

- VIENNOT, L. *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*. Paris: Hermann, 1979.
- VIGOTSKI, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo, Martins Fontes, 1993.
- VIGOTSKI, L. S. *A Formação Social da Mente*. São Paulo, Martins Fontes, 1998.
- VIGOTSKI, L. S. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. São Paulo, Ícone Editora, 1988.
- WILDER, R. L. *Mathematics as a Cultural System*. Oxford: Pergamon Press, 1981.

## Alterando o Ensino da Trigonometria em Escolas Públicas de Nível Médio: A Representação de Algumas Professoras\*

Maria José Lourenção Briguenti\*\*

**RESUMO:** Este estudo, que se desenvolveu por meio de uma análise qualitativa dos dados encontrados em entrevistas realizadas com três professoras de Matemática de escolas da rede pública estadual, teve como objetivo verificar a possibilidade de apropriação, no dia-a-dia, de uma proposta alternativa para o ensino e aprendizagem de Trigonometria, em diferentes situações de ensino, bem como em diferentes turnos e escolas de nível médio. Foi possível encontrar, mediante as representações das três professoras de Matemática envolvidas no processo, como foi realizado o processo de ensino, desvendando as concepções dessas professoras sobre o mesmo; qual a visão que elas têm sobre a influência da metodologia proposta; como se deu o envolvimento dos alunos durante o processo; a existência de outros fatores que influenciaram o processo de ensino. Foi ainda possível concluir que a proposta investigada pode ser apropriada pelos professores de Matemática da rede estadual de ensino.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação Matemática; ensino de Trigonometria; representação de professor.

\* Tese de Doutorado apresentada junto ao Programa de Pós Graduação em Educação, na UNESP de Marília, 1998.

\*\* Profa. Dra. do Departamento de Ciências Exatas e do Centro de Pesquisa e Pós Graduação da Universidade Sagrado Coração de Bauru- USC.

**ABSTRACT:** Alternating trigonometry teaching in government high schools: the representation of a few teachers

*This study, which was developed by means of a qualitative data analysis from interviews with three public school mathematics teachers, has aimed at verifying the possibility day by day appropriation of an alternative proposal for the teaching and learning of Trigonometry in different teaching situations, as well as in different shifts and high schools. Consequently, through the representations of these three mathematics teachers involved in this process, this research was able to verify: how the teaching process was developed, in a way to unveil these teacher's conceptions about on this theme; what are their views on the influence of the proposed methodology; how the students were involved during the process; and the existence of other factors that have influenced the teaching process. The work done throughout this research led to the conclusion that the investigated proposal can be used by public school mathematics teachers.*

**KEYWORDS:** Mathematics Education; Trigonometry teaching; teacher's representation.

## 1. Introdução

Depois de sugerir uma proposta alternativa para facilitar o ensino e a aprendizagem da Trigonometria, fundamentada na interpretação e aplicação da teoria cognitivista com ênfase às idéias de David AUSUBEL, apresentada na dissertação de mestrado em Educação Matemática na Unesp de Rio Claro<sup>1</sup>, propus uma nova pesquisa que se calcou em preocupações externadas no final daquele trabalho. As questões emergentes daquelas preocupações foram:

- Seria possível professores de Matemática da rede pública utilizar a proposta sugerida sobre Trigonometria em suas salas de aulas?

1. cf BRIGUENTI, M.J.L. *Ensino e aprendizagem da Trigonometria: novas perspectivas da Educação Matemática*. Rio Claro – Universidade Estadual Paulista - Instituto de Geociências Exatas, 1994, 174 p. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática.

- Outros professores de Matemática, não sendo autores da proposta, conseguiriam aplicá-la em suas salas de aulas? Que avaliação fariam sobre o ensino realizado mediante a utilização desta proposta?
- Seria viável que tal proposta fosse utilizada em outras escolas e em outros turnos?

Deste modo, a pesquisa realizada no mestrado repercutiu diretamente na definição deste novo estudo que também trouxe como pano de fundo a proposta para o ensino de Trigonometria e pretendeu verificar as preocupações explicitadas acima e também apontar para outras questões não evidenciadas no primeiro trabalho.

## 2. O Problema

A partir das preocupações já manifestadas, foi proposto um estudo mais aprofundado e minucioso sobre os resultados da utilização da proposta, desenvolvendo uma pesquisa de cunho qualitativo. Na pesquisa de mestrado, a problemática desafiadora foi não só a de criar de uma proposta alternativa para o ensino e aprendizagem de Trigonometria como também verificar se os objetivos de aprendizagem haviam sido alcançados pelos alunos ao utilizarem as atividades elaboradas. Já na pesquisa realizada no doutorado, o foco da atenção foi dirigido à representação que três professoras de Matemática faziam sobre a interferência do uso da proposta em questão em suas ações pedagógicas.

Este estudo teve, portanto, o objetivo geral de investigar se a proposta sugerida podia ser apropriada pelos professores no seu dia-a-dia em diferentes situações de ensino, bem como em diferentes turnos e escolas, pois já sabemos que há especificidade de ensino em instituições diferenciadas.

Com o desdobramento desse objetivo geral, os objetivos específicos desta nova pesquisa, realizada em diferentes turnos e escolas, foram:

- Verificar e refletir com três professoras de Matemática de escolas da rede pública sobre a possibilidade de utilização desta proposta alternativa em salas de aula das escolas públicas.
- Investigar como fora realizado o processo de ensino e que representação as professoras faziam sobre o mesmo, ao utilizarem a referida proposta em suas salas de aula.

- Pesquisar se, na ótica das professoras, as atividades sugeridas utilizavam os conceitos anteriormente desenvolvidos, de forma que os novos conhecimentos estivessem sempre apoiados num conceito previamente desenvolvido.
- Investigar, mediante as representações das professoras, o envolvimento e participação dos alunos durante o desenvolvimento dos assuntos.
- Identificar a visão que as professoras tinham sobre a influência da metodologia da proposta.
- Investigar a concepção que as professoras tinham sobre o ensino e aprendizagem e ainda apontar as maiores dificuldades que elas enfrentavam durante o uso desta proposta.
- Verificar como as professoras se referiam às diferentes aprendizagens dos alunos.

É mister, ainda, chamar a atenção para o fato de que esta pesquisa se desenvolveu através da interação entre o professor-pesquisador da Universidade e os atores reais da escola, fundamentalmente, os professores. Neste sentido, pesquisadores como FIORENTINI e MIORIM (1993), têm clamado por estudos que investiguem as atitudes de alunos e de professores, mediante a utilização de novas propostas de ensino, de modo que estas não sejam desenvolvidas somente pelo pesquisador, isoladas do contexto real da escola. Segundo eles,

*“as possibilidades da transformação qualitativa da prática escolar passam necessariamente por um redimensionamento das relações pesquisa-ensino, teoria-prática e pesquisador-professor, de modo a torná-las organicamente dialéticas e articuladas. Uma das formas de estreitar essas relações é a realização de projetos coletivos de estudo/investigação envolvendo professores universitários e professores que atuam em 1º e 2º graus”* (FIORENTINI e MIORIM, 1993, p.25).

Nesta oportunidade não é propício apresentar as dezesseis atividades trigonométricas sugeridas para modificar o tratamento metodológico e a seqüenciação dos conceitos trigonométricos em salas de aula, pois o objetivo deste artigo é relatar os resultados encontrados durante a utilização da proposta sugerida. O leitor interessado em conhecê-las na íntegra, poderá encontrá-las tanto na minha Dissertação de Mestrado quanto na minha Tese de Doutorado.

