

A relação e as dificuldades dos alunos com a matemática: um objeto de investigação¹

Vinício de Macedo Santos*

Resumo: Este texto apresenta e discute um percurso particular de estudos sobre a relação dos alunos e suas dificuldades com a Matemática como uma possibilidade de investigação na área de Educação Matemática. Tomam-se como referência três estudos que, junto a outros, nessa área, investigam: como se articulam os interesses dos alunos, suas representações, suas experiências sensíveis e “suas lógicas” com o conhecimento matemático; que dificuldades são geradas nesse processo e o que elas informam aos processos de formação docente. Um dos estudos, ainda em andamento, objetiva caracterizar, mapear e compreender a relação de alunos de um grande centro urbano e suas dificuldades com a Matemática e discutir o peso do contexto social, das exigências curriculares do sistema de ensino em questão e das negociações entre quem ensina e quem aprende Matemática. Ao destacar questões, focos, estratégias, metodologias e resultados das pesquisas, explicita-se também um conjunto de elementos que permitem entrever contribuições da atividade de pesquisa, o impacto de políticas educativas para o ensino de Matemática e as relações entre ambas.

Palavras-chave: dificuldades em Matemática; ensino de Matemática; dimensões sociais do ensino de Matemática; formação de professores.

The relation and difficulties of students with mathematics: a topic for investigation

Abstract: This text presents and discusses a particular type of studies into the relation and difficulties of students with mathematics as a possibility for investigation in the field of mathematics education. It takes as its reference three

¹ Este artigo é adaptação de parte da tese de livre-docência do autor: *Percursos em Educação Matemática: ensino, aprendizagem, produção de conhecimento e seus contextos*, FEUSP, 2008. Parte da temática proposta neste artigo é objeto do programa de estudos pós-doutoral que vem sendo desenvolvido pelo autor, em 2009, junto à École des Hautes Etudes em Sciences Sociales (EHESS), Paris-France, com apoio financeiro da Capes.

* Professor Livre-Docente da Faculdade de Educação da USP. e-mail:vms@usp.br.

studies that, among others in this field, investigate how students organize their interests, representations, sensitive experiences and "their logic" with mathematical knowledge; what difficulties arise in this process and what they reveal about teacher-training processes. One of the studies that is still in progress seeks to characterize, map and understand the relation of students from a large urban center and their difficulties with mathematics, and to discuss the weight of the social context, the curricular demands of the teaching system in question and the negotiations between teachers and students of mathematics. By highlighting questions, focuses, strategies, methodologies and study results, a combination of elements that reveals contributions from research activity, the impact of educational policies and relationships between the two also becomes apparent.

Key words: Difficulties in mathematics; mathematics education; social dimensions in mathematics education; teacher training.

Apresentação

Da variedade de questões que têm sido objeto de interesse dos educadores matemáticos, conforme podem atestar publicações que têm se ocupado de mapear os estudos realizados na ainda recente história de pesquisa na área, em primeiro plano aparecem, como domínio principal de interesse, diferentes aspectos concernentes ao ensino e à aprendizagem de noções matemáticas específicas (Santos, 2008a). Em termos gerais pode-se constatar que, no Brasil, há uma estreita relação entre as temáticas investigadas na área e o conteúdo de algumas das políticas públicas educacionais que envolvem o ensino de Matemática em todos os níveis, principalmente as que se orientam para a avaliação da aprendizagem, a reformulação e inovação curricular e a formação docente. Verifica-se também que, ao permanecer como domínio de questões que motivam um grande número de pesquisas na área, os estudos na temática da aprendizagem e do ensino de noções matemáticas específicas assimilam elementos que fazem parte da cena social e que motivam políticas públicas, como a presença das tecnologias da informação e comunicação, o acesso a elas e sua utilização; a presença de aspectos ambientais e a necessidade de atenção a eles, a diferenças socioculturais que marcam as populações, à globalização e à ordem mundial, etc.

