anúncio do vencedor ou perdedor da partida, que é feito pelo próprio computador.

Em todas as sessões de intervenção, procurou-se utilizar os recursos cognitivos empregados no jogo, para que fossem mobilizados para outros contextos como, por exemplo, a resolução de um problema matemático. Como referência a esse tema, foram estudadas, em situações educacionais, as ideias de diferentes pesquisadores, dentre eles, Corbalán (1998), Perales (2000), Polya (1978, 1997), que referendam a importância do trabalho com a resolução de problemas.

## Sobre a Resolução de Problemas

No Brasil, com o estabelecimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998), os problemas adquiriram a importância de eixo organizador do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Assim, os princípios para a sua aplicação passam a concentrar-se em ser o ponto de partida das atividades, e não a sua definição, de modo a privilegiar um trabalho que exija transferências e generalizações e também proporcione um contexto em que se possam aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. Estes não são, portanto, considerados como uma aplicação mecânica de uma fórmula ou processo.

Para que a resolução de problemas não se restrinja a um simples exercício de fixação dos algoritmos de operações matemáticas e nem mesmo a um desafio impossível de ser cumprido, por estar além das possibilidades do estudante para o qual foi proposto, será importante haver, de acordo com Polya (1978), dois objetivos: orientar os alunos, auxiliando-os a solucionar os problemas que lhes são apresentados e desenvolver neles a capacidade de resolver, por si próprios, futuros problemas.

As quatro fases de resolução de um problema, apresentadas por Polya (1978), descrevem um percurso que se inicia com a compreensão de seu enunciado, incitando o aprendiz a elaborar questões adequadas à identificação das incógnitas envolvidas e à possibilidade de identificá-las por meio de esquemas ou desenhos apropriados. A segunda fase refere-se ao estabelecimento de um plano de ação, no qual se deve procurar estabelecer as conexões entre o objetivo do problema e as variáveis nele envolvidas. É nessa fase que a linguagem corrente deve dar lugar à linguagem formal, própria da Matemática, além da procura de situações análogas, já solucionadas, como meio para auxiliar na resolução daquele que está sendo proposto. Em seguida, a terceira fase compreende a execução do plano já estabelecido, realizando cálculos e análises necessárias que complementem a solução pretendida. A quarta e última etapa refere-se à verificação do resultado obtido, para que se possa detectar possíveis erros ou incorreções, além de revisar os procedimentos, prevendo sua utilização em outros problemas de mesma natureza.

Ainda, para Polya (1997), é da própria natureza humana resolver problemas, uma vez que, na maior parte do tempo, o pensamento consciente está focalizado na resolução de situações para as quais ainda não se conhece a solução.

Com a pergunta "O que se entende por resolução de problemas?", Perales (2000) investiga, no âmbito das ciências, o significado para essa questão. Em sua resposta, o autor destaca que a eleição de um problema é a peça-chave para dar início a uma atividade de ensino-aprendizagem, pois, como ocorre no dia a dia, o surgimento de um problema tem o poder de desencadear mecanismos cognitivos, afetivos e práticos – tanto individuais como coletivos –, com a intenção de resolvê-lo.

Assim considerado por Polya (1978) e Perales (2000), um jogo pode ser o eleito para a compreensão ou a fixação de um conceito, uma vez que, de acordo com Macedo, Petty e Passos, (2000), jogar favorece e enriquece o processo de aprendizagem, na medida em que o sujeito é levado a refletir, fazer previsões e inter-relacionar objetos e eventos; e também a aprender a questionar e corrigir suas ações, analisar e comparar pontos de vista.

Os problemas cotidianos, ainda para Perales (2000), podem se constituir em fontes de investigação que aproximam a vida real à atividade acadêmica, por considerar que todos os tipos de problemas e de soluções podem ser sistematizados a partir de critérios previamente estabelecidos. Nesse contexto, dentre outros, o objetivo para o trabalho com a resolução de problemas pode ser o de verificar a aplicação de uma teoria desenvolvida em classe. No entanto, para que isso aconteça, deverá haver a convergência de três fatores básicos, com os quais o aluno deverá dispor de informações teóricas, como conceitos, leis ou princípios: estar de posse de procedimentos como, por exemplo, realizar cálculos aritméticos ou algébricos; controlar variáveis, emitir hipóteses ou interpretar gráficos; e, finalmente, assumir uma atitude favorável em relação à realização da tarefa e à própria disciplina em questão.

> A aproximação da atividade acadêmica à vida real, segundo Perales (2000), como fonte de contínuas situações problemáticas e, por conseguinte, como elo de integração entre os contextos sociais, culturais e profissionais pode, também, ser creditada ao trabalho com a resolução de problemas, que responderia, por sua vez, aos pressupostos teóricos de maior peso na configuração atual da didática das ciências, constituindo-se como uma atividade idônea para o diagnóstico ou desenvolvimento conceitual, por tornar precisos os contrastes entre os conhecimentos prévios e os elaborados pela ciência. (Silva, 2008, p. 16)

Outro questionamento proposto por Perales (2000) remete à pergunta "O que se pretende conseguir dos alunos com a resolução de problemas?". Em resposta, o autor aponta, como escopo, a aplicação da teoria trabalhada durante as aulas com a intenção de comprovar a sua utilidade; a identificação de erros e o apontamento das dificuldades que mais afetam a compreensão do conhecimento científico; a aprendizagem de como identificar e resolver diferentes tipos de problemas, dominando formas de raciocínio inerentes à sua resolução; e, finalmente, a aproximação do caráter teórico e prático da aprendizagem das ciências, proporcionando um aprendizado significativo que pode transformar o currículo tradicional.

Para Corbalan (1998), a resolução de problemas constitui-se no núcleo fundamental do estudo da Matemática, pois conduz a hábitos de pensamentos que podem resultar em motivação e à adoção de novas ferramentas apropriadas para o seu aprendizado. Para o autor, não há melhores ou piores problemas; ele assim os categoriza: não são questões com armadilhas nem adivinhações; podem, ou não, ter aplicações, porém, devem suscitar o interesse por si mesmos; devem representar um desafio às qualidades desejáveis a um matemático; uma vez resolvidos, devem suscitar o desejo de propô-los a outras pessoas; devem parecer, à primeira vista, como algo possível de ser resolvido, isto é, não devem causar bloqueio na capacidade de reação; e, finalmente, devem proporcionar, ao resolvê-los, um tipo de prazer difícil de explicar, mas agradável de experimentar.

Nesse contexto, os jogos de regras podem ser considerados um recurso importante para a proposição de problemas, pois um jogo suscita o interesse por si mesmo; possibilita que as estratégias para chegar ao seu objetivo emerjam de situações práticas e não da repetição de modelos e procedimentos impostos; propicia o planejamento de ações e a revisão constante das atitudes dos jogadores; favorece a correção de erros pela reorganização do raciocínio e, ainda, pelo prazer que proporciona, estimula a repetição e o desejo de propô-los a outras pessoas.

## As pesquisas sobre o jogo e sua relação com a resolução de problemas

Buscando estabelecer uma analogia entre a resolução de problemas e a partida de um jogo de regras, pode-se considerar que os conhecimentos acerca do conteúdo do problema são, no jogo, a ciência de suas regras. Os procedimentos necessários para a solução do problema têm como equivalentes, no jogo, a prática de suas regras, e a seleção de quais conceitos utilizar para resolvê-lo pode ser interpretada, no jogo, como o desenvolvimento de estratégias eficientes para vencê-lo.

