Praxeologías Didácticas en la Universidad: Un estudio de caso relativo al Límite y Continuidad de funciones

Parra Verónica[*]
Maria Rita Otero[**]

Resumen: Este trabajo ha sido realizado en un curso de Análisis Matemático aplicado a la Economía y la Administración. Se describe la praxeología didáctica de un profesor universitario utilizando la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard; 1992, 1997, 1999, 2000). Se analizan las restricciones y exigencias que limitan la práctica docente en la Universidad. Se describe el fenómeno didáctico que Chevallard (1999) ha definido como autismo y se identifica el *autismo relativo a la evaluación.* Se analizan las dificultades del profesor universitario para responder a los problemas didácticos generados en la Universidad con relación al límite y continuidad de funciones.

Palabras clave: Teoría Antropológica de los Didáctico, Praxeología Didáctica, Universidad, Límite y Continuidad de funciones, Autismo.

Praxeologias Didáticas na Universidade: um estudo de caso relativo ao Limite e continuidade de funções.

Resumo: Este trabalho foi realizado em um curso de Análise Matemática aplicado à Economia e a Administração. A praxeologia didática de um professor universitário é descrita com base na Teoria Antropológica do Didático (TAD) (Chevallard; 1992, 1997, 1999, 2000). As restrições e exigências que limitam a prática docente na Universidade são analisadas, o autismo, fenômeno didático definido por Chevalard (1999), é descrito e o autismo relativo à avaliação é

---

[*] Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología - UNCPBA. Argentina - vparra@exa.unicen.edu.ar
[**] Departamento de Formación Docente. Facultad de Ciencias Exactas - CONICET- Argentina - ; rotero@exa.unicen.edu.ar

identificado. Analisam-se as dificuldades do professor universitário para responder aos problemas didáticos gerados na Universidade com relação ao limite e continuidade das funções.

Palavras chave: Teoria Antropológica do Didático, Praxeologia Didática, Universidade, Limite e Continuidade de Funções, Autismo

Praxeologías Didactic in the University: A study of case about the notions of Limit and Continuity of functions

Abstract: This work is a case study based on the Mathematical Analysis applied to Economy and Administration in the first university level in this area. The didactic praxeology of a university teacher is described using the Anthropological Theory of Didactics (ATD) (Chevallard; 1992, 1997, 1999, 2000). The restrictions and exigencies that limit the educational practice in the University are analyzed. The didactic phenomenon of autism defined by Chevallard (1999) is described and an autism related to the exams is identified. The university teacher's difficulties to resolve the didactic problems around the concepts of limit and continuity of functions are analyzed.

Key words: Anthropological Theory of Didactics. Didactic Praxeology. University level. Limit and Continuity of functions. Autism.

Introducción

Existen diversos estudios que tratan sobre las dificultades que reviste el estudio de la Matemática en la escuela media y en la Universidad. Tal es el caso de las investigaciones realizadas por Artigue (1991, 1993, 1995, 1998), Artigue & Ervynch (1992), Farfán (1993), Tall (1991) y, Tall & Vinner (1981), entre otros, que se refieren al estudio del Cálculo y/o del Análisis Elemental, y a las dificultades que su estudio genera. Pero son pocas las investigaciones que utilizan como referente teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999, 2000; Gascón, 1997, 2002, 2003, 2004; Bosch, 2003, 2004) para describir y analizar qué y cómo se estudia en una clase de Matemática.

Es de interés considerar y describir qué ocurre en los primeros años de tránsito por el nivel superior, pues es allí donde se identifican las tasas más elevadas de deserción estudiantil, y porque la Universidad no sería ajena a fenómenos didácticos identificados en otros niveles educativos, tales como el *autismo*[1].

El trabajo que aquí presentamos tiene por objetivo describir la Organización Didáctica (OD) de un profesor universitario, y analizar el fenómeno del autismo en la Universidad según las formulaciones de este fenómeno realizadas por Chevallard (2001, pp. 6-9) y Gascón (2003, pp. 26-33) bajo el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. A continuación, describimos los supuestos claves de esta teoría, siendo ésta el referente teórico de esta investigación.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (de aquí en adelante, TAD) sitúa a la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio en matemática, en el conjunto de las actividades humanas y de instituciones sociales (Chevallard, 1999, pp. 1-2). El enfoque antropológico se aleja ampliamente de las concepciones individualistas de la enseñanza, que otorgan al profesor un papel crucial en el proceso de estudio. Este enfoque propone que la actividad del profesor debe ser entendida como una actividad institucional y colectiva, considerándolo como el director del proceso de estudio que se realiza en una comunidad de estudio formada por él y sus alumnos.

La TAD parte del principio que toda obra, y toda obra matemática en particular, surge como respuesta a una cuestión o conjunto de cuestiones problemáticas. La respuesta matemática a dichas cuestiones se materializa en un conjunto organizado de objetos ligados entre sí por diversas interrelaciones, esto es, en una *organización matemática.* Dicha organización es el resultado final de una actividad matemática que presenta dos aspectos inseparables: la práctica matemática o “praxis” que consta de *tareas* y *técnicas*, y que se denomina “saber-hacer”; y el

[1] En la sección 2 explicamos detalladamente qué se entiende por “autismo” en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

discurso razonado o "logos" sobre dicha práctica que está constituido por *tecnologías* y *teorías*, que es denominado "saber-saber" o simplemente "saber" (Chevallard, Bosch, Gascón, 1997, pp. 274).

Tal organización puede resumirse de la siguiente manera: para responder una cuestión o conjunto de cuestiones o, dicho de otro modo, para convertir un *tipo de tareas* inicialmente problemáticas en tareas rutinarias – o tareas realizables con éxito – se tendrá que disponer de una *técnica* que permita realizar las tareas en cuestión de una forma relativamente sistemática y segura. A su vez, para que una técnica pueda ser utilizada de manera normalizada, debe aparecer como algo a la vez correcto, comprensible y justificado. La existencia de una técnica supone entonces que exista también en su entorno un discurso interpretativo y justificativo de la técnica y de su ámbito de aplicabilidad y validez. A este discurso se lo denomina *tecnología*. A su vez, una tecnología requiere de una también una interpretación y una justificación. Surge entonces el nivel de la *teoría*. Una teoría asociada a una técnica es un discurso matemático lo suficientemente amplio como para interpretar y justificar la tecnología. Es, en cierto modo, el fundamento último de la actividad, mas allá del cual todo parece obvio y natural, sin necesidad de justificación alguna (Chevallard, Bosch, Gastón, 1997, pp. 125).

No es posible, ni para el matemático profesional ni para los alumnos de una clase, actuar matemáticamente con verdadera eficacia sin entender lo que se está haciendo. Pero tampoco se puede concebir en profundidad una organización matemática determinada si no se lleva a cabo simultáneamente una práctica matemática eficaz. Puede decirse que no hay praxis sin logos, pero tampoco, logos sin praxis. Al unir ambas caras de la actividad matemática se obtiene la noción de *praxeología* (Chevallard, Bosch, Gascón, 1997, pp. 274), que es el concepto clave de la TAD.

Al referirse a la actividad matemática, Chevallard (1999) distingue dos tipos de praxeologías u organizaciones: las *Praxeologías Matemáticas* u Organización Matemática (OM) y las *Praxeologías Didácticas* u Organización Didáctica (OD). Las primeras responden a la cuestión ¿qué realidad matemática puede construirse en una clase de matemáticas? Mientras que las segundas, es decir, las OD, responden la cuestión ¿cómo se estudia esa realidad? Es decir, ¿qué se necesita para elaborar una paxeología matemática? y ¿cuáles son los medios de los que dispone el matemático investigador o los alumnos de matemática para construir una praxeología matemática que responda a ciertas cuestiones? (Chevallard, Bosch, Gascón, 1997, pp. 274).

Tanto las OM como las OD tienen cuatro componentes: tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Los dos primeros, esto es, tareas y técnicas, conforman lo que se denomina el *bloque práctico-técnico.* Mientras que los dos últimos, tecnologías y teorías, conforman el *bloque tecnológico-teórico.*

Elaborar una praxeología matemática supone para cualquier "estudiante", ya sea matemático investigador o alumno de matemática, entrar en un *proceso de estudio* que, como tal, no es un proceso homogéneo sino que está estructurado en seis diferentes *momentos.* Cada momento del proceso de estudio, hace referencia a una dimensión o aspecto de la actividad de estudio, más que a un período cronológico preciso. Los momentos están distribuidos de una forma dispersa a lo largo del proceso de estudio y no pueden ser vividos "de una vez por todas".

El momento del *primer encuentro* hace referencia a los objetos matemáticos que constituyen un tipo de problemas; el momento *exploratorio* relaciona un determinado tipo de problemas con la construcción de una técnica adecuada para abordarlos; el momento *del trabajo de la técnica* se refiere al dominio, puesta a punto y nueva creación de técnicas matemáticas; el momento *tecnológico-teórico* hace referencia, como su nombre lo indica, a los dos niveles de justificación de la práctica matemática; y los momentos de *institucionalización* y *evaluación* se refieren a la obra matemática en su conjunto (Chevallard, Bosch, Gascón, 1997, pp. 275).