Este texto apresenta e discute um percurso particular de estudos sobre a relação dos alunos e suas dificuldades com a Matemática como uma possibilidade de investigação na área de Educação Matemática. Ao destacar questões, estratégias, metodologias e achados de pesquisas, explicita também um conjunto de elementos que permitem entrever aproximações, diálogos e complementaridade entre atividade de pesquisa e políticas públicas educacionais, entendendo que ambas são atividades de lógicas e tempos diferentes, ainda que possam ter motivações, finalidades e fontes de recursos comuns. Desse percurso são destacados três momentos, referidos a três projetos de pesquisas realizados em períodos distintos e, até certo ponto, distantes no tempo, mas que aqui são reunidos pela necessidade de justificar o caráter emblemático de uma temática de pesquisa em Educação Matemática e pelos diferentes focos que uma mesma temática possibilita, em conformidade com circunstâncias contextuais no âmbito social e no âmbito da pesquisa na área, caracterizando, desse modo, o que pode ser tomado como um programa de pesquisas na temática. São estes estudos: 1) *A Matemática no primeiro grau: os significados que pais, alunos e professores conferem à Matemática*¹; 2) *Aperfeiçoamento da formação de professores de 2º grau: as dificuldades de aprendizagem de alunos de 1ª a 4ª séries como objeto de reflexão*²; e 3) *Avaliação e pesquisa: investigando as dificuldades em Matemática no ensino fundamental da rede municipal da cidade de São Paulo*³, este ainda em andamento.

Discute-se inicialmente o interesse pela temática e, descritivamente, são apresentados os referidos projetos, os objetivos e a metodologia desenvolvidos, bem como alguns resultados alcançados. Discutem-se também as ênfases de cada projeto e a perspectiva que os unifica, suas referências teórico-metodológicas, a necessidade presente de ampliar e renovar o suporte teórico que embasa esse tipo de investigação, constituindo metodologias para o prosseguimento da pesquisa, com vistas a uma compreensão mais ampla do objeto investigado. Trata-se de um esforço que procura transcender o âmbito

¹ Projeto desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação da PUC-São Paulo, com apoio financeiro da Capes e finalizado em 1989/1990.

² Projeto desenvolvido durante na Unesp, com apoio financeiro da Fapesp e finalizado em 2001.

³ Projeto em desenvolvimento na FEUSP, com apoio financeiro da Fapesp.

restrito da didática como sistema autônomo, regido por uma dinâmica auto-explicativa, para entender como se articulam os interesses dos alunos, suas representações, suas experiências sensíveis e “suas lógicas” com o conhecimento matemático; que dificuldades são geradas nesse processo e o que elas informam aos processos de ensino e de formação docente.

Trata-se de um tipo de estudo que estabelece vínculos estreitos com políticas que envolvem o ensino de Matemática, como a avaliação, a formação e a capacitação docente, a formulação de programas e currículos, a produção, a oferta e a análise de recursos didáticos, etc. Entretanto, é necessário pontuar que as dinâmicas e os propósitos da pesquisa em Educação Matemática e as políticas sociais para a educação não se confundem.

No que concerne às políticas públicas para a educação no Brasil, verifica-se que, em grande parte, elas estão regidas pelas agendas e pelas diretrizes de organismos e acordos internacionais (Unesco, Banco Mundial, Unicef, Pnud, etc.), incorporando e/ou diluindo pautas de movimentos sociais locais, legitimando-se como resposta a pressões que emergem da participação direta de setores da sociedade civil. Por exemplo: a institucionalização da universalização e da equalização de direitos (LDB, escola de nove anos, educação infantil, instituição de ciclos, progressão continuada, educação inclusiva, etc.); a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem (formação docente, avaliação e distribuição de livros didáticos, avaliação de cursos); e até a investida de caráter meritocrático que aposta na revelação de talentos e na potencialização de competências individuais (olimpíadas e premiações). Essas políticas públicas relacionam-se com a pesquisa, na medida em que um conjunto de questões comuns são trazidas para a ordem do dia.