Entretanto, para que o leitor tenha uma visão geral da proposta farei comentários de ações e modificações realizadas na seqüenciação dos conceitos sugerida.

As atividades propostas propiciam a construção dos conceitos pelos alunos visando uma aprendizagem significativa, conforme propõe Ausubel (1968)<sup>2</sup>. Elas proporcionam aos alunos a descoberta das idéias existentes, favorecem a aplicação prática dos conceitos trigonométricos na resolução de problemas e estimulam a participação dos alunos na exploração dos conceitos existentes, encorajando e fortalecendo as discussões e troca de opiniões entre os colegas. Assim, por possibilitar essas ações em salas de aula, diferente do que normalmente se faz, os alunos ficam motivados e revelam interesse pelo assunto.

É preciso esclarecer que as atividades sugeridas foram baseadas em algumas idéias já existentes em livros-textos como o livro de TROTTA, IMENES e JAKUBO (1979) - *Matemática Aplicada*; em algumas situações apresentadas na *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática de 1º e 2º graus* da CENP, SE-SP (1991 e 1992) e, também, em sugestões inéditas por mim apresentadas.

Também é preciso ressaltar que as modificações quanto à apresentação e seqüenciação dos conceitos trigonométricos aconteceram após um minucioso estudo das dependências hierárquicas existentes entre eles e da construção de um mapa conceitual, onde os conceitos de semelhança de triângulos, simetria e funções foram eleitos como os mais amplos e inclusivos.

É comum os livros didáticos apresentarem os conceitos trigonométricos já sistematizados através de definições e fórmulas. Este assunto, normalmente, é iniciado mediante a apresentação das fórmulas das razões trigonométricas no triângulo retângulo seguidas de definições formais das funções seno, cosseno e tangente para todos os reais.

A proposta sugerida, além de possibilitar ações metodológicas diferenciadas em sala de aula, através do manuseio de materiais concretos, de aguçar reflexões sobre diferentes situações, possibilitando o relacionamento entre os alunos, também sugere uma alteração na seqüenciação dos conceitos estudados. Propõe uma nova seqüência hierárquica dos conceitos

2. Segundo Ausubel, a aprendizagem significativa se dá quando as novas idéias e informações são aprendidas e retidas através de interações com os conceitos já estabelecidos na estrutura cognitiva do aprendiz.

envolvidos, de modo que o novo conhecimento esteja sempre ancorado em conceitos básicos e relevantes do assunto que está sendo desenvolvido.

Assim, inicialmente, por meio de ações concretas, os alunos constroem os conceitos das razões trigonométricas no triângulo retângulo e, a seguir, trabalhando apenas no 1º quadrante do ciclo trigonométrico, desenvolvem atividades com as razões trigonométricas já estudadas, como se tivessem colocado o triângulo retângulo dentro do ciclo. Neste momento, após reflexões sobre os valores das razões trigonométricas na situação limite (quando não se tem mais triângulo, ou seja, o ângulo agudo tende para  $0^\circ$  ou para  $90^\circ$ ), os alunos estarão sistematizando os conceitos de razões trigonométricas para arcos do primeiro quadrante e, ao mesmo tempo, iniciando os conceitos básicos necessários para ancorar os conceitos de funções trigonométricas que deverão ser estudados posteriormente.

Na próxima etapa, o aluno trabalhará apenas na primeira volta, com os valores dos principais arcos em todos os quadrantes; com as principais relações trigonométricas; com arcos suplementares, explementares, replementares e complementares; redução de arcos ao primeiro quadrante; com a idéia de equações trigonométricas, enfim, com toda a Trigonometria, mas apenas para uma volta do ciclo.

Somente no final, generalizando o que foi estudado e depois de ter trabalhado com os principais conceitos trigonométricos é que se pode apresentar, de forma dinâmica utilizando-se de programas computacionais, as Funções Trigonométricas.

Como se pode observar, a seqüenciação de conceitos sugerida é diferente do que normalmente os livros didáticos apresentam.

### 3. Metodologia

Esta pesquisa se desenvolveu em três classes de duas escolas públicas de nível médio da D.E. Bauru-SP, dos períodos matutino e noturno, envolvendo três professoras de Matemática da rede estadual de ensino.

A metodologia utilizada para coleta de dados foi a realização de entrevistas individuais com as três professoras que aplicavam a proposta em suas salas de aulas, logo após a aplicação e conclusão de cada atividade. Tais entrevistas, de forma semi-estruturada, abordaram questões previamente pre-

paradas, mas sem muita rigidez na sistematização das perguntas, permitindo ao entrevistador fazer as adaptações necessárias, aprofundando o questionamento das respostas emitidas pelas professoras, estimulando-as a falar mais sobre questões não suficientemente esclarecidas.

As entrevistas foram gravadas com autorização prévia das professoras e transcritas para que, posteriormente, se pudesse ter uma visão geral do conjunto, facilitando o desvelamento dos principais resultados.

Não se pode negar que as visões de mundo de cada pessoa envolvida no processo, isto é suas representações, influenciaram nos resultados encontrados. Mediante esse pressuposto, a visão que o professor tem sobre a ação educativa implica nos procedimentos utilizados para desenvolvê-la; suas concepções são responsáveis por suas atitudes; as relações que estabelecem com o assunto a ser trabalhado influenciam no modo de abordá-lo e, ainda, a forma como estabelecem suas relações com os alunos afetam as suas interpretações sobre os fenômenos vividos nas suas salas de aulas. Desta forma, foi preciso procurar literatura pertinente<sup>3</sup> a esse quadro para poder entender e desvendar, com maior rigor, a ação educativa contida em todo o processo.

É preciso esclarecer que, apesar de não ter tido contatos com os alunos, isto é, de não estar presente nas salas de aulas durante o desenvolvimento das atividades, eu pude acompanhar atentamente o que acontecia, pois, ao término de cada atividade, eram realizados encontros com as professoras de Matemática, não apenas para as entrevistas, mas também para refletir sobre as facilidades e/ou dificuldades dos alunos durante o desenvolvimento das atividades e os procedimentos da próxima atividade. Assim, não houve uma interferência direta do pesquisador nas salas de aulas.

A pesquisa aqui relatada se realizou sob a luz de uma metodologia qualitativa de cunho interpretativo. Este foi o caminho escolhido, pois tal estudo que se iniciou com as inquietações e preocupações já citadas na introdução deste artigo, também almejava aprofundar questões que envolviam grande variedade de fatores pertinentes ao processo de ensino da Trigonometria. Assim, além de verificar a importância e a influência da metodologia sugerida na aprendizagem deste assunto, pretendia-se, ao mesmo tempo, compreender e desvendar outros aspectos que poderiam influenciar no processo de ensino deste assunto da Matemática, investigando a conduta dos professores e as representações que faziam deste processo.

3. SALLES (90/91); AGUIAR (1993); PENIN (1995); SANTOS (1991).

Segundo BOGDAN e BIKLEN (1994), "O objetivo dos investigadores qualitativos é o de melhor compreender o comportamento e experimentos humanos. Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados" ( p.70).

Afirmo ter desenvolvido uma pesquisa qualitativa, pois além do seu desenvolvimento se dar através de interações entre pesquisador e os pesquisados, sob uma relação dinâmica nunca desfeita, o objeto da pesquisa – A Proposta para o ensino e aprendizagem da Trigonometria – era delimitado; tinha seus próprios interesses; desenvolveu-se numa situação natural, utilizando-se de dados descritivos para descortinar uma realidade contextualizada e se preocupava com o processo e não apenas com o produto, condições estas apontadas por BOGDAN e BIKLEN (1994), LÜDKE e ANDRÉ (1986) como as cinco características da pesquisa qualitativa.

