

Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono¹

*Marcelo Carlos de Proença**

*Nelson Antonio Pirola***

Resumo: O objetivo do presente artigo é apresentar a investigação realizada sobre o conhecimento de alunos do Ensino Médio referente aos atributos definidores do conceito de polígono. Os participantes do estudo foram 253 alunos do Ensino Médio, que responderam um teste de atributos definidores, sendo que seis deles foram selecionados para entrevistas individuais, do tipo semi-dirigida, as quais foram audiogravadas e transcritas para análise. Os resultados mostraram que a média geral ($M = 6,0$), no teste de atributos definidores, foi baixa, e o teste estatístico apontou diferenças significativas ($p < 0,05$) nas porcentagens de acertos em quatro afirmações, das 14 que foram analisadas. Porém, o teste não apresentou diferenças significativas entre as médias de cada série. A análise também mostrou que os entrevistados tiveram dificuldades em identificar três atributos definidores de polígonos: figura plana, segmentos de reta e figura simples.

Palavras-chave: ensino de geometria; conceitos geométricos; polígonos; atributos definidores.

¹ Este artigo corresponde a parte do trabalho de mestrado (2006-2008), desenvolvido por Marcelo Carlos de Proença, com auxílio financeiro parcial da Capes, sob orientação do professor Nelson Antonio Pirola.

* Licenciado em Matemática e, atualmente, doutorando em Ensino de Ciências e Matemática, ambos pela Universidade Estadual Paulista — Unesp —, *campus* Bauru.

** Professor Assistente Doutor do Departamento de Educação e professor do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, ambos da Unesp, *campus* Bauru.

A study about the performance and the difficulties presented by the high school students in the identification of defining attributes of polygons

Abstract: The objective of this article is to present the investigation realized about the knowledge of high school students on defining attributes of the concept of polygon. The participatings of the study were 253 students of high school, who answered a test of defining attributes, and six of them were selected for individual interviews, kind of semi-conducted, that they were audio-recorded and transcribed for analysis. The results showed that the general average ($M = 6,0$), in the test of defining attributes, was low and that the statistic test pointed out the significative differences ($p < 0,05$) in the percentages of rights in four affirmations from the 14 which were analysed. However the test did not present significative differences among the average of each series. The analysis also showed that the interviewed people had difficulties to identify three defining attributes of polygons: flat figure, straight line segments and simple figure.

Key-words: teaching of geometry; geometric concepts; polygons; defining attributes.

Introdução

Uma das metas do ensino de matemática na escola é propiciar condições para que os alunos compreendam os conceitos geométricos. Pesquisadores ligados à área da Psicologia da Educação Matemática, como Pirola (1995) e Proença (2008), têm mostrado uma preocupação em evidenciar o conhecimento dos alunos da educação básica em geometria, a respeito de atributos definidores.

De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), os atributos definidores são as características que definem um determinado conceito e fazem com que ele seja relacionado com outros conceitos e/ou diferenciado deles. Por exemplo: quando se diz que um triângulo é uma figura plana, formada por três segmentos de retas, uma poligonal

simples (figura simples), estão sendo destacados seus atributos (características) comuns a toda classe de triângulos, o que possibilita, por exemplo, diferenciá-lo de um quadrado.

Estudos realizados por Pirola (1995) e Proença e Pirola (2006, 2007) investigaram o conhecimento de alunos da educação básica sobre atributos definidores dos conceitos de triângulo e paralelogramo e do conceito de polígono, respectivamente. Mostraram que aqueles apresentaram dificuldades para identificá-los e que não dominavam atributos básicos das figuras. No caso dos polígonos, a principal dificuldade foi a falta de conhecimento do atributo figura plana, pois os participantes não o levaram em consideração para diferenciá-los de figuras espaciais.

Essa mesma situação foi constatada no estudo de Oliveira e Morelatti (2006), em que alunos de quinta série apresentaram dificuldades para perceber semelhanças e diferenças entre figuras planas e sólidos geométricos. Nesse trabalho, as autoras destacaram que alguns desses participantes denominaram o cubo de quadrado e a pirâmide de triângulo, resultado também encontrado nos estudos de Pirola (1995).

Observa-se que, decorridos 12 anos desde o estudo de Pirola (1995), as pesquisas apontam que o conhecimento geométrico dos alunos ainda continua deficitário. Analisando outros trabalhos, como o de Pavanello (1993), verifica-se que a problemática da aquisição de conceitos geométricos pelos alunos e do ensino de geometria, em geral, já era há mais tempo denunciada por essa pesquisadora para a comunidade de educação matemática.

Trabalhos recentes na área da Psicologia da Educação Matemática, com enfoque nos processos de formação conceitual e de resolução de problemas, envolvendo a geometria, têm sido desenvolvidos por vários pesquisadores (VIANA, 2000, 2005; REZI, 2001; REZIDOBARRO, 2007; MORACO, 2006; PROENÇA, 2008), os quais mostraram que o ensino de geometria ainda continua relegado a um plano secundário ou realizado de forma distante da pretendida nas escolas.

Tal forma, que pode gerar problemas na aprendizagem e no posterior desenvolvimento cognitivo dos alunos em matemática, seria o ensino baseado em uma concepção que visa somente à prática de reprodução de exercícios e à memorização arbitrária de fórmulas prontas e acabadas (PIROLA; BRITO, 2001). Segundo Gonzalez e Brito (2001), alunos que recebem o conteúdo matemático de forma pronta e acabada podem apresentar uma dificuldade maior para realizar abstrações e transferir a nova aprendizagem para outras situações.

Esse procedimento, muitas vezes, pode estar relacionado à formação do professor de matemática. Vários estudos (ALMOULOUUD et al., 2004; CRESCENTI, 2005; PASSOS, 2000; PAVANELLO; FRANCO, 2007; QUARTIERI; REHFELDT, 2007; VASCONCELLOS, 2005) têm evidenciado a falta de domínio dos professores para conduzir um ensino de qualidade em geometria, baseado, entre outras situações, no domínio do conteúdo e de formas diversificadas de ensino, em todas as modalidades da educação básica.

Os professores, freqüentemente, sentem-se desconfortáveis para ministrar aulas de geometria e, na maioria das vezes, preferem muito trabalhar com a álgebra, em detrimento desse assunto. “Nas escolas observa-se um engajamento, ainda tímido, na retomada da Geometria dentro das aulas de Matemática como domínio a ser explorado. Ainda são encontrados alguns docentes que evitam lecionar esses conceitos por não conhecê-los”.(REZI-DOBARRO, 2007, p. 155).

De acordo com o exposto, percebem-se as dificuldades dos alunos em tarefas que envolvem a geometria. Além disso, algumas pesquisas evidenciaram que tal problemática pode ter relação com a formação do professor de matemática, uma vez que foram constatadas lacunas de conhecimento para o ensino de geometria. Segundos os PCN (BRASIL, 1998), os conceitos geométricos são importantes, pois, por meio deles, “o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive”.(BRASIL, 1998, p. 51).

Apesar de o papel do professor ser fundamental para o sucesso do aluno na aprendizagem de matemática, este estudo focalizou o desempenho de alunos do Ensino Médio no que se refere à

aprendizagem da geometria, com o objetivo principal de analisar o conhecimento desses alunos, por meio de seus desempenhos e de suas dificuldades sobre atributos definidores de polígono.

Algumas considerações sobre o conceito de polígono

De acordo com Carvalho (1994), o processo de desenvolvimento conceitual pelo aluno dá-se ao longo de toda a escolarização. No entanto, pesquisas como a de Proença (2008) mostraram que alunos na última etapa da educação básica, Ensino Médio, parecem não dominar conceitos geométricos, como os relacionados a polígonos.

