

versidade de São Paulo) - São Carlos e de Jesuína L. A. Pacca, do Instituto de Física da USP - São Paulo. Trata-se de uma investigação sobre como os professores expressam suas concepções sobre o conceito de função e como o exploram sala de aula.

O segundo artigo desta revista, intitulado "Uma relação entre a teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação", é de autoria José Análio de Oliveira Trindade, professor do Colégio de Aplicação da UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina), e Mércles Thadeu Moretti, professor do Departamento de Matemática da UFSC. O texto busca uma aproximação entre a teoria histórico-cultural de Vygotsky e a epistemologia histórico-crítica de Bachelard destacando os conceitos de ruptura e obstáculo epistemológico.

O quarto artigo, intitulado "Mudanças na formação de professores de Matemática: um estudo de caso" de autoria de Vera Clotilde Carneiro, professora do Instituto de Matemática da UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul), é um estudo foucaultiano do curso de Licenciatura em Matemática dessa universidade focalizando um momento de mudança na figura do docente de Matemática e de sua formação, no cenário nacional.

Neste exemplar estamos publicando também um artigo sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, "Aproximações de um valor de bifurcação usando uma planilha", de autoria de Gilda de La Rocque Palis, professora do Departamento de Matemática da PUC-Rio (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro). Trata-se de um estudo sobre a utilização da planilha Excel no qual são descritas uma atividade e estratégias utilizadas por licenciandos em Matemática na resolução de um problema.

Para encerrar a apresentação dos trabalhos, temos a Resenha elaborada por Maria Laura Magalhães Gomes, professora do Departamento de Matemática da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais), sobre o livro "Em defesa de um matemático" (São Paulo: Martins Fontes, 2000) de autoria de HARDY.

Campinas, maio de 2001

Dario Fiorentini
Dione Lucchesi de Carvalho
(Editores)

Sobre Funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio

Edna Maura Zuffi* e Jesuína L. A. Pacca**

RESUMO: Neste trabalho, apresentamos um estudo qualitativo sobre a utilização da linguagem matemática por professores de Matemática do Ensino Médio, ao tratarem do tema "funções". Investigamos as formas de expressão destes professores ao lidarem com suas próprias concepções sobre o tema, bem como ao explorá-lo nas situações pedagógicas em sala de aula, e vimos que há uma coincidência na essência das mesmas, em ambas as situações. Verificamos que a linguagem formal do professor tenta aproximar o conceito de função das suas definições mais atuais, como as de Bourbaki e Dirichlet. Entretanto, em seu uso prático, este tema fica restrito a concepções mais clássicas, como a de Euler. Em ambos os casos, parece haver uma dicotomia entre a linguagem matemática utilizada para lidar com o "teórico" e aquela para expressar as questões "práticas".

PALAVRAS-CHAVES: Linguagem matemática; ensino médio; concepções de professores; funções.

ABSTRACT: The concept of function and the mathematical language of high school teachers.

We present here a qualitative study on how high school mathematics teachers use mathematical language upon treating ideas on the concept of function. Our purpose has been to investigate the ways in which these teachers deal with their own conceptions about the theme, as well as how

* Professora doutora do Departamento de Matemática do ICMC - USP, São Carlos.

** Professora associada do IF - USP, São Paulo.

they explore that concept in the classroom. We see a coincidence in their essential aspects in both situations. Also, we found out that teachers' formal mathematical language tries to approach the concept of function to more up-to-date definitions, such as by Bourbaki and Dirichlet's. However, the practical use of this concept is restricted to more classical conceptions, such as Euler's. In both cases, there seems to be a real dichotomy between the mathematical language dealing with theoretical frameworks, and the language used to express "practical" issues and situations.

KEYWORDS: Mathematical language; secondary school; teachers' conceptions; functions.

Introdução

A comunicação tem sido um dos assuntos mais discutidos e aperfeiçoados nas sociedades deste final de século. Seja nas artes, seja no setor econômico, de produção industrial, agrícola ou de prestação de serviços, o acesso a formas cada vez mais elaboradas de se atingir o público-alvo, com as mensagens que se deseja transmitir, tem sido uma preocupação de muitos estudiosos, nas mais diversas áreas do conhecimento.

Como não poderia deixar de ser, estas preocupações atingem também os setores ligados à educação, uma vez que a democratização do acesso ao ensino tem sido o grande objetivo das mais recentes Leis de Diretrizes e Bases da Educação, em nosso país. Com a ampliação do número de pessoas com acesso aos níveis escolares mais avançados – ensino médio e superior – o aperfeiçoamento da comunicação nos processos de ensino e aprendizagem, para esses níveis, tem estado na ordem do dia nos meios educacionais.

No caso do ensino da Matemática, muitos pontos críticos e "ruídos" têm sido detectados na comunicação entre alunos e professores, nas salas de aula. Um destes pontos pode residir nos tipos de exemplos e analogias que os professores têm usado em sua linguagem, para proporcionar aos alunos maior compreensão de conceitos específicos em Matemática, de uma maneira que isso pode estar gerando visões limitadas ou distorcidas destes conceitos.

Neste artigo não estaremos, então, preocupados com os meios físicos pelos quais esta comunicação se processa, mas sim, com o tipo de linguagem pela qual ela se efetiva. Mais especificamente em nossa área de atuação,

temos visto uma ampla discussão, na década de 90, sobre a caracterização, ou não, da Matemática como uma linguagem e as implicações disto para a comunicação buscada durante o desenvolvimento dos processos de seu ensino e aprendizagem.

Como resultado da investigação de diversos pesquisadores, uma série de artigos sobre esse assunto foram reunidos no livro *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (STEINBRING, BUSSI & SIERPINSKA, 1998). Nesse livro, diversos autores tratam de aspectos epistemológicos da comunicação nas aulas de Matemática, bem como de aspectos do discurso efetivado em classe e do uso da etnografia para pesquisá-lo; da mediação lingüística nas interações pedagógicas e do papel da linguagem natural no ensino, em alguns casos estudados, relativos à Matemática.

Também nos Estados Unidos, temos acompanhado a preocupação do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) em estimular a preparação dos professores de Matemática, no que diz respeito ao uso da linguagem de forma mais clara e significativa. LEITZEL (1991), ao introduzir suas recomendações para o preparo dos professores de Matemática, destaca que um dos objetivos a serem atingidos, na década de 90, é que as pessoas deveriam ser capazes de "comunicar as idéias matemáticas com clareza e facilidade" e de "construir argumentos lógicos" (grifos nossos).