Corbalan (1998) vê estreita relação entre as fases descritas por Polya (1978) para a resolução de um problema e os meios para atingir o objetivo em um jogo de regras:

> As quatro fases resumidamente descritas por Polya e o seu paralelo para a aplicação em um jogo são: "Compreender o problema", cujo equivalente seria entender os componentes do jogo: peças, tipos de movimentos, forma de atuar, maneira de jogar, como chegar ao objetivo do jogo, isto é, a fase de familiarização com o jogo; "Traçar um plano para resolvê-lo", o paralelo relacionado com o jogo seria o de interiorizar os movimentos, buscando estratégias para atingir o objetivo

> do jogo, podendo relacionar o jogo em questão com outros similares; "Executar o plano traçado" seria o equivalente a colocar em prática as estratégias selecionadas e, por fim, a última etapa seria o de "Comprovar os resultados" que, em um jogo, seria o processo de refletir sobre o processo seguido. (Silva, 2008, p. 50, grifo nosso)

Os relatos sobre os trabalhos realizados com jogos aparecem em maior número, quando se trata da aplicação de temas relacionados aos conceitos matemáticos desenvolvidos na Educação Infantil ou nos primeiros anos do Ensino Fundamental, como comprovam, entre outros tantos, alguns dos trabalhos de Brenelli (1986, 1993, 1996); Kamii (1999); Kamii e Declark (1986); Kamii e Livingston (1998); Macedo, Petty e Passos (2000, 2005); Silva (2003); Silva e Brenelli (2005, 2006) e os estudos do próprio Piaget (1978, 1996), porém, para as séries finais do Ensino Fundamental ou mesmo para o Ensino Médio, tornam-se escassos aqueles que têm o jogo de regras como foco de suas pesquisas. Dentre os trabalhos que focam o jogo de regras, destaca-se a pesquisa de Torres (2001), que estudou como jogos em contexto de oficina poderiam ser um meio para desencadear os processos cognitivos responsáveis pela construção do conhecimento; também Grando (2000) investigou os processos desenvolvidos na construção e no resgate de conceitos e habilidades matemáticas a partir de intervenções durante as aulas de Matemática. Outra importante pesquisa que reuniu o trabalho com jogos computacionais e a resolução de problemas foi a que realizou Marco (2004), na qual na qual as atividades se basearam na análise interpretativa das manifestações durante o processo de jogar e criar um jogo computacional. Destacando os estudos de jogos com aplicações para a educação básica, a obra organizada por Macedo (2009) faz a análise de diversos jogos, sob a ótica construtivista, com sugestões metodológicas, modos de compreensão sobre como e por que utilizar jogos.

Entretanto, seja qual for a fase escolar em que se encontra o aluno, os trabalhos com jogos de regras são utilizados como um meio para o desenvolvimento de formas de pensamento mais evoluídas, por permitir a revisão de seus próprios conceitos, além de focalizar o estabelecimento de estratégias que permitam chegar ao objetivo proposto.

Quando se trata de resolução de problemas, no caso em questão, pode-se dizer que a relação com o jogo "Quarto" ocorre quando os participantes tomam contato com as regras do jogo e estabelecem estratégias para que o seu objetivo seja atingido; e também quando tentam antecipar as estratégias do outro jogador, com a intenção de neutralizá-las, da mesma forma que selecionam os conceitos e as estratégias apropriados para solucionar o problema proposto, de forma a refletir sobre seu conteúdo e corrigir ou completar as estratégias em que se apoiam para sua resolução. Na sequência, apresenta-se aqui o desenvolvimento da pesquisa.

## Desenvolvimento da Pesquisa

Participaram da pesquisa 21 estudantes, distribuídos igualmente entre as três séries do Ensino Médio, para os quais, com a concordância da equipe pedagógica das instituições, das famílias e deles mesmos, foi proposta uma prova de conhecimentos matemáticos, composta por cinco problemas retirados do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) dos anos de

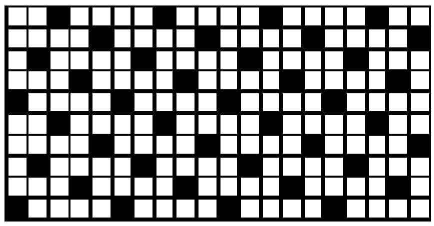
2004 e 2005 (Brasil, 2004, 2005). Associaram-se à sua resolução questões tratadas com maiores detalhes na análise dos dados, que visavam esclarecer o tipo de raciocínio empregado para cada problema. Após a aplicação dessa prova, realizaram-se, de forma individual, as sessões de intervenção, em que foram disputadas as partidas do jogo "Quarto"; e, por fim, novamente, foi reaplicada a prova de conhecimentos matemáticos com as mesmas questões já apresentadas.

Os problemas selecionados para a composição da prova abordam as propriedades de figuras geométricas, as noções de proporção, o raciocínio combinatório, as relações entre áreas e a orientação espacial e estão enunciados conforme segue:

> 1. Quatro estações distribuidoras de energia A, B, C e D estão dispostas como vértices de um quadrado de 40 km de lado. Deseja-se construir uma estação central que seja ao mesmo tempo equidistante das estações A e B e da estrada (reta) que liga as estações C e D. A nova estação deve ser localizada:
>
> ( ) no centro do quadrado.
>
> ( ) na perpendicular à estrada que liga C e D, passando por seu ponto médio, a 15 km dessa estrada.
>
> ( ) na perpendicular à estrada que liga C e D, passando por seu ponto médio, a 25 km dessa estrada.
>
> ( ) no vértice de um triângulo equilátero de base AB, oposto a essa base.
>
> ( ) no ponto médio da estrada que liga as estações A e B.

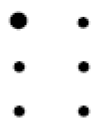
Para a resolução desse problema, deve-se considerar que o participante deva ter conhecimento das propriedades do quadrado, de mediatriz e do significado de equidistância. Requer, também, que faça o isolamento das variáveis figura geométrica e equidistância, coordenando-as para a obtenção da solução, que é o ponto situado na mediatriz de C e D, equidistante dos pontos A e B. Além disso, para operacionalizar a solução, deve ter também o conhecimento de outras relações, como, por exemplo, teorema de Pitágoras e resolução algébrica de sistemas de equações do primeiro grau.

> 2. Um pátio de grandes dimensões vai ser revestido por pastilhas quadradas brancas e pretas, segundo o padrão representado abaixo, que vai ser repetido em toda a extensão do pátio. As pastilhas de cor branca custam R$ 8,00 por metro quadrado e as de cor preta, R$ 10,00. O custo por metro quadrado do revestimento será:



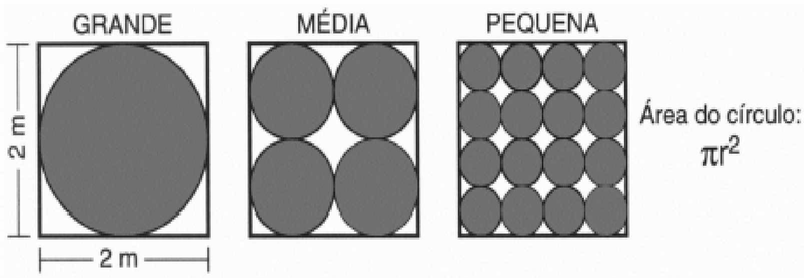
( ) R$ 8,20. ( ) R$ 8,40. ( ) R$ 8,60. ( ) R$ 8,80. ( ) R$ 9,00.

Nesse caso, a solução do problema prevê que o aluno tenha a percepção da regularidade do padrão contido no desenho (pastilhas brancas e pretas do piso) e que utilize a proporcionalidade (a cada cinco pastilhas, quatro são brancas e uma é preta) para resolvê-lo. Cálculo proporcional, porcentagem ou operações com frações e área também são conhecimentos requeridos.