Esse resultado pode ser proveniente do tipo de ensino que recebem, muitas vezes baseado em definições prontas e acabadas, seguidas de “exercícios de fixação”. Como sugerido pela Proposta Curricular para o ensino de Matemática do Ensino Médio (SÃO PAULO, 1992), a definição de um conceito matemático é o ponto de chegada, e não o ponto de partida para o seu processo de ensino-aprendizagem.

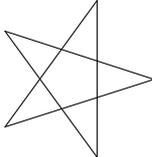
Nesse sentido, cabe ao professor, quando ensinar geometria, além de investigar o que os alunos sabem sobre um conceito, ter domínio sobre os atributos definidores desse conceito, ou seja, conhecer a matéria que ensina (MIZUKAMI, 2006). Assim, quando planejar uma abordagem conceitual, ele deve dispor do conhecimento sobre uma definição e explorar os “atributos definidores” principais para o ensino (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977).

No caso dos polígonos, a definição é própria do conhecimento geométrico e cabe ao professor conhecê-la para poder verificar quais atributos seriam importantes para defini-lo. “[...] o conceito geométrico é ligado a uma definição matemática e por essa razão possui atributos relevantes. Tais atributos devem ser reconhecidos para se identificar o conceito em qualquer contexto que ele esteja inserido.” (FAINGUELERNT, 1999, p. 60).

Isso significa que um conceito geométrico sempre apresentará características de sua definição. E acredita-se que o seu desenvolvimento estará subordinado à linguagem do aluno, e não a uma imposição de termos rigorosos. “[...] definir é necessário, mas é muito

menos que conceituar, porque o texto formal de uma definição só pode apresentar alguns traços exteriores ao conceito.” (PAIS, 2002, p. 56).

No entanto, podem-se encontrar definições diferentes, em alguns aspectos, sobre determinados conceitos. Proença (2008) constatou que autores que escreveram sobre geometria plana apresentavam uma variação na definição de polígono. Nesse caso, o cruzamento entre dois lados não consecutivos (figuras entrelaçadas) foi a característica considerada por um, e não por outro autor. O quadro abaixo ilustra essas diferenças.

Autores	Definição de polígono
<p>Dolce e Pompeo (1993, p. 80)</p>	<p>Dada uma seqüência de pontos de um plano (A_1, A_2, \dots, A_n) com $n \geq 3$, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2, chama-se polígono à reunião dos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n, A_nA_1$.</p> <p>Exemplo considerado: figura estrelada ou entrelaçada</p> 

Barbosa (1985, p. 38)	<p>Uma <i>poligonal</i> é uma figura formada por uma seqüência de pontos A_1, A_2, \dots, A_n e pelos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$. Os pontos são os <i>vértices</i> da poligonal e os segmentos são seus <i>lados</i>. Uma poligonal pode ser aberta ou fechada.</p> <p>Um <i>polígono</i> é uma poligonal em que as seguintes condições são satisfeitas:</p> <p style="text-align: center;">a) $A_n = A_1$</p> <p style="text-align: center;">b) Os lados da poligonal somente se interceptam em suas extremidades.</p> <p style="text-align: center;">c) Cada vértice é extremidade de dois lados.</p> <p style="text-align: center;">d) Dois lados com mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta.</p>
-----------------------------	--

Quadro 1 – Definição de polígono dada por dois autores.

Como se pode observar, Dolce e Pompeo (1993) apresentam uma definição de *polígono*, da qual a figura estrelada é um exemplo. Em contrapartida, após definir linha poligonal, Barbosa (1985) explicita quando uma poligonal é um *polígono*, ao apresentar as condições que devem ser satisfeitas. Desse modo, a condição de que “os lados da poligonal, ou seja, do polígono, somente se interceptam em suas extremidades” indica que a figura estrelada ou entrelaçada não é um exemplo dessa classe.

Essa variação que aparece nas definições desses autores parece indicar que isso pode depender da interpretação de cada um. No estudo desenvolvido por Melão (2003), cujo objetivo foi formular com seus alunos de sétima série uma definição de polígono, mostrou-se que os autores de livros didáticos, alguns renomados na área de matemática, apresentavam definições que permitiam interpretações diferentes.

Melão (2003) chama a atenção dos alunos para observarem as semelhanças e as diferenças entre as definições:

Vocês repararam que cada autor usou uma definição diferente e que de algum modo elas têm diferenças, mas têm também coisas em comum? Algumas são amplas e dão margem para fazermos interpretações

mais livres e incluímos nossas figuras. Outras são mais restritas e nos concedem menos liberdade (p. 18).

Além da análise da definição de polígono desses autores, Proença (2008) também analisou os livros didáticos que os alunos do Ensino Médio, participantes da pesquisa, haviam utilizado no Ensino Fundamental dessa escola e a forma como seus autores tratavam da definição de polígono.

Iezzi, Dolce e Machado (2000), em um livro da quinta série, apresentam, primeiro, a definição de poligonal como “a figura formada pelos pontos de um número finito de segmentos sucessivamente consecutivos, com quaisquer dois segmentos vizinhos não colineares.” (p. 228). Posteriormente, definem que uma poligonal simples “é quando a intersecção de dois quaisquer lados não consecutivos é vazia. Caso contrário, ela é não simples [entrelaçada].” (p. 228). Desse modo, define-se *polígono* como “uma poligonal em que as extremidades coincidem.” (p. 230). Nesse caso, polígono é tanto uma figura simples como uma figura não simples (entrelaçada).

No estudo piloto que foi realizado para testar os instrumentos de coleta de dados, verificou-se que Giovanni e Giovanni Jr. (2002), nos livros de quinta e sétima séries, apresentavam a mesma definição de polígono: “a reunião de uma linha fechada simples, formada apenas por segmentos de reta, com sua região interna.” (2002, 5ª série, p. 207; 7ª série, p. 94).

Nessa definição, pode-se verificar que eles consideravam que a figura estrelada não era um exemplo de polígono, ao referir-se a uma “linha fechada simples”. Tal fato está de acordo com a idéia de Barbosa (1985).

Além dessa observação, pode-se verificar que a definição apresentada por Giovanni e Giovanni Jr. (2002), no geral, difere dos autores já citados. Eles consideraram o polígono “com sua região interna”. Isso leva a entender que esse conceito corresponde à fronteira da figura mais a área delimitada por ela, situação que é evidente, pois todos os polígonos presentes em seus livros analisados aparecem com suas regiões internas pintadas de alguma cor. Essa situação pode gerar dificuldades na aprendizagem dos alunos, pois estes podem acabar

considerando, por exemplo, um quadrado como constituído da região interna.

Para Dolce e Pompeo (1993) e Barbosa (1985), polígono é apenas a fronteira, sendo errado, de acordo com a definição desses autores, calcular, por exemplo, a área de um quadrado. Nesse caso, Barbosa afirma que é necessário estabelecer uma convenção, esclarecendo aos alunos que “nós iremos tomar a liberdade de usar expressões do tipo **a área de um quadrado** quando queremos dizer realmente ‘a área da região poligonal cuja fronteira é um quadrado’” (BARBOSA, 1985, p. 176, grifo nosso).

Em sua pesquisa, Melão (2003), ao explicar ao seu aluno por que não há uma definição única e universal, em contraposição às palavras desse aluno: “*como é que é de verdade*”, concluiu: “Nós fomos aos livros didáticos e vimos que há várias divergências entre os autores e que as definições nos permitem interpretações diferentes, incluindo ou excluindo nossas figuras”.(p. 19).