Um outro documento do *California Department of Education* (1992, p.3) apresenta os objetivos nos quais os professores deveriam basear-se para auxiliar o desenvolvimento de seus alunos, a fim de que estes possam alcançar um bom desempenho em Matemática. Nestes objetivos, a comunicação aparece como um dos quatro elementos fundamentais.

Outras pesquisas e propostas pedagógicas também têm apontado na direção de se olhar a Matemática como uma linguagem. David Pimm (1987), em seu livro *Speaking Mathematically – Communication in the Mathematics Classrooms*, já argumentava que o professor, nas salas de aula, atua como um mediador entre o aluno e a Matemática, em parte determinando os modelos de comunicação na classe, e também servindo como um modelo de um "nativo" no uso dessa linguagem. Segundo Pimm, o que os alunos aprendem com o professor passa a ser uma gama de maneiras aceitas de se comunicar e de discutir Matemática.

USISKIN (1996) destaca a importância de se tentar aproximar os nossos alunos da linguagem matemática e de, cada vez mais, torná-los imersos em contextos que dela necessitam.

Não é o objetivo deste artigo entrar no mérito da discussão de se conceber, ou não, a Matemática como uma linguagem. Simplesmente assumiremos a existência de uma linguagem matemática, historicamente constituída e que é bastante peculiar e consistente, e atentaremos para a questão da utilização objetiva e clara da mesma, nas mais diversas situações do ensino ou para resolver problemas da vida diária.

É neste contexto, então, que apresentaremos os resultados de uma pesquisa realizada sobre o uso da linguagem matemática, junto a professores do Ensino Médio, com relação ao tema 'funções' (ZUFFI, 1999).

Referimo-nos, aqui, ao tema 'funções', entendendo que este engloba tanto o conceito matemático de função, quanto as várias idéias que o circundam (como variável, conjunto, domínio, imagem, gráficos, equações, expressões analíticas, tabelas, etc.) e também as diversas situações-problemas que possam estar relacionadas a este conceito.

Nosso objetivo, nessa pesquisa, foi o de verificar como os professores do Ensino Médio fazem uso da linguagem matemática, tanto para expressarem as suas concepções próprias sobre esse tema, quanto para construir as concepções de seus alunos.

A escolha das "funções" mostrou-se bastante fértil, não apenas pelas várias possibilidades de notação simbólica existentes para este conceito, mas também pelos aspectos singulares de sua gênese na História da Matemática, e pela relevância científica e social que a ele se atribui.

Um estudo sobre o desenvolvimento histórico do conceito geral de função revelou que este se deu num processo longo e delicado¹, com a necessidade de contribuições de muitos matemáticos de renome, bem como dos resultados obtidos com o desenvolvimento das teorias de conjuntos e de construção dos números reais.

Este conceito também se tem revelado de difícil assimilação por parte dos alunos, tanto no Ensino Médio, quanto universitário. As investigações de diversos pesquisadores, como DUBINSKY & HAREL (1992); SFARD (1992); SIERPINSKA (1992); MEIRA (1993); OLIVEIRA (1997); VINNER (1992); MACHADO (1998) e outros, têm mostrado que as idéias de variável, domínio, contradomínio e imagem, que permeiam a compreensão do conceito, já trazem grande complexidade para a aprendizagem dos alunos.

1. Detalhes podem ser obtidos em Zuffi (1999).

Por que propusemos trabalhar com professores do Ensino Médio? Em parte, porque gostaríamos de verificar se a cultura matemática escolar, nesse nível de ensino, realmente trazia evidências de negligência, ou da não conscientização sobre as formas de utilização da linguagem matemática por seus professores. Em segundo lugar, porque muitos trabalhos com alunos já haviam sido propostos sobre o conceito de função, havendo lacunas com as investigações junto aos professores do Ensino Médio. De toda a literatura pesquisada, apenas um artigo (NORMAN, 1992) trouxe preocupações a este respeito. Além disso, é nesse nível de ensino que o conteúdo em questão se formaliza pela primeira vez, e no qual se estabelece uma linguagem específica para seu tratamento, que é apresentada pela mediação do professor.

Um outro aspecto que também influenciou nossa escolha foi o fato de atuarmos diretamente no Ensino Universitário, onde se dá a formação inicial, e muitas vezes continuada, dos professores de Matemática do Ensino Médio. Assim, acreditamos que esta pesquisa possa contribuir para a melhoria de muitos aspectos dessa formação.

Pressupostos teóricos

Em nosso trabalho, assumimos a linguagem matemática - em complementação à proposta de ANGHILERI (1995) - como um sistema de signos (sinais e palavras), associado a um conjunto de regras de manipulação dos mesmos, que tem significados ligados a contextos e a procedimentos para resolver problemas matemáticos ou matematizados. Neste sistema, entendemos que estão incluídas não somente as propostas lógico-formais utilizadas em demonstrações e definições matemáticas, mas também a utilização de figuras, diagramas, desenhos e esboços informais. Deste modo, concebemos que a linguagem matemática vai além do formalismo que se espera das publicações científicas na área, mas engloba todos os signos utilizados em esforços para se fazer compreender dentro de uma comunidade ampla constituída de alunos (de vários níveis de ensino), professores e pesquisadores interessados em Matemática.

Dentro desta linguagem, investigamos os significados nos conjuntos de coisas que se dizem ou se escrevem de um objeto; não o que se poderia dizer, mas o que efetivamente se diz. Não buscamos significados que poderiam estar implícitos na mente de um determinado indivíduo, nem mesmo aqueles ligados a aspectos afetivos dos sujeitos investigados (como suas motivações,

gostos ou traumas pessoais). Mas interessaram-nos os significados que se pode apreender daquilo que foi dito ou escrito efetivamente, dentro dos contextos matemáticos investigados, e conforme parâmetros aceitos pela comunidade a que nos referimos anteriormente.