> 3. A escrita braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caráter é um conjunto de seis pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por:
>
> 
>
> O número total de caracteres que podem ser representados no sistema braile é
>
> ( ) 12. ( ) 31. ( ) 36. ( ) 63. ( ) 720.

A análise combinatória é a questão central para a resolução do problema, observando-se a realização de todas as combinações possíveis e se estas são feitas de forma sistemática ou aleatória. Nesse problema, verifica-se também a utilização correta dos conceitos, sem que haja a preocupação com a adoção de fórmulas desconectadas de sua compreensão e de seu sentido.

> 4. Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura abaixo. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas. As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material.




A partir dessas informações, pode-se concluir que:

( ) a entidade I recebe mais material do que a entidade II.

( ) a entidade I recebe metade do material que a entidade III recebe.

( ) a entidade II recebe o dobro do material que a entidade III recebe.

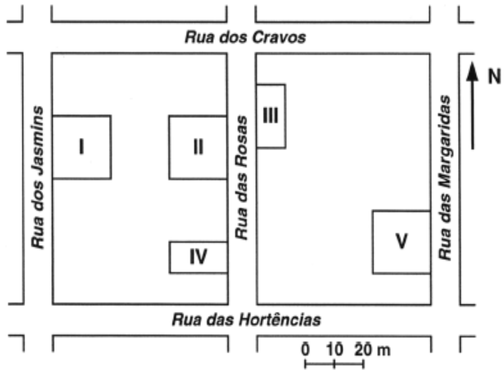
( ) as entidades I e II recebem, juntas, menos material do que a entidade III.

( ) as três entidades recebem iguais quantidades de material.

A solução desse problema está em fazer a relação entre as áreas remanescentes e a área total, por meio do cálculo de cada uma delas. É necessário, portanto, que seja feita a aplicação da fórmula da área do círculo e do quadrado, estabelecendo-se a relação entre elas, para cada uma das figuras, e não apenas pela percepção visual que, se estiver centrada no aspecto das figuras, pode induzir ao erro.

5. Um leitor encontra o seguinte anúncio entre os classificados de um jornal:


Interessado no terreno, o leitor vai ao endereço indicado e, lá chegando, observa um painel com a planta a seguir, onde estavam destacados os terrenos ainda não vendidos, numerados de I a V:




Considerando as informações do jornal, é possível afirmar que o terreno anunciado é o:

( ) I. ( ) II. ( ) III. ( ) IV. ( ) V

O estabelecimento das relações entre a direção, através dos pontos cardeais (a seta apontando para o Norte e o sol nascendo a Leste, portanto, à direita), e a localização do terreno, além da área do terreno por meio de uma escala gráfica, é necessário para a solução do problema. A combinação entre todas as possibilidades e a separação de variáveis deve ser feita para verificar a influência dos diferentes fatores que possam se sobrepor ao aspecto figurativo e, com isso, evitar centrar-se em um dos atributos do desenho.

Além da resolução, pediu-se, em cada problema, que o participante declarasse quantas vezes necessitou fazer a leitura para compreendê-lo e, ainda, que estratégias foram utilizadas para o encaminhamento de sua solução e também quais conceitos matemáticos foram utilizados para que o problema pudesse ser solucionado.

Para a análise do procedimento de resolução em cada problema, adotou-se uma pontuação, variando de zero a seis pontos, na seguinte conformidade: nenhum ponto foi creditado para resoluções totalmente incorretas; pontos intermediários foram atribuídos para situações que evidenciavam erros de cálculos ou apenas o encaminhamento da solução por meio de um esquema ou desenho, ou seja, resoluções incompletas, de forma geral; e pontuação completa foi dada para quem realizou de forma sistemática e correta toda a solução do problema. Desse modo, trinta era o número máximo de pontos que um participante poderia obter na resolução correta dos cinco problemas.

Nas sessões do jogo "Quarto", o participante, após a fase de aprendizagem das regras, em que jogou no tabuleiro com a experimentadora, disputou várias partidas, tendo como adversário o computador. Para que as jogadas pudessem ser descritas, adotou-se a identificação numérica para as "casas" horizontais e letras para as "casas verticais" do tabuleiro; e, dessa forma, a pesquisadora, como observadora neutra das partidas, pôde solicitar do participante a análise de suas jogadas e a antecipação das próximas, tanto dele próprio, como as do computador, tendo em vista que uma análise detalhada das peças e das casas disponíveis pode ser decisiva para vencer a partida.

A análise solicitada teve a intenção de permitir que fossem explicitadas as inferências realizadas pelos alunos para verificar se houve a consciência dos meios que os levaram a atingir, ou não, o objetivo do jogo. E as questões interpostas investigaram quais as estratégias utilizadas pelos participantes; como eles antecipavam as situações em que poderia ocorrer um alinhamento; como questionavam a razão da escolha da peça para colocar em jogo; se houve a percepção da estratégia utilizada pelo adversário; se o aluno foi capaz de prever a próxima jogada do computador e, ainda, que peças não poderiam ser utilizadas na próxima jogada. Como extensão para outras situações, como, por exemplo, a resolução de problemas, perguntou-se em quais outros contextos as estratégias utilizadas para vencer a partida poderiam ser aplicadas.

Tais questões foram avaliadas numericamente de zero a seis pontos e, considerando-se que foram analisadas as situações que visavam perceber a utilização de uma estratégia para colocar uma peça em jogo; a capacidade de prever uma situação em que se daria um alinhamento; a capacidade para distinguir cada atributo isoladamente e, ao mesmo tempo, analisar todos em conjunto; e o desenvolvimento de estratégias pessoais, a partir da tomada de consciência dos procedimentos utilizados em partidas, o máximo atingido em todos os quesitos totalizou 24 pontos.

Após as sessões de intervenção com o jogo "Quarto", os participantes foram solicitados a resolver novamente os problemas da prova de conhecimentos matemáticos, com o objetivo de verificar se tinha havido alteração na forma como encaminharam a resolução dos mesmos problemas, supondo que, após as referidas intervenções, tivessem revisto os procedimentos inicialmente adotados, uma vez que o conhecimento somente poderá ser alcançado, se for possível mobilizá-lo para outras situações diferentes daquelas que lhe deram origem.

## Análise e discussão dos dados

Para análise e discussão dos dados coletados, optou-se por comparar cada um dos 21 participantes consigo mesmos, na intenção de minimizar a diferença de conhecimentos escolares, em razão haver alunos das três séries do Ensino Médio. Foram escolhidos alunos dessa modalidade de ensino, por serem eles adolescentes e, portanto, em princípio, possuidores de um sistema de pensamento que lhes possibilita subordinar o real ao possível, manifestando um tipo de pensamento característico de um nível operatório-formal. O foco da discussão para o presente trabalho foi se o progresso ocorrido na resolução de problemas matemáticos poderia ter sido favorecido pelas sessões de intervenção com o jogo "Quarto".

Para dar conhecimento de como os participantes atuaram na aplicação e na reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos e nas sessões de intervenção com o jogo "Quarto", escolheu-se mostrar, separadamente, os escores obtidos pelos participantes, analisando-os de forma resumida e selecionando apenas um participante em cada série, para maior detalhamento. Os escores, na prova de conhecimentos matemáticos, foram calculados a partir da divisão por 5 dos pontos obtidos pelo participante, sendo 6 o escore máximo. Para as sessões de intervenção com o jogo "Quarto", o escore máximo 6 foi obtido pela divisão de 24 por 4.