Nesse sentido, a formação do professor é importante, pois é ele quem deve garantir uma aprendizagem com qualidade aos alunos. Na escola, deve haver um trabalho conjunto dos professores do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, no sentido de que os conceitos sejam trabalhados corretamente e de modo a dar prosseguimento à aprendizagem dos conteúdos.

Assim, de acordo com o que foi apresentado, os conceitos podem assumir variações em algum aspecto, segundo a definição que for adotada pelo professor de matemática. Como foi observado, existem entendimentos distintos sobre o que seja um polígono, gerando, assim, definições diferentes. O professor, porém, deve saber que essas variações existem e que ele, por sua vez, tem que dar a devida orientação a seus alunos para garantir uma aprendizagem com significados.

Neste trabalho, para computar a quantidade de acertos dos participantes no teste que foi aplicado, utilizar-se-á a definição de Barbosa (1985), pois ela considera que um polígono é uma figura simples, ou seja, não há intersecção entre dois lados não consecutivos.

Aprendizagem e desenvolvimento de conceitos

Para Klausmeier e Goodwin (1977), um conceito é uma “informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas – objetos, eventos ou processos – que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada de ou relacionada com outras coisas ou classes de coisas”.(1977, p. 312).

Para os autores, a palavra “conceito” é usada para designar tanto os “construtos mentais” de indivíduos como também as “entidades públicas” identificáveis que compreendam parte do conteúdo das várias disciplinas. Os conceitos, como construtos mentais, formam-se de acordo com as experiências de aprendizagem e os padrões maturacionais únicos de cada indivíduo. Conceitos como “entidades públicas” são definidos como informações organizadas que correspondem aos significados de palavras contidos em dicionários, enciclopédias e outros livros.

Segundo Klausmeier e Goodwin (1977), qualquer conceito pode apresentar, em graus variados, oito características que seriam importantes para o processo de ensino e de aprendizagem na escola básica. Eles seriam:

1. *Aprendibilidade*: alguns conceitos são aprendidos pelos indivíduos mais facilmente, por apresentarem exemplos perceptíveis (por exemplo, “árvore”) do que outros (por exemplo, “átomo” e “eternidade”).
2. *Utilidade*: a utilidade dos conceitos varia no sentido de que alguns podem ser mais usados do que outros para compreender e formar princípios, sendo que essa variação também ocorre para resolver problemas.
3. *Validade*: os conceitos tornam-se válidos na medida em que avançam os estudos sobre ele e também quando se tornam mais próximos da definição aceita pelos especialistas.
4. *Generalidade*: grande parte dos conceitos está disposta hierarquicamente e, quanto mais elevado for o lugar do conceito, mais geral ele será em relação aos conceitos subordinados a ele.

5. *Importância*: um conceito pode facilitar ou ser essencial para formar outros conceitos. Por exemplo, o conceito de perpendicularidade é importante para que o aluno identifique e compreenda o conceito de triângulo retângulo.

6. *Estrutura*: qualquer conceito, como entidade pública, apresenta uma estrutura caracterizada pela relação com seus atributos definidores. Essa estrutura é denominada “regra conceitual” (afirmativa, conjuntiva, disjuntiva inclusiva, condicional ou bicondicional), que está presente em quase todos os conceitos escolares. Por exemplo, a afirmação “todos os triângulos apresentam três segmentos de retas” apresenta uma relação do conceito de triângulo com seu atributo definidor. Essa é uma regra conceitual do tipo afirmativa.

7. *Perceptibilidade de exemplos*: a percepção de exemplos de um conceito, às vezes, não é possível através dos órgãos dos sentidos. Por exemplo, na Matemática, para o conceito de infinito, não há exemplo observável.

8. *Numerosidade de exemplos*: os exemplos dos conceitos variam em quantidade: de um único exemplo, por exemplo, a Lua da Terra, até infinitos, como é o caso dos números naturais.

A partir dessa concepção do que seria um conceito e de suas características, foi elaborado, por Klausmeier e Goodwin (1977), um modelo (ADC – Aprendizagem e Desenvolvimento de Conceitos) que descreve como se processa o desenvolvimento conceitual, desde a primeira infância até a adolescência, de acordo com quatro níveis cognitivos: *concreto*, *identidade*, *classificatório* e *formal*. A condição ou capacidade para formar o mesmo conceito em qualquer nível, obrigatoriamente nessa seqüência, está nas operações mentais que cada indivíduo é capaz de desenvolver e em termos do que cada um já sabe.

Nível concreto - Uma pessoa forma o conceito no nível concreto quando reconhece um objeto que foi encontrado em uma ocasião anterior. Segundo Klausmeier e Goodwin (1977), as operações mentais necessárias para esse nível são: “prestar atenção a um objeto, discriminá-lo de outros objetos, representá-lo internamente como uma imagem ou traço e manter a representação (lembrar).” (p. 53).

Depois que a pessoa forma o conceito no nível concreto, ela está apta a desenvolver esse conceito em um nível cognitivo mais elevado, o de identidade.

Nível de identidade - Nesse nível, a operação mental (cognitiva) requerida do indivíduo é generalizar que duas ou mais formas do objeto são o mesmo objeto. “A formação no nível de identidade envolve tanto discriminar várias formas de outros objetos, como também generalizar as formas equivalentes.” (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977, p. 53). Isso quer dizer que o nível de identidade é inferido quando o indivíduo reconhece um objeto independentemente da sua perspectiva física ou sensorial diferente.

Segundo o modelo, depois que o indivíduo desenvolveu as operações mentais para os níveis anteriores e aprendeu um conceito nesses dois níveis, ele pode desenvolver uma operação mental mais complexa e formar esse conceito ao nível classificatório.

Nível classificatório - A operação cognitiva requerida do indivíduo, nesse nível, é generalizar que dois ou mais exemplos são equivalentes e pertencem à mesma classe de coisas, ou seja, o indivíduo necessita responder a pelo menos dois diferentes exemplos de uma classe de objetos como equivalentes.

Indivíduos ainda estão no nível classificatório quando podem classificar corretamente um grande número de instâncias como exemplos e outras como não exemplos, mas não podem definir a palavra que representa o conceito e também não podem explicar a base da classificação. (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977, p. 54).

Depois de formado o conceito nos três níveis anteriores e tendo formado mais precisamente o conceito no nível classificatório, o indivíduo pode desenvolver as operações mentais para formar o conceito ao nível formal, o mais complexo e de interesse para a atividade escolar.

Nível formal - Um indivíduo forma o conceito nesse nível quando ele consegue fornecer o nome do conceito, definir o conceito em termos de seus atributos definidores, discriminar e nomear seus atributos e diferenciar entre exemplos e não-exemplos, de acordo com os atributos

definidores. Em geometria, por exemplo, forma-se o conceito de triângulo eqüilátero ao nível formal quando o indivíduo o chama de “triângulo eqüilátero”; identifica seus atributos definidores: três lados iguais; plana, simples, fechada; e três ângulos congruentes, sabendo dizer seus nomes; consegue diferenciá-lo de triângulos isósceles e escalenos porque estes possuem dois lados iguais e os três lados de medidas diferentes, respectivamente.

Para que se possa desenvolver um determinado conceito, em cada um desses níveis, as oito características apresentadas anteriormente são fundamentais. Nesse caso, é importante que o professor analise o conceito por meio dessas características, identificando seus “atributos definidores, atributos irrelevantes e exemplos e não-exemplos” para o ensino.