Tal escolha nos leva à necessidade de caracterizar o papel da linguagem no processo de aquisição de conhecimentos escolares. Em termos das relações em sala de aula, não acreditamos que o conhecimento seja algo que se 'transmite' por comunicação, ou que se possa atribuir aos defeitos do uso da linguagem, todos os fracassos na aprendizagem. Também não entendemos que exposições cada vez mais elaboradas dos assuntos a serem ensinados funcionem como garantia plena de aprendizagem. Entretanto, não se podem negar as relações fundamentais existentes entre os sujeitos que adquirem os conhecimentos e a linguagem que os expressa. E, dentro da realidade escolar, não se pode desprezar a forte influência de elementos mediadores entre o aluno e o objeto de conhecimento, que passam pela linguagem do professor e do livro didático.

A aprendizagem dos conceitos matemáticos

Concebemos que a aprendizagem não está ligada à mera transmissão de conhecimentos, mas à produção de significados pelos sujeitos das enunciações, produção essa que passa pelas relações interpessoais, manifestadas através da linguagem. E, então, as teorias de VYGOTSKY (1981, 1989a, 1989b) sobre o aprendizado e desenvolvimento como processo sócio-histórico (ou sociocultural) vêm dar suporte às nossas reflexões.

Entretanto, vale ressaltar que estudiosos das teorias de Vygotsky (OLIVEIRA, 1995; CASTORINA *et al.*, 1995) destacam que o processo pelo qual o indivíduo internaliza as idéias fornecidas pela cultura, e pelos elementos mediadores que o cercam, não é um processo de absorção passiva, mas de transformação e síntese, a partir do qual as atividades externas e as funções interpessoais transformam-se em atividades internas, intrapsicológicas.

Na questão da formação dos conceitos, VYGOTSKY (1989a) propõe a distinção entre os conceitos espontâneos e os científicos. Considera os primeiros como sendo aqueles que a criança aprende em seu dia-a-dia, no contato com objetos, fatos, fenômenos, etc., dos quais ela pode não ter sequer a consciência. Já os conceitos científicos são sistematizados e tratados

intencionalmente, em geral, segundo uma metodologia específica: "São, por excelência, os conceitos que se aprendem na situação escolar" (MOYSÉS, 1997, p.35, VYGOTSKY, 1989a, p.50). É nesse sentido que vemos o ensino dos conceitos científicos na escola, como uma atividade intencional, com mediação sistematizada e organizada pelo professor, com apoio de outros recursos mediadores, como por exemplo, o livro didático.

Os trabalhos de VINNER (1991 e 1992), DUBINSKY & HAREL (1992) e SIERPINSKA (1992) também tratam da aprendizagem do conceito de função.

VINNER (1991) propõe a idéia de imagem conceitual (ou imagem do conceito), relacionando as definições matemáticas e as imagens mentais mais imediatas que os indivíduos evocam, ao ouvirem o nome de um conceito.

Em nosso caso, consideramos que seria relevante investigar quais são as imagens conceituais evocadas na utilização da linguagem matemática pelo professor, para o ensino de funções, no nível médio. Foi interessante verificar como se dá a relação entre as definições formais, colocadas por esses professores, e as imagens conceituais promovidas através dos exemplos, e também através das seqüências de abordagem do conceito de função e seus periféricos, em sala de aula.

No trabalho de DUBINSKY & HAREL (1992), as concepções de ação, processo e objeto fornecem os subsídios para analisarmos se tais concepções, sobre o conceito de função, estão presentes na linguagem utilizada por professores do Ensino Médio. Para este autor, ações repetitivas, tais como calcular valores para funções algébricas, ou escrever programas computacionais para funções, podem auxiliar na interiorização de ações como processos, os quais podem, por sua vez, ser "encapsulados" como objetos.

Deste modo, os conceitos matemáticos podem ser apreendidos como:

- i) concepção de *ação*, caracterizada pela manipulação física ou mental de objetos. Para o caso de funções, por exemplo, seria centrar-se na habilidade de substituir números numa expressão algébrica e executar os cálculos. É uma concepção estática, no sentido de que o sujeito só consegue executar um passo de cada vez. (Por exemplo, o sujeito consegue fazer a composição de duas funções específicas, dadas por expressões algébricas, mas não dá conta quando a função é dada em casos mais gerais).
- ii) concepção de *processo*, envolvendo a idéia de transformação dinâmica de quantidades, de acordo com meios repetíveis e que começa sempre com objetos do mesmo tipo. Os sujeitos são capazes de combinar

processos ou de reverter-los. (Neste caso, noções relativas à bijeção tornam-se mais acessíveis).

iii) concepção de *objeto*, a função é concebida como um objeto, se é possível executar ações sobre ela, ou transformá-la em geral. Esta noção é construída ao se "encapsular" um processo.

Em nosso trabalho, procuramos, então, analisar qual (ou quais) dessas concepções são enfatizadas pelo professor, através da linguagem matemática explícita que ele constrói para as funções, tanto ao tentar expressar suas próprias concepções a respeito do tema, quanto em sala de aula, para os seus alunos (VYGOTSKY, 1989a).

A investigação

Uma vez delimitado nosso objeto de estudo, duas questões imediatas se colocaram: como proporcionar ao professor do Ensino Médio uma expressão livre de suas próprias concepções sobre o tema 'funções'? Como analisar sistematicamente sua linguagem matemática em sala de aula?

A solução para estes problemas foi encontrada através de um enfoque qualitativo para a pesquisa (LUDKE & ANDRÉ, 1987), com o observador tendo uma presença mais constante nas diversas situações investigadas, procurando "documentar o não documentado" (ROCKWELL, 1985), e preocupando-se em desvendar os significados a partir do ambiente natural em que estes ocorriam. A partir daí, propusemos um questionário com 20 perguntas relacionadas ao tema "funções" que foram livremente respondidas (sem restrições de tempo ou forma) por 7 professores. Para eles, utilizamos os pseudônimos: *Meg, Rom, Bel, Sam, Mark, Luck e Red*.

Os três primeiros são, na verdade, três professoras, sendo que Meg e Bel atuavam, à época de nossa pesquisa, tanto em escolas públicas quanto particulares. Já os professores Sam e Mark atuavam em escolas particulares (este último, numa escola de gestão cooperativa). O professor Luck era o mais experiente, por ter mais tempo de atuação no magistério e, por ter cursado uma especialização em Álgebra Abstrata, mostrava um pouco mais de preocupação com os formalismos da linguagem matemática.