Na primeira série, os sete participantes – aqui identificados pelas três primeiras letras de seus nomes –, com idades entre 14 anos e 1 mês e 15 anos e 10 meses, tiveram a seguinte pontuação, respectivamente, na prova de conhecimentos matemáticos (PCM), nas sessões de intervenção com o jogo "Quarto" (SIJO) e na reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos (RPCM), conforme aponta o quadro 1, a seguir:

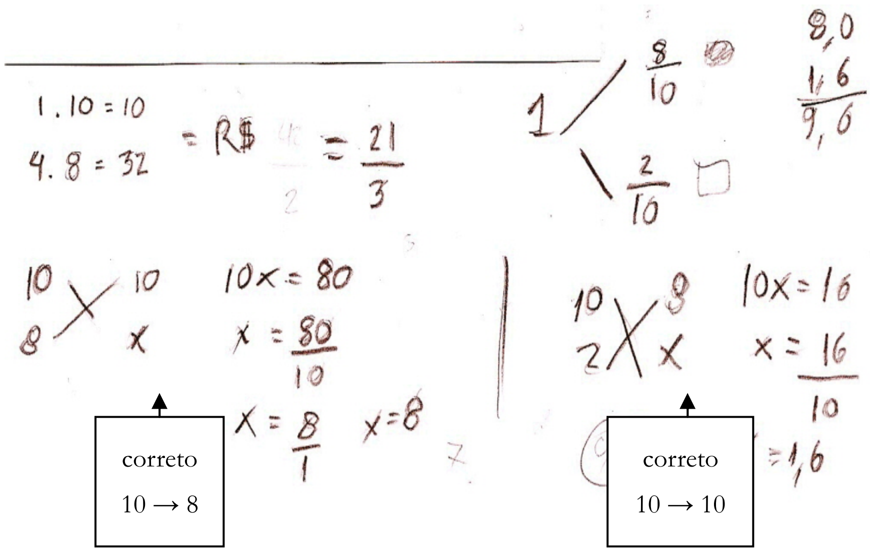
Quadro 1 – Participantes da 1ª série

| Partic. | PCM | SIJQ | RPCM |
|---|---|---|---|
| BEA | 2,5 | 2,5 | 3,0 |
| BRU | 1,4 | 1,2 | 1,6 |
| FRA | 2,0 | 4,5 | 4,2 |
| MAT | 2,2 | 3,5 | 3,2 |
| NAT | 3,6 | 3,5 | 3,6 |
| PAU | 5,2 | 5,2 | 5,2 |
| RAI | 2,0 | 1,7 | 2,4 |

Fonte: Silva, 2008, p. 105 (adaptado)

Observa-se que a boa atuação nas sessões de intervenção com o jogo "Quarto" resultou, em alguns casos, como o de FRA, em uma considerável evolução na reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos; porém, para BRU, considerando-se a sua atuação nas sessões de intervenção com o jogo Quarto, o deslocamento na reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos foi pequeno.

Escolheu-se a atuação de MAT na resolução do segundo problema, para maior detalhamento, conforme reprodução a seguir:




O aluno, embora tenha indicado que leu o problema quatro vezes ou mais, obteve um êxito parcial ao resolvê-lo, apontou corretamente que encaminharia a resolução por meio do desenho e utilizaria os conceitos de proporção e área. Seus registros não apresentaram uma boa sistematização e, talvez por isso, tenha empregado erroneamente os dados contidos nas informações do enunciado, pois [a]plica o preço das pastilhas brancas para a quantidade de pastilhas pretas e, analogamente, o preço das pastilhas pretas para a quantidade de brancas. Assim, obteve uma pontuação parcial, uma vez que percebeu a regularidade entre as pastilhas brancas e pretas contidas no desenho, justificou como resolver o problema de forma adequada, por meio das questões propostas e resolveu-o, mesmo cometendo o erro já observado.

Na reaplicação da prova de conceitos matemáticos, ao resolver o mesmo problema, reproduzido a seguir, MAT calculou a área total e seu preço, encontrando depois, por meio de uma divisão, o preço do metro quadrado. Foi igualmente eficiente, ao perceber a regularidade, e, ainda, ao explicar: (sic) *"Contei as colunas e analisei as proporções entre os quadradinhos pretos e os brancos, depois apliquei os conceitos de área e proporção e relacionei com os dados".* Ainda, como se pode notar, a organização gráfica da resolução proposta por ele apresenta-se sistematizada e bem explicada.

Ex: $10.20 = 200$ $\quad$ $8\,\square\,.\,20 = 160$ $\quad$ $160.8 = 1280$

$200\,m^2 \rightarrow 1280 + 400$ $\quad$ $2\,\blacksquare\,.\,20 = 40$ $\quad$ $40.10 = 400$

$200m^2 \rightarrow R\$\ 1680$

$1\,m^2 \rightarrow \quad x$

$200\,x = 1.1680$

$x = \dfrac{168\cancel{0}}{20\cancel{0}}$ $\quad$ $x = \dfrac{168}{20}$ $\quad$ $x = \dfrac{16{,}8}{2} = \boxed{8{,}40} \rightarrow R\$\ 8{,}40$

A solução proposta e as explicações de MAT, além de melhor sistematização, mostram hipóteses corretas e bem estruturadas, da mesma forma que as justificativas dadas por ele para algumas das questões propostas nas sessões de intervenção com o jogo "Quarto", quando pondera que as possibilidades de vencer melhoram, com uma análise detalhada e com a atenção redobrada, conforme revela a transcrição de suas palavras:

> P: Você acredita que, quanto mais detalhada for sua análise, maior a sua chance de vencer seu adversário?
>
> MAT: Sim, porque a análise das possibilidades facilita ganhar.
>
> P: Esse procedimento de análise pode ser utilizado em outras situações, por exemplo, para resolver problemas escolares?
>
> MAT: Essa forma de analisar o jogo ajuda a analisar o que é proposto no problema e faz você pensar melhor.
>
> P: O que foi mais instrutivo para você no decorrer das partidas?
>
> MAT: Ter mais atenção e analisar melhor as situações, tanto no jogo, para conseguir ganhar, como nos problemas para conseguir resolver.
>
> P: Como utilizar o que você aprendeu com as estratégias para jogar na resolução de problemas escolares?
>
> MAT: Tendo mais concentração nos dados do problema.
>
> P: Os erros cometidos foram úteis para seu aprendizado?
>
> MAT: Foram. Quando você comete um erro numa partida, fica atento para não cometê-lo mais, posso pensar assim também para resolver problemas.

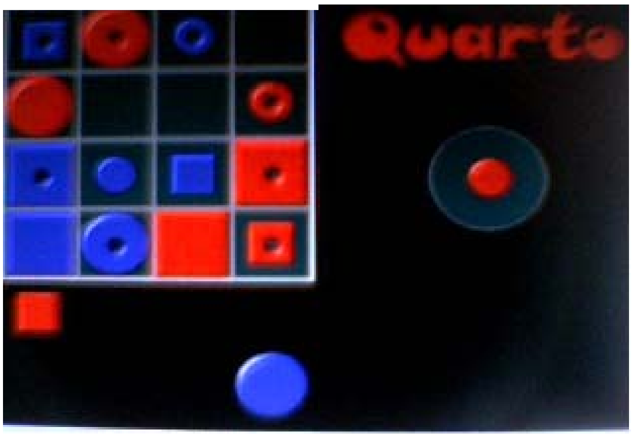
À medida que se observavam maior atenção e análises mais criteriosas, previa-se o aumento de suas possibilidades de vencer as partidas que disputava, como aconteceu em uma das que venceu, tendo ele ainda antecipado como se daria essa vitória. Ao final da partida, reproduzida na figura 1, a seguir, o aluno, observando a configuração apresentada, explicou:

MAT: Não posso colocar essa peça na casa livre da quarta coluna ("casa" 4D, referindo-se ao círculo, vermelho, pequeno e sem furo, peça colocada em jogo pelo computador) porque ficariam todas vermelhas, mas, se eu colocar essa peça na casa vazia da coluna 3 (3C) e escolher o quadrado, pequeno, vermelho e sem furo para colocar em jogo, em qualquer uma das casa restantes que o computador escolher para colocá-la, eu ganho, porque completo o "Quarto" por meio da cor (vermelho) na linha (C) ou coluna (4), ou pelo tamanho (pequeno) na diagonal.