A idéia de que políticas públicas para a Educação consistem de estratégias utilizadas, na forma de ações governamentais, para promover soluções de problemas públicos setoriais, como é o caso do ensino de Matemática, na esfera dos direitos e deveres dos cidadãos, alia-se à idéia de que as motivações e as finalidades da pesquisa em Educação Matemática têm caráter público e fundam-se no compromisso social que demanda e viabiliza a pesquisa. As práticas de pesquisa educacional e, em particular, a prática de pesquisa em Educação Matemática não se separam de propósitos de políticas sociais voltadas para a promoção de bem-estar, de inclusão, de melhoria da qualidade de vida, de ampliação

e equalização de direitos, etc. Dessa perspectiva, os resultados das pesquisas educacionais são bens públicos que podem informar e nutrir a política, assim como certas políticas, sobretudo as voltadas para o desenvolvimento da ciência, podem e devem impactar positivamente a pesquisa educacional.

Considera-se, a partir do exposto, que a investigação sobre a relação dos alunos com a Matemática, com ênfase nas dificuldades de aprendizagem, justifica-se como tema relevante de pesquisa, tanto pela natureza das questões que precisam ser compreendidas quanto pela carência de estudos, no País, que gerem conhecimentos-suporte para a ampliação e o aprofundamento da pesquisa sobre o tema. Isso significa, no atual momento, constituir e dispor de elementos teóricos e metodológicos que permitam compreender e explicar a relação e as dificuldades dos alunos com a Matemática como produto da dinâmica que se estabelece entre aluno, professor e saber matemático, na sala de aula, em estreita relação com o mundo exterior a ela e que nela se manifesta. Assim, a depender do estudo e das condições, o foco pode ser a experiência, o saber ou não-saber do aluno, como pode ser o saber e a metodologia do professor; ou ainda o peso do contexto social, das negociações entre aluno e professor, das exigências curriculares do sistema de ensino e do alcance de certas políticas educativas.

1. Dificuldades de aprendizagem: o foco nos significados da Matemática

A atenção sistemática ao tema da relação dos alunos com a Matemática e das suas dificuldades com ela teve início com o estudo *A Matemática no primeiro grau: os significados que pais, alunos e professores conferem à Matemática*, desenvolvido no âmbito de um programa de Pós-Graduação. Esse estudo partiu da hipótese de que as idéias socialmente veiculadas sobre a Matemática interferem na predisposição que os alunos têm para aprender Matemática na escola; além do quê, a própria escola contribui para a difusão de idéias e valores que fazem conflituosa e, em muitos casos, negativa a experiência escolar dos alunos com a Matemática. A questão que gerou a necessidade de realizar o estudo foi: quais significados as pessoas dão à Matemática e a sua relação com ela e quais tipos de dificuldades estão aí presentes? Questão esta formulada com base no que se considerava ser um dos principais desafios enfrentados pelo professor de Matemática em sala de aula: conseguir recuperar e manter o interesse de alunos pouco

motivados, com reprovações sucessivas, solucionando suas dificuldades. Tratava-se, num primeiro momento, de estudar a questão, compreendendo o outro lado: o que pensa e como pensa cada indivíduo, e ter mais elementos para, como professor, conseguir modificar o ensino.