Según Chevallard (1999, pp. 25), en la práctica, se llega a un momento en el que se debe "hacer balance", un momento de reflexividad donde, cualquiera que sea el criterio y el juez, se examina lo que vale, lo que se ha aprendido, este momento de verificación que [...] no es en absoluto invención de la Escuela, participa de hecho de la "respiración" misma de toda actividad humana. La operación de avaluación debe ser entendida así en un sentido más amplio: detrás de la evaluación clásica de relaciones personales, es decir, detrás de la evaluación de “las personas”, se perfila la evaluación de la norma misma – de la relación institucional que sirve de patrón. ¿Cuánto vale, de hecho, la organización matemática que se ha construido e institucionalizado? En este sentido, se evalúan los tipos de tareas, las técnicas, las tecnologías y las organizaciones didácticas.

Resumiendo, en la TAD se considera que *hacer matemática* consiste en poner en práctica una praxeología matemática para realizar un determinado tipo de tareas y que *estudiar matemática* consiste en construir o reconstruir determinados elementos de una praxeología matemática para dar respuesta a determinado tipo de tarea problemática (Bosch, Espinoza, Gascón, 2003, pp. 85). En la sección siguiente se describe el fenómeno del autismo dentro del marco que nos ofrece la TAD.

El fenómeno del autismo temático del profesor, autismo temático de la institución y el autismo disciplinar

Proceso de estudio, organización matemática (OM) y organización didáctica (OD) son tres aspectos inseparables del trabajo matemático. El proceso de estudio puede ser entendido como el proceso de construcción matemática. El resultado de esa construcción es una OM y, finalmente, la manera en que esa organización se construye, una OD. En efecto y tal como lo sostienen Chevallard, Bosch y Gascón (1997, pp.51) *los hechos didácticos y los hechos matemáticos son inseparables.*

Chevallard (2001, pp. 2) denomina a esta interrelación entre las OM, los *hechos matemáticos*, y las OD, *los hechos didácticos*, como un “isomorfismo didáctico-matemático” y propone una jerarquía de niveles de codeterminación (o de determinación) entre las OM y las correspondientes OD. Esto es, entre las formas de estructurar las cuestiones matemáticas a estudiar y la manera de organizar el estudio de las distintas cuestiones. Esta jerarquía se puede esquematizar del modo siguiente:

Sociedad → Universidad (Escuela) → Disciplinas → Áreas → Sectores → Temas → Cuestiones

El principio del esquema anterior es el siguiente: cada nivel corresponde a un nivel de estructuración de la OM. La jerarquía de entidades debe ser interpretada así: para estudiar conocimientos sobre cierta cuestión, la que figura en el último eslabón, hay que recorrer un camino que empieza en la sociedad, continúa por la Universidad (o la Escuela), sigue por cierta área dentro de una disciplina en la que se estudia la cuestión, por cierto sector dentro del área y por cierto tema del sector. En cada una de estas etapas se imponen restricciones y condiciones que acaban definiendo lo que es posible hacer para estudiar la cuestión considerada, es decir para crear y construir una praxeología que sea la respuesta esperada a la cuestión: una OM si se trata de una cuestión de matemáticas (Chevallard, 2001, pp. 3).

Considerando este esquema, se dirá que una *cuestión matemática* puede estudiarse *con sentido* en la Escuela (o en la Universidad), si:

(1) Proviene de las cuestiones que la Sociedad propone que se estudien en la Escuela.

(2) Aparece en ciertas situaciones que llamaremos *umbilicales* porque están en la raíz central de las matemáticas.

(3) Conduce a alguna parte, esto es, está relacionada con otras cuestiones que se Estudian en la Escuela sean éstas matemáticas, lingüísticas, biológicas o musicales.

En caso contrario se dice que la cuestión carece de *sentido* porque ha desaparecido la *razón de ser* de su estudio en la Escuela (o la Universidad). También se dice que es una cuestión encerrada en sí misma (o *muerta*) porque se ignora el *por qué* y *para qué* de su estudio escolar. Resulta, en resumen, que *la razón de ser* del estudio de una cuestión depende de su conexión con todos los niveles de organización (Gascón, 2004, pp. 41).

Según Chevallard (2001, pp. 6) en general se observa un abandono, por parte del profesor de los niveles superiores de la OD, desde el de la sociedad y la escuela hasta, incluso el nivel de los sectores, lo que provoca un retraimiento de su acción sobre el nivel de los temas generando el fenómeno del “autismo temático del profesor”.

Gascón (2003, pp. 26-27), en cambio, propone hablar de "autismo temático de la institución" o "autismo institucional" pues antes de que el profesor se encierre en los temas, puede observarse como el currículo oficial que proponen las sucesivas reformas, los documentos de las administraciones educativas, y los libros de texto aprobados por éstas, consideran implícitamente que, más allá del nivel de la organización de los temas, todo es transparente e incuestionable.

En la Universidad, el autismo institucional se manifiesta en que la enseñanza universitaria es considerada, tanto por los integrantes de la Institución como por la sociedad, como "la" adecuada, entendida como transparente e incuestionable. Así, es frecuente que se aluda al nivel del secundario como inadecuado, porque los estudiantes no se adaptan a las exigencias y requisitos de la Universidad, y en consecuencia, no consiguen permanecer en ella[2]. También se asume explícita o implícitamente, que la escuela secundaria debería preparar a los estudiantes para realizar estudios universitarios, como si este nivel fuese la razón de ser del nivel anterior.

El autismo temático y el autismo institucional no son los únicos tipos de autismo que existen en los niveles de codeterminación entre las OM y las OD. Otro tipo de autismo es el "autismo disciplinar". Según Chevallard (2001, pp. 7) cada disciplina puede ser más o menos abierta para el estudio de cuestiones que no le pertenecen propiamente. Pero parece que, en el largo plazo, cada una de ellas define sus cuestiones emblemáticas, excluyendo el estudio de las demás e incluso, prohibiendo a las otras disciplinas interesarse por las cuestiones que, en cierta forma, monopoliza. Es muy común, por ejemplo, considerar que la Matemática existe por sí misma y para sí misma. Este es un ejemplo de autismo disciplinar, en este caso, de la Matemática.

El fenómeno del autismo temático del profesor, el autismo institucional y el autismo disciplinar, deben ser considerados, por tanto, como fenómenos que condicionan el conjunto de las cuestiones matemáticas que pueden ser estudiadas en la Escuela (o en la

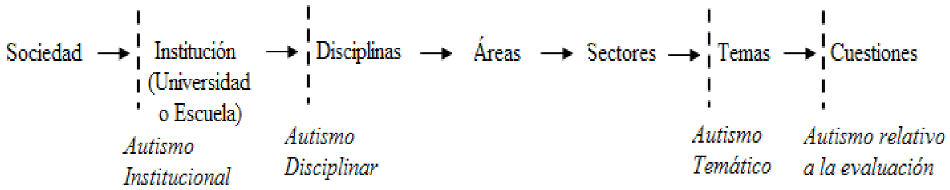
---

[2] El ingreso a las Universidades Públicas en Argentina es irrestricto, esto coexiste con una tasa de deserción muy elevada en los dos primeros años del sistema universitario.

Universidad) y, sobre todo, las posibles formas de estudiar dichas cuestiones (Gascón, 2003, pp. 31-33).

Según Gascón (2003, pp. 27), la inmensa mayoría de las cuestiones matemáticas que se proponen para ser estudiadas en la Escuela, surgen en el nivel temático y sólo están conectadas nominalmente a los niveles superiores de organización (sectores, áreas y la Matemática) que son transparentes e incuestionables.

Adoptando las ideas de Chevallard (2001, pp. 6-9) y de Gascón (2003, pp. 26-33) se describe, en este caso, otro tipo de autismo, que provoca el retraimiento de la acción del profesor universitario al nivel de las cuestiones que él supone serán evaluadas. Este fenómeno, que podría denominarse "autismo relativo a la evaluación", sería una reacción o respuesta al tipo de restricciones institucionales vigentes en la Universidad. Conviene aclarar aquí que, si bien este trabajo consiste en el análisis de un caso, este fenómeno se advierte en la mayoría de los cursos universitarios, siendo implícito en algunos y explícito en otros. Por todo lo expuesto, en cada nivel de codeterminación entre las OM y las OD puede operar algún tipo de autismo:



Como se ha mencionado anteriormente el interés en reconocer el autismo se debe a que es un fenómeno que condiciona la práctica docente. Así, el autismo relativo a la evaluación en la Universidad, emerge al describir la práctica docente de un profesor universitario.

Preguntas de la investigación

1. ¿Qué características posee la OD del profesor universitario bajo estudio?