Figura 1 — Configuração da partida na qual MAT antecipou sua vitória

1 2 3 4

D
C
B
A




Fonte: Silva, 2008, p. 116

Na atuação de MAT, quando se compara a resolução de um problema e a consecução do objetivo do jogo, identifica-se o que foi mencionado por Corbalan (2000), uma vez que, em ambos, observa-se que é de fundamental importância a formulação de hipóteses e sua posterior comprovação. Porém, no jogo, esse processo é facilitado, pois vencer a partida é uma excelente motivação, principalmente para os adolescentes. Também pelo erro, referido pelo participante ao dizer que o torna mais alerta para não cometê-lo novamente, enfatiza-se o caráter construtivo do jogo, principalmente se mencionada a transposição para outras situações de aprendizagem; neste caso, a resolução de problemas. Tal constatação permite inferir que novos meios de análise podem produzir novos conhecimentos, o que, de acordo com Piaget (1977, p. 55), pode ser explicado, quando "[...] num sistema operatório dado será sempre possível aplicar operações novas, extraídas de outros sistemas, e, sobretudo, extraídas das precedentes no interior do mesmo sistema, mas elevadas a uma potência maior".

De modo geral, a participação dos demais alunos da primeira série revelou, pela pontuação alcançada na reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos e por seus depoimentos, que as análises solicitadas durante o jogo foram úteis para que tivessem mais atenção ao resolver novamente os problemas apresentados, uma vez que entenderam que o raciocínio utilizado no jogo poderia ser ali empregado.

A participação dos alunos da segunda série, com idades entre 16 anos e 1 mês e 16 anos e 10 meses, foi mais regular sob o ponto de vista dos pontos alcançados no conjunto das provas, como mostrado a seguir. Os escores apresentados se referem, respectivamente, à prova de conhecimentos matemáticos (PCM), às sessões de intervenção com o jogo "Quarto" (SIJQ) e à reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos (RPCM):

Quadro 2 — Participantes da 2ª série

| Partic. | PCM | SIJQ | RPCM |
|---|---|---|---|
| ADR | 2,0 | 4,5 | 4,2 |
| FER | 5,2 | 5,2 | 5,2 |
| GAB | 2,2 | 4,5 | 3,2 |
| LUC | 3,8 | 4,5 | 6,0 |
| MAR | 6,0 | 5,2 | 6,0 |
| PED | 5,0 | 5,2 | 6,0 |
| RAF | 3,4 | 4,5 | 4,2 |

Fonte: Silva, 2008, p. 127 (adaptado)

Principalmente para ADR e LUC, são expressivos os deslocamentos ocorridos na reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos, pois, segundo seus depoimentos, durante os encontros individuais destinados às sessões de intervenção com o jogo "Quarto", puderam desenvolver estratégias para o jogo e depois utilizá-las na resolução de problemas.

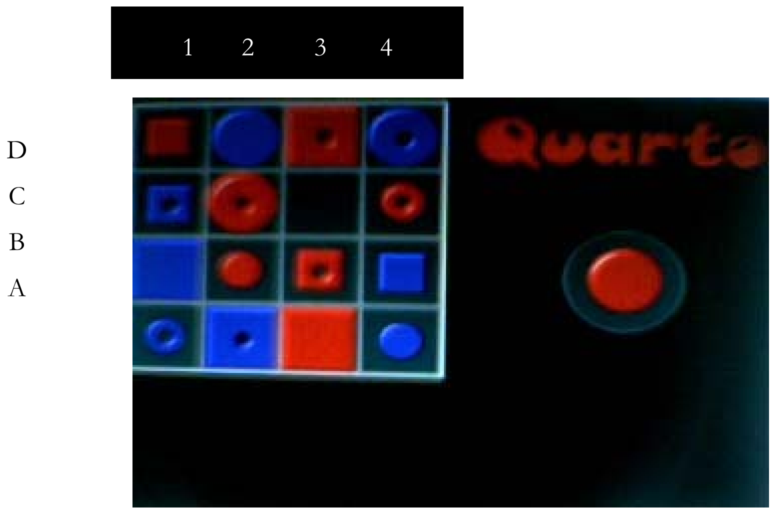
A participação de GAB foi a escolhida para maior detalhamento. Apresentando um escore de 2,2 pontos na prova de conhecimentos matemáticos e 3,2 pontos na sua reaplicação, o aluno mostrou progresso nos procedimentos e no raciocínio. Nos problemas em que o participante obteve sucesso na reaplicação da prova, de acordo com Silva (2008, p. 130), “pode-se inferir que subordinou o real ao possível por ter escolhido as relações consideradas verdadeiras, para delas retirar todas as ligações possíveis e de forma dedutiva”.

E ainda,

> [...] considerando, segundo Piaget (1985), que a construção cognitiva, dos esquemas às estruturas é constantemente motivada pela dupla necessidade de uma ampliação do meio e de um crescimento das “capacidades do organismo”, pode-se entender que a organização das sessões de intervenção com o jogo “Quarto” atuaram no sentido de conduzir o participante a novas atualizações, que permitiram a continuação do processo de reequilibração que se referem tanto a perturbações no campo real como no campo virtual. (Silva, 2008, p.130, grifo nosso)

Nesse sentido, faz-se referência à conduta observada no decorrer das partidas do jogo “Quarto”, uma vez que o escore de 4,5 pontos apresentado pelo aluno mostra que procurou coordenar ataque e defesa, semelhanças e diferenças entre os atributos, ao longo das diversas partidas; e fez uso de suas experiências e das de seu adversário para aprimorar suas táticas de jogo. O julgamento desses fatos foi convalidado pelas respostas dadas por GAB durante o congelamento de algumas jogadas em diferentes partidas disputadas, como a que é apresentada na figura 2, a seguir, em que ele relata sua vitória e justifica qual foi a estratégia utilizada.

Figura 2 — Estratégia de GAB para vencer o jogo




Fonte: Silva, 2008, p. 131

> P: O que você levou em conta para escolher essa peça?
>
> GAB: A possibilidade de que o computador a coloque em uma casa que me favoreça para fazer um alinhamento.
>
> P: Por que escolheu essa casa para colocar a peça que lhe foi dada pelo seu adversário?
>
> GAB: Para abrir possibilidades de fazer um alinhamento, ou para não colocá-la na casa que completa o "quarto" porque assim perco a partida.
>
> P: Você percebeu qual foi a estratégia de seu adversário?
>
> GAB: Percebi que ele vê os atributos iguais e procura, quando tem apenas duas peças, colocá-las em um mesmo alinhamento, mas quando tem três, ele abre outra "fila" para não perder o jogo.
>
> P: Você vai ganhar a partida?
>
> GAB: Já ganhei, ele terá que colocar a peça na casa que falta, e serão todas vermelhas na coluna ou circulares na diagonal.
>
> P: Você acredita que, quanto mais detalhada for sua análise, maior a sua chance de vencer seu adversário?
>
> GAB: - Lógico! Porque se tem uma resolução, e se eu sei que tem um jeito para ganhar, é só prestar atenção.
>
> P: Esse procedimento de análise pode ser utilizado em outras situações, por exemplo, para resolver problemas escolares?
>
> GAB: Na escola, sim, esse tipo de análise pode ser utilizado tanto em problemas como no jogo. Também depende do que eu tenha aprendido nas aulas. No vestibular, o que complica é o tempo.
>
> P: O que foi mais instrutivo para você no decorrer das partidas?
>
> GAB: Adquirir maior atenção e rapidez de raciocínio.
>
> P: Como utilizar o que você aprendeu com as estratégias para jogar na resolução de problemas escolares?
>
> GAB: O mais legal que eu aprendi é fazer a análise, parar para pensar e não ir por tentativas.