Sobre as referências teórico-metodológicas desse estudo, algumas são firmadas a partir da filiação à linha de pesquisa do programa de formação em pós-graduação escolhido, que vinha fundamentando pesquisas sobre a temática da educação escolar a partir de meados dos anos 1980. São igualmente importantes as referências que embasavam as práticas pedagógicas e o debate sobre currículos de Matemática, marcados, nesse período, pela mudança de orientação fundada na crítica ao ensino que tinha um caráter mais sintático que semântico, mais baseado na compreensão de regras que na compreensão de significados (GÓMEZ-GRANELL, 2002) e na valorização de processos intuitivos proporcionada pela metodologia da resolução de problemas. Pode-se considerar que a perspectiva teórica principal que orientou esse trabalho de investigação está fortemente identificada, primeiramente, com o que Glaserfeld (1989, apud ERNEST, 1994) denominou de “construtivismo trivial”, aquele que se apóia exclusivamente no princípio de que “o conhecimento não é recebido passivamente pelo sujeito cognitivo, mas que é ativamente construído” (ERNEST, 1994); e, em segundo lugar, que as referências cognitivas dos alunos são importantes para os significados dados às noções matemáticas a partir das situações e das atividades que procuram resolver. É importante considerar que idéias como essas eram incorporadas ao ideário pedagógico num contexto de reforma educacional, de inovação curricular, sintonizado com o processo de transição de regime político do País. No terreno educacional procedeu-se a uma reforma que tinha no construtivismo uma possibilidade de ruptura com o que se entendia ser uma abordagem tradicional do papel do professor, do aluno, da escola e do currículo [...] No caso do ensino de Matemática, questionava-se o movimento da Matemática Moderna e considerava-se a necessidade de adotar uma abordagem que levasse em conta: condições locais de cada país ou região, outras concepções de aluno, de professor, de relação entre ambos, de Matemática e de ensino e aprendizagem desta área.

Nesse caso, o estudo identifica-se como qualitativo, em razão da forma como os dados foram coletados e interpretados: foram levantados em uma escola da rede de ensino público do Estado de São Paulo,

localizada na capital, a partir de entrevistas baseadas num questionário previamente elaborado. A elaboração das questões foi orientada pelo interesse em saber de que modo os sujeitos da pesquisa percebem a Matemática e sua relação com ela, dentro e fora da escola. Foi utilizado um procedimento de análise centrado na interpretação da diversidade e das particularidades das respostas, configurando, desse modo, um painel dos significados dados à Matemática e das dificuldades dos grupos investigados, com atenção principal aos significados presentes nos enunciados feitos pelos alunos, procurando interpretar o modo como estes os representam e percebem.

Constatou-se nesse estudo que, a despeito de reconhecerem uma positividade inerente à Matemática e ao seu ensino, os professores e os alunos entrevistados portavam dificuldades que foram aumentando com o desenrolar da sua escolarização. E que, no caso deles, contribuíram para que considerassem que haviam fracassado em Matemática.

2. Dificuldades de aprendizagem e a formação docente como foco de interesse

O projeto Aperfeiçoamento da formação de professores de 2º grau: as dificuldades de aprendizagem de alunos de 1ª a 4ª séries como objeto de reflexão⁴ insere-se no campo de investigações que identificam a natureza do trabalho docente, o conjunto de saberes que integram a formação profissional do professor de Matemática e toma como meta o desenvolvimento do conhecimento didático do conteúdo matemático. Na sua justificativa e fundamentação, havia o suposto de que a cognição dos alunos de séries iniciais pode ser tomada como objeto de investigação, ao mesmo tempo que subsidie a formação inicial de professores. Para isso, foi proposta uma investigação sobre as dificuldades de aprendizagem, relativamente a conteúdos matemáticos, de alunos das quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, a ser realizada por estudantes para professor do último ano do curso de magistério 2º grau do Centro de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (Cefam); por seus professores de Metodologia do Ensino e de Supervisão de Estágio; e por professores da universidade.

Os objetivos do projeto eram: 1) identificar e analisar as dificuldades de aprendizagem de Matemática de alunos das séries

⁴ Participaram da equipe de coordenação do projeto a Profa. Dra. Leny Rodrigues Martins Teixeira (Unesp) e a Profa. Dra. Maria Raquel Morelatti (Unesp).

iniciais do Ensino Fundamental; 2) planejar e desenvolver atividades a partir da reflexão sobre as dificuldades encontradas e suas implicações para os professores formadores e futuros professores; 3) promover uma articulação entre teoria e prática com base na interação social entre os diferentes sujeitos envolvidos.