De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), “um atributo é uma característica discriminável de um objeto ou evento que pode assumir valores diferentes, por exemplo, cor, forma, etc.” (p. 52.). A partir disso, pode-se diferenciar entre atributos definidores e atributos irrelevantes. O primeiro corresponde às características que definem um conceito. Por exemplo, segmentos de reta, figura fechada, figura plana são alguns atributos definidores de polígono. O segundo diz respeito aos atributos que não interferem na formação desse conceito, por exemplo, cor, hachuras, bordas espessas e finas, tamanho, orientação na página, etc.

Quanto aos exemplos e não-exemplos, os autores salientam que o seu uso possibilita a redução ou evita os erros ocasionados pela supergeneralização, pela subgeneralização e pela má concepção do indivíduo sobre um conceito. Os exemplos de um conceito são aqueles formados pelos atributos definidores. Os não-exemplos desse conceito podem ser constituídos por alguns desses atributos definidores. Por exemplo, o conceito de polígono apresenta os triângulos, os quadriláteros, os pentágonos, etc. como exemplos e círculo e circunferência como não-exemplos, pois estes não são formados por segmentos de reta.

Contudo, propiciar uma formação conceitual baseada nessas condições pode permitir que os alunos utilizem seus conceitos para

perceber relações mais complexas, como subordinadas, supra-ordenadas, causa e efeito, probabilidade, e para resolver problemas.

Metodologia

Participantes: participaram da pesquisa 253 alunos, sendo 97 do gênero masculino e 156 do gênero feminino, estudantes do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Bauru/SP, que freqüentavam aulas no período diurno. As 9 turmas que fizeram parte da pesquisa estão descritas no Quadro 2.

Ensino Médio	Turma A	Turma B	Turma C	Total
1ª série	32	31	30	93
2ª série	24	26	24	74
3ª série	32	23	31	86
Total	88	80	85	253

Quadro 2: Número de participantes por série do Ensino Médio.

Além da pesquisa com esses participantes, seis alunos foram escolhidos para serem entrevistados, porque a aplicação de um teste de verdadeiro ou falso dava margem para que os alunos acertassem as afirmações, sem terem certeza do conhecimento matemático relacionado nelas. As entrevistas, assim, possibilitaram entender o que realmente pensavam os participantes ao responder novamente o teste. O Quadro 3, abaixo, mostra os alunos selecionados para as entrevistas.

Ensino Médio	Média Final < 5,0	Média Final \geq 5,0
1ª série	Aluno do 1°C – P1 (M=4,9)	Aluno do 1°A – P4 (M=5,1)
2ª série	Aluna do 2°B – P2 (M=4,9)	Aluna do 2°A – P5 (M=6,6)
3ª série	Aluno do 3°C – P3 (M=4,4)	Aluna do 3°A – P6 (M=6,6)

Quadro 3: Participantes que foram entrevistados.

Instrumentos utilizados na coleta de dados: teste de atributos definidores com afirmações lógicas sobre polígonos e poliedros e uma entrevista. Para este artigo, serão discutidas somente as afirmações que envolveram o conceito de polígono, as quais estão descritas na parte dos resultados. O objetivo desse teste foi o de analisar o conhecimento dos participantes sobre os atributos definidores de polígono, bem como as suas dificuldades relacionadas a esse conceito. A entrevista tinha como objetivo analisar as respostas dos participantes e confrontá-las com as que tinham sido dadas no teste, verificando, assim, suas dificuldades.

Procedimento: foi aplicado o teste de atributos definidores, com afirmações sobre polígonos, para os 253 alunos do Ensino Médio da escola investigada. Por dia, 2 turmas realizaram o teste, utilizando, cada uma, o tempo de 2 horas-aula consecutivas. Para as entrevistas, foram selecionados 6 alunos (P1, P2 e P3, com média menor que 5 pontos; e P4, P5 e P6, com média maior ou igual a 5 pontos), sendo 2 de cada série, da seguinte forma: cada protocolo (teste) tinha um lugar para que o aluno colocasse seu número de chamada. A partir disso, depois que as médias foram calculadas (zero a 10 pontos), um sorteio foi feito para cada série, separando-se em 2 recipientes os números dos alunos: em um, aqueles com média abaixo de 5 pontos e, no outro, os alunos com média igual e acima dessa média, obtendo-se, assim, os 6 alunos. Cada um deles respondeu novamente o teste de atributos definidores, sendo questionado como estava pensando a respeito das afirmações. Para este artigo, apresentar-se-ão os resultados de 3 afirmações que envolveram 3 atributos definidores de polígonos: *figura plana*, *segmento de reta* e *figura simples*.

Análise dos dados: as notas e as médias dos participantes no teste foram analisadas quantitativamente, através de dois testes estatísticos, o qui-quadrado (χ^2), para comparar se a porcentagem de acertos entre as séries (ou entre os gêneros) poderia ser considerada igual; e, por meio da média de cada série, a análise de variância (ANOVA), com um modelo fatorial completo de dois fatores (2-way), série e gênero (3x2), por meio do teste *F*, comparando as médias das séries. Para processar os dados, foi utilizado o pacote estatístico Statistical Package for Social Science - SPSS (NORUSIS, 1993), e o nível de significância foi de 5% ($\alpha = 0,05$). Em todos os casos, as estatísticas

foram acompanhadas do *p-valor*. Os *p*-valores menores que 0,05 indicam a existência de diferenças significativas entre as porcentagens de respostas corretas por séries ou nas médias das notas no teste. As entrevistas, do tipo semi-dirigido — em que “o entrevistado produz um discurso que não é linear, o que significa que o entrevistador reorienta a entrevista em certos momentos.” (KETELE; ROGIERS, 1993, p. 193) —, foram audiogravadas e realizadas em uma sala disponibilizada pela escola. As falas dos participantes foram transcritas com o objetivo de melhor analisar a compreensão, por parte destes, dos atributos definidores de polígono, buscando, dessa forma, “compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados.” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 70). As respostas dos testes e os diálogos foram dispostos em quadros.

Resultados

Análise por afirmação

A Tabela 1 mostra as porcentagens de acertos de cada série e a porcentagem geral de acertos, obtidas em cada uma das 14 afirmações que relacionavam o conceito de polígono com seus atributos definidores. Tal desempenho corresponde à atribuição de verdadeiro ou falso em cada afirmação. Nesta tabela, as linhas destacadas na cor cinza indicam que o *p*-valor foi menor do que o nível de significância adotado, 0,05.

Tabela 1: Desempenho dos participantes por afirmação e série.