O questionário tinha perguntas norteadoras que solicitavam uma definição informal e outra formal para o conceito de função. Várias questões

solicitavam exemplos de funções e outras foram apresentadas a fim de promover uma reflexão sobre os conceitos de domínio, imagem, variável e sobre as propriedades que distinguem uma função de uma relação qualquer. Duas questões tratavam da construção de gráficos e outras quatro procuravam estimular uma reflexão sobre as notações algébricas (expressões analíticas e uso de letras diferentes das canônicas) que representam funções. Estas mesmas idéias nortearam as nossas observações em sala de aula.

Foi solicitado aos professores que procurassem expressar suas idéias, nas respostas ao questionário, para além da forma como ensinavam aos seus alunos. Com isso, nossa intenção foi verificar se as suas concepções próprias sobre o tema e a linguagem matemática usada para expressá-las eram mais abrangentes do que as que utilizavam para ensiná-lo.

Como instrumento complementar, foram utilizadas algumas entrevistas curtas e semi-abertas realizadas com os professores, para melhor caracterizarmos sua realidade escolar e sua formação profissional. Ainda, um terceiro instrumento de pesquisa foi essencial para a compreensão dos modos de utilização da linguagem matemática: foram observados três dos sujeitos entrevistados (Meg, Bel e Mark), em sua atuação no ambiente natural da sala de aula, ao tratarem do tema "funções". Com a nossa permanência em campo por um período de tempo significativo (9 meses, ao todo), pudemos captar muitas minúcias do uso que estes professores faziam da linguagem matemática, e que se mostraram de extrema relevância para nossas análises. As três salas de aula observadas eram da primeira série do Ensino Médio. Localizavam-se em duas escolas da cidade de São Carlos, no interior de São Paulo.

Para analisar os dados da sala de aula, partimos dos elementos já identificados na caracterização das concepções próprias dos professores, obtidas com o questionário, acrescentando outras categorias reveladas nessa nova fase da investigação.

Reunimos *unidades de significados* – no sentido proposto em GARNICA (1995) – relativas às concepções dos professores, as quais resultaram em categorias de análise, através de uma visão mais ampliada dos traços recorrentes nestas *unidades*. Tais categorias constituíram-se a partir de um olhar crítico sobre os dados, fundamentado pelos pressupostos teóricos assumidos.

Segundo MARTINS e BICUDO (apud GARNICA, 1998, p.33-34), a pesquisa qualitativa pauta-se numa generalização formal, buscando proposições gerais advindas de proposições particulares, as quais se complementam, "num intrincado elo de referências e interpretações".

É nesse sentido que apresentamos as categorias de análise, as quais entendemos refletir o modo de expressão de professores, para ensinar 'funções' em sala de aula, ou para revelarem suas concepções a esse respeito. É claro que nem todas serão, necessariamente, verificadas com todos os professores, ou nem mesmo com a maioria deles. Mas, em complementação a outras pesquisas já realizadas junto a alunos, elas serão capazes de fornecer um quadro amplo das concepções formadas a respeito das 'funções' e de como o uso da linguagem matemática pode estar interferindo, ou não, no alcance dos significados desejados.

A linguagem dos professores e suas concepções

A seguir, listaremos as principais categorias obtidas com os nossos instrumentos de pesquisa e, posteriormente, discutiremos esses resultados de forma mais ampla.

1) Localização das definições apresentadas dentre as definições históricas

Nas respostas ao questionário, com exceção de Luck (cuja definição formal é mais próxima de BOURBAKI (1939) – pois é o único a mencionar função como um conjunto de pares ordenados), todos os outros professores propuseram definições formais intermediárias, entre a de BOURBAKI (1939)² e a de DIRICHLET (1837)³, muito parecidas com aquela apresentada pela professora Meg: "dados dois conjuntos não-vazios A e B , uma função de A em B é uma relação que, a cada elemento x de A , faz corresponder um único elemento y de B ".⁴

2. Síntese da definição de Bourbaki, proposta em Inglês, por SIERPINSKA (1992, p. 30): "Uma função é uma tripla ordenada (X, Y, f) , onde X e Y são conjuntos e f é um subconjunto de $X \times Y$, tal que, se $(x, y) \in f$ e $(x, y') \in f$, então $y = y'$."

3. "Se uma variável y está relacionada a uma variável x , de modo que, ao se atribuir qualquer valor numérico a x , existe uma regra com a qual um único valor de y é determinado, então y é dito ser uma função da variável independente x ". (tradução do texto em Inglês, apud SIERPINSKA, 1992, p.46)

4. Observamos que está foi também a definição que Meg apresentou a seus alunos, em sala de aula, copiando-a de um livro didático.

Apenas a professora Rom mostrou maiores dificuldades em elaborar uma definição formal para o conceito, atrapalhando-se com o uso dos quantificadores, como vemos a seguir: "dados dois conjuntos A e B , define-se função de A em B a toda relação que leva um único elemento de A a se relacionar (através de uma sentença matemática) com um elemento de B ."

Na verdade, a não ser por incorporarem os termos "relação" e "conjuntos" (que podem ser entendidos como conjuntos quaisquer, e não apenas numéricos), suas definições acabam mais próximas à de DIRICHLET (1837).

Entretanto, mesmo para expressar suas concepções próprias, houve uma forte associação do conceito de função com uma ferramenta específica utilizada para descrevê-la: no caso, as expressões analíticas. Pelos exemplos apresentados (inclusive por Luck), nas situações mais informais, pudemos constatar uma proximidade maior com a definição de EULER (1707-1783)⁵ (apud SIESPINSKA, 1992).

Já na sala de aula, embora as definições gerais de função apresentadas por Meg e Bel fossem próximas à de DIRICHLET e incorporassem as idéias formais de 'conjunto', 'relação', 'domínio', 'contradomínio' e 'imagem', os modelos que predominaram também estavam mais próximos da definição histórica de Euler, pois as funções eram sempre dadas por expressões algébricas simples, em conjuntos numéricos reais, e com modelos de cálculos sempre sobre números inteiros. As funções eram apresentadas primeiro na sua notação analítica (expressão algébrica), mesmo que o domínio fosse um conjunto discreto e pequeno de pontos, para somente depois se caracterizarem os gráficos, tabelas e manipulações das funções.