2. ¿Podría identificarse alguna relación entre las características de la OD de este profesor y el fenómeno del autismo?

Metodología de la investigación

Esta investigación consiste en el análisis de un caso y se realizó en un curso denominado Análisis Matemático y sus Aplicaciones, para estudiantes del primer año de una carrera universitaria del área Economía y Administración. El investigador permaneció en el campo durante un cuatrimestre realizando observación no participante del proceso de estudio con dos grupos de alumnos de dicho curso, de aproximadamente cincuenta alumnos cada uno. Básicamente se trata de una disciplina relativa al Cálculo en funciones de una y dos variables reales.

Se realizaron registros en video, audio y notas de campo. También se recogieron las evaluaciones y los resultados obtenidos por los estudiantes. Las clases tenían una periodicidad semanal y una duración de tres horas cada una. Nos interesó el grupo de estudio dirigido por el profesor que ha elaborado el material teórico-práctico. El análisis se circunscribe a las cuatro clases relativas a *Límite y Continuidad de funciones* de uno de los grupos de estudio observados. Según lo expresado por el profesor responsable, en este curso es en el que más se intenta la integración entre "la teoría" y "la práctica". Debemos aclarar aquí los siguientes aspectos: los profesores del curso son matemáticos sin una formación en el marco de la TAD, por lo cuál no debe interpretarse la concepción que estos profesores tienen respecto de lo que es "teoría" y lo que es "práctica" como la noción de logos y praxis que se concibe en nuestro referente teórico adoptado. Para estos profesores, "una teoría" es por ejemplo, enunciar y demostrar un teorema sin analizar ni estudiar qué técnicas éstos justifican e interpretan.

Caracterización y selección del caso

La estructura del Sistema Educativo Argentino comprende cuatro niveles: la Educación Inicial, la Educación Primaria, la Educación Secundaria y la Educación Superior. Conviene aclarar que no existe aquí un período de articulación entre los últimos dos niveles: el de la escuela secundaria y la educación superior y por consiguiente, podría decirse que la adaptación de los estudiantes a la Universidad se realiza durante los dos primeros años de transito por este nivel. Respecto a las atribuciones del nivel superior, las instituciones universitarias tienen autonomía académica e institucional que, le permite establecer el régimen de admisión, permanencia y promoción de los estudiantes, entre otros. Por ejemplo, los estatutos que rigen el funcionamiento de las Universidades públicas establecen que el ingreso a las mismas es irrestricto.

Respecto a la estructura de las clases universitarias, predomina el dispositivo didáctico que separa las clases de Matemáticas, y de otras disciplinas, en "Clase Teórica" y "Clase Práctica" o "Clase de Problemas". Estas clases se llevan a cabo en diferentes horarios y se encuentran dirigidas por profesores diferentes. Este dispositivo es descripto por Gascón (2002, pp. 14-15) de la siguiente manera:

> (1) Un momento principal, el momento tecnológico-teórico en el que se muestra la teoría acabada y cristalizada y que vive principalmente en la Clase de Teoría. Las justificaciones y demostraciones que se presentan en este dispositivo no siempre constituyen un entorno adecuado para flexibilizar y hacer más eficaz el uso de las técnicas matemáticas. De hecho, el contrato didáctico habitual en la Clase de Teoría no permite dar cabida a desarrollos justificativos que surgen de necesidades de la práctica matemática concreta, lo que constituye una fuente de dificultades para el estudiante. (Gascón, 2002, pp. 14-15).
>
> (2) Un momento auxiliar, el momento exploratorio que vive en la Clase de Problemas. En ésta el estudiante entra en contacto, por primera vez, con determinados tipos de problemas y utiliza por primera vez las técnicas correspondientes con el objetivo de practicar y consolidar algunas nociones teóricas. El contrato didáctico habitual de la Clase de Problemas comporta el cambio relativamente frecuente de un tipo de problemas a otro y, por lo tanto, cierta rigidez en el uso de las técnicas matemáticas. (Gascón, 2002, pp. 14-15).

El sistema de evaluación asociado a este dispositivo y que opera en general, en las Universidades Argentinas es el siguiente: evaluar las producciones de los alumnos en dos instancias diferentes. Una primera se denomina "examen parcial". Allí se evalúan, al finalizar el curso, los tipos de problemas y las técnicas desarrolladas en la "Clase de Problemas". La segunda instancia, a la cuál sólo pueden acceder aquellos estudiantes que hayan aprobado el examen parcial, corresponde al "examen final", y es aquí donde se evalúan las tecnologías y teorías que se demuestran y presentan en la "Clase Teórica". Este último examen es el que decide la aprobación definitiva de los alumnos.

El curso de Matemática que hemos elegido como caso es interesante para nuestro estudio porque su diseño intenta romper con el dispositivo predominante en la Universidad (el cuál hemos explicado en párrafos anteriores) y con la forma de evaluación asociada al mismo. En efecto, los profesores de Matemática del caso proponen que las clases no se separen en "Clase Teórica" y "Clase Práctica". Por el contrario, intentan una forma de trabajo denominada "teórico-práctica" que tiene por objetivo integrar la teoría y la práctica dentro de cada una de las clases. Bajo esta modalidad, el curso de Matemática se encuentra dirigido por un único profesor, el cuál intenta integrar la teoría y la práctica. Nuevamente debemos aclarar que la integración a la cuál se refieren estos profesores no debe ser entendida como la organización e interrelación de objetos que propone la TAD. En el caso, los profesores expresan que la integración puede ocurrir si un mismo profesor, en una misma clase, se ocupa de enunciar y demostrar teoremas y/o proposiciones conjuntamente con la resolución de tareas matemáticas. En cambio, en la TAD, se considera que las tecnologías y teorías emergen como una necesidad de justificar, interpretar, explicar y aclarar las técnicas.

En el caso elegido y en este contexto, la modalidad de evaluación se denomina "por promoción". Este sistema exige a los alumnos realizar dos "exámenes parciales". Si los estudiantes aprueban cada uno de estos exámenes con una nota superior a siete puntos, se excluye la evaluación por "examen final". Por consiguiente, si se pretenden evaluar cada uno de los componentes de las OM que se enseñan, el objetivo pertinente del sistema por promoción es que, cada uno de los exámenes contenga tareas práctico-técnicas y también, tecnologías y teorías. Es decir, lo más apropiado no sólo sería evaluar cuestiones del tipo *cómo* resolver ciertas tareas sino también, cuestiones relativas al *por qué* de determinadas maneras de hacer.

Nuestro trabajo describe la OD de un profesor universitario y analiza cómo ocurre – si es que efectivamente ocurre – la integración entre la teoría y la práctica durante las clases relativas al límite y la continuidad de funciones. El análisis intenta mostrar también la emergencia del fenómeno antes denominado *autismo relativo a la evaluación*. En la sección siguiente, se describen las categorías de análisis generadas para la descripción del proceso de estudio dirigido por este profesor universitario.

El proceso de estudio: Categorías para la descripción de la OD

Los registros de clase se han segmentado en diferentes episodios (E). Se considera que existe un cambio de episodio cuando se introduce una nueva noción matemática, cuando se resuelve una nueva tarea ó, cuándo se introducen nuevos elementos tecnológicos-teóricos. En cada uno de los episodios de clase se identifica quién es el actor principal, cuál es el género de tareas[3] estudiado, cuál es el momento predominante, qué forma de validación existe y, cuál es el tipo de representación semiótica utilizada. A continuación se detallan las categorías de análisis, algunas generadas a partir de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, y otras, teniendo en cuenta las características propias del caso:

1. Actor Principal (AP) de cada episodio de la clase: si es el Profesor (P) o es el Alumno (A).

---

[3] Un género de tareas no existe más que bajo la forma de diferentes **tipos de tareas**, cuyo contenido está estrechamente especificado (Chevallard, 1999, pp. 2). Así, por ejemplo: un género de tareas sería *Calcular*; un tipo de tareas dentro de ese género sería *Calcular el límite de f(x) cuando x tiende a un valor finito* y finalmente, una tarea, que forma parte del tipo anterior, sería *Calcular el límite de* $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$ *cuando x tiende a 3.*

2. Géneros de tareas predominantes (GT): Esta categoría se relaciona con la cuestión ¿Cuál es el género de tareas desarrollado en cada episodio de clase?

2.1) **C**: Calcular: Se incluyen en este género las tareas que se refieren al cálculo de límites y a encontrar puntos de discontinuidad de funciones de una y dos variables.

2.2) **J/V**: Se incluyen aquí las tareas relativas a "justificar" o "verificar" que efectivamente el límite de una función es el valor *L*. Sea *L* finito o infinito.

2.3) **A**: Analizar: Se incluyen en este género, las tareas referidas al análisis de la continuidad de funciones en un punto dado o en un subconjunto del dominio de la función.

2.4) **Df**: Definir: Se incluyen aquí, las tareas de definir cierta noción matemática o enumerar propiedades del límite y de las funciones continuas.