Afirmação	Porcentagem de acerto		Teste qui-quadrado			
	1 ^a	2 ^a	3 ^a	Geral	$\chi^2(2)$	p-valor
Todo polígono é uma figura plana.	48,4	47,3	34,9	43,5	3,936	0,140
Existem polígonos que não são figuras planas.	41,9	48,6	36,0	41,9	2,595	0,273
Todos os polígonos são formados por segmentos de reta.	82,8	74,3	77,9	78,7	1,805	0,406
Existem polígonos que não são formados por segmentos de reta.	74,2	68,9	70,9	71,5	0,587	0,746
Os polígonos são figuras abertas.	83,9	78,4	93,0	85,4	7,099	0,029
Todos os polígonos são figuras fechadas.	77,4	74,3	84,9	79,1	2,915	0,233
Todos os polígonos são pretos.	88,2	93,2	90,7	90,5	1,239	0,538

Triângulos e quadriláteros não são exemplos de polígonos.	48,4	43,2	62,8	51,8	6,764	0,034
Todos os polígonos são figuras simples.	49,5	37,8	38,4	42,3	3,102	0,212
Nem todos os polígonos são figuras simples.	33,3	25,7	31,4	30,4	1,198	0,549
Os polígonos possuem três dimensões.	46,2	59,5	61,6	55,3	5,002	0,082
Os polígonos são bidimensionais.	54,8	54,1	55,8	54,9	0,050	0,975
Os polígonos são também chamados de poliedros.	64,5	44,6	52,3	54,5	6,855	0,032
Todos os polígonos são convexos.	46,2	63,5	70,9	59,7	11,961	0,003

Pode-se perceber que, em relação às duas maiores porcentagens obtidas, 90,5% e 85,4% dos participantes ($n = 253$), foram reconhecidas como falsas as afirmações 7, “Todos os polígonos são pretos”, e 5, “Os polígonos são figuras abertas”, respectivamente. Nessas duas afirmações, as características “ser preto” e “ser figura aberta” foram reconhecidas corretamente, pela maioria dos participantes, como não sendo atributos definidores de polígono. A afirmação 10 apresentou o

menor índice de acertos, apenas 30,4%, o que significa que poucos alunos consideraram polígonos como figuras simples.

Além do atributo “figura simples”, o atributo “figura plana” foi um dos que tiveram porcentagens de acertos abaixo de 50%, mostrando dificuldades dos alunos em identificá-lo.

De acordo com o teste qui-quadrado (χ^2), pode-se observar que as afirmações 5, 8, 13 e 14 apresentaram diferenças significativas ($p < 0,05$), segundo suas porcentagens de acertos. Em geral, os participantes da 3ª série saíram-se melhor, com exceção da afirmação 13, na qual os alunos da primeira série mostraram que polígono não pode ser chamado de poliedro. Os alunos da segunda série apresentaram o pior desempenho na maioria das afirmações, com exceção da afirmação 14.

Análise por série

A Tabela 2 mostra o desempenho geral dos participantes por série e gênero, através das médias obtidas. O teste estatístico ANOVA demonstrou que não existe diferença por série na nota média total ($F(2,247) = 2,499$; $p = 0,084$). Entretanto, pode-se observar que as médias obtidas refletem um baixo desempenho de alunos que estão desenvolvendo (ou deveriam estar) um conhecimento conceitual em níveis formais.

Tabela 2: Desempenho dos participantes por série e gênero.

Série	Masculino	Feminino	Total		
	Nº	Nº	Nº	Média	DP
1ª	35	58	93	6,00	1,14
2ª	26	48	74	5,81	1,28
3ª	36	50	86	6,15	1,28
Total	97	156	253	6,00	1,24

A média total foi de 6,0 (n = 253), em uma escala de zero a dez, o que mostra que o conhecimento dos participantes da pesquisa sobre atributos definidores de polígonos revelou um desempenho desfavorável. Essa situação não é a ideal para alunos que estão no Ensino Médio — último nível da escolaridade básica —, pois trata de um conceito básico da geometria plana — polígono — que é aprendido (ou deveria ser aprendido) desde as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Em síntese, a partir dos resultados obtidos no teste, observou-se que, em geral, os participantes não se saíram bem. A seguir, serão analisadas as entrevistas conduzidas com seis participantes, analisando os seus conhecimentos sobre três atributos definidores de polígono: figura plana, figura formada por segmentos de reta e figura simples.

Análise das entrevistas

Esta análise foi realizada com intuito de entender melhor como pensavam os participantes das entrevistas a respeito da relação de polígono com seus atributos definidores. Para tal, escolheram-se três afirmações, por envolverem três atributos definidores principais: *figura plana* e *segmentos de reta*, além de *figura simples*, o qual gerou a discussão apresentada no início deste artigo.

Os quadros que serão apresentados mostram duas colunas com os resultados sobre cada afirmação. Na coluna *respostas dadas no teste*, destaca-se o que o entrevistado tinha assinalado no teste, verdadeiro ou falso. Essa resposta foi comparada com suas explicações na coluna *respostas dos diálogos nas entrevistas*, na qual foram destacadas as explicações que evidenciaram as dificuldades dos participantes. P1, P2, P3, P4, P5 e P6 são os alunos entrevistados e P refere-se ao pesquisador. As afirmações selecionadas para a entrevista foram as seguintes:

- a) Todo polígono é uma figura plana.
- b) Todos os polígonos são formados por segmentos de reta.
- c) Todos os polígonos são figuras simples.

O Quadro 4 mostra os resultados referentes à afirmação “Todo polígono é uma figura plana”. Serão apresentados os resultados de dois entrevistados, pois os outros haviam respondido, tanto no teste como na

entrevista, que a afirmação era verdadeira, e o pesquisador acabou não os questionando sobre essa resposta.

Todo polígono é uma figura plana	
Respostas dadas no teste	Respostas dos diálogos nas entrevistas
Falso.	<p>P: <i>Todo polígono é uma figura plana.</i> (com tom de afirmação).</p> <p>P3: <i>Falsa.</i></p> <p>P: <i>Você acha que é falso?</i></p> <p>P3: <i>Não, todos são planas.</i></p> <p>P: <i>Tem algum que não é plana?</i></p> <p>P3: <i>Que eu lembre que eu acho que não precisa ser todos os polígonos uma figura plana.</i></p>
Falso.	<p>P: <i>Todo polígono é uma figura plana.</i></p> <p>P4: <i>É falso.</i></p> <p>P: <i>Por quê?</i></p> <p>P4: <i>Porque tem as espaciais. Porque ele é... tem as espaciais também, tipo... você não vê só um lado, você vê ela do outro lado.</i></p> <p>P: <i>Você acha que figura plana não é uma característica apenas de polígono?</i></p> <p>P4: <i>Não. Peraí. Não. Eu acho que não.</i></p> <p>P: <i>Figura plana é o que você vê?</i></p> <p>P4: <i>É. Porque acho que polígono é um desenho especial e a figura plana só que você vê de um ângulo.</i></p>

Quadro 4: Respostas dos participantes sobre a afirmação de polígono que envolveu o atributo figura plana.

Pode-se perceber que P3 e P4 não reconheceram polígono como uma figura plana. P3 não apresentou nenhuma explicação, mesmo com a intervenção do pesquisador, que possibilitasse verificar o que pensava sobre tal situação. A partir da resposta de P4, foi possível inferir que, para ele, “figura plana” poderia ser encontrada nas figuras espaciais e que existem outras figuras que são planas, além de polígonos. No entanto, essas explicações mostraram que ele não estava seguro de sua afirmação.

Através da entrevista com P4, foi possível perceber que ele, provavelmente, acredita que, quando um polígono é visto isoladamente, ou seja, desenhado num plano, ele (polígono) é uma figura plana e, quando ele a vê formando as faces de um poliedro, seria não-plana, pois estaria numa forma tridimensional.

O Quadro 5 apresenta as respostas sobre a afirmação “Todos os polígonos são formados por segmentos de reta”. Pode-se observar que P2, P3, P5 e P6 apresentaram respostas diferentes na entrevista, quando comparadas àquelas que haviam dado no teste, e que, como P5 considerou círculo como polígono, concluiu que a afirmação só poderia ser falsa. Esse resultado mostra que esse aluno (P5) não formou o conceito de polígono de maneira adequada, pois segmento de reta é um dos atributos definidores da distinção entre polígono e outras figuras, como o círculo, que possuem linhas curvas.