Além de ter sido realizada uma análise de abordagem qualitativa, também foram utilizadas estratégias ligadas à pesquisa-ação, pelo fato das análises terem sido feitas a partir de dados coletivos, participativos e ativos na coleta de informações. Procurou-se descobrir os significados pertinentes às respostas dadas pelas professoras nas entrevistas desenvolvidas logo após a utilização e a conclusão de cada atividade, conforme THIOLENT (1996).

É preciso comentar que, embora esta pesquisa tenha se iniciado com objetivos já delineados, originados dos questionamentos já citados, e não tenha contemplado a totalidade dos itens apontados como pressupostos da pesquisa-ação, a mesma se realizou a partir de interações entre o pesquisador e os pesquisados; e aconteceu por meio de ações concretas. Além disso teve o acompanhamento do pesquisador (durante todo o tempo de aplicação) sobre os procedimentos e esclarecimentos que tratavam da utilização da proposta e, ainda, sobre o rumo das perguntas manifestadas durante a realização das entrevistas.

Para THIOLENT (1996), a pesquisa-ação, que pressupõe a participação e ação efetiva dos interessados, permite obter informações que seriam difíceis de encontrar em outros procedimentos metodológicos e possibilita o estudo dinâmico dos problemas, decisões, ações, negociações e conflitos que aparecem durante o processo de transformação da situação. Ela também propicia encontrar qualidades não presentes nos procedimentos convencionais de pesquisa e gerar conhecimentos descritivos e críticos por meio das explicações dadas aos pesquisadores. Para ele, o principal objetivo da pesquisa-ação é:

*"oferecer ao pesquisador melhores condições de compreensão, decifração, interpretação, análise e síntese do 'material' qualitativo gerado na situação investigativa. Este 'material' é essencialmente feito de linguagem, sob forma de simples verbalizações, discursos ou argumentações mais ou menos elaboradas"* (THIOLENT, 1996, p.28-29).

Na pesquisa desenvolvida, a compreensão dos fatos aconteceu por meio de interpretações e análises dos conteúdos das entrevistas que as professoras realizaram no final de cada atividade sobre os acontecimentos vivenciados em suas salas de aula, ao utilizarem a proposta de Trigonometria sugerida. Assim, os participantes, fazendo uso da linguagem e das suas representações, além de focalizarem aspectos de conhecimentos buscando explicações e aspectos ligados às ações, buscando soluções, também descreveram as situações vivenciadas, diagnosticando dados sobre suas próprias ações, as quais possibilitaram aos professores a realização da revisão das suas práticas metodológicas.

Embora neste estudo não tenha acontecido seminário central, conforme sugere THIOLENT (1996), como aspecto importante para a continuação da pesquisa, as interações entre os participantes e o pesquisador se deram em momentos e locais diferentes, pois enquanto uma professora de determinada escola já estava concluindo a utilização da proposta e também concluindo as respectivas entrevistas, a outra professora apenas estava iniciando os primeiros contatos com a pesquisadora e com a nova metodologia que iria trabalhar no ano seguinte.

A metodologia utilizada para a análise dos dados compreendeu duas fases. A primeira delas se deu depois de ter se realizado várias leituras das transcrições das entrevistas concedidas pelas três professoras. Consistiu em destacar as principais ocorrências e comentários sobre as considerações feitas, realizando, portanto, uma análise longitudinal. Nesta etapa, apenas os fatos mais importantes foram evidenciados, sem serem cotejados ou comparados com os demais, deixando a realização das convergências e divergências para serem analisadas posteriormente, permitindo o desabrochar dos primeiros indícios de categorias.

Na segunda fase, foi realizada a análise dos fatos relevantes já agrupados anteriormente, agora cotejando os diferentes pontos de vista, apontando e comentando as convergências e as divergências existentes nos primeiros indícios de categorias. Nesta etapa, foi feita uma análise transversal dos resultados encontrados anteriormente, o que nos

possibilitou elaborar uma primeira aproximação das representações das professoras, após ter percebido que certas questões indicavam respostas de mesma natureza.

Os procedimentos realizados para analisar os dados possibilitaram identificar as categorias: reações dos alunos; reações das professoras; aprendizagens; articulações e pré-requisitos; procedimentos e condições materiais; dificuldades e facilidades das professoras; desenvolvimento profissional das professoras e concepções dos alunos e das professoras. Tais categorias serão brevemente comentadas a seguir.

#### 4. Compreendendo o processo de análise da proposta sugerida, segundo as representações das professoras

##### 4.1 Reação dos alunos

Foi possível perceber, segundo as representações das professoras, do início até o final das entrevistas, que os alunos ficaram, a maior parte do tempo, envolvidos com o processo.

Logo no início pude detectar, nos depoimentos das três professoras, curiosidade, interesse, expectativa e entusiasmo dos alunos em relação à proposta sugerida. O envolvimento dos alunos chegou a extrapolar o tempo e o espaço reservado para a aula de Matemática. Vale conferir a afirmação de uma das professoras:

*"Bateu o sinal para eles entrarem [depois do recreio] e ainda tinha aluno lá ... [resolvendo o exercício extra classe]. Teve uma aluna que acabou a aula e ela me procurou no intervalo e disse: - Professora, deu certo, conseguiu" (Prof.a.3. 3ª atividade).*

Apesar de as professoras terem afirmado que o interesse dos alunos permanecia, até mesmo nas atividades que envolviam exercícios, para as três professoras o envolvimento era maior nas aulas que envolviam algum tipo de representação gráfica ou que possibilitavam aos alunos manusear concretamente algum material. Para uma delas, essa maneira de trabalhar,

construindo graficamente a situação que está sendo estudada, motiva mais do que responder questionários. Exemplo expressivo desta afirmação são os depoimentos de duas professoras em diferentes momentos:

*"A aula é muito movimentada porque eles medem, depois vão ver se o colega tirou a mesma medida... se o valor bateu... (...) a turma se envolve muito, discute e se envolve mesmo!" (Prof.1, 4ª atividade).*

*"Bom, nas construções você vê todo mundo participando. Constróem, medem errado, mas você vê que todo mundo está construindo... Agora, quando você chega na parte dos exercícios, que é a 3ª parte, é uma aula que eles ficam em silêncio, compenetrados." (Prof.1, 9ª atividade)*

*"Bom, envolvidos eles estão desde o primeiro dia. Eles querem fazer mesmo que não estejam entendendo. A construção chama mais a atenção deles do que responder o questionário" (Prof.3, 5ª atividade).*

Em alguns momentos do processo foi possível encontrar, no entanto, divergências de opiniões quanto à motivação e o envolvimento dos alunos. Enquanto para uma professora os alunos se mostravam desinteressados, para as outras duas eles continuavam bastante motivados. Elas porém observaram a estranheza dos alunos, ao trabalhar da maneira sugerida, tão diferente do que se vêm fazendo em nossas escolas. Um dos aspectos apontados quanto ao desinteresse dos alunos foi o descontentamento existente entre eles sobre a Reestruturação da Rede Física.