2.5) **Rd**: Redefinir: Se incluyen en este género las tareas relacionadas con redefinir funciones que presentan continuidades evitables.

3. Momentos predominantes (MP): Esta categoría responde a la cuestión ¿Cuál o cuáles de los seis momentos del estudio ocurren en cada episodio de clase?

3.1) **PE**: Momento del primer encuentro con la OM que se estudia.

3.2) **ETT**: Momento de la exploración del tipo de tareas y de la elaboración de una técnica relativa a ese tipo de tareas.

3.3) **CETT**: Momento de la constitución del entorno tecnológico-teórico relativo al tipo de tareas.

3.4) **TT**: Momento del trabajo de la técnica.

3.5) **I**: Momento de la institucionalización de la OM.

3.6) **E**: Momento de la evaluación.

Las categorías descritas hasta aquí, han sido definidas considerando algunos de los conceptos y supuestos claves que nos ofrece el marco teórico de la TAD. Entre ellos, la noción de géneros de tareas y la teoría de los momentos del estudio. Las categorías 4 y 5, no se derivan explícitamente del marco de la TAD pero, hemos considerado necesario incluirlas pues permiten describir una dimensión de la actividad matemática fundamental para el proceso de enseñanza-aprendizaje: las cuestiones referidas a formas de validación y a tipos de representaciones semióticas.

4. Formas de validación (FV): La validación es una instancia en la que se trata de lograr la adhesión de un público a un enunciado, a una teoría, etc. Así, el proceso de validación, se convierte en la necesidad de "convencer" de la verdad a otro. En el sentido de validación antes mencionado, se identifican en este caso las siguientes formas de validación:

4.1) **Deductiva**: relativa a validar a través de razonamientos lógicamente correctos. Es decir, obtener resultados a partir de propiedades, proposiciones, teoremas, etc.

4.2) **Inductiva**: referida a generalizaciones a partir de ejemplos prototípicos.

4.3) **Visual-ostensiva**: incluimos aquí las validaciones ostensivas. En efecto, por ostensivo se entiende normalmente aquello que se puede mostrar; aquí y ahora a otra persona.

5. Tipos de representaciones semióticas (RS): Se relaciona con la cuestión ¿Qué tipos de representación semiótica se identifican en la acción del profesor y de los estudiantes? Se consideran los siguientes sistemas de representaciones semióticas:

5.1) Representaciones numéricas: asociadas a cualquier expresión que involucre números y operaciones entre ellos;

5.2) Representaciones algebraicas: referidas a las expresiones que involucran representaciones de objetos matemáticos a través de letras;

5.3) Representaciones verbales: incluye expresiones en lengua natural, ya sea hablada o escrita;

5.4) Representaciones pictóricas conceptuales: se incluyen aquí solo a las representaciones geométricas y/o diagramas que sean bosquejo de ciertas gráficas.

La categoría 6 ha sido generada a partir de los registros de clase, pues allí hemos identificado seguidas alusiones al examen parcial tanto por parte del profesor como de los alumnos. Esta categoría nos permitirá fundamentar e identificar cuestiones referidas al autismo relativo a la evaluación.

6. Indicadores del Autismo relativo a la Evaluación (AE): Se considerará un indicador de este fenómeno, cualquier acción o referencia por parte del profesor y de los alumnos al momento de la evaluación. Por ejemplo, cuando el profesor o los alumnos mencionan las tareas, técnicas y tecnologías que pueden o no ser evaluadas en el examen parcial. Dentro de esta categorías se distinguen dos subcategorías:

6.1) **AE$_P$**: El Profesor es quién menciona las tareas que pueden ser evaluadas.

6.2) **AE$_A$**: Los alumnos son quienes preguntan sobre las tareas que pueden ser evaluadas.

La última de las categorías ha sido generada a partir de la lectura del programa analítico y luego de realizar entrevistas a los profesores a cargo del curso (el profesor observado y el responsable de la asignatura). En ambas instancias, tanto en la lectura del programa analítico como en las entrevistas, los profesores han mencionado que proponen una nueva modalidad de trabajo ("nueva" pues intenta romper con el dispositivo didáctico predominante en las universidades argentinas) debido a que, según los profesores, los alumnos no logran integrar la teoría y la práctica. Consideramos que esta categoría nos permitirá observar e identificar si esta supuesta integración ocurre en la forma que formula la TAD.

7. Tipo de Actividad Matemática (TAM): Los distintos tipos de actividad son:

7.1) TP: Integración entre Teoría y Práctica: Esta subcategoría se identifica cuando el profesor dice integrar "la teoría y la práctica".

7.2) T vs. P: Separación entre Teoría y Práctica: Esta subcategoría se identifica cuando el profesor hace explícita la distinción entre "la teoría" y "la práctica".

Para facilitar el análisis de los registros, se construyó la Tabla I:

Tabla I

Principales características del proceso de estudio según las categorías de análisis

E	Noción Matemática	Géneros de Tareas (GT)	Actor Principal (AP)	Momento Predominante (MP)	Forma de Validación (FV)	Representaciones semióticas (RS)	Autismo relativo a la Evaluación (AE)	Tipo de Actividad Matemática (TAM)

En la primera columna de la Tabla I se indica el número del episodio de clase. La segunda columna, explicita las nociones matemáticas referidas al límite y continuidad de funciones estudiadas o definidas en cada episodio. Las columnas tres, cuatro, cinco, seis y siete informan, respectivamente, sobre el género de tareas (GP); el actor principal (AP); el o los momentos del estudio (MP); la forma de validar (FV), si es que existe validación y, el tipo de representación semiótica (RS) que se identifican en cada uno de los episodios de clase.

La columna ocho se refiere a la existencia de indicadores del fenómeno del autismo relativo a la evaluación durante el proceso de estudio. Es decir, en aquellos episodios donde el profesor o los alumnos se hayan referido a los componentes de las OM posibles de ser evaluados, la columna ocho contendrá las siglas AE_P y AE_A**.** En la columna nueve, se destacan los episodios de clase en los cuáles el profesor hace mención a la separación o la integración entre teoría y práctica. Por ejemplo, las celdas que poseen la sigla T vs. P significa que, en ese episodio, el profesor ha hecho una clara distinción entre la teoría y la práctica.

Para tener una visión más detallada del proceso de estudio, la Tabla I fue dividida en dos. Cada una de ellas contiene información sobre cada una de las clases y sobre ciertas categorías. Una de las tablas, abarca desde los géneros de tareas (GT) hasta los tipos de representaciones semióticas (RS), y la segunda tabla, contiene información sobre el autismo relativo a la evaluación (AE) y el tipo de actividad matemática desarrollada (TAM).

Descripción de la OD del profesor universitario: características de la práctica docente

Géneros de tareas, momentos del estudio, formas de validación y tipos de representaciones semióticas predominantes

En la sección anterior se mencionó que la Tabla I fue dividida en dos tablas que abarcan aspectos diferentes del proceso de estudio del grupo observado. A continuación, se presenta la primera de esas tablas en su forma sintética. La primera columna de la Tabla II contiene cada número de clase con el total de episodios que la componen. La columna dos contiene los dos géneros de tareas predominantes. La columna tres informa sobre el actor principal de cada clase. La columna cuatro contiene los dos momentos del proceso de estudio dominantes. La columna cinco, informa sobre la forma de validación más destacada, y la última columna, los dos tipos de representaciones semióticas predominantes. En cada uno de estos casos, seguido a la categoría correspondiente, se anota la cantidad de episodios de cada clase que le corresponden a esa categoría, solo al efecto de proporcionar una idea de cómo se caracteriza el proceso de estudio.

Tabla II

Síntesis de las características del proceso de estudio por clases

CLASES (Cantidad de episodios de cada clase)	Géneros de Tareas (GT)	Actor Principal (AP)	Momento Predominante (MP)	Formas de Validación (FV)	Representaciones Semióticas (RS)
1 (23)	Calcular (13) Definir (5)	Profesor	Trabajo de la Técnica (14) Primer Encuentro (6)	Deductiva (3)	Numérica (12) Algebraica (12)
2 (22)	Calcular (11) Definir (7)	Profesor	Trabajo de la Técnica (10) Primer Encuentro (7)	Deductiva (5)	Algebraica (20) Verbal (15)
3 (24)	Calcular (16) Definir (5)	Profesor	Trabajo de la Técnica (12) Exploración del tipo de tareas (5)	Deductiva (2) Visual (2)	Algebraica (21) Verbal (21)
4 (32)	Analizar (15) Determinar (10)	Profesor	Trabajo de la Técnica (23) Exploración del tipo de tareas (3)	Deductiva (2)	Verbal (29) Algebraica (19)

A partir de la Tabla II se aprecia que:

El *profesor* es el actor principal del proceso del estudio, pues lo es en cada uno y en todos los episodios de clase. Las intervenciones de los alumnos son pocas – el número de alumnos posibilitaría su participación – y cuándo lo hacen, sólo es para responder a las cuestiones que el profesor realiza.