2) Imagens do conceito:

As imagens conceituais (VINNER, 1991) que identificamos para os professores, através das respostas ao questionário, resumiram-se aos casos constantes no currículo do Ensino Médio (funções polinomiais de 1º, 2º, e, no

5. "Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica, composta de alguma maneira desta mesma quantidade e números ou quantidades constantes. Assim, qualquer expressão analítica a qual, além da variável z , contém também quantidades constantes, é uma função de z . Por exemplo: $a+3z$; $az-4zz$; $az+b/aa-zz$; cz , etc, são funções de z ." (tradução do texto em Inglês, apud SIERPINSKA, 1992, p.45)

máximo, 3°. graus; funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas). Quando as funções apresentavam domínio diferente do conjunto \mathbb{R} , este ficava restrito a $\mathbb{R}-F$, onde F é um conjunto finito e pequeno de números reais. Ou seja, as funções que determinaram as imagens conceituais desses professores resumiam-se às expressões analíticas “bem comportadas”, dadas por expressões que têm por modelos somente os casos tratados em sala de aula, mesmo tendo sido solicitado que eles fossem além do que ensinavam. Os professores não mostraram, em suas imagens do conceito, funções com domínios não-numéricos, ou do tipo:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in Q \\ 0, & \text{se } x \in \mathbb{R}-Q \end{cases} \quad \text{ou} \quad f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Essas características apresentaram-se em respostas de todos os sujeitos investigados.

Isto parece mostrar que tais imagens conceituais (ou os modelos e formas visuais evocados em sua memória), para o conceito de função, não correspondem, em grau de profundidade, às definições formais que eles apresentaram.

As funções que determinaram as imagens conceituais transmitidas através da expressão dos professores, na sala de aula, também tiveram seus modelos todos em expressões analíticas simples e “bem comportadas”. Os raros casos que trouxeram funções descontínuas ofereceram dificuldades de tratamento pelo professor e de compreensão, por parte dos alunos (uma única situação constatada na aula de Mark e uma, na aula de Bel). Isso corrobora o fato de que as imagens conceituais evidenciadas nas concepções dos professores, através das respostas ao questionário, ficavam realmente restritas aos casos “bem comportados”.

3) A concepção de ação predominou:

Dentre as concepções de ação, processo e objeto, propostas por DUBINSKY & HAREL (1992) para o conceito de função, a de ação parece predominar na expressão escrita dos professores, em suas respostas ao questionário. As variações que estes propuseram para os valores das imagens, conforme mudavam os elementos do domínio, não parecem ter sido

abordadas como um processo, uma transformação global entre dois conjuntos, mas ponto-a-ponto, com as variáveis assumindo um valor de cada vez.

Notamos que houve dificuldades quanto à verificação da propriedade P1 (que a todo elemento do conjunto domínio, faz associar uma imagem), a qual caracteriza uma relação como função, quando a expressão algébrica que a determina é simétrica em relação às variáveis x e y . Talvez este possa ser um indício da dificuldade em se olhar a função como um todo, ou como um processo de transformação. Vimos que era mais freqüente que as notações “ x ” e “ y ” assumissem um valor único e específico de cada vez (e também numérico – no caso). Isto foi corroborado pelas evidências de modelos com valores numéricos, assumidos pelas variáveis x e y , sempre no conjunto dos números inteiros, mesmo para as funções com domínio real.

A concepção de ação predominou também na linguagem de sala de aula e isso era esperado, uma vez que os períodos observados se constituíram de fases em que o conceito de função foi apresentado pela primeira vez junto aos alunos.

Raríssimos indícios da concepção de processo foram evidenciados apenas com o professor Mark, através do estudo de transformações de gráficos de funções afins e modulares, mas que o próprio professor considerou como algo que vai além do que se deve ensinar nessa fase. A grande ênfase de todos os professores era colocada na atribuição de valores específicos para a variável independente, calculando-se os respectivos valores das imagens, para só então colocá-los nos gráficos. Por outro lado, estes gráficos eram observados através de pontos esparsos, sem se caracterizarem explicitamente as transformações globais que representavam entre dois conjuntos.

4) Expressões informais mostraram ter um papel mais significativo do que a definição matemática, no tratamento do conceito

Para alguns professores, o termo “dependência”, foi utilizado em expressões do tipo “ y depende de x ”, nas respostas ao questionário, e parecia já vir impregnado da idéia de “determinar uma função”, com implicação automática na validade das condições que sua definição formal propunha, mesmo que estas condições não fossem explicitadas. Problemas com a acuidade nas definições formais parecem ter surgido devido a dificuldades

em associarem um papel relevante à definição do conceito de função, seja por imposições de suas práticas escolares, seja pela ausência de uma conscientização própria a este respeito.

Também verificamos, quanto às definições formais, que houve dificuldades quanto à percepção dos papéis não-simétricos dos conjuntos de domínio e contra-domínio e quanto à relevância destes conjuntos na síntese do conceito de função.

As respostas ao questionário indicaram que, na visão dos professores, o mais importante são os exemplos dados para ilustrar o conceito, e não as definições matemáticas formais. Isto não teria nenhum problema, se os exemplos fornecidos, assim como os termos informais utilizados por esses professores, deixassem claramente evidenciadas todas as nuances da definição formal que eles apresentavam. Deste modo, esta definição formal rigorosa poderia ser tranqüilamente suprimida, mas isso não é o que parece ocorrer.

Também na sala de aula, houve pouca discussão das condições para o domínio e a unicidade das imagens, contidas na definição geral de função. Casos de não-funcionalidade apareceram muito raramente no tratamento do assunto. Os casos de funções mais gerais, definidas em conjuntos distintos de \mathbb{R} , ou em conjuntos não numéricos, não foram explorados pelos professores, em sala. Deste modo, a definição formal proposta pelos alunos no início do tratamento do assunto, embora bastante ampla, acabava substituída por termos da prática pedagógica dos professores, como o caso do termo "dependência" e pelos exemplos que estes consideravam mais relevantes.