A surpresa dos alunos quanto à maneira de trabalhar aconteceu tendo em vista o fato de os mesmos estarem acostumados a uma prática de ensino onde as aulas são expositivas e os alunos tratados como meros espectadores; o professor é tido como detentor do saber, sendo, portanto, o centro do processo de ensino e aprendizagem e o mais indicado para apresentar os conceitos, regras e definições; o aluno, por sua vez, apenas ouve e acredita no que o seu 'mestre' está falando. Assim, na metodologia tradicional, não são oferecidas oportunidades para se refletir e para se construir novos conceitos, situação essa, muito diferente daquela proposta por PARO (1991), na qual o aluno deve ser o *co-produtor do seu conhecimento*, ou seja, deve ser sujeito e *objeto* da sua educação.

O interesse dos alunos pela metodologia foi enfatizado pela professora que utilizou a proposta na classe do noturno. Esse fato é bastante significativo para essa clientela, uma vez que é de conhecimento de todos que os alunos deste turno chegam à escola, exauridos pelo seu trabalho diário, sem muito entusiasmo e sem interesse pelos assuntos abordados, como relatam muito bem CAPORALINI (1991) e CARVALHO (1986) em suas pesquisas sobre os problemas encontrados neste turno escolar.

Tentando sintetizar os aspectos mais relevantes encontrados nesta categoria, pude perceber que a proposta sugerida despertou o interesse dos alunos; o envolvimento dos alunos foi maior quando utilizavam construções gráficas e/ou manipulação de algum tipo de material; houve certa estranheza quanto ao método utilizado, sendo não uniforme o seu envolvimento.

#### 4.2 Reações das professoras

As três professoras se entusiasmaram com o material proposto para ensinar Trigonometria, principalmente quando utilizavam conceitos geométricos já estudados para a construção do novo conceito, através de representações gráficas ou de materiais concretos. Encontrei várias vezes afirmações do tipo:

*"Eu me empolguei quando eles disseram que o seno ia ser positivo e que o cosseno ia ser negativo... Foi excelente! (Profa. 1, 8ª atividade).*

*"Pelo método tradicional os professores jogam as fórmulas... agora não, eles [os alunos] estão vivendo, estão obtendo os valores através da construção dos conceitos" (Profa.1, 14ª atividade).*

Não houve uniformidade quanto às reações das professoras. Entretanto, foi possível perceber que os momentos de entusiasmo prevaleceram aos de desânimo. Também foi possível perceber preocupações quanto ao tempo gasto, quanto à descontinuidade do trabalho e angústias quanto ao não cumprimento do programa estabelecido. Tais preocupações ficaram mais acirradas quando as escolas entraram em greve ou quando houve uma

parada das atividades escolares, no período noturno, por 29 dias. A angústia da professora desta classe é revelada pela frase: *"Isso me dá um nó na garganta, pois a essa altura do campeonato eu queria que eles estivessem respirando sozinhos e ainda não estão"* (Profa.3, 4ª atividade).

Dois aspectos foram bastante significativos no que tange às reações positivas das três professoras em relação à proposta sugerida. O primeiro deles se refere ao uso das transparências sugeridas. Para exemplificar temos a afirmação:

*"Eles nunca mais vão esquecer que o valor do seno cresce e do cosseno decresce [no 1º quadrante] (...) Eu acho que essa transparência tem que ser muito elogiada... é um negócio que você tem que colocar bastante ênfase. Essa transparência foi a melhor coisa que eu já vi!" (Prof.2., 2ª atividade)*

O segundo aspecto aparece quase no final das atividades sugeridas (na 11ª, 12ª e 13ª), quando os alunos reduziam arcos trigonométricos ao 1º quadrante, utilizando-se dos conceitos geométricos como suporte do novo conhecimento, ou seja, reduziam arcos para o 1º quadrante através de representações gráficas.

#### 4.3 Aprendizagens

Mediante a representação das professoras, foi possível detectar inúmeras aprendizagens ocorridas com os alunos e, ainda, os fatores que as influenciaram durante a utilização da proposta em sala de aula.

Para as três professoras esta maneira de trabalhar proporcionou aos alunos a construção e a descoberta dos conceitos desenvolvidos. Elas declaram que um dos fatores mais relevantes para esses dados foi a manipulação de materiais concretos, havendo forte influência da representação gráfica. Durante todo o desenvolvimento do trabalho existem muitas representações que podem justificar essa afirmativa:

*"... eu achei super importante partir de um triângulo e depois chegar na conclusão (...) fica mais fácil... você não esquece o que você partiu*

do concreto" (em relação à definição das razões trigonométricas no triângulo retângulo) (Prof.2, 2ª atividade)

"... [os alunos] foram pegando o barbante... medindo... passando a régua... fazendo. Foram percebendo que cada um fazia um círculo diferente e sempre dava a mesma coisa (...) assim, eles perceberam que [a razão] independia do valor da medida do raio" (em relação à definição de 1 radiano) (Prof.3, 6ª atividade).

As professoras explicitaram as constantes retomadas dos conceitos estudados, onde os conceitos de *simetria* e de *congruência de triângulos* serviam de idéias âncoras dos conceitos trigonométricos trabalhados no ciclo. Assim, ficou confirmado que a proposta sugerida possibilitava a aprendizagem significativa dos conceitos, conforme AUSUBEL (1968) propõe. Vejamos um exemplo, dentre os muitos citados:

"... a simetria que eles fazem para qualquer quadrante é ótimo! Pode jogar qualquer ângulo que eles fazem (...) eles transferem para o 1º quadrante e dão o resultado" (Prof.1, 10ª atividade)

As professoras afirmaram que houve desenvolvimento do raciocínio, do pensamento reflexivo e alguns indícios de desenvolvimento de autonomia, embora aquela que havia trabalhado com a classe do noturno tenha vacilado quanto a esse último aspecto. De fato, para ela, os alunos sabiam o que estava acontecendo no ciclo trigonométrico, mas ficavam quietos e não respondiam. Segundo ela, "eles tinham medo de falar besteira". Esse fato pode ser explicado por CAPORALINI (1991), quando afirma que a formação crítica dos alunos do noturno é muito prejudicada, pois vivem reprimidos quanto à sua comunicação faltando-lhes oportunidades para se expressarem e trocarem de idéias com seus colegas e com seus professores.

#### 4.4 Articulações e pré-requisitos

Pude constatar o reconhecimento das três professoras quanto à importância dos pré-requisitos, quer seja dos conceitos algébricos, quer dos conceitos geométricos *semelhança* e *congruência de triângulos* para o

desenvolvimento das atividades propostas. Tais pré-requisitos, segundo AUSUBEL (1968), são os subsunçores dos conceitos trigonométricos. Dentre os depoimentos destaco:

"Essa atividade mostra qual a finalidade da semelhança entre triângulos, sem ficar apenas retido em conceitos abstratos" (Prof.1, 1ª atividade)

"Semelhança e proporcionalidade são os dois conceitos utilizados para chegarem às conclusões..." (Prof.3, 2ª atividade)

"A Simetria que eles fazem para qualquer quadrante é ótimo!. Pode jogar qualquer [valor de] ângulo que eles fazem ..." (Prof.1, 10ª atividade)

É preciso esclarecer que ao utilizar os subsunçores acima, surge uma nova maneira de aprender e visualizar a Trigonometria, sempre fazendo uso de 'esboços da situação', ou seja, da representação gráfica no ciclo trigonométrico. Para exemplificar temos as afirmações:

"... para transformar graus em radianos, não precisa mais fazer continhas, nem regra de três... é só usar a 'bolinha' [o ciclo] e eles vão relacionar com o 1º quadrante e dividir" (Prof.2, 8ª atividade).