Todos os polígonos são formados por segmentos de reta	
Respostas dadas no teste	Respostas dos diálogos nas entrevistas
Verdadeiro.	<p>P: <i>Todos os polígonos são formados por segmentos de reta.</i></p> <p>P1: <i>Verdade.</i></p> <p>P: <i>Como é um segmento de reta?</i></p> <p>P1: <i>São as partes de um polígono.</i></p> <p>P: <i>Você poderia dar um exemplo?</i></p>

	<p>P1: <i>Quadrado.</i></p> <p>P: <i>O que é o segmento de reta?</i></p> <p>P1: <i>Que está em volta dele.</i></p> <p>P: <i>Ele tem um segmento de reta ou vários segmentos de reta?</i></p> <p>P1: <i>Não. Acho que um só.</i></p>
Falso.	<p>P: <i>Todos os polígonos são formados por segmentos de reta.</i></p> <p>P2: <i>Sim.</i></p> <p>P: <i>O que é um segmento de reta?</i></p> <p>P2: <i>Assim... (gesticula com a mão).</i></p> <p>P: <i>Consegue dar um exemplo?</i></p> <p>P2: <i>Não...ai...tem a reta...horizontal, vertical.</i></p>
Falso.	<p>P: <i>Todos os polígonos possuem segmentos de reta.</i></p> <p>P3: <i>...</i></p> <p>P: <i>No teste você colocou falso.</i></p> <p>P3: <i>Acho que não é falso porque ele vai de um vértice ao outro.</i></p> <p>P: <i>Por que não?</i></p> <p>P3: <i>Iria de um vértice ao outro.</i></p> <p>P: <i>Nesse caso a afirmação é o quê?</i></p> <p>P3: <i>Verdadeira.</i></p>
Falso.	<p>P: <i>Todos os polígonos são formados por segmentos de reta.</i></p> <p>P4: <i>Acho que é falso. Porque segmento de reta é uma linha.</i></p> <p>P: <i>Então você acha que os polígonos não são formados por segmentos de reta?</i></p>

	<p>P4: <i>Nenhum, né?, porque uma reta não forma um polígono. Só uma reta. Porque segmento de reta é um pedaço de linha.</i></p>
Verdadeiro.	<p>P: <i>Todos os polígonos são formados por segmentos de reta.</i></p> <p>P5: <i>Não, por causa do círculo. Ele é um polígono.</i></p> <p>P: <i>Então essa afirmação seria o quê?</i></p> <p>P5: <i>Falsa.</i></p> <p>P: <i>Círculo é um polígono?</i></p> <p>P5: <i>É.</i></p> <p>P: <i>É segmento de reta que forma o círculo?</i></p> <p>P5: <i>É.</i></p>
Falso.	<p>P: <i>Todos os polígonos são formados por segmentos de reta.</i></p> <p>P6: <i>Sim.</i></p> <p>P: <i>Dá um exemplo.</i></p> <p>P6: <i>Quadrado, um triângulo, uma circunferência.</i></p> <p>P: <i>O que é um segmento de reta?</i></p> <p>P6: <i>Um pedaço de uma linha, de uma reta.</i></p> <p>P: <i>No caso, o círculo, tem segmento de reta?</i></p> <p>P6: <i>Tem, mas ela não é uma reta.</i></p> <p>P: <i>Você acha que mesmo essa curva pode ser chamada de segmento de reta?</i></p> <p>P6: <i>Sim.</i></p>

Quadro 5: Respostas dos participantes sobre a afirmação de polígono que envolveu o atributo segmento de reta.

Os participantes P1, P2 e P3 identificaram que a afirmação era verdadeira. No entanto, P1 mostrou que não sabia reconhecer um segmento de reta no quadrado. Pode-se verificar que P4 não identificou

que polígonos são formados por segmentos de reta. Sua explicação mostrou que tinha dificuldades, pois, para justificar a resposta dada, falou em reta, ao invés de tratar de segmento de reta.

Observa-se que P5 errou, ao dizer que a afirmação era falsa, pois afirmou que a figura conhecida como círculo era um exemplo de polígono. Além disso, apresentou uma contradição, ao afirmar que tal figura era formada por segmentos de reta. Essa mesma situação aconteceu com P6 que, apesar de acertar que a afirmação era verdadeira, quando solicitado a dar um exemplo, acabou apresentando a circunferência e afirmou que a linha curva poderia ser chamada de segmento de reta.

Os entrevistados P5 e P6 eram alunos da segunda e terceira séries do Ensino Médio, respectivamente, e haviam tirado nota acima de cinco inteiros no teste. Porém, seus desempenhos mostram que necessitam desenvolver uma aprendizagem que propicie o entendimento sobre atributos definidores básicos de polígonos, como o atributo segmentos de reta. A Proposta Curricular para o ensino de Matemática do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 1997) recomenda que se ofereçam aos alunos atividades para a compreensão da noção de polígono, por meio da apresentação de figuras que são não-polígonos, como as figuras com curvas; através da comparação, é possível identificar os polígonos como figuras fechadas, com lados que não se cruzam e lados formados por segmentos de reta.

O Quadro 6 mostra os resultados obtidos da análise sobre a afirmação “Todos os polígonos são figuras simples”. É possível verificar que as respostas assinaladas pelos entrevistados no teste foram mantidas nas entrevistas. Nenhum deles soube dizer o significado correto do atributo “figura simples”.

Todos os polígonos são figuras simples	
Respostas dadas no teste	Respostas dos diálogos nas entrevistas
Verdadeiro.	P: <i>Todos os polígonos são figuras simples.</i> (com tom de afirmação)

	<p>P1: ...</p> <p>P: <i>O que é uma figura simples?</i></p> <p>P1: <i>Não sei.</i></p> <p>P: <i>No teste você colocou verdadeiro. Você chegou a alguma conclusão para falar que é figura simples?</i></p> <p>P1: <i>Acho que deve ser sim uma figura simples.</i></p> <p>P: <i>Mas não sabe dizer por quê?</i></p> <p>P1: <i>Não.</i></p>
Verdadeiro.	<p>P: <i>Todos os polígonos são figuras simples.</i></p> <p>P2: ... (colocou verdadeiro).</p> <p>P: <i>Você sabe o que é uma figura simples?</i></p> <p>P2: <i>Que é fácil de desenhar.</i></p> <p>P: <i>Que é fácil de desenhar?</i></p> <p>P2: <i>Eu acho que é.</i></p> <p>P: <i>Você já viu uma figura simples?</i></p> <p>P2: <i>Ah, já, mas eu não lembro.</i></p>
Falso.	<p>P: <i>Todos os polígonos são figuras simples.</i></p> <p>P3: (colocou falso).</p> <p>P: <i>Sabe o que é uma figura simples?</i></p> <p>P3: <i>Simples assim, de você ver e já saber logo de cara o que é.</i></p> <p>P: <i>Você tinha colocado no teste que era falso.</i></p> <p>P3: <i>Eu acho que não seriam figuras simples, não todos. Poderiam ter umas sim, outras não.</i></p>
Falso.	<p>P: <i>Todos os polígonos são figuras simples.</i></p> <p>P4: <i>Acho que é falso, né?</i></p> <p>P: <i>Você sabe o que é uma figura simples?</i></p> <p>P4: <i>Não sei o que é uma figura simples.</i></p>
Verdadeiro.	<p>P: <i>Todos os polígonos são figuras simples.</i></p> <p>P5: <i>Acho que é verdadeiro.</i></p> <p>P: <i>Sabe o que é uma figura simples?</i></p> <p>P5: <i>Ah, não sei explicar.</i></p> <p>P: <i>Consegue desenhar uma figura simples ou uma</i></p>

	<p><i>não simples?</i> P5: <i>Ah, eu...não sei.</i></p>
Verdadeiro.	<p>P: <i>Todos os polígonos são figuras simples.</i> P6: (colocou verdadeiro). P: <i>Sabe o que é uma figura simples?</i> P6: <i>Simples pra mim é uma figura...</i> P: <i>O que te remete pensar numa figura simples?</i> P6: <i>Uma figura normal. Quadrado, um triângulo. Eu acho que é isso.</i> P: <i>Uma figura de que tipo?</i> P6: <i>Uma figura que a gente vê. Comum.</i></p>

Quadro 6: Respostas dos participantes sobre a afirmação de polígono que envolveu o atributo “figura simples”.