El género de tareas predominante es el de *calcular*. El profesor constantemente, resuelve tareas y manipula técnicas referidas al cálculo de límites. Del total de episodios de las clases (101), cuarenta (40) corresponden a este género.

El momento predominante en todas las clases es el del *trabajo de la técnica*, con énfasis en las técnicas referidas al cálculo de límites de funciones reales de una variable en un punto.

En los pocos momentos destinados a la validación predominan las justificaciones *deductivas.* Por ejemplo, cuando el profesor utiliza las propiedades del límite de funciones para hallar el valor de un límite, ó cuando utiliza las propiedades del valor absoluto para justificar un límite usando la definición. Tanto las propiedades del límite de funciones como las del valor absoluto, garantizan que la verificación del límite sea correcta.

A modo de ejemplo, presentamos el episodio 11 (E11) de la Clase 1. Aquí se aprecia la presentación de una técnica para resolver tareas relativas a "probar" un límite por definición y se muestra el papel protagónico del profesor y la reducida intervención de los alumnos. El carácter fuertemente ostensivo (línea 62, 72) de la presentación de la técnica, anula las cuestiones relativas al *¿por qué?* Se transcribe el episodio mencionado y aquello que se escribió en la pizarra:

E11 [Clase 1]:

[60] Profesor: *Entonces, vamos ahora a probar como se resuelve un límite por definición. Reemplazarlo en la función me dio cinco. Entonces, tengo que probar que* $\lim_{x \to 2} \frac{(2x+1)(x-2)}{x-2} = 5$ *¿Quién es la función? Yo quiero probar ese límite por definición, que es lo que les pueden llegar a pedir a ustedes en el examen, seguro. ¿Les van a pedir de una variable?*
[61] Alumno: *No.*
[62] Profesor: *Les van a pedir de dos, seguro. Entonces, dado épsilon, uno tiene que escribir esto: Existe un delta de épsilon mayor que cero, lo que*

escribí ahí, tal que efe de equis menos cinco sea menor que épsilon, siempre que el módulo de equis menos dos esté entre cero y delta.

$$\varepsilon > 0 \quad \exists \delta(\varepsilon) > 0 / |f(x) - 5| < \varepsilon \quad siempre \quad que \quad 0 < |x - 2| < \delta$$

Pizarra 19

Entonces lo que uno trata de hacer es encontrar la relación que hay entre épsilon y delta [...] Trabajo con esta parte (Señala $|f(x) - 5|$). *Podemos simplificar* $x - 2$, *entonces me queda* $|(2x + 1) - 5|$ *¿Qué podemos hacer acá?*

[63] Alumno: *Juntar.*
[64] Profesor: *¿Qué junto?*
[65] Alumno: *Uno y menos cinco.*
[66] Profesor: *¿Uno y menos cinco?*
[67] Alumno: *Menos cuatro.*
[68] Profesor: *Menos cuatro ¿No? Si ustedes miran esto* (Señala la expresión $|2x - 4|$) *¿Pueden hacer algo?*
[69] Alumno: *Sacar factor común.*
[70] Profesor: *Factor común dos [...] Valor absoluto de dos ¿Cuánto vale?*
[71] Alumno: *Dos.*
[72] Profesor: *[...] Llegue a esto, a esta desigualdad, a este valor absoluto* (Señala $|x - 2|$). *Ya no puedo hacer nada más, entonces escribo: menor que épsilon.*

$$|f(x) - 5| = \left|\frac{(2x + 1).(x - 2)}{x - 2} - 5\right| = |2x + 1 - 5| = |2x - 4| = |2(x - 2)| = |2||x - 2| = 2.|x - 2| < \varepsilon$$

Pizarra 20

Yo partí de esta parte (Señala $|f(x) - 5|$) *entonces esta cosa la trabaje, la trabajamos, llegamos al valor absoluto de equis menos dos, que es conocido y le pongo menor que épsilon. ¿Qué pasa con esto?* (Señala la expresión $2.|x-2|<\varepsilon$) *Esto me está queriendo decir que el valor absoluto de equis menos dos es menos que épsilon sobre dos ¿Verdad? ¿Si? ¿Qué me dice acá?* (Señala la expresión $|x-2|<\delta$) *¿Qué relación entonces puedo sacar? El delta tiene que ser igual a épsilon sobre dos.*

La técnica que se propone podría resumirse en la siguiente secuencia de

$$|f(x)-5|=\left|\frac{(2x+1).(x-2)}{x-2}-5\right|=|2x+1-5|=|2x-4|=|2(x-2)|=|2||x-2|=2.|x-2|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow |x-2|<\frac{\varepsilon}{2}$$

$$|x-2|<\delta \qquad \Rightarrow \delta=\frac{\varepsilon}{2}$$

Pizarra 21

acciones:
1) Escribir la definición de límite.
2) Encontrar la relación entre épsilon y delta.
3) Trabajar con la expresión $|f(x)-L|$ hasta obtener $|x-a|$.
4) Finalmente, despejar el valor de delta en función de épsilon.

Las representaciones *algebraicas* y *verbales* son las más utilizadas. Las primeras se usan en la mayoría de las tareas, particularmente en el cálculo de límites. Las segundas, se utilizan en la definición de ciertas nociones matemáticas. Por ejemplo cuando el profesor enuncia la definición de función continua en un punto para funciones reales de dos variables, utilizando el lenguaje natural. De esta manera, desaparece la formalidad matemática en la formulación de tal definición con la consecuente pérdida de su legitimidad matemática. A continuación se transcribe el episodio 12 (E12) de la Clase 4 (línea 111) en el cuál el profesor define función continua para funciones de dos variables reales:

E12 [Clase 4]

[109] Profesor: Continuidad de funciones de dos variables independientes...

[110] Alumno: ¿Cuál es la diferencia entre primer y segunda especie?

[111] Profesor: La primera especie, existen los límites laterales pero son distintos y acá, no existen. Quiere decir que te dé infinito. Fíjate, si tendes a dos por derecha te da más infinito y si tendés por izquierda a menos infinito. (Señala la Pizarra 10) Continuidad de funciones de dos variables independiente. ¿Qué va a tener que existir? La función en el punto, van a tener que existir el límite doble y van a tener que ser iguales.

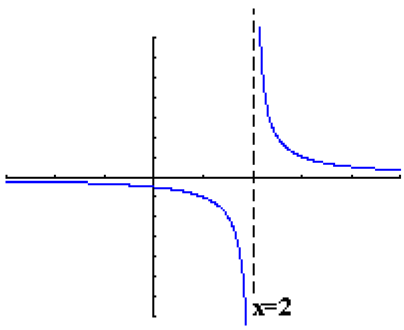
Respecto del momento del *primer encuentro* con la OM relativa al límite de funciones se observa que para el límite de funciones de una variable real, ocurre cuando el profesor formula la definición. En cambio, para la continuidad de funciones sucede a través de una tarea. A continuación se transcribe el episodio 11 (E11) de la Clase 4, relativo al primer encuentro con la noción de continuidad para funciones de una variable real:

E11 [Clase 4]

[106] Profesor: La otra función que tienen es efe de equis igual a uno sobre equis menos dos. Otro ejemplo que tienen ahí. Saben lo que eso ¿no? (Señala la grafica de una función) ¿Qué es esto?

[107] Alumno: Una hipérbola.

$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$



$$i) \quad f(2) = \frac{1}{0} = \infty \quad \nexists f(2)$$

$$ii) \quad \lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2} = \infty \Rightarrow \nexists L$$

Esta función es discontinua en $x = 2.$

[108] Profesor: Una hipérbola, muy bien. Por lo tanto es discontinua en equis igual a dos, por más que yo la quiera, nunca la voy a hacer continua. efe de dos ¿Cuánto da? Infinito ¿Existe la función en dos? No, si es infinito no existe. Y además, el límite para equis tendiendo a dos también da infinito. En consecuencia ¿Qué pasa con esa función? ¿Cómo es? Discontinua en equis igual a dos.

Aquí el profesor estudia el comportamiento de la función f a partir de su gráfica, y concluye en la discontinuidad de f en el punto $x_0 = 2$. Debemos realizar aquí un breve comentario puesto que el valor 2 no pertenece al dominio de la función estudiada. Esto podría considerarse como un ejemplo de lo que puede ocurrir si no se supera el nivel de la praxis, es decir, si no se pasa a un nivel superior de justificación y explicación. Podría pensarse que lo que aquí ha ocurrido es que, debido a que los profesores consideran irrelevantes algunas cuestiones por tratarse de un curso en la formación de profesionales de la economía y no de matemáticos, han acabado por dejar de lado cuestiones que son fundamentales para la construcción del saber.

En este caso, el primer encuentro con la noción de continuidad ocurre a través de un tipo de tareas: Analizar la continuidad de funciones reales de una variable alrededor de un punto dado.