Quando menciona *"abrir possibilidades para fazer um alinhamento"*, revela a presença de um raciocínio operatório-formal dada a natureza antecipatória de seu pensamento; mostra também, em suas respostas, que foi capaz de generalizar suas conclusões, aplicando-as a outras realidades, em particular, para a resolução dos problemas matemáticos propostos. Contudo, é importante observar que o jogo não cria novos conceitos matemáticos e, portanto, caso o aluno não detenha o conceito utilizado para a resolução de um problema, apesar de incorporar novas estratégias de resolução com as sessões de intervenção, continuará a ignorar a sua solução. Assim, o jogo pode ser um estímulo positivo, pois permite ao estudante buscar os conhecimentos necessários à realização de uma tarefa, mas não é uma fórmula mágica para o êxito de uma proposta.

A participação dos alunos da terceira série, embora sejam os de maior nível de escolaridade, não apresentou resultados muito diferentes das demais séries já analisadas. Na tabela, são mostrados os alunos com idades entre 16 anos e 9 meses e 17 anos e 7 meses e seus escores. Na primeira coluna estão os pontos destinados à prova de conhecimentos matemáticos (PCM); na segunda, os pontos das sessões de intervenção com o jogo Quarto (SIJQ); e, na terceira, os escores da reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos (RPCM).

Quadro 3 — Participantes da 3ª série

| Partic. | PCM | SIJQ | RPCM |
|---|---|---|---|
| BRU | 4,0 | 4,5 | 5,0 |
| DAP | 3,8 | 4,5 | 4,2 |
| GUS | 5,2 | 4,5 | 4,6 |
| NAT | 1,6 | 2,0 | 3,4 |
| PRI | 5,0 | 3,5 | 5,0 |
| REN | 3,6 | 2,0 | 3,8 |
| ROS | 4,0 | 3,5 | 4,4 |

Fonte: Silva, 2008, p. 136 (adaptado)

Notou-se, de forma geral, que a diferença entre os pontos obtidos na aplicação da prova de conhecimentos matemáticos e a sua reaplicação foi pequena, observando-se que essa foi a única turma em que um aluno obteve pontuação máxima em um dos problemas na aplicação da prova e pontuação parcial no mesmo problema, quando de sua reaplicação. De fato, GUS, que havia acertado o problema seis na aplicação da prova, indicando corretamente o resultado, inclusive detalhando como chegou a ele, em sua reaplicação indicou erradamente a solução, embora tivesse apresentado evidências de um raciocínio correto, o que lhe valeu uma pontuação parcial. No entanto, destaca-se que esse participante utilizou um raciocínio combinatório inerente ao nível de pensamento operatório-formal, ao resolver o terceiro problema, conforme a resolução e explicações transcritas a seguir:

$$\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot\underline{2}\,\underline{2}\cdot\underline{2}\quad -1$$

> [...] os seis riscos representavam o número de caracteres do Braile e o 2 representou os dois tipos de furo. O menos um é para que pelo menos um ponto seja furado em obediência à regra.

Igualmente, durante as sessões de intervenção com o jogo “Quarto”, ao aplicar estratégias com a intenção de combinar a defesa com o ataque, em alguns momentos oscilou entre a escolha aleatória e a provisão de futuros alinhamentos, mas ratificou, com suas respostas às questões propostas e detalhadas a seguir, que as falhas não eram decorrentes de processos inadequados de pensamento, mas, talvez, resultantes de uma falta de concentração momentânea.

> P: O que você levou em conta para escolher essa peça?
>
> GUS: Porque eu estou sempre pensando em uma estratégia futura.
>
> P: *Por que escolheu essa casa para colocá-la?* (em um determinado momento de uma partida)
>
> GUS: Para abrir mais possibilidades de alinhamentos.
>
> P: Você acredita que, quanto mais detalhada for a sua análise, maior a sua chance de vencer seu adversário?
>
> GUS: Eu sei que é assim, mas, às vezes eu me precipito e não presto atenção no que estou fazendo, daí, eu erro.
>
> P: Você acha importante observar o jogo de seu adversário para fazer um alinhamento?
>
> GUS: Só observando o jogo dele que eu posso decidir qual estratégia vou utilizar.

Com relação às desatenções que o fizeram perder pontos, ao resolver os problemas solicitados e escolher as estratégias durante as partidas do jogo “Quarto”, GUS assim se pronunciou:

> P: Em um problema escolar, como você escolhe os conceitos de que dispõe para resolvê-lo?
>
> GUS: Eu, primeiro, preciso me deter na leitura do problema, coisa que às vezes eu não faço com calma; depois, eu separo os dados que o próprio enunciado me dá, aí é só pensar quais conceitos servem para resolver o problema.
>
> P: Você foi capaz de perceber os erros que cometeu durante as partidas?
>
> GUS: Sim, uma pena que só depois de fazê-los, mas, assim mesmo, serviram para eu ficar mais atento.
>
> P: Como utilizar o que você aprendeu com as estratégias para jogar na resolução de problemas escolares?

> GUS: Aprendi que tenho que não agir sem pensar, porque, se eu me mantiver atento, é mais difícil de errar.

Questiona-se, dessa forma, se os alunos da terceira série não estariam carregando um componente emocional que lhes afetava a atenção, ou a concentração, visto estarem em uma fase que antecede os vestibulares. Nesse sentido, enfatiza-se a importância de que sejam oferecidas a eles experiências que promovam a atenção e a concentração, além da confiança e do entusiasmo pela atividade matemática, como é o caso dos trabalhos com os jogos de regras.

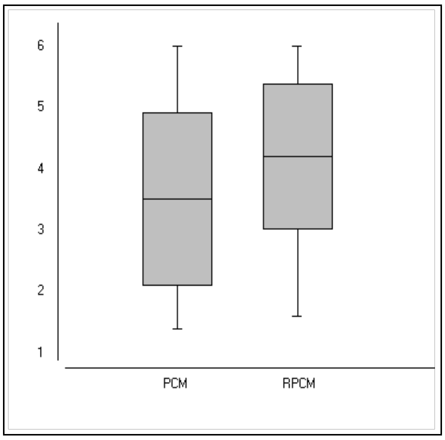
É conveniente destacar a participação de NAT, que apresentou um escore de 1,6 ponto na aplicação da prova de conhecimentos matemáticos e 3,4 pontos em sua reaplicação e, apesar de mostrar um deslocamento significativo, não teve, relativamente ao máximo possível de 6,0 pontos, um resultado expressivo. Também nas sessões de intervenção com o jogo "Quarto", cujo escore foi de 2,0, mostrou-se insegura e, ao responder as questões propostas, muitas vezes emitia comentários do tipo: *"Errei, não é?"* ou "... *acho que não vou conseguir...".* Contudo, participou de todos os encontros, sempre tentando acertar. A manifestação desse desequilíbrio, explica Piaget (1977), se configura como uma perturbação que gera, pela possibilidade de ultrapassá-lo, uma nova forma de equilíbrio, qualitativamente melhor que a anterior e, consequentemente, impulsionando o sujeito a novas regulações e ao progresso de seus conhecimentos. No caso em questão, é importante notar que nenhuma ação foi realizada no sentido de suprir as lacunas de conteúdo matemático que o participante pudesse ter.