"... com a sua proposta, a gente trabalha em cima do ciclo trigonométrico. Diariamente, em cada atividade, em cada exercício, tudo está em cima do ciclo..." (Prof.1, 12ª atividade).

"Quando o aluno sabe trabalhar no ciclo, sabe colocar os ângulos e seus respectivos valores, eles não têm mais dificuldade" (Prof.1, 14ª atividade).

Assim, as professoras foram unânimes quanto à necessidade dos alunos saberem manusear instrumentos de Desenho Geométrico como: compasso, régua e transferidor. Para elas, tal desconhecimento influencia, negativamente no desenvolvimento das atividades sugeridas. Dente os vários depoimentos, posso citar:

"Como eles nunca tiveram Desenho Geométrico, eles não conseguem mexer com transferidor, com compasso..." (Prof.2, 5ª atividade).



"Eu insisto para eles traçarem bem certinho as perpendiculares, porque se não traçarem corretamente aparece erro e a razão acaba dando diferença grande" (Profa.1, 4ª atividade).

Nos depoimentos realizados foi também possível perceber que tanto as professoras como os alunos perceberam a existência de seqüenciação e hierarquização entre os conceitos. Segundo suas representações, as constantes retomadas e revisões de conceitos são muito importantes para a aprendizagem, pois servem de ponte cognitiva para o desenvolvimento dos novos conceitos. Foi comum encontrar os depoimentos:

"... com esta atividade fizemos uma revisão" (Profa.2, 13 atividade).

"Essas duas partes englobam tudo o que vimos até agora, elas fecham o assunto de tudo quanto é lado!" (Profa.3, 9ª atividade).

Para elas, os próprios conceitos trigonométricos passaram a ser pré-requisitos das atividades subseqüentes, uma vez que eram utilizados como 'âncoras' para o novo conhecimento. Esse fato revela a obtenção de um dos objetivos desta pesquisa, qual seja, o de verificar se, mediante a representação das professoras, as atividades sugeridas requisitavam os conceitos anteriormente desenvolvidos, de forma que os novos conhecimentos estivessem sempre apoiados num conceito previamente desenvolvido.

Desta maneira, ficou evidente que as atividades propostas utilizavam pré-requisitos algébricos e geométricos e propiciavam a articulação e a hierarquização entre esses e os novos conceitos. Verificou-se, portanto, um dos objetivos da pesquisa.

A articulação entre os conceitos algébricos e geométricos permitiu desenvolver a Trigonometria na sua verdadeira concepção, isto é, geométrica e algebricamente.

#### 4.5 Procedimentos e condições materiais

No que tange aos procedimentos, foi possível encontrar nas representações das professoras dados sobre o trabalho em equipe, o relaciona-

mento entre os alunos e entre as professoras e, ainda sobre o aspecto lúdico desta proposta. Em relação às condições materiais, foquei as condições de trabalho na escola, o tempo gasto para o desenvolvimento da proposta e a utilização dos materiais concretos ou da representação gráfica.

O trabalho em equipe, opção dos próprios alunos, além de propiciar a motivação, de desenvolver várias modalidades de pensamento, favoreceu o relacionamento entre os elementos dos grupos e entre os vários grupos da classe, possibilitando a troca de informações e a melhoria no relacionamento entre as pessoas. Para as professoras, o trabalho em equipe possibilitou reflexões a partir dos erros cometidos, sendo que a linguagem própria dos alunos facilitou o entendimento. Tais afirmações podem ser encontradas nos depoimentos em diferentes momentos:

"... aqueles que são mais rápidos vão ajudando os mais lentos..." (Profa.1, 2ª atividade).

"É uma maneira de estudar e um tira a dúvida do outro." (Profa.2, 8ª atividade).

"... até aqueles que são mais lentos, vão procurar os colegas..." (Profa.1, 10ª atividade)

"... as palavras que o aluno usa para explicar para seu colega é muito mais importante do que aquela que eu iria usar..." (Profa.3, Comentário geral)

Para AUSUBEL (1968), a interação entre os alunos é muito importante, uma vez que a aprendizagem se dá num contexto social. Para ele, o debate ajuda a promover o crescimento intelectual. Afirma que o debate *fornece a melhor maneira de alargar os horizontes intelectuais dos alunos, de estimular o raciocínio através de fecundação cruzada, de esclarecer suas opiniões e de medir a força dessas opiniões contra as opiniões dos outros* (AUSUBEL, 1968, p. 390).

Ficou evidente que essa maneira de trabalhar, além de favorecer o desenvolvimento do indivíduo como um todo, foi bastante adequada para a classe noturna, uma vez que os alunos participaram ativamente das aulas sem ficar apenas passivamente ouvindo. Também ficou constatado que tais procedimentos propiciaram uma aula agradável, diferente, movimentada onde se via os alunos interessados e participando das atividades sugeridas.

Afirmações quanto ao 'prazer em aprender' ou 'a momentos agradáveis' foram frequentes. Para as professoras, esta maneira dinâmica de trabalhar, recortando, colando, desenhando, medindo, fez com que a aula ficasse mais agradável, enquanto os alunos aprendiam. Além disso, o manuseio de material facilitou a construção do conceito. Uma das professoras comentou que "... é uma aula que eles se sentem bem" (Profa. 3, 8ª atividade).

Sobre a utilização de material concreto, também foi possível encontrar na representação das três professoras depoimentos de que a sua utilização facilitara a construção e a aprendizagem do conceito a ser aprendido. Também, o uso do barbante na 6ª atividade, facilitou o entendimento da definição de um radiano, porque o aluno pôde relacionar um arco de meia volta com o número irracional  $\pi$  e justificar porque o comprimento da circunferência é  $2\pi r$ .

Foi enfática a importância que as professoras atribuíram à visualização no ciclo trigonométrico por meio de esboços ou dos dispositivos de transparências, no sentido de auxiliar a compreensão dos alunos sobre os conceitos estudados. Elas afirmaram que os dispositivos de transparências haviam ajudado bastante os alunos a observar o que acontece; a conferir os valores trigonométricos já encontrados; a enxergar porque  $\sin 0^\circ = 0$  e  $\cos 0^\circ = 1$  e, ainda, a entender porque  $\tan 90^\circ$  não existe. Vale conferir os depoimentos:

"Foi a partir da transparência que eles foram perceber que a  $\tan 90^\circ = 0$  e quando o ângulo vai chegando em  $90^\circ$ ... cadê a tangente?. Eles chegam a usar duas réguas para visualizar melhor" (Profa.1, 5ª atividade).

"Essa transparência foi a melhor coisa que eu já vi" (Profa.2, 4ª atividade)

"... mesmo que ele faça a circunferência pequena ou um pouco torta, ele consegue visualizar graficamente o que está acontecendo... Então, na circunferência ele não tem mais como errar e não precisa mais decorar" (Profa.2, 8ª atividade).

É preciso esclarecer que as ações sugeridas exigem mais tempo do que o ensino tradicional, mas não se pode esquecer da qualidade do aprendizado.

As professoras apontaram alguns fatores que dificultaram o bom desempenho do trabalho: a falta de material para desenvolver as ações; a dificuldade dos alunos quanto ao manuseio dos instrumentos de Desenho Geométrico e interferências de fatores externos à sala de aula de origem social, administrativa ou institucional (como interrupções das aulas para comemorações, campeonatos, reuniões, Conselhos de Classe, término precoce das aulas, horário escolar inadequado).