5) Alguns dos professores entrevistados parecem "concretizar o abstrato"

Não utilizamos, aqui, o termo "concretizar o abstrato" no sentido de usar a realidade, ou fenômenos reais para construir e ilustrar conceitos abstratos da Matemática, mas no sentido de transformar os símbolos, as notações matemáticas, em objetos, em "coisas". Por exemplo, isso ocorreu quando suas imagens para o conceito ficaram restritas às expressões algébricas simples, as quais forneciam "funções materializáveis", ou seja, visualizáveis através de seus gráficos e as quais, nas imagens conceituais passadas por estes professores, parecem sempre ser possíveis (O que não

ocorre, por exemplo, com a função de Dirichlet, $f(x)=c$, para $x \in \mathbb{Q}$ e $f(x)=d$, para $x \in \mathbb{Q}$, com $c \neq d$).

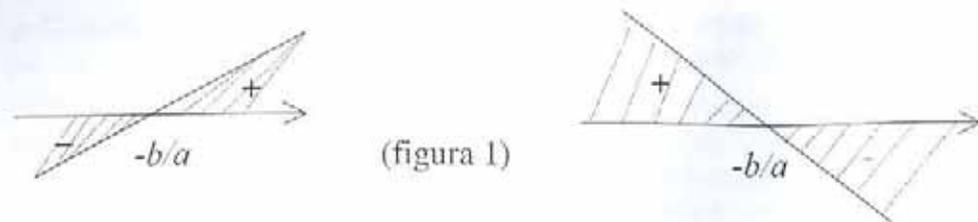
Com o questionário, também verificamos dificuldades em se detectar a possibilidade de inversão dos papéis de x e y como variáveis independente e dependente, respectivamente. Mesmo quando essa possibilidade foi vislumbrada, ocorreu confusão com a expressão escrita dos professores, para designar os novos papéis. Alguma dificuldade parece também ocorrer, quando as variáveis são designadas por outras notações, que não " x " e " y ". Isso parece ter suas raízes no fato de os professores associarem aos conceitos abstratos de "função", "domínio" e "variável", mais as notações matemáticas canonizadas pelo seu ensino, do que os próprios significados que aí se encerram.

Ainda nas respostas ao questionário, em todos os exemplos dados pelos professores, eles também se utilizaram apenas de expressões do tipo " $y =$ [expressão de x]", ou " $f(x) =$ [expressão de x]. Não apareceram, espontaneamente, em nenhum momento de sua escrita, outras notações da forma " $g(y)$, $h(z)$ ", etc.

Na sala de aula, os símbolos, as notações, muitas vezes também eram tomadas como coisas, como objetos, sem que os seus significados abstratos fossem atingidos. Em contrapartida, faltou o concreto – o uso de fenômenos reais e de resolução de problemas cotidianos – para justificar as operações que eram propostas sobre estas notações, embora se utilizassem de algumas poucas "aplicações" esterilizadas, feitas ao final do tratamento formal, com as quais tentavam justificar o estudo do conceito.

Os exemplos "do cotidiano" de Meg e Bel, vinham aos alunos já elaborados numa linguagem muito próxima da notação simbólica e a ênfase da expressão das professoras estava nas "leis" algébricas que descreviam as situações, e nos cálculos a partir delas, sem explorar os significados ligados à situação real, tomando a expressão algébrica abstrata que determinava a função como um fim em si mesma.

Nas aulas observadas, as inequações também apareciam como simples manipulações algébricas de variáveis concretizadas nas letras ' x ' e ' y ', sem terem seus significados abstratos explorados. Os esquemas gráficos desenhados, com os sinais de '+' e '-' (figuras 1 e 2) tornavam-se meros objetos pictóricos, sem qualquer ligação explícita desses sinais com os significados das imagens de funções com valores positivos e negativos, respectivamente.



(figura 1)



(figura 2)

Como se observa na figura 2, a professora criou uma notação própria para que os alunos apreendessem a regra de análise de sinais da imagem, com os símbolos 'c/a' e 'm/a' apresentando significados nada usuais em Matemática. Exatamente este tipo de simplificação também foi encontrado em um livro didático recente do Ensino Médio (GENTIL et al, 1998).

Também Meg apresentou indícios dessa concretização do abstrato, quando colocava: "a é o que vem antes do x e o b é o que vem depois.". Aqui, a caracterização das notações 'a' e 'b' na expressão 'y=ax+b' é feita através da localização destes 'objetos' dentro da expressão, e não pelos significados abstratos aí presentes.

Podemos destacar, ainda, resumidamente, uma outra categoria, a partir da expressão dos professores em sala de aula, que não havia sido observada com o questionário.

6) A relação discreto/contínuo é confusa. Os detalhes sobre a passagem do discreto ao contínuo não eram explicitados pelos professores

Algumas funções de domínio discreto eram representadas por expressões analíticas usadas para domínios tipicamente contínuos, enquanto que os gráficos contínuos eram sempre determinados por um conjunto muito pequeno de pontos "discretizados", sem se discutir o que acontecia com as imagens nos intervalos entre esses pontos.

O Conceito de função e o seu ensino

Verificando globalmente os dados, pudemos notar que os professores investigados fazem uma separação bastante dicotômica do "teórico" e do "prático", relegando ao primeiro um papel menor, que geralmente é destacado na introdução do assunto e que é abandonado ao tratar dos problemas, exemplos e exercícios. O "formal" é colocado *a priori*, como uma simples necessidade acadêmica, onde o papel das definições (no caso, a definição de função) é irrelevante. Isso pode ser observado com as categorias 1, 2 e 4. Para esses professores, os exemplos é que determinarão a assimilação do conceito: a definição formal é apenas um "acessório" que o livro traz e que se apresenta, quase que por uma tradição, mas que os alunos não lêem e não compreendem.

Por outro lado, a categoria de número 1 parece mostrar que os professores usam, em suas expressões através da linguagem matemática, definições formais para o conceito de função que vão além do que seria essencial para a boa compreensão do mesmo e dos exemplos apresentados (como a de BOURBAKI). Muitas vezes, estas ficam, também para eles, sem significado. Estas definições formais estão impregnadas em sua prática, mas falta uma conscientização de como elas auxiliam em sua formação conceitual e também na do aluno.

Quanto aos exemplos mencionados nas respostas ao questionário, vemos que outras representações, como gráficos, tabelas, seqüências ou conjuntos de pares ordenados, não foram utilizadas espontaneamente pelos professores (os gráficos cartesianos foram empregados apenas quando solicitados). Isto parece reforçar os resultados de OLIVEIRA (1996), em que o jogo de quadros ocorre apenas no sentido algébrico → gráfico, não apenas para os alunos, mas também para as concepções próprias dos professores do Ensino Médio.