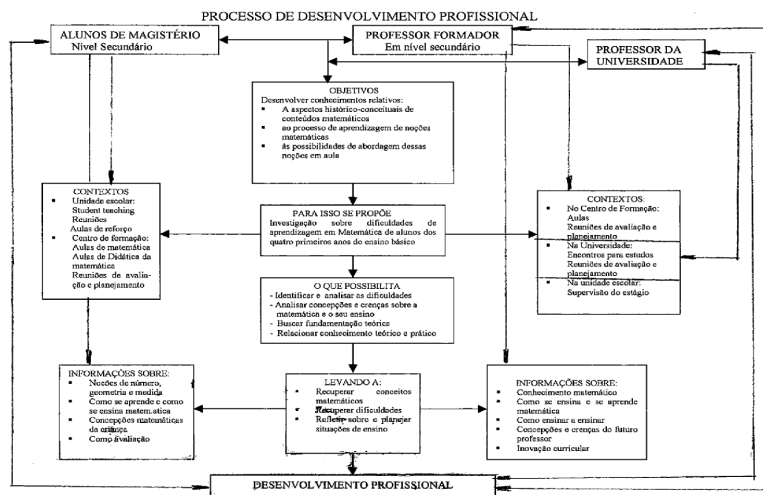
Para alcançar esses objetivos, os estudantes do magistério, orientados por seus professores, observavam as classes, durante seu estágio; faziam registros; elaboravam instrumentos de avaliação; e os aplicavam para identificar e analisar as dificuldades de aprendizagem. Realizavam estudos, planejavam atividades e as aplicavam, em horários alternativos às classes, para grupos de alunos que apresentavam dificuldades. Neste último caso, tratava-se de promover sessões de apoio e suporte pedagógico em Matemática, por duas horas semanais, para esses alunos, o que tinha como pressuposto a convicção de que uma pequena melhora de aproveitamento dos alunos em Matemática teria um impacto positivo na sua auto-estima, mediante um efeito desencadeador de atitude positiva relativamente à sua capacidade de aprender, não só Matemática.

A elaboração e a aplicação de instrumentos de avaliação, a análise dos dados coletados e a reflexão com vistas ao desenho de situações para o enfrentamento de dificuldades de aprendizagem da Matemática foram praticadas, a seu modo e da sua perspectiva, pelos professores e pelos alunos de magistério do 2º grau e por professores universitários. Com a realização da pesquisa, promovia-se a inserção desses sujeitos no local em que as questões relativas ao ensino e à aprendizagem da Matemática se apresentam em toda a sua complexidade⁵. A ação investigativa agrupava os diferentes sujeitos, de diferentes instituições, numa dinâmica cooperativa (Figura 1) que possibilitou como resultados: 1) o desenvolvimento do conhecimento profissional do professor e do futuro professor em três domínios relevantes: conceitos relativos a números, geometria e medidas, procedimentos, processos de resolução de problema, relações entre os conceitos, história dos conceitos (conhecimento matemático); conhecimento de procedimentos de ensino, planejamento de situações para abordar conceitos (conhecimento pedagógico); formas como os estudantes aprendem e pensam sobre conteúdos matemáticos específicos, que dificuldades apresentam, que erros cometem, etc.

⁵ Conforme Relatório Científico Fapesp/2000.

(conhecimento das cognições dos aprendizes em Matemática); 2) a realização de uma efetiva proposta de formação inicial e de formação continuada; 3) a melhoria da aprendizagem em Matemática.

Figura 1: Esquema da dinâmica das atribuições e ações dos sujeitos participantes do projeto



Assim, os resultados da pesquisa dizem respeito ao tipo de conhecimento profissional produzido; à formação teórica e prática do futuro professor; e ao maior aproveitamento do aluno nas aulas de Matemática, bem como ao maior envolvimento na classe, em consequência das atividades planejadas e aplicadas pelo aluno estagiário.