#### 4.6 Dificuldades e facilidades das professoras

Ficou evidente que as ações metodológicas favoreceram o processo de ensino, uma vez que houve: motivação e interesse dos alunos; constantes retomadas dos conceitos estudados e seqüenciação hierárquica dos mesmos; possibilidades de se trabalhar concretamente, visualizando a situação mediante o uso de transparências ou através de representações gráficas ajudando o aluno na descoberta dos conceitos. E, ainda, o desenvolvimento do trabalho em equipe.

Uma outra facilidade, segundo a representação das professoras, é o fato dos conceitos serem, inicialmente, apresentados informalmente e, somente depois, no momento oportuno, serem retomados e aprendidos formalmente. Citam, como exemplo, o desenvolvimento das equações trigonométricas. Inicialmente, os alunos tiveram contatos com equações bem simples que foram trabalhadas sem serem 'rotuladas' como equações trigonométricas. Posteriormente, após a aprendizagem de muitos outros conceitos que serviram de 'suporte' para a resolução de equações trigonométricas é que se falou em *Equações Trigonométricas*.

Quanto às dificuldades instrucionais apontadas, algumas já foram comentadas anteriormente em outras categorias entre elas que o tempo depreendido para desenvolver a proposta é bem maior se comparado com o método tradicional, gerando angústias e apreensão nas professoras.

Houve também dificuldade por parte dos alunos quanto à interpretação de textos, fato importante no processo instrucional, pois se o aluno não consegue ler, entender e interpretar o que se pede, as ações poderão ficar comprometidas. A professora da classe noturna foi quem mais apontou tal dificuldade. Ela comentou que precisava ir lendo com seus alunos as ações escritas nas atividades, pois "*parece que ouvindo eles conseguem, e lendo eles não conseguem*" (Profa.3, 4ª atividade). Essa

dificuldade implica numa outra, qual seja, a de escrever as soluções encontradas ou as expressões gerais dos arcos, pois tais situações exigem a passagem do pensamento para a linguagem escrita, e desta para a linguagem simbólica.

Uma dificuldade instrucional bastante significativa, apontada pelas três professoras durante todo o processo, foi a falta de conhecimentos básicos dos alunos, quer sejam de conceitos ou de habilidades. Encontrei afirmações do tipo: "... como eles nunca tiveram Desenho Geométrico, eles não conseguem mexer com o transferidor, com compasso..." (Profa.2, 6ª atividade). A inexistência de conceitos básicos implica em dificuldades instrucionais quanto à seqüenciação dos conceitos pois a aprendizagem só acontece se o novo conhecimento se ancorar em conceitos anteriores já existentes na estrutura cognitiva de quem aprende (AUSUBEL, 1968).

Um outro aspecto que influenciou, negativamente, o processo, foi a dificuldade das professoras de se desprenderem das suas concepções de ensino, adquiridas ao longo da sua vida profissional e durante suas práticas em salas de aula. Encontrei concepções e 'chavões', atribuindo apenas ao aluno a responsabilidade do seu fracasso. Para exemplificar esta afirmação, vale atentar para: "A escola estadual está em decadência, não pelos professores e sim pelos alunos" (Profa.1, 12ª atividade).

Para finalizar esta categoria, não se pode deixar de comentar as dificuldades oriundas do próprio sistema escolar como: remanejamento de alunos ocasionado pela reestruturação da rede física das escolas do Estado de São Paulo, agrupando numa mesma classe alunos com diferentes níveis cognitivos; o horário das aulas de Matemática; as interrupções das aulas por motivos diversos.

#### 4.7 Desenvolvimento profissional das professoras

Embora esse aspecto não tivesse previsto como foco de análise, foi possível verificar o desenvolvimento profissional das professoras durante o uso da proposta.

Quanto ao desenvolvimento profissional, pude perceber mudanças nos procedimentos metodológicos; mudanças significativas nas práticas docentes; comparações e reflexões entre a metodologia sugerida e aquelas utilizadas freqüentemente e, também, entre a hierarquização e

seqüenciação dos conceitos sugerida e aquelas trazidas pelos livros didáticos. Relatos de uma professora em diferentes etapas justificam tais afirmações:

*"Mudei em todos os sentidos. Estou mais dedutiva (...) procuro levar o aluno pelo lado da dedução. Isso me abriu (...) . Quero que o aluno entenda o conceito" (Profa.2, 1ª atividade).*

*Olha, depois de trabalhar tantos anos ensinando Trigonometria, eu nunca mais vou voltar com a metodologia tradicional. Disso eu tenho certeza absoluta! (Profa.2, 16ª atividade).*

Foi possível perceber a criatividade das professoras quando introduziram modificações no processo avaliativo da aprendizagem dos alunos e quando criaram estratégias para agilizar o tempo empreendido nas atividades e para sistematizar os conceitos estudados.

É preciso ainda comentar que as professoras ampliaram sua rede de conhecimento sobre os conceitos trigonométricos, articulando a Álgebra com a Geometria; ficaram mais seguras ao longo da aplicação das atividades e descobriam, cada vez mais, aspectos ainda não percebidos. Os depoimentos abaixo revelam tais aspectos:

*"O professor começa a ter maior abertura para dentro da Trigonometria, porque ele aprendeu da maneira tradicional..." (Profa.1, 14ª atividade).*

*"Eu não tinha parado para pensar a finalidade da semelhança entre triângulos. Sabe, a gente nunca pára. Você vai dando conteúdo, conteúdo... e nunca pára para pensar!" (Profa.1, 1ª atividade.).*

Tais desenvolvimentos profissionais estão de acordo com as idéias de NÓVOA (1995) e de GÓMEZ (1995) no que tange à formação dos professores. Tanto para um, quanto para o outro, a formação de um professor deve passar necessariamente pela perspectiva crítica-reflexiva.

Para NÓVOA (1995) o processo de formação do professor não deve ser entendido como acúmulos de títulos. Ao contrário, deve envolver reflexões críticas de suas práticas, buscando-se sempre uma contínua reconstrução

da sua identidade pessoal. O autor enfatiza também a importância das relações entre o professor e seus saberes pedagógicos e científicos.

Para GÓMEZ (1995), a vida profissional de um professor deve estar diretamente ligada a seus credos, percepções e apreciações. O professor deve sempre criar inovações, experimentando, inventando novas situações para se adaptar às necessidades da realidade. Por isso, o professor deve sair em busca de construções e comparações com novas estratégias que o ajudem a refletir e a encontrar soluções para seus problemas em salas de aula.

As idéias apontadas acima estão de acordo com procedimentos desenvolvidos pelas professoras durante o uso da proposta sugerida, pois houve desenvolvimento profissional ao experimentarem as inovações referentes a métodos e técnicas para facilitar o ensino de Trigonometria, ao realizarem reflexões críticas enquanto vivenciavam a dinâmica sugerida e ao compararem com suas práticas tradicionais.

#### 4.8 Concepções dos alunos e das professoras.

Apesar das três professoras envolvidas com este estudo estarem dispostas a exercitarem uma prática diferenciada daquelas que haviam realizado até então, inconscientemente, em algumas situações se revelaram adeptas à concepção tradicional de ensino e não conseguiram abandonar tal concepção. Pode-se verificar a situação pelas expressões:

"Eu mostrei a transparência apenas nas minhas mãos e não projetada... aí ficou claro para eles..." (Profa.2, 4ª atividade).

"Eu tive que enfiar na cabeça deles... ((profa.2, 10ª atividade).

Não, não relacionei, mas fiquei fazendo assim: a cotangente é o inverso da tangente" (Profa1, 12 atividade).