Ainda há que se questionar a necessidade de que funções "menos comportadas" sejam tratadas no Ensino Médio de Matemática, ou que a concepção de processo seja alcançada neste nível de aprendizado. Mas esperava-se que ao menos os seus professores tivessem imagens conceituais mais ampliadas sobre a teoria de funções, incluindo também algumas dessas funções "menos comportadas". Entretanto, parece-nos que, embora estes tenham passado pelo ensino universitário, e até mencionem uma definição formal de funções mais abrangente (com possibilidade de domínios não-numé-

ricos, ou não reais), as imagens conceituais detectadas em suas expressões ficam bastante restritas.

Vimos que muitas idéias a respeito do conceito de função não ficavam explícitas na expressão dos professores através da linguagem matemática, em sala de aula: as noções de correspondência; as propriedades que caracterizam particularidades na relação, para que esta seja considerada uma função; os diferentes papéis dos conjuntos de domínio, contradomínio e imagem; os critérios de escolha e localização de elementos para a identificação desta correspondência no gráfico cartesiano; a observação das 'leis' ou 'regras' como executando transformações globais entre dois conjuntos, os quais poderiam ser, inclusive, não-numéricos; a infinidade de pares que estão representados através de um gráfico, ou de uma expressão algébrica de uma função; a discriminação entre função e equação.

Segundo nossas observações, todas estas informações permeiam a sala de aula, mas não através de expressões claras e objetivas do professor. Este, ao apresentar uma grande quantidade de exemplos e casos similares, parece considerar que o fato garante, implicitamente, que o aluno compreenda todas estas idéias. Ou, ao contrário, o professor pode sequer estar ciente destas peculiaridades envolvidas no conceito de função. Daí a necessidade de se enfatizar esses fatos, explicitamente, na formação desses professores.

De qualquer modo, o que se constata é uma expressão de idéias através de uma linguagem matemática truncada, muitas vezes, com objetivos em si mesma e pouca construção de significados.

O olhar sobre os registros das observações das aulas dos três professores, de forma global, reforçou nossas suspeitas de que a utilização da simbologia matemática formal não é encarada, no ensino de nível médio, nem como um instrumental que facilite a resolução de problemas gerados pela observação da vida cotidiana, nem mesmo como uma ferramenta abstrata que permita exercitar e construir estruturas de pensamento formais, através de encadeamentos lógicos de raciocínios, que são simplificados e armazenados nas notações simbólicas matemáticas, a exemplo da própria linguagem corrente. (VYGOTSKY, 1981 e PINO, 1990). Ao contrário, a prática de sala de aula nos fornece indícios de que, para a maioria dos professores, a linguagem matemática é apenas mais um objeto da vida escolar, que deve ser "aprendido", de acordo com os currículos propostos e as necessidades impostas para a aprovação do aluno. É algo estático, concebido como pronto, e pouco contextualizado dentro da realidade em que vivemos.

Observamos, ainda, que as categorias de 1 a 5 foram detectadas tanto com o questionário, quanto em sala de aula. Apenas a de número 6 escapa a esta regra. O fato de as categorias de análise encontradas com o questionário terem forte ressonância com a prática pedagógica dos três professores observados confirma a íntima realimentação entre prática pedagógica e concepções próprias destes professores.

Por um lado, esta prática tem como fundamentos as concepções destes professores a respeito dos conceitos matemáticos – no caso, o conceito de função e seus periféricos – e, por outro lado, estas concepções parecem ir-se moldando com a prática da sala de aula, conforme os professores vão se distanciando das imagens mais profundas adquiridas no meio acadêmico. Assim, sua linguagem matemática da sala de aula acaba por refletir tais concepções e, em contrapartida, influencia na limitação das mesmas, conforme esta linguagem vai se reduzindo aos instrumentos de expressão utilizados apenas no ambiente de trabalho do professor.

Diante de todas as considerações anteriormente levantadas, podemos questionar se a formação que temos proporcionado aos professores de Matemática do Ensino Médio, seja ela inicial ou continuada, e do modo como a efetivamos, tem conduzido estes professores a uma adequada reflexão sobre o uso que fazem da linguagem matemática. Podemos questionar, ainda, se a forma como fazemos uso dessa linguagem, nos próprios cursos de licenciatura, tem sido capaz de proporcionar claramente o intercâmbio social dos saberes matemáticos, na formação de nossos professores. Resta-nos, então, perguntar como se deve alterar essa formação, de modo a se caminhar para a promoção de uma linguagem matemática mais natural e plena de significados.

É claro que uma resposta satisfatória a esta pergunta somente será obtida através de intensas investigações, associadas à proposição de ações concretas e diferenciadas, tanto em seus cursos de Licenciatura, quanto em projetos de formação continuada, para que se atinja uma linguagem matemática mais voltada para os aspectos semânticos e sócio-culturais.

Com os resultados deste artigo, vemos que a mera apresentação do conceito de função na formação inicial dos professores e o seu uso formalizado em disciplinas mais avançadas, como na Álgebra Linear, Álgebra Abstrata, Análise e Topologia, que, em geral, constam dos currículos de muitas licenciaturas em Matemática, não têm sido suficientes para que estes ampliem suas imagens conceituais, para além daquelas que lhes foram passadas em seu Ensino Médio, e que eles tornam a passar a seus alunos, da mesma maneira.

A nossa pesquisa deixou evidente que a linguagem matemática que eles utilizam está muito mais determinada pelas suas práticas pedagógicas, e por toda uma cultura matemática escolar estabelecida, do que pelos aspectos lógico-formais com os quais eles tiveram contato em seus cursos superiores, ou ainda, mais do que pelos significados ligados às interpretações de situações da vida diária. O apego aos livros didáticos e à situação cultural vivenciada nas escolas são fatores que ainda parecem influenciar fortemente os modos de utilização da linguagem matemática pelos professores investigados.

Os dados obtidos mostraram que as definições formais para as funções têm um papel de pouco destaque na expressão do professor do Ensino Médio. As "regras" e os "procedimentos" estabelecidos pela comunidade escolar e pelos livros didáticos, para o tema "funções", têm um destaque maior, fazendo predominar uma linguagem matemática pautada na sintaxe, e em detrimento de aspectos semânticos ou sócio-culturais.