El momento de la evaluación no ocurre – formalmente – durante las clases ya que, en este caso, tal momento tiene un lugar reconocido institucionalmente al finalizar el ciclo lectivo. El hecho de que la mayoría de las técnicas se presenten sin justificación, es un indicador de la ausencia del momento de la constitución del entorno tecnológico teórico durante el proceso de estudio. En consecuencia, tampoco existen preguntas referidas al por qué de determinadas maneras de hacer. Preguntas del tipo: ¿por qué tal tarea se resuelve así y no de otra manera? no tienen su lugar en este contexto, donde predominan las preguntas del tipo ¿Cómo calcular? o ¿Cómo resolver las tareas de este tipo?

3. El Autismo relativo a la evaluación y el tipo de actividad matemática

Las tareas que pueden o no ser evaluadas son constantemente mencionadas durante todo el proceso de estudio por el profesor y por los alumnos. Cuando lo hace el profesor, ese episodio se señala con la sigla AE_P, cuando lo hace el alumno, se señala el episodio con la sigla AE_A. La Tabla III, que se presenta a continuación, muestra el número de episodios de cada clase en las que se han identificado alusiones al momento del examen parcial. Cuando en un mismo episodio de una misma clase, el profesor o los alumnos, se han referido al examen parcial en dos oportunidades, se coloca en la celda correspondiente, dos veces el mismo episodio. Esto ocurre, por ejemplo, con el episodio 11 (E11) de la Clase 1 y con el episodio 12 (E12) de la Clase 3.

tabla iii

Episodios relacionados con el autismo relativo a la evaluación y con la modalidad de las clases

Clases	Autismo relativo a la Evaluación (AE)		Modalidad de las Clase (TAM)	
	AE_P	AE_A	T vs. P	TP
1 (23)	E1; E11; E11; E14; E15; E18; E20; E22	E7; E15	E15; E17	
2 (22)	E1; E3; E10; E21	E4; E21	E5; E10	
3 (24)	E1; E3; E12; E12; E17	E5; E10; E11; E19	E5	
4 (32)	E13; E14	E2	E1; E13	

En todas las clases, el profesor y los alumnos han mencionado la instancia del examen parcial. El número total de estos episodios es 28, y existen más alusiones por parte del profesor (en 19 episodios) que por parte del alumno (en 9 episodios). A continuación, se presentan a modo de ejemplo, algunos de estos episodios de clase:

E11 [Clase 1]:

[60] Profesor: [...] Yo quiero probar ese límite por definición, que es lo que les pueden llegar a pedir a ustedes en el examen, seguro. ¿Les van a pedir de una variable?

[61] Alumno: No.

[62] Profesor: Les van a pedir de dos, seguro. [...]

E15 [Clase 1]:

[107] Alumno: ¿Cuántas propiedades hay? ¿Las toman?

[108] Profesor: No. Pero ustedes tienen suerte porque las propiedades no se las toman. Antes en el dos mil, en el noventa y nueve, les tomábamos las demostraciones y ahora no las tomamos.

E11 y E15 permiten apreciar que el profesor institucionaliza la tarea "demostrar límites por definición" remarcando que será evaluada, mientras señala que la demostración de propiedades del límite de funciones, no lo será, a diferencia de lo que sucedía años atrás. El abandono de tareas que requieren la construcción de un entorno tecnológico teórico, en aras de obtener algún suceso en la evaluación, es otro indicador del encierro en las cuestiones a evaluar.

E3 [Clase 2]:

[15] Profesor: [...] es muy probable que los límites por definición después lo tengan que hacer ¿Cuándo? En el parcial [...]

Aquí el profesor menciona nuevamente que "los límites por definición", serán evaluados.

E12 [Clase 3]:

[120] Profesor: Los que les gusta tomar son como el inciso c) del ejercicio cinco. Este ejercicio es: Encuentre el valor de los siguientes límite: c) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{8x-3}{8x+6}\right)^{x-1}$

[121] Alumno: ¿Toman de estos?

[122] Profesor: Los que les gusta tomar son estos [...]

Aquí, el profesor se refiere a una tarea correspondiente al tipo "Calcular el límite en el infinito de funciones reales f de una variable", como una posible tarea a ser evaluada.

En todos los episodios anteriores el profesor destaca qué tareas suelen o no formar parte del examen parcial – sólo algunos de los que se mencionan en la Tabla III –. Esta insistencia en torno a lo que puede resultar evaluado, nos conduce a pensar que la evaluación podría funcionar como eje central, alrededor del cuál se articula todo el proceso de estudio. Podríamos suponer además que el examen parcial determina qué se estudia y qué se desarrolla durante cada una de las clases, interpretando esto como un ejemplo de lo que se denomina "pérdida de sentido matemático". Este sentido es necesario puesto que resulta funcional a la construcción del saber.

A continuación se transcribe un fragmento del protocolo correspondiente al episodio tres (E3) de la Clase 3. En este caso, se advierte lo mismo que en los episodios 11 y 15 (E11 y E15) de la Clase 2. Nuevamente aquí, se abandona una posible construcción de un entorno tecnológico-teórico pues no será evaluado. En este nuevo episodio, E3 de la Clase 3, el profesor se refiere al número *e* como $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$. Este límite especial es utilizado cómo técnica para resolver otros límites. Aunque el profesor justifica inductivamente el límite anterior, y dedica esfuerzo y trabajo numérico a esta cuestión, que además tiene eco favorable en los alumnos, inmediatamente (línea 20) deslegitima esta búsqueda de sentido argumentando que no tratará la "demostración", pues ésta no suele ser evaluada.

E3 [Clase 3]

[16] Profesor: Después viene el número e. ¿Saben lo que es el número e? ¿Lo leyeron? Bueno…eso es el número e (Escribe en la Pizarra 10: $e = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$). El número e la base de los logaritmos naturales. e es una expresión que tiene estos decimales, e igual a 2,7182818281828459 (sic). Aparentemente es un número periódico, pero no, no es verdad, pareciera que el período es mil ochocientos veinte ocho, pero después de estas tres veces que aparece el mil ochocientos veinte ocho aparece un cuatrocientos cincuenta y nueve, entonces esa expresión, no es periódico. La base de los logaritmos naturales… los logaritmos decimales tienen base diez, los logaritmos naturales tienen base e. ¿Si? Es lo que figura en la calculadora con ele

ene, ese ele ene, es “ele ene”. Eso es el logaritmo en base e, que se simboliza así: ln. También se los llama logaritmos neperianos. ¿Por qué? Porque los descubrió un señor que se llama Neper. Bueno, que pasa si equis vale uno ¿Qué pasa con esta expresión? (Señala la expresión $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ y prueba con diferentes valores de x). Ven que el dos, la primera parte, la parte entera la tenemos. Ahora nos falta aproximar la parte decimal ¿qué pasa? Tengo que tomar valores de equis muy grandotes. Esto puedo seguir los cálculos, si equis vale cuatro, cinco, seis…Supongan que equis vale cien. (Resuelve la expresión del e para x igual a 100 y les pide a los alumnos que resuelvan en la calculadora cuánto es 1,01 elevado a la 100). Va a valer dos coma y pico ¿Apareció el siete?

[17] Alumno: Dos coma setenta.

[18] Profesor: Ven que apreció el siete. Si equis es igual a mil, sería uno coma cero cero uno elevado a la mil. Esta expresión es dos coma siete…y es probable que aparezca el uno. Es decir, a medida que equis se hace más grande, si equis tiende a infinito, esta expresión tiende a ¿Qué número?

[19] Alumno: A e.

[20] Profesor: Esto se puede escribir en forma de límite. Podemos decir que el límite para equis tendiendo a infinito de uno más uno sobre equis, todo elevado a las equis me da, por definición, el número e, la base de los logaritmos naturales. La demostración de esto no se las voy a dar, porque teóricamente, no la toman. El tema es si la tomas…vamos todos muertos…hay que leerla, interpretarla, no es difícil, está en la página noventa y cinco y noventa y seis (El Profesor hace referencia a la página 95/96 del material que ha escrito para el curso de Matemática).