Nos depoimentos de uma das professoras observou-se a valorização quanto ao uso de fórmulas para a obtenção de sucesso na resolução dos exercícios; a utilização inadequada da avaliação; e ainda, a não valorização das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos básicos, como, por exemplo, operar com frações.

"A única dificuldade do assunto seriam as fórmulas e fórmulas eles fizeram, deu pra perceber..." (Profa.2, 6ª atividade)

"Todos fizeram (risos). Fizeram porque eles estavam com a 'água no pescoço'... então, tinham que fazer certinho, né?" (Profa. 2, 16ª atividade).

"... por incrível que pareça tiveram dificuldade na simplificação de frações, coisa boba, não?" (Profa.2).

Ficou transparente que as professoras traziam concepções prévias em relação aos alunos. Elas não acreditavam no seu potencial e atribuíam a eles a responsabilidade pelos seus fracassos. Exemplificando:

"Quando apareceu isso, revemos tudo de novo... que é uma parte que o aluno tem dificuldade mesmo, não é falha nossa, parece que ele não assimila!" (Profa.1, 6ª atividade).

Com os comentários realizados, ficou evidente que, embora as professoras estivessem intencionadas em modificar suas ações em salas de aula, deixaram-se também levar por concepções tradicionais de ensino as quais sempre haviam permeado suas práticas.

Por parte dos alunos também foi possível perceber aspectos ligados à concepção tradicional de ensino, principalmente na classe noturna, uma vez que na visão das professoras, em determinadas situações, os alunos pouco se esforçavam para entender o que estava sendo pedido; dependiam muito do professor para explicar a situação, tendo como consequência poucos indícios de autonomia e segurança para resolver os problemas propostos.

#### 5 Resultados encontrados

Pude constatar, a partir dos resultados encontrados, que a proposta investigada havia facilitado o processo instrucional das professoras nos diferentes períodos escolares, uma vez que motivava os alunos; exigia que o aluno participassem ativamente do processo de construção do seu

conhecimento; favorecia a compreensão dos conceitos por meio do manuseio de materiais concretos e da visualização das situações através dos esquemas realizados no ciclo trigonométrico; estimulava o desenvolvimento do pensamento reflexivo e o relacionamento entre os alunos; possibilitava ao professor refletir sobre a sua prática em sala de aula, bem como, conhecer ações educativas diferenciadas que interferem tanto no comportamento dos alunos quanto no seu desenvolvimento profissional.

Assim, foi possível verificar que tais professoras, mesmo não tendo compartilhado a autoria da proposta, reconheceram que, ao utilizarem a mesma constataram mudanças tanto no ensino quanto nas aprendizagens dos alunos. Tais mudanças são definidas por FERRETTI (1989) como adoção de inovações no que tange aos métodos e técnicas de ensino.

Segundo os depoimentos das professoras, esta maneira de trabalhar proporcionou uma aula totalmente diferente do que normalmente se tem feito em nossas escolas. Propiciou momentos de prazer e de satisfação em aprender. Tal 'prazer em aprender' esteve relacionado às ações realizadas concretamente, pois, assim, a aula se torna mais agradável, diferente, movimentada e o aluno visualiza o que acontece, evitando procedimentos mecânicos, sem sentido que, provavelmente, levam ao insucesso e ao esquecimento do conceito estudado.

Outro fator importante que contribuiu para o sucesso da utilização desta proposta foi o desenvolvimento das ações sugeridas por meio do trabalho em equipe. Esta forma de trabalhar, às vezes mal interpretada e pouco reconhecida como fator influente no processo instrucional, estimulou os alunos a desenvolverem várias modalidades de pensamentos, ao sugerir procedimentos, e a levantarem hipóteses, na tentativa de solucionar o problema proposto, tendo, por excelência, a linguagem como condutora natural do processo. O valor desta dinâmica foi tão reconhecido pelas professoras que elas até chegaram a modificar suas práticas avaliativas, ao utilizarem procedimentos avaliativos também em equipe.

Posso concluir que os resultados até aqui comentados sustentam a afirmação de que a proposta sugerida pode ser apropriada por professores de Matemática de diferentes escolas da rede pública e em diferentes períodos.

É preciso ressaltar a relevância da dinâmica sugerida para o aluno do noturno, pois além das ações praticadas possibilitarem uma aula movimentada, evitando que esses alunos (que chegam à escola cansados pelo seu trabalho diário) tenham que ficar apenas ouvindo o que o seu

professor tem a dizer, também os incentiva a elaborar hipóteses e favorece o desenvolvimento da auto-estima e da auto-confiança. Mediante tais oportunidades, os alunos deste turno escolar não estariam sendo discriminados ao vivenciarem um programa de ensino mais simples e mais fraco, propositalmente 'adaptado' à clientela, conforme alerta CARVALHO (1986). Teriam as mesmas oportunidades oferecidas aos alunos do diurno, no sentido de realizarem as ações concretas sugeridas que proporcionam a construção e a visualização dos conceitos estudados.

A dinâmica proposta também possibilitou aos alunos a troca de experiências, estimulando o aproveitamento de experiências vivenciadas no cotidiano. Este é mais um aspecto favorável para a clientela do noturno, pois esses alunos apresentam mais vivências e experiências do que aqueles que estudam durante o dia. Segundo CAPORALINI, o aluno deste turno "*leva com ele os afazeres e as preocupações de um estudante e de um trabalhador*" (1991, p.87).

Como esta proposta se realizou num período prolongado de ações em salas de aula, foi possível investigar, sob as representações das professoras, as ocorrências no processo de ensino como: facilidades e dificuldades mais expressivas emergentes nesse processo; influências da metodologia sugerida para o ensino do assunto proposto; como as professoras se referiam às diferentes aprendizagens dos seus alunos e, ainda, como tais procedimentos influenciaram no seu desenvolvimento profissional.

No que tange às representações das professoras sobre problemas relacionados ao processo de ensino, foi possível diagnosticar maiores dificuldades no período noturno. Mesmo diante da constatação de que a proposta sugerida foi bastante adequada para o período noturno, em função da dinâmica oferecida, não se pode omitir que as ações sugeridas exigem muito mais tempo para o desenvolvimento do assunto, se comparado com a metodologia tradicional. No sentido de agilizar um pouco o trabalho, cabe ao professor diminuir o número de exercícios propostos e estipular a profundidade que pretende dar ao assunto, de acordo com as necessidades e possibilidades do seu alunado, sem, contudo incidir de modo negativo nas aspectos essenciais de cada tópico.

Apesar da grande quantidade de tempo utilizada para o desenvolvimento das atividades propostas, foi possível perceber que as professoras que participaram da investigação revelaram estar conscientes da importância deste método, pois verificaram benefícios afetivos, cognitivos e sociais.

Sobre a influência da metodologia sugerida e às diferentes aprendizagens dos alunos, não se pode deixar de comentar, no sentido de facilitar o ensino deste assunto, a ênfase dada pelas professoras quanto à utilização das representações gráficas no ciclo trigonométrico e a articulação existente entre os conceitos. De forma bastante insistente, as três professoras entusiasmadas apontaram os benefícios provocados pela utilização dos procedimentos geométricos utilizados, tendo como suporte os conceitos relevantes: semelhança de triângulos e simetria.

Na representação da professora que trabalhou com a classe noturna, aparecem outros problemas que interferem no processo de ensino e aprendizagem, relacionados a esse turno escolar como, por exemplo, a falta de iniciativa apresentada pelos alunos, bem como problemas relacionados ao sistema escolar como um todo.