Observa-se que P1, P4 e P5 não souberam explicar o que significa ser uma figura simples. O participante P2 respondeu que se tratava de uma figura *que é fácil de desenhar*. Já P3 disse que é uma figura *de você ver e já saber logo de cara o que é*. Estas duas explicações indicam as dificuldades em definir figura simples. Quanto ao participante P6, apesar de citar dois exemplos de figuras simples, quadrado e triângulo, ficou evidente que ele não sabia seu significado correto, pois disse que seriam figuras do tipo *normal, que se vê, comum*. Pode-se verificar que o atributo “figura simples” não é conhecido pelos alunos que foram entrevistados.

Essa situação é adversa, pois, no livro didático que esses alunos utilizaram, no Ensino Fundamental, é definido “poligonal simples”, e não “simples”, situação já discutida no início deste artigo. Talvez não tenha sido realizado um estudo sobre esse assunto ou, no ensino, não se tenha levado em consideração que se tratava de um atributo importante na formação do conceito de polígono. Ressalva-se que este, embora seja um assunto presente no livro da quinta série, aparece em outras atividades das séries posteriores.

A Proposta Curricular para o ensino de Matemática do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 1997) mostra que o ensino da noção de polígono é feito na terceira série do Ensino Fundamental. Através, por

exemplo, de uma atividade que tenha como objetivo fazer com que os alunos percebam os critérios segundo os quais algumas figuras (polígonos) se diferenciam das demais (por exemplo, linhas curvas abertas), eles poderão discutir as semelhanças envolvidas e verificar uma das características dos polígonos, que é: “seus lados não se cruzam”.(p. 52). Assim, percebe-se que o atributo definidor “figura simples” deveria ser discutido logo nas primeiras séries da escolarização.

Nesse sentido, um trabalho que envolva o ensino e a aprendizagem de polígonos como figuras simples deve ocorrer desde as primeiras séries do Ensino Fundamental. Contudo, foi possível perceber, nas entrevistas, que os alunos apresentaram dificuldades para identificar o significado dos atributos analisados, os quais fazem parte do conceito de polígono.

Discussão dos resultados

O objetivo do presente estudo foi investigar o conhecimento de alunos do Ensino Médio sobre atributos definidores que constituem o conceito de polígono. Para tal, foram analisados os desempenhos e as dificuldades oriundos da resolução de tarefas presentes em um teste, e os diálogos estabelecidos nas entrevistas.

Os resultados do teste descritos na Tabela 1 mostram que os alunos tiveram dificuldades na compreensão da *estrutura* do conceito de polígono (uma das oito características de um conceito, apresentado por Klausmeier e Goodwin, 1977), devido ao baixo desempenho na identificação de regras conceituais afirmativas. Isso mostrou que, para determinados atributos definidores (figura plana, simples, bidimensional), essenciais à aprendizagem do conceito abordado, eles não apresentaram o conhecimento esperado para o Ensino Médio.

Na pesquisa de Viana (2000), foi investigada a identificação de figuras espaciais através de frases que continham suas propriedades, como, por exemplo, o nome do sólido geométrico, cujas faces são polígonos. Os participantes, futuros professores, obtiveram a taxa média de acertos de 14% (n = 377).

O resultado apresentado na Tabela 2 (média geral de 6,0; DP = 1,24) evidenciou que, em termos de *aprendibilidade, importância e*

estrutura (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977) do conceito de polígono, ficou claro que os participantes da pesquisa ainda precisam aprender muito mais sobre esse conceito. Essa constatação pode ser vista através da afirmação 8 da Tabela 1 (“Triângulos e quadriláteros não são exemplos de polígonos”), pois quase 50% dos alunos assinalaram “verdadeiro”, mostrando que não sabiam que triângulos e quadriláteros são exemplos de polígono.

Esses exemplos e muitos outros como pentágonos e hexágonos são consideráveis representantes do conceito de polígono e também fazem parte de atividades trabalhadas em todo o currículo de matemática, além de serem encontrados em diversas situações do cotidiano. De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), a “numerosidade de exemplos” e a “perceptibilidade de exemplos” são características importantes a considerar em um conceito. Acredita-se que uma boa aproximação dos alunos a esses dois fatores já seja um caminho para discutir e aprender os atributos definidores de polígono.

Segundo esses mesmos autores, os atributos definidores caracterizam a estrutura de um conceito e são necessários para defini-lo, ou seja, para tornar possível diferenciá-lo de outros conceitos ou relacioná-lo a eles. Isso é importante, pois existem outros conceitos que compartilham atributos comuns, como o caso de polígonos e não-polígonos (por exemplo, círculo) que compartilham o atributo “figura plana”, mas são figuras diferentes.

As entrevistas realizadas foram importantes para o entendimento do que sabiam os participantes. O Quadro 4 mostra somente os resultados de dois alunos (P3 e P4). Ambos demonstraram total desconhecimento da *estrutura* de polígono como uma figura plana. Com isso, acabaram por confundi-lo com figuras espaciais, situação que comprometeu a *importância* desse conceito, pois deveriam conhecer a relação que se estabelece quando se formam as faces de um poliedro.

No Quadro 5, a *estrutura* também foi analisada erroneamente por P5 e P6, pois conferiram o atributo “segmento de reta” como pertencente ao círculo. Resultados semelhantes a esses também foram encontrados por Pirola (1995), que mostrou que alunos do Ensino Fundamental apresentavam dificuldades na identificação de atributos definidores

(figura simples, segmento de reta, figura plana) de triângulos e de paralelogramos.

Os resultados do Quadro 6 mostraram a maior dificuldade dos alunos, que foi reconhecer o significado do atributo “figura simples”. Muitas respostas afirmavam que se tratava de uma *figura normal, fácil de desenhar, de se ver e já saber o que é*. É possível que tenha ocorrido a aprendizagem desse atributo em algum momento da escolaridade, mas, pela falta de ser retomado em séries posteriores, pode ter sido esquecido pelos alunos. Nesse caso, a *utilidade* do conceito, perante esse atributo, pode não ter sido bem aproveitada.

Se o professor teve contato com autores que seguem determinada definição para polígono, a qual não considera figuras com cruzamento de seus lados, além das extremidades, poderá realizar um ensino em que não serão contemplados esses tipos de exemplos para a aprendizagem dos alunos em sala de aula. Entende-se que essa situação deva ser revista, pois é necessário que, ao trabalhar os exemplos, apresentem-se os não-exemplos (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977), identificando todos os atributos definidores.

Contudo, devido às dificuldades dos participantes no teste e nas entrevistas, é necessário um ensino que priorize o trabalho com polígonos a partir de seus atributos definidores. Para isso, é importante identificar as oito características destacadas por Klausmeier e Goodwin (1977), auxiliando os alunos no desenvolvimento conceitual, não apenas em geometria, mas nos demais conceitos da matemática.