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$$

Si x = 1   2

Si x = 2 $\left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4} = 2{,}25$

Si x = 3 $\left(\frac{4}{3}\right)^{3} = \frac{64}{27} = 2{,}37$

Si x = 100 $\left(\frac{101}{100}\right)^{100} = (1{,}01)^{100} = 2{,}7....$

Si x = 1000 $\left(\frac{1001}{1000}\right)^{1000} = (1{,}001)^{1000} = 2{,}71...$

Si $x \to \infty,\ \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} \to e$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e$$

Pizarra 3

Resignar la construcción del entorno tecnológico-teórico relativo a una técnica matemática, porque no sería evaluada, priva de sentido al trabajo realizado por el profesor para legitimar el uso de este límite en el cálculo de otros, lo cuál puede interpretarse como otro indicador del encierro en las cuestiones que pueden ser evaluadas. ¿Porqué se priorizan tanto las cuestiones relativas a *cómo proceder para calcular cierto límite*, desplazando a las cuestiones relativas a *porqué es tal límite*, o *para qué se estudian los limites*? La TAD permite explicar esto a partir del análisis de ciertos tipos de restricciones institucionales tales como:

- Restricciones que pueden ser generadas por la necesidad de evaluar la eficacia de los procesos de enseñanza y aprendizaje, provocando generalmente una automatización o mecanización de las técnicas enseñadas con la consiguiente pérdida de funcionalidad del saber matemático.
- Restricciones impuestas por el tiempo didáctico del proceso de estudio, conjuntamente con la exigencia de un aprendizaje rápido o en un tiempo muy limitado, que puede llevar al aprendizaje "momentáneo".
- Y restricciones que provienen de la necesidad de que todo saber enseñado debe aparecer como transparente e incuestionable, lo cuál impide retomar las OM del nivel medio e integrarlas en OM regionales o de complejidad creciente (Barquero, Bosch, Gascón, 2007, pp. 3- 4).

En este caso, operan los tres tipos de restricciones mencionadas anteriormente pues, la necesidad de que los alumnos aprueben los exámenes, conjuntamente con la restricción del tiempo didáctico – que es escaso – nos conduce a suponer que la única alternativa del profesor es limitar las tareas y las cuestiones a aquello que será incluido en el examen.

Desde nuestro punto de vista, consideramos que el profesor se limita a proponer sólo tareas similares a las que serán evaluadas pues entiende que de esa manera, podrá responder a las exigencias institucionales que la Universidad le demanda: "lograr la permanencia y aprobación de los estudiantes". Creemos que el profesor se "encierra" en el nivel de las cuestiones no de manera voluntaria sino como un mecanismo de respuesta ante ciertas exigencias institucionales.

Los protocolos antes presentados evidencian el tiempo, esfuerzo y énfasis otorgado a responder cuestiones relativas al *¿cómo?*, abandonando explícitamente las referidas al *¿por qué?* y al *¿para qué?* del saber matemático. Este encierro en las cuestiones que pueden ser evaluadas, como respuesta a las restricciones institucionales, se relacionaría directamente con el fenómeno del autismo relativo a la evaluación.

Otro indicador del autismo relativo a la evaluación es la existencia de OM puntuales, es decir, que se centran en el estudio de una única cuestión. En trabajos anteriores hemos reconstruido y descripto las distintas OM en torno al límite de funciones que conviven en esta Institución (Parra, Otero, 2007, pp. 27; Parra, 2008, pp. 25-63). Hemos reconstruido una posible OM de referencia, y dos OM propuestas para enseñar (una OM propuesta para enseñar por los libros de texto que los profesores recomiendan a los alumnos, y otra OM propuesta para enseñar en el material teórico-práctico que el profesor del caso ha diseñado y editado para los alumnos de su curso). Además, se ha descrito la OM efectivamente enseñada por este profesor. Una de las conclusiones obtenidas a partir de esta descripción, es la existencia de OM puntuales. La OM efectivamente enseñada consiste en calcular el límite de funciones de una variable real en torno a un valor finito, dejando de lado las cuestiones relativas a la verificación de límites y al análisis de la existencia del mismo.

Con relación al tipo de actividad matemática, el tiempo de clase se utiliza para que el profesor presente reiteradamente técnicas relacionadas con las tareas del examen parcial. Consideramos que estas acciones podrían reducir fuertemente el topos[4] del alumno durante las clases y no contribuirían al desarrollo de su autonomía.

En síntesis, la restricción institucional que demanda aprobación del examen parcial para evitar la deserción de los alumnos, entendemos que conduce al encierro del profesor en el nivel de las cuestiones que él supone que serán evaluadas, transformando las clases en clases esencialmente prácticas. Desde el punto de vista de la TAD, la praxis sin logos es un "sin-sentido matemático", ya que el saber matemático necesita discursos racionales que expliquen, justifiquen y muestren las limitaciones y los alcances de ciertas maneras de hacer, o, dicho de otro modo, que justifiquen por qué procedemos de una manera y no de otra. Esta imposibilidad de "ver más allá" de las cuestiones relativas a la

[4] *Topos,* del griego, significa "lugar": el topos de X_i es el "lugar de X_i", [...] el lugar donde, psicológicamente, X_i experimenta la sensación de desempeñar, en la realización de una tarea *t*, "un papel a gusto para él". En el caso de una clase, se hablará así de *topos* del alumno y del *topos* del profesor. De esta manera [...], producir – por ejemplo por escrito – una solución de un ejercicio pertenece al *topos* de alumno, mientras que la tarea de construir un enunciado corresponde al *topos* del profesor (Chevallard, 1999, pp. 20)

evaluación podría fomentar el estudio de OM puntuales y subyace al fenómeno del autismo relativo a la evaluación.

Hasta aquí se ha descripto la manera en la que este profesor organiza el proceso de estudio. En la sección siguiente se mostrará que la OD de este profesor universitario, y su manera de organizar el estudio de las OM sobre límite de funciones en la Universidad; mantiene varios puntos de contacto con la OD del profesor de Secundaria. A continuación se presentan algunos de los cambios que según Gascón (1997, pp. 9-14) ocurren en el paso de estudiar Matemática en la Escuela Secundaria a estudiar Matemática en la Universidad. Asumiendo estos cambios se identifica cuáles ocurren y cuáles no ocurren en el caso estudiado.

4. El paso de estudiar Matemática en el nivel medio a estudiar Matemática en la Universidad

Algunos de los cambios que se producen en el paso de la Secundaria a la Universidad, en el sentido didáctico-matemático según Gascón (1997), se explicitan en la columna uno de la Tabla IV y lo que ocurre en este caso, en la columna dos

Tabla IV

Cambios entre estudiar Matemática en la Escuela Secundaria a estudiar Matemática en la Universidad

Lo que propone Gascón	Lo que ocurre en este caso
De una actividad matemática evaluable instantáneamente, encerrada en el aula y absolutamente dirigida y controlada por el profesor, se pasa a una actividad matemática evaluable a medio y largo plazo, con objetivos más globales, mucho más abierta (menos centrada en el aula, menos controlada por el profesor y menos dependiente de la enseñanza de éste) donde hay más espacio para que el estudiante desarrolle la "responsabilidad matemática". (Gascón, 1997, pp.12).	La actividad es dirigida y controlada por el profesor. Aunque el momento de la evaluación ocurre a mediano y largo plazo, el examen está presente constantemente en el discurso del profesor y de los alumnos, y resulta el eje central de todo el proceso de estudio. Como es el profesor quien controla todo el proceso de estudio, el alumno no se vuelve más autónomo, y se inhibe el "desarrollo la responsabilidad matemática". No existen medios suficientes para que el

	alumno sea el director de su proceso de estudio.
Se pasa de una actividad matemática tecnicista a una actividad matemática teoricista, en la que las técnicas juegan únicamente un papel auxiliar. Uno de los síntomas de este cambio lo constituye el desdoblamiento en dos dispositivos diferentes, "clase de teoría" y "clase práctica" que ocurren en momentos diferentes y dirigidos por profesores diferentes, de la tradicional clase de matemática en Secundaria dirigida por un único profesor (Gascón, 1997, pp.13).	El momento del trabajo de la técnica es el predominante. Las técnicas ocupan el primer plano durante las clases. No se corrobora el desdoblamiento en dos dispositivos. Como se considera que este dispositivo es inadecuado, un mismo profesor dirige ambas dimensiones de la actividad matemática.
De una actividad matemática esencialmente práctico-técnica donde raramente se alcanza el nivel tecnológico, se pasa a una actividad matemática muy centrada en los componentes teóricos de las OM regionales que se proponen para ser estudiadas, donde el trabajo práctico-técnico es considerado una actividad secundaria dentro del proceso didáctico global. (Bosch, Fonseca y Gascón, 2004, pp.221).	La actividad matemática desarrollada en este curso es práctica-técnica, sesgándose fuertemente a clases puramente prácticas, sin alcanzar el nivel tecnológico y, menos aún, el nivel teórico.
El nuevo contrato didáctico traspasa al estudiante una parte importante de la responsabilidad didáctico-matemática que, en Secundaria, era exclusiva del profesor. (Gascón, 1997, pp.9).	El contrato didáctico no traspasa al alumno la responsabilidad de ser su propio director del proceso de estudio, sigue siendo exclusiva del profesor.