Em relação ao primeiro tópico apontado, acredito que a falta de iniciativa dos alunos, tão proclamada pela professora que trabalhou com este turno, seja um reflexo das condições impostas pelo sistema escolar, onde não é praxe permitir que os alunos compartilhem as suas próprias experiências de vida, nem realizem reflexões sobre uma situação dada. Sendo assim, os alunos se sentem cada vez mais inibidos e desencorajados a arriscar um palpite na tentativa de encontrar a solução procurada. Esse fato vem apenas reforçar dados apontados em pesquisas realizadas por CAPORALINI (1991), nas quais os alunos do período noturno, ao viverem uma escola disciplinadora, aprendem a obedecer sempre e se reconhecem culpados pelo seu fracasso escolar. No entanto, a despeito de tais dificuldades, o processo ocorreu.

Com relação ao segundo aspecto, abordando as dificuldades instrucionais proporcionadas pelo sistema escolar como um todo, foi possível verificar, em algumas situações, o desinteresse dos alunos pela forma como a escola se apresenta. Ficou fortemente evidenciado que a escola não está atraente, principalmente para os alunos do curso noturno, que só querem o certificado de conclusão do curso, almejando uma melhor condição de vida. Além disso, também pude constatar interferências de fatores externos à sala de aula, de origem social, administrativa ou institucional, como, por exemplo, interrupção dos trabalhos realizados; término precoce das aulas; interrupções das aulas para comemorações e reuniões e horário escolar inadequado, fatores esses que contribuíram para o desânimo dos alunos e do professor quanto à participação nos trabalhos realizados. Tais aspectos permitiram acrescentar informações e análises

relativas ao cotidiano da escola e suas interrelações entre os aspectos didáticos e os pedagógicos administrativos.

É necessário também comentar a influência dos procedimentos sugeridos no processo iniciado de desenvolvimento profissional das professoras. A proposta alternativa aqui investigada, além de ter influenciado positivamente no processo de ensino, também possibilitou o desencadear de um desenvolvimento profissional mais reflexivo das professoras que a utilizaram. Tal afirmação pôde ser constatada em várias circunstâncias, uma vez que as mesmas vivenciaram uma prática totalmente diferente da que estavam acostumadas e que realizaram aprendizagem significativa de conceitos que até então desenvolviam de forma técnica ou mecânica.

Durante a utilização da proposta, as professoras envolvidas tiveram oportunidades de refletir e comparar a dicotomia existente entre a metodologia sugerida e a metodologia tradicional; de conhecer uma seqüenciação hierárquica dos conceitos desenvolvida para Trigonometria, diferente daquela trazida pelos livros didáticos; de introduzir modificações no processo avaliativo, embora, em alguns momentos, revelassem alguns resquícios do processo avaliativo subjacente à prática tradicional de ensino; de criar estratégias para sistematizar e agilizar o tempo empreendido; de refletir sobre a origem da Trigonometria, buscando explicações para a articulação entre a Álgebra e a Geometria e, ainda, de realizar aprendizagens de alguns conceitos trigonométricos, que já desenvolviam com os seus alunos de forma mecânica, sem estarem interiorizados de forma significativa. Como já foi comentado anteriormente, para NOVÓIA (1995) e GÓMEZ (1995), esses aspectos devem estar presentes na formação dos professores.

Mesmo tendo ficado evidente um início de desenvolvimento profissional reflexivo das professoras que participaram desta pesquisa, foi possível constatar que, embora refletissem sobre suas práticas e se esforçassem, realmente, para modificá-las, as concepções tradicionais de ensino continuavam impregnadas nas suas ações. Neste sentido, concordo com SILVA (1997), quando diz que os docentes colocam em prática, rotinas de forma relativamente consciente, sem as conhecer e as controlar verdadeiramente.

Quero esclarecer que afirmo ter encontrado um início de desenvolvimento profissional, tendo em vista que pude verificar que a metodologia sugerida não foi suficiente para estimular as professoras para a criação de práticas semelhantes para outros assuntos da Matemática.

Finalmente, mediante os aspectos desvelados e comentados resumidamente neste artigo, posso concluir que a proposta sugerida para modificar a seqüenciação hierárquica dos conceitos trigonométricos e que propõe ações metodológicas diferenciadas para salas de aula, pode ser utilizada por diferentes professores de Matemática, em diferentes turnos e escolas públicas de nível médio.

## 6. Bibliografia

- AUSUBEL, D.P. *Educational psychology: a cognitive view*. 13.ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968. 685 p.
- AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D., HANESIAN, H. *Psicologia educacional*. 2.ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. 625 p.
- BOGDAN, R., BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: 1994. p. 48-62; 292-301.
- BRIGUENTI, M.J.L. *Ensino e aprendizagem da trigonometria: novas perspectivas da educação matemática*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista - Instituto de Geociências Exatas de Rio Claro, 1994. 174 p. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática.
- BRIGUENTI, M.J.L. *Alterando o ensino de Trigonometria em escolas de nível médio: a representação de algumas professoras*. Marília: Universidade Estadual Paulista, 1998. 339p. Tese de Doutorado em Educação.
- CAPORALINI, M.B.S.C. *A transmissão do conhecimento e o ensino noturno*. São Paulo: Papirus, 1991. 203 p.
- CARVALHO, C.P. de. *Ensino noturno: realidade e ilusão*. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1986. 111 p.
- FERRETI, C.J. A inovação na perspectiva pedagógica. In: GARCIA, W.E. (Coord.). *Inovação Educacional no Brasil*. São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1989, p.55-82.
- FIORENTINI, D., MIORIM, M.A. Os campos fundamentais do ensino da matemática: aritmética, álgebra e geometria. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 1993, Bauru. *Anais...* Bauru:UNESP/ SBEM, 1993, p. 23- 8.
- GÓMEZ, A.P. O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Org). *Os professores e sua formação*. 2.ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p. 95-114.
- LÜDKE, M., ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986. 99 p.
- NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA A. (Org). *Os professores e sua formação*. 2.ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995. p. 15- 33.
- PARO, V. H. *A administração escolar e transformação social*. 5.ed., São Pulo: Cortez, 1991. p.123-69.
- PENIN, S. *Cotidiano e escola: a obra em construção*. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1995. 165 p.
- \_\_\_\_\_. *Processo de construção do conhecimento do professor sobre o ensino*. São Paulo: Universidade de São Paulo- Faculdade de Educação, 1993. 146 p. Tese de Livre Docência.
- SALLES, L.M.F. Representação social e cotidiano. *Didática*. v. 26/27, p. 11-20, 1990/1991.
- SANTOS, M.E. V. M.dos. *Mudança conceptual na sala de aula: um desafio pedagógico*. Lisboa: Livros Horizonte, 1991. 261p.
- SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Estado dos Negócios da Educação-Coordenadoria do Ensino Básico e Normal. *Publicações*. Caderno III, São Paulo: set., p.09-14, 1991.
- SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta curricular para o ensino de matemática: 2º Grau*. 2.ed. São Paulo: SE/CENP, 1992. 413p.
- SILVA, M.R.G. *Avaliação e trabalho em grupo em assimilação solidária: análise de uma intervenção*. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista-Instituto de Geociências Exatas de Rio Claro, 1997, 378 p. Tese de Doutorado em Educação Matemática.
- THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa*. 7.ed. São Paulo: Cortez, 1996. 108 p.
- TROTTA, F., IMENES, L.M, JAKOBOVIC, J. *Matemática Aplicada- 2º grau*. São Paulo: Moderna, 1979, v.1-2.