Finalmente, esta pesquisa trouxe à tona elementos ricos sobre as formas de utilização da linguagem matemática pelos professores do nível médio, os quais, sem dúvida alguma, mostraram-se imprescindíveis para a reflexão sobre a nossa própria atuação como agentes formadores destes professores, nos cursos de Licenciatura e ao longo de todo o seu desenvolvimento profissional.

Referências Bibliográficas

- ANGHILERI, J., *Language, arithmetic, and negotiation of meaning*, For the Learning of Mathematics, 15(3), p.10-14, 1995.
- CALIFORNIA DEPARTMENT OF EDUCATION, *Mathematics Framework for California Public Schools*, Sacramento, CA, USA, 1992.
- CASTORINA et al, *Piaget - Vygotsky: novas contribuições para o debate*, São Paulo: Ática, 1995.
- DUBINSKY, E. & HAREL, G., *The nature of the process conception of function*, p. 85-106, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, 1992.
- GARNICA, A.V.M., *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de matemática*, Rio Claro: IGCE-UNESP, 1995 (tese de doutorado).

- _____. *Pesquisa Qualitativa e Educação (ou) da Reassignificação do Fracasso*, Juiz de Fora: Educação em Foco, vol.03, n.1, p.27-38, 1998.
- GENTIL, N. et al, *Matemática para o 2º Grau*, vol.1, São Paulo: Ática, 1998.
- LEITZEL, J.R.C. (ed.), *A call for change: recommendations for the mathematical preparation of teachers of mathematics*, MAA Reports, USA, 1991.
- LUDKE, M. & ANDRÉ, M.E.D.A., *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*, São Paulo: EPU, 1987.
- MACHADO, A.C., *A Aquisição do Conceito de Função: perfil de imagens produzidas pelos alunos*, UFMG, Belo Horizonte, 1998 (dissertação de mestrado).
- MEIRA, L.L., *Aprendizagem e ensino de funções*. Estudos em Psicologia da Educação Matemática, Recife: Ed. Universitária da UFPE, p. 62-84, 1993.
- MOYSÉS, L., *Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática*, Coleção Magistério, Campinas, SP: Papyrus, 1987.
- NORMAN, A., *Teachers' mathematical knowledge of the concept of function*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 215-232, 1992.
- OLIVEIRA, M.K., *Vygotsky - aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*, São Paulo: Ed. Scipione, 1995.
- OLIVEIRA, N. de, *Estudo histórico, epistemológico e da transposição didática do conceito de função*, IV Encontro Paulista de Educação Matemática, S. Paulo, p. 157-164, 1996.
- _____. *Conceito de Função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*, PUC, São Paulo, 1997 (dissertação de mestrado).
- PIMM, D., *Speaking Mathematically - Communication in Mathematics Classrooms*, N.Y.- London: Routledge, 1987.
- PINO, A., *O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano*, Cadernos CEDES, no. 24, S. Paulo: Cortez, 1990.
- ROCKWELL, E., *Reflexiones sobre el proceso etnografico*, Centro de Investigación y de estudios del Instituto Politécnico Nacional, Mexico, 1985.

- SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática - 2º. grau*. São Paulo, SE/CENP, 1991, 2ª ed.
- SFARD, A., *Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification - the case of function*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 59-84, 1992.
- SIERPINSKA, A., *On understanding the notion of function*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 25-58, 1992.
- STEINBRING, H., BUSSI, M.G.B. & SIERPINSKA, A. (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM, Reston, U.S.A., 1998.
- USISKIN, Z., *Mathematics as a Language*, in *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*, NCTM, Yearbook, U.S.A., p.231-242, 1996.
- VINNER, S., *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*, in Tall, D. (ed.) – *Advanced Mathematical Thinking*, Mathematics Education Library, v.11, The Netherlands: Kluwer, p.65-81, 1991.
- _____. *The function concept as a prototype for problems in mathematics learning*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 195-213, 1992.
- VYGOTSKY, L.S., *The instrumental method in Psychology*, in J.V. Wertsch (Ed.) "The concept of activity in Soviet Psychology", Armonk, New York, M.E. Sharpe Inc., p. 134-143, 1981.
- _____. *Pensamento e Linguagem*, 2ª Ed., São Paulo: Martins Fontes, 1989a.
- _____. *A formação Social da Mente*, 3ª Ed., São Paulo: Martins Fontes, 1989b.
- ZUFFI, E.M., *O tema 'funções' e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio – por uma aprendizagem de significados*, São Paulo: Faculdade de Educação, USP, jun. 1999, 307p. (tese de doutorado em Didática - Ensino de Ciências e Matemática).

Uma Relação Entre a Teoria Histórico-cultural e a Epistemologia Histórico-crítica no Ensino de Funções: A Mediação

José Análio de Oliveira Trindade*

Méricles Thadeu Moretti**

RESUMO: O objetivo do artigo é buscar uma aproximação entre a teoria histórico-cultural de VYGOTSKY e a epistemologia histórico-crítica de BACHELARD. Inicialmente, faremos uma reflexão sobre as principais idéias de VYGOTSKY, em particular, sobre a idéia de mediação e suas implicações à educação. Num segundo momento discutiremos os conceitos de ruptura e obstáculo epistemológico, isto é, a base da discussão do conhecimento científico na epistemologia bachelardiana e a possível aplicação da mediação no processo de superação destes obstáculos. Finalmente, daremos um exemplo desta aplicação na formação do conceito de função, em especial, na superação de alguns dos obstáculos epistemológicos relativos à aprendizagem deste conceito.

PALAVRAS-CHAVE: Modelo histórico-cultural; epistemologia histórico-crítica; mediação; obstáculo epistemológico; função.

ABSTRACT: A relation between historic-cultural theory and historic-critical epistemology: the mediation.

The purpose of this article is to look for an approximation between Vygotsky's historic-cultural theory and Bachelard's historic-

* Professor do Colégio de Aplicação da UFSC e Doutorando em Educação do PPGE/CED/UFSC/ Florianópolis/SC.

** Doutor em Didática da Matemática pela Université Louis Pasteur de Estrasburgo/França e Professor do Departamento de Matemática da UFSC e do PPGE/CED/UFSC/Florianópolis/SC.