Asumiendo las características del paso de estudiar Matemática en la Secundaria a estudiar Matemática en la Universidad que propone Gascón (1997, pp.9-12) se advierte que la OD de este profesor de esta

Institución tiene algunas características que, en general, se atribuyen a la OD del profesor de secundaria. En este caso, ocurre que:

- El examen parcial actúa como eje alrededor del cuál gira todo el proceso de estudio, determinando lo que efectivamente se estudia y desarrolla durante las clases.
- La actividad matemática es controlada y dirigida por el profesor restringiendo fuertemente el lugar del alumno en la exploración de tareas y en el trabajo de la técnica, e inhibiendo la participación del alumno en la constitución de algún posible entorno tecnológico-teórico.
- Los estudiantes no logran así construir medios eficaces para ser su propio director del proceso de estudio y, por lo tanto, no alcanzan la autonomía que el nivel superior le exige, e inhibe su participación en el desarrollo de la responsabilidad matemática de aprender.
- La actividad matematica desarrollada durante todo el proceso de estudio resulta ser puramente práctica, sin alcanzar un nivel tecnológico-teórico necesario y suficiente para justificar e interpretar las técnicas. Estos hechos generan un predominio del bloque práctico-técnico por sobre el momento de la constitución del entorno tecnológico-teórico relativo a las técnicas matemáticas utilizadas y presentadas.

Conclusiones

El trabajo ha permitido reconocer y describir la presencia del fenómeno del autismo en la Universidad, desde el institucional hasta el relativo a la evaluación, a la luz de las formulaciones propuestas por Chevallard (1999) y Gascón (2002, 2003, 2004) en el marco de la TAD. Aunque las restricciones a las que está sujeto el profesor de Matemática universitario, parecerían diferentes a las que operarían en la secundaria, las características encontradas en la OD, muestran mayor continuidad que la esperada en la manera de organizar el estudio de la Matemática en la Escuela Secundaria con respecto al primer año de la Universidad.

En la Universidad operan restricciones institucionales que acaban determinando lo que es posible construir o estudiar en una clase de Matemática. En este caso, se advierten restricciones impuestas por el tiempo didáctico y por la necesidad de que los alumnos aprueben las instancias de evaluación, limitando así el accionar del profesor hacia el estudio de las cuestiones que él supone serán evaluadas. El proceso de estudio está sesgado a responder una única cuestión generatriz – aquí explícita – ¿cómo resolver las tareas que probablemente serán evaluadas? Así se gesta la pérdida de *sentido matemático* de diversas nociones, pues las que no forman parte del examen parcial no son estudiadas durante las clases.

El caso analizado también muestra cómo se intenta romper el dispositivo que separa las clases en "teoría" y "práctica", que se interpreta como un factor negativo para los estudiantes. Sin embargo, aunque los profesores dicen intentar integrar lo que ellos entienden por teoría y práctica, no consiguen sino reducir las acciones didácticas al nivel de la praxis – entendiendo en este caso la noción de "praxis" como la descrita en la TAD –. Esto podría ser interpretado a la luz de este marco teórico de la siguiente manera: las clases transcurren sin construir un entorno tecnológico-teórico que da sentido matemático a las técnicas utilizadas y, el profesor puede ser visto como "encerrado" en el nivel de las cuestiones que él supone serán evaluadas, que nos hemos permitido denominar como autismo relativo a la evaluación. El fenómeno del encierro es un fenómeno didáctico y por lo tanto debe ser interpretado como tal.

Luego de las consideraciones respecto a la reducción de las acciones del profesor al nivel de la praxis, podríamos preguntarnos por qué es necesario superar el nivel de la praxis aunque se estén formando economistas y no matemáticos. Desde el marco de la TAD y a nuestro juicio, se debe superar el nivel de la praxis porque se está estudiando un saber y en cualquier ámbito o nivel (ya sean para economistas o matemáticos, desde matemáticos profesionales hasta estudiantes) no pueden reducirse las acciones al saber-hacer porque el saber es la respuesta a una pregunta o cuestión que genera saber-hacer y saber-saber. Un claro ejemplo de por qué no se deberían reducir las acciones exclusivamente al nivel de la praxis se presenta en la transcripción del episodio **E11 [Clase 4]**, relativo a la continuidad de una función en un punto. Allí se muestra cómo el profesor se ocupa exclusivamente de presentar, a través del gráfico, cómo una función se comporta en el entorno de un punto, dejando de lado si es o no posible realizar ese análisis, o bajo que condiciones se puede proceder de esa manera.

Respecto a las características de la OD del profesor universitario y a las relaciones con el fenómeno del autismo relativo a la evaluación, podría decirse que el profesor es un protagonista privilegiado, que controla y dirige el desarrollo de todo el proceso de estudio, instalando constante y explícitamente el examen parcial. Este accionar del profesor impide al alumno "tomar su lugar" durante las clases, y obstaculiza el acceso a los medios necesarios para que el estudiante ejerza y desarrolle la responsabilidad didáctico-matemática de aprender. Así, la ruptura del dispositivo teoría-práctica, característico de la Institución Universidad, realizada en nombre de los problemas del alumno, solo ha profundizado las dificultades del profesor para darle lugar en las clases.

La descripción realizada nos ha permitido dimensionar las dificultades que tiene el profesor universitario para responder a los problemas didácticos que se le presentan. La Teoría Antropológica de lo Didáctico resulta un referencial pertinente para analizar las praxeologías didácticas en la Universidad, y explica como las restricciones institucionales operan a tal punto que las únicas acciones que el profesor puede realizar, acaban en el fenómeno del autismo.

Referencias bibliográficas

ARTIGUE, M. (1991). *Analysis Advanced Mahematical Thinking*. Kluwer Academic Press, 167-198.

ARTIGUE, M. & ERVYNCK, G. (1992). *Proceeding of Working Group 3 on students' difficulties in calculus*. ICME 7. Université de Sherbrooke.

ARTIGUE, M. (1993). *Enseignement de l'analyse et fonctions de référence*. Repères IREM, 11, 115-139.

ARTIGUE, M. (1995). *La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos*. Ingeniería didáctica en educación matemática. P. Gomez (Ed). México: Grupo Editorial Iberoamericano, 97-140.

ARTIGUE, M. (1998). *Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios* *curriculares?* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 1 (1), 40-55.

BARQUERO, B.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. (2007) *La modelización como instrumento de articulación de las matemáticas del primer ciclo universitario de Ciencias. Estudio de la dinámica de poblaciones.* Comunicación en el I Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Uzès, Francia. Obtenido el 2 de Junio de 2008 de http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD/Comunicaciones.htm

BOSCH, M.; ESPINOZA, L.; GASCÓN, J. (2003). *El profesor como director de procesos de estudio. Análisis de Organizaciones Didácticas espontáneas.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 23 (1), 79-136.

BOSCH, M.; FONSECA, C.; GASCÓN, J. (2004). *Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales en las Instituciones Escolares.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 24 (2), 205-250.

CHEVALLARD, Y. (1992). *Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées pau une approche anthropologique.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 12(1), 73-112.

CHEVALLARD, Y. (1997). *Familière el problématique, la figure du professeur.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 17(3), 17-54.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. (1997) *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.* Barcelona: ICE/Horsori.

CHEVALLARD, Y. (1999). *L´analyse des practiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 19 (2), 221-266.

CHEVALLARD, Y. (2000). *La Recherche en didactique et la formation des professeurs : problématiques, concepts, problèmes.* In Bailleul M. (ed) Actes de la X École d'été de didactiques des mathématiques, 98-112. ARDM et IUFM de Caen.

CHEVALLARD, Y (2001). *Aspectos problemáticos de la formación docente.* XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en

Didáctica de las Matemáticas, Huesca. Obtenido el 2 de junio de 2008 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=15

FARFÁN, R. M. (Ed) (1993). IV Seminario Nacional de Investigación en Didáctica del Cálculo. México.

GASCÓN, J. (1997). *Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en Secundaria a estudiar matemáticas en la Universidad.* Revista SUMA, 26, 11-21.

GASCÓN, J. (2002). *El problema de la Educación Matemática y la doble ruptura de la Didáctica de las Matemáticas*. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 5 (3), 673-702.

GASCÓN, J. (2003). *Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria I. Desaparición escolar de la razón de ser de la Geometría.* Revista SUMA, 44, 25-34.

GASCÓN, J. (2004). *Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria II. La clasificación de los cuadriláteros convexos.* Revista SUMA, 45, 41-52.

PARRA, V. (2008). *Praxeologías Matemáticas y Didácticas en la Universidad: un estudio de caso relativo al límite y continuidad de funciones.* Tesis de Licenciatura en Educación Matemática (Sin publicar). Departamento de Formación Docente. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Centro de la Provincia de Buenos Aires. Argentina.

PARRA, V.; OTERO, M. R. (2007). *Organizaciones Matemáticas en la Universidad en torno a las nociones de límite y continuidad de funciones: un estudio de caso.* Revista Electrónica de Educación en Ciencias, 2 (2), 20–28. Disponible en: http://www.exa.unicen.edu.ar/reiec/

TALL, D. (1991). *Advanced Mahematical Thinking.* Kluwer Academic Press.

TALL, D. & VINNER, S. (1981). *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity.* Educational Studies in Mathematics, 22, 125-147.