Com referência aos dados obtidos na análise de todas as três séries, verificou-se que, após a intervenção realizada com o jogo "Quarto", na reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos, os participantes mostraram-se mais confiantes e souberam como aplicar as mesmas estratégias do jogo em outros contextos que exigiam transferências e generalizações, como convém a um verdadeiro aprendizado.

No Gráfico 1, que ilustra a distribuição das médias para a aplicação da prova de conhecimentos matemáticos (3.5095) e da reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos (4.2095), destaca-se a diferença positiva entre PCM e RPCM.

De fato, as relações entre os escores da prova de conhecimentos matemáticos e os de sua reaplicação puderam ser confirmadas por meio de um tratamento estatístico que mostrou ser a média desta última significativamente maior que a da primeira, como revela a Tabela 1.

Gráfico 1 — *Box-Plot* das distribuições e médias da prova de conhecimentos matemáticos e da reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos




Fonte: Silva, 2008, p. 102

Tabela 1 — Estatística comparativa entre a prova de conhecimentos matemáticos e a reaplicação da prova de conhecimentos matemáticos

| | PCM | RPCM |
|---|---|---|
| Indivíduos | 21 | 21 |
| Média | 3.5095 | 4.2095 |
| Desvio Padrão | 1.4014 | 1.1789 |
| Erro Padrão | 0.3058 | 0.2573 |
| Desvio Padrão da Diferença | 0.8149 | --- |
| Erro Padrão da Diferença | 0.1778 | --- |
| Média das diferenças | -0.7 | --- |
| (t)= | -3.9366 | --- |
| Graus de Liberdade | 20 | --- |
| (p) unilateral = | 0.0004 | --- |
| (p) bilateral = | 0.0008 | --- |
| IC (95%) | -1.0709 a -0.3291 | --- |
| IC (99%) | -1.2059 a -0.1941 | |

Fonte: Silva, 2008, p. 102

O tratamento estatístico para a população pesquisada (N < 30) foi realizado por meio do teste T de Student, cuja análise integral apurou o valor de t = - 3,9366, com a probabilidade bilateral de 0,0008, o que ratifica as considerações acima enunciadas, uma vez que as duas distribuições foram testadas e consideradas normais pelo teste de Shapiro-Wilk (PCM = 0,1679 e RPCM = 0,6467, com um nível de significância de 5%, $\alpha = 0,05$.

## Considerações Finais

As análises solicitadas aos participantes durante as sessões de intervenção com o jogo "Quarto" tiveram a intenção de permitir a eles a revisão contínua de suas próprias estratégias de jogo e das de seu adversário, o computador, oportunizando a transferência para outras situações-problema; neste caso, a resolução de problemas de conteúdo matemático. É importante enfatizar, aqui, que, para o aluno ter sucesso para solucionar os problemas propostos, é imprescindível que os conceitos matemáticos necessários à resolução sejam de seu conhecimento escolar. Deve-se levar em conta, para o desenvolvimento desses processos, o caráter relacional, dialético e construtivo dos conteúdos escolares.

Dialético, relacional e construtivo lembram-nos, respectivamente, os aspectos – indissociável, complementar e irredutível – dos processos de desenvolvimento do conhecimento. Na escola, para não dizer na vida, essa tríade é, hoje, fundamental. Os conteúdos escolares – com seus conceitos, princípios e procedimentos próprios – necessitam ser ensinados levando-se em conta – *indissociavelmente* – as noções e operações da criança, no nível em que ela pode formulá-las. [...] Hoje, igualmente, aceita-se, como regra geral, a *complementaridade* da relação aluno-professor, ou da interação sujeito-objeto. [...] Temos aprendido também o caráter *irredutível* dessas relações. Matemática e matemático, física e físico correspondem a coisas diferentes: um se refere ao objeto de conhecimento; outro, àquele que conhece, cada qual com suas próprias coordenações. (Macedo, 1996, p. 8-9, grifo nosso)

O aspecto indissociável esteve presente na realização das sessões de intervenção com o jogo "Quarto", ao se propor que os participantes utilizassem a mesma forma de análise empregada durante as partidas de "Quarto". Em outros contextos, como na resolução de problemas de conteúdo matemático, a complementaridade foi interpretada pela interação entre os alunos e o meio computacional utilizado para o desenvolvimento das sessões de intervenção; e o caráter irredutível aparece na distinção entre a obrigatoriedade do conhecimento dos conceitos matemáticos implicados, mas não de pré-requisitos para jogar o "Quarto".

Entretanto, apesar da limitação que traz, a falta de conhecimentos específicos de conceitos matemáticos, referentes aos conhecimentos de álgebra, geometria e até de operações aritméticas básicas, o jogo "Quarto" se constituiu em um instrumento facilitador para a construção de novas inter-relações ocasionadas pelas análises realizadas pelo aluno ao tentar encontrar estratégias eficientes para vencer o jogo. (Silva, 2008, p. 160)

Também é imperioso reforçar que:

> [...] a ação dos jogos sobre a aprendizagem e, consequentemente, sobre o desenvolvimento do educando, apenas será efetiva quando estes, de forma complementar e irredutível, forem propostos de maneira contínua e sistemática e, ainda, com a intenção de proporcionar novos e eficientes meios para a construção e fixação de conceitos matemáticos. (Silva, 2008, p. 160-161)

Dessa forma, conclui-se que o objetivo da pesquisa foi alcançado, pois constatou-se que a promoção de sessões de intervenção com a utilização do jogo de regras "Quarto" pôde favorecer as atividades de resolução de problemas de conteúdo matemático, observando-se que as questões propostas durante as sessões de intervenção ocorridas nas partidas de "Quarto", ao serem relacionadas com a atividade de resolução de problemas, puderam contribuir para aprimorar as soluções e suas respectivas justificativas na reaplicação da prova de problemas de conhecimento matemático.

No entanto, para que sejam notados em longo prazo os efeitos de um trabalho com jogos de regras, é necessário que eles sejam oferecidos de forma contínua, e não apenas em momentos estanques. O enfoque do trabalho com jogos de regras como meio para o estabelecimento de novas e melhores formas de raciocínio e para a construção e a consolidação de conceitos matemáticos deve ser o de complementar as tarefas escolares, e não o de substituí-las, uma vez que, após a compreensão dos conceitos, estes devem ser fixados em diversas propostas de trabalho.

Embora o jogo de regras possa ser considerado como uma das estratégias para que as aulas de Matemática se tornem mais instigantes e laboriosas, esse recurso costuma ser mais utilizado em propostas de trabalhos para a Educação Infantil e para as primeiras séries do Ensino Fundamental, gradativamente desaparecendo até se extinguir quase por completo no Ensino Médio. Uma das causas apontadas para a ausência desse tipo de trabalho no Ensino Médio é a extensa quantidade de temas que devem ser abordados ao longo do ano letivo e o pequeno número de aulas semanais, o que torna difícil um trabalho que consuma um maior número de aulas, quando comparado com o desenvolvimento do mesmo conteúdo pelos métodos tradicionais. Esquecem esses educadores que a prática de trabalhos com jogos de regras pode favorecer a compreensão de conceitos básicos e ainda permite, de certa maneira, a generalização, para outros contextos, das estratégias e das formas de pensamento adquiridas ao jogar.

Conclui-se que um trabalho que contemple tal proposta – como o desenvolvido com jogos de regras –, por permitir a participação de todos e, ainda, oferecer meios para que o professor avalie o progresso de seus alunos, privilegia o aprender Matemática, que é o mesmo, em sentido amplo, que aprender a resolver problemas.