Considerações finais e implicações do estudo

A partir dos resultados apresentados nesta pesquisa, verificou-se um desempenho longe do desejável para alunos que estão na última etapa da educação básica. Tanto no teste como nas entrevistas, as dificuldades na identificação de atributos definidores básicos de polígono foram percebidas, e isso é um indicativo de que uma atenção maior deveria ser dada ao seu ensino.

Segundo Klausmeier e Goodwin (1977), a partir da aprendizagem dos atributos definidores, os estudantes têm a possibilidade de realizar a inclusão de classes (componente básico do nível classificatório) de forma

adequada, bem como de identificar relações subordinadas e supra-ordenadas (componente básico do nível formal).

Em relação ao ensino de polígono, nos livros didáticos de matemática da educação básica, por exemplo, existem definições desse conceito que o consideram apenas como formado por segmentos de reta; e outras, como os segmentos de reta mais a região interna. Nesse sentido, é importante, entre outras coisas, que o professor planeje suas aulas e discuta com seus alunos que existem outras interpretações do conceito com que estão trabalhando e esclareça aos estudantes qual a definição de polígono a ser utilizada.

Os resultados do presente estudo levam-nos a salientar que o professor deve utilizar diferentes estratégias didáticas para seu ensino. A discussão dos atributos definidores de polígono apenas por meio de aula expositiva, utilizando somente a lousa, parece não ser suficiente para promover a aprendizagem. Situações como o uso de material manipulativo (geoplano, tangram), construção de figuras planas e oportunidades de estabelecer semelhanças e diferenças entre as figuras parecem envolver os alunos e dar grandes contribuições à aquisição desse conceito.

Outro recurso que pode auxiliar o ensino é o trabalho com os *softwares* de geometria dinâmica, como o Cabri-Geomètre, Logo, Wingeom e Poly. Por meio destes, os alunos têm condições de explorar várias propriedades geométricas como, por exemplo, paralelismo, perpendicularidade; além disso, tais *softwares* estimulam a curiosidade dos alunos na verificação de relações entre as figuras e seus atributos.

Em meio a todas essas possibilidades didáticas, esbarra-se sempre em um tópico crucial, que é a formação de professores. Espera-se que os cursos de formação inicial e continuada possam dar maiores condições aos professores de exercer um ensino de qualidade. É importante que, ao longo de seu desenvolvimento profissional, o professor possa tornar-se um profissional autônomo.

Em suma, acredita-se que uma análise dos conceitos geométricos, em termos de atributos definidores, possa favorecer o trabalho do professor e que os resultados apresentados neste estudo

possam despertar o interesse e a disposição de outros pesquisadores, com vistas à melhoria do ensino de geometria.

Referências bibliográficas

ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F.; CAMPOS, T. M. M. A geometria no Ensino Fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, n. 27, set./out./nov./dez., p. 94-109, 2004.

BARBOSA, J. L. M. *Geometria euclidiana plana*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática – SBEM; IMPA, 1985. 222 p.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em Educação*. Uma introdução à teoria e aos métodos. Trad. Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994. 335. (Coleção ciências da educação).

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, D. L. *Metodologia do ensino da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994. 119 p.

CRESCENTI, E. P. *Os professores de matemática e a geometria*: opiniões sobre a área e seu ensino. Tese (Doutorado em Metodologia de Ensino) — Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, São Carlos, 2005.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar: geometria plana*, v. 9, 5. ed. São Paulo: Atual, 1993.

FAINGUELERNT, E. K. *Educação Matemática: representação e construção em geometria*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI Jr., J. R. *Matemática pensar e descobrir: o + novo*. São Paulo: FTD, 2002. (Coleção ensino fundamental).

GONÇALEZ, M. H. C. C.; BRITO, M. R. F. A aprendizagem de atitudes positivas em relação à Matemática. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa*. Florianópolis: Insular, 2001. p. 221-234.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. *Matemática e realidade*. 4. ed. reformulada. São Paulo: Atual, 2000. (Coleção do ensino fundamental).

KETELE, J. M.; ROEGIERS, X. *Metodologia da recolha de dados*. Trad. Carlos Aboim de Brito. Lisboa: Instituto Piaget, 1993. (Coleção epistemologia e sociedade).

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. *Manual de Psicologia Educacional: aprendizagem e capacidades humanas*. Tradução de M. C. T. A. Abreu. São Paulo: Harper & Row, 1977.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 213-231.

MELÃO, W. S. Como é que é de verdade? O jogo livre dos conceitos em uma classe de sétima série. *Educação Matemática em Revista— SBEM*, ano 10, n. 15, p. 14-19, dez. 2003.

MORACO, A. S. C. T. *Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Estadual Paulista, Unesp, Bauru, 2006.

NORUSIS, M. J. *SPSS for windows base system user's guide release 6.0*. Chicago, IL: SPSS INC., 1993.

OLIVEIRA, E. A.; MORELATTI, M. R. M. Os conhecimentos prévios de alunos da 5ª série do Ensino Fundamental: um caminho para a aprendizagem significativa de conceitos geométricos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia - SP. *Anais...* Águas de Lindóia: SBEM, 2006.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 128 p.

PASSOS, C. L. B. *Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, 2000.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e conseqüências. *Zetetiké*, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PAVANELLO, R. M.; FRANCO, V. S. A construção do conhecimento geométrico no Ensino Fundamental: uma análise de um episódio de ensino. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte - MG. *Anais...* Belo Horizonte: SBEM, 2007.

PIROLA, N. A. *Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulos e paralelogramos em alunos de primeiro grau*. Dissertação (Mestrado em Psicologia Educacional) — Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 1995.

PIROLA, N. A.; BRITO, M. R. F. A formação dos conceitos de triângulo e de paralelogramo em alunos da escola elementar. In: BRITO, M. R. F (Org.). *Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa*. Florianópolis: Insular, 2001. p. 85-106.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. A formação conceitual em geometria: uma análise sobre polígonos e poliedros. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. *Anais...* Águas de Lindóia: SBEM, 2006.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. Um estudo sobre a formação de conceitos de polígonos e poliedros apresentada por alunos do 2º ciclo do Ensino Fundamental e Ensino Médio. *Revista de Educação Matemática*, SBEM-SP, v. 10, n. 12, p. 51-58, 2º sem. 2007.

PROENÇA, M. C. *Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Estadual Paulista – Unesp, Bauru, 2008.

QUARTIERI, M.; REHFELDT, M. J. H. Investigando conceitos no ensino de geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: SBEM-MG, 2007.

REZI, V. *Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 2001.

REZI-DOBARRO, V. *Solução de problemas e tipos de mente matemática: relações com as atitudes e crenças de auto-eficácia*. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) — Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 2007.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Proposta curricular para o ensino de matemática: 2º Grau*. São Paulo: Secretaria da Educação/CENP, 1992.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Proposta curricular para o ensino de matemática: 1º Grau*. São Paulo: Secretaria da Educação/CENP, 1997.

VASCONCELLOS, M. *Figuras geométricas não-planas e planas: a aprendizagem de alunos das 4ª série do Ensino Fundamental e as concepções dos seus professores*. Dissertação (Mestrado em Educação Escolar e Formação de Professores) — Universidade Católica Dom Bosco – UCDB, Campo Grande, 2005.

VIANA, O. A. *O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito*. 229 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 2000.

VIANA, O. A. *O componente espacial da habilidade matemática de alunos do Ensino Médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, 2005.