## Referências:

ALVES, E. M. S. *A ludicidade e o ensino da Matemática.* 3. ed. Campinas: Papirus, 2006. 112 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio

Teixeira. *Exame Nacional do Ensino Médio*, 2004. 22 p. Disponível em: http://www.enem.inep.gov.br/ Acesso em: 22 fev. 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Exame Nacional do Ensino Médio*, 2005. 23 p. Disponível em: http://www.enem.inep.gov.br/ Acesso em: 22 fev. 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio.* v. 2. Brasília, DF: Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. Disponível em: http://www.mec.gov.br Acesso em: 24 jan. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais* - Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: Secretaria de Educação Básica, 2002a. 141 p. Disponível em: http://www.mec.gov.br Acesso em: 25 jan. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. *Relatório Pedagógico* - Enem. Brasília, DF: Secretaria de Educação Básica, 2002b. 40 p. Disponível em: http://www.enem.inep.gov.br/ Acesso em: 05 dez. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRENELLI, R. P. Intervenção pedagógica, via jogos Quilles e Cilada, para favorecer a construção de estruturas operatórias e noções aritméticas em crianças com dificuldades de aprendizagem. 1993. 344 p. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1993.

BRENELLI, R. P. *Observáveis e coordenações em um jogo de regras*: influência do nível operatório e interação social. 1986. 236 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1986.

BRENELLI, R. P. *O jogo como espaço para pensar* – a construção de noções lógicas e aritméticas. Campinas: Papirus, 1996. 208 p.

CARAÇA, B. J. - *Conceitos fundamentais da Matemática.* 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1998. 295 p.

CONTRERAS L.C.; CARRILLO J. El amplio campo de la resolución de problemas. In: CONTRERAS L.C.; CARRILLO J. (Org.). *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI:* una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos.. Huelva, Espanha: Hergué Andaluza, 2000. p. 13-38.

CORBALÁN, F. El juego y la resolución de problemas. In: CONTRERAS L.C.; CARRILLO J. (Org.) *Resolución de problemas em los albores del siglo XXI*: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos. Huelva: Hergué Editora Andaluza, 2000. p. 40 - 56.

CORBALÁN, F. Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato. Madrid: Síntesis, 1998. 271 p.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de Matemática. São Paulo: Ática, 1991. 176 p.

DELGADO, M. J. Os professores de Matemática e a resolução de problemas. Três estudos de casos. In: FERNANDES D.; BORRALHO A.; AMARO, G. (Org.). *Resolução de problemas*: processos cognitivos e concepções de professores e desenvolvimento curricular. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1994. p. 57-86.

GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.* 2000. 224 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2000.

KAMII, C. *A criança e o número.* Tradução de Regina A. de Assis. 26. ed. Campinas: Papirus, 1999. 124 p.

KAMII, C.; DECLARK, G. *Reinventando a Aritmética* – implicações da teoria de Piaget. Tradução de Elenisa Curt, Marina Célia Moraes Dias e Maria do Carmo Domite Mendonça. Campinas: Papirus, 1986. 308 p.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. *Desvendando a Aritmética*. Tradução de Marta Rabioglio, Camilo F. Ghorayeb e Marina Célia C. Morais. 4. ed. Campinas: Papirus, 1998. 299 p.

LEVIN, J. *Estatística aplicada a ciências humanas*. Tradução e adaptação Sérgio Francisco Costa. 2. ed. São Paulo: Harbra, 1987. 392 p.

MACEDO, L. Apresentação. In: PIAGET, J. *As formas elementares da dialética*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996. p. 7-10.

MACEDO, L. *Ensaios construtivistas*. 5. ed. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002a. 172 p.

MACEDO, L. Esquemas de ação ou operações valorizadas na matriz ou prova do Enem. In: BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais. *Eixos Cognitivos do Enem*, Brasília: 108 p. BRASIL, INEP, Ministério da Educação, 2002b. Documento sem revisão.

MACEDO, L. (Org.). *Jogos, Psicologia e Educação* – teoria e prática. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2009. 270 p.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. *Aprender com jogos e situações-problema*. Porto Alegre: Artmed, 2000. 116 p.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. *Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar*. Porto Alegre: Artmed, 2005. 110 p.

MACIEL, D. M. A avaliação no processo ensino-aprendizagem de Matemática, no Ensino Médio: uma abordagem formativa sócio-cognitivista. 2003. 165 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

MARCO, F. F. Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de Matemática no Ensino Fundamental. 2004. 140 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

PERALES, F. J. *Resolución de problemas*. Madrid: Síntesis, 2000. 221 p.

PIAGET, J. *Abstração reflexionante*. Tradução de Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artmed, 1995. 292 p.

PIAGET, J. *As formas elementares da dialética*. Tradução de Fernanda Mendes Luiz. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996. 228 p.

PIAGET, J. *Fazer e compreender*. Tradução de Christina Larroudé de Paula Leite. São Paulo: Melhoramentos, Editora da Universidade de São Paulo, 1978. 186 p.

PIAGET, J. *O desenvolvimento do pensamento. equilibração das estruturas cognitivas*. Traduzido do francês por Álvaro de Figueiredo. Lisboa: Dom Quixote, 1977. 228 p.

PIAGET, J. *O raciocínio na criança*. Tradução de Valerie Rumjanek Chaves. Rio de Janeiro: Record, 1967. 241 p.

PIAGET, J. *Psicologia da inteligência*. Tradução de Egléa de Alencar. 2. ed. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1972. 229 p.

PIAGET, J. *Seis estudos de Psicologia*. Tradução de Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima

Silva. 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2001.

PIAGET, J; INHELDER, B. *A psicologia da criança*. Tradução de Octávio Mendes Cajado. 7. ed. São Paulo: Difel, 1982. 137 p.

PIAGET, J.; INHELDER, B. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. Tradução de Dante Moreira Leite. São Paulo: Pioneira, 1976. 260 p.

POLYA G. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1978. 179 p.

POLYA, G Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. *A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p.1-3

SANTALÓ, L. A. La enseñanza de las ciencias en la escuela media, 1985. In: CORBALÁN, F. *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato.* Madrid: Síntesis, 1998. 271 p.

SILVA, D. *Métodos quantitativos e estatísticos para tratamento de dados em ciências humanas.* Programa de Pós-Graduação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005. Material em formato eletrônico disponibilizado pelo autor como subsídio ao conteúdo da disciplina Métodos quantitativos e estatísticos para tratamento de dados em ciências humanas.

SILVA, M. J. C. *A dialética construtiva da adição e da subtração nas estratégias do jogo gamão.* 2003. 177 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

SILVA, M. J. C. *As estratégias no jogo Quarto e suas relações com a resolução de problemas matemáticos.* 2008. 212 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

SILVA, M. J. C.; BRENELLI, R. P. A construção dialética da adição e da subtração no jogo gamão. In: JOLY, M. C. R. A.; VECTORE, C. (Org.). *Questões de pesquisa e práticas em psicologia escolar.* São Paulo: Casa do Psicólogo, 2006. p. 146-169.

SILVA, M. J. C.; BRENELLI, R. P. O jogo gamão e suas relações com as operações adição e subtração. *Revista de Educação Matemática* — Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, n. 9-10, p. 7-14, 2004/2005.

TORRES, M. Z. *Processos de desenvolvimento e aprendizagem de adolescentes em oficinas de jogos.* 2001. 273 p. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. *Matemática para aprender a pensar*: o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006. 212 p.

ZILLIONS DEVELOPMENT. *Zillions of games*. 2.0.1p. USA, 2003. Disponível em: http://www.zillions-of-games.com/zildev.html. Acesso em: 05 maio 2005.