Do início da implementação até o final do projeto houve uma ampliação numérica dos sujeitos envolvidos (511 alunos dos 3^{os} anos de Cefam de 5 municípios⁶, 21 professores⁷ formadores dos Cefams e 2.847

⁶ Presidente Prudente, Andradina, Santo Anastácio, Araçatuba e Mirante do Paranapanema.

⁷ Os professores receberam, no período, uma bolsa da Fapesp.

alunos das 4 séries iniciais do Ensino Fundamental) e também uma mudança qualitativa que pode ser observada pelos desdobramentos relativos:

- À formação dos estudantes, no que se refere não só a conhecimentos de Matemática como à construção e ao uso de conhecimentos sobre educação, pois a diversidade de questões que decorrem das interações motivam o estudo e a reflexão em outras áreas de conhecimento envolvidas.

- À continuidade da formação e do desenvolvimento profissional de professores formadores nas áreas de Matemática, Didática da Matemática, Didática e Supervisão de Estágio.

- Ao conhecimento produzido na investigação, que possibilita o desenvolvimento profissional dos professores universitários envolvidos e mudanças na forma e no conteúdo da proposta de formação na área realizada na universidade.

- À mudança de atitude da criança e à melhora no seu aproveitamento em Matemática.

Nesse trabalho, pode-se entender que a maior compreensão dos tipos de dificuldades de aprendizagem mostrou-se elemento imprescindível para o aprimoramento da formação inicial e continuada do docente, na medida em que informaram sobre processos alternativos para a recuperação das dificuldades de aprendizagem dos alunos e das dificuldades de ensino enfrentadas pelos professores e futuros professores. Ou seja, pode-se considerar que o tema da dificuldade do aluno das séries iniciais e do aluno do curso de magistério era tratado de modo integrado, pois as dificuldades dos primeiros eram problematizadas e estudadas, mas o núcleo ativo tinha como sujeito principal o futuro professor, nas várias etapas da sua participação: a orientação para a pesquisa das dificuldades, a análise destas e o planejamento de situações problema a serem desenvolvidas com as crianças, a avaliação dessas atividades, etc. Ainda que a criança e o professor formador fossem sujeitos da pesquisa, o foco principal era a formação inicial do futuro professor, o desenvolvimento dos diferentes conhecimentos dos professores na etapa da formação inicial, mediante a realização de uma investigação. Mas o tipo de investigação e os sujeitos envolvidos definiam várias outras questões: as relativas à cognição dos alunos, aos fatores que dificultam a aprendizagem ou às noções com as quais os alunos têm dificuldades em aprender, à base teórica dos

professores formadores para orientar a ação dos futuros professores em todos os aspectos exigidos pela pesquisa.

Uma investigação sobre dificuldades de aprendizagem também coloca em evidência o tema da avaliação e, nesse caso, de uma intervenção dos futuros professores, que tem um duplo objetivo: prepará-lo para a profissão docente e recuperar o aproveitamento do aluno. Isso significa que há muitos conhecimentos em questão, além do desafio de explicitar um ou mais paradigmas que fundamentem o trabalho de investigação. Assim, os conhecimentos implicados no desenvolvimento do projeto diziam respeito às noções matemáticas nas quais os alunos apresentam dificuldades, à abordagem didática dessas noções, ao desenvolvimento da aprendizagem, às dificuldades de aprendizagem em Matemática, aos erros cometidos pelos alunos, aos procedimentos de avaliação e diagnóstico, à aprendizagem do professor e ao conteúdo da sua formação, etc.

As atividades desenvolvidas pelos diferentes sujeitos do projeto ainda faziam emergir necessidades específicas de estudo teórico, com a função de refletir sobre vários pontos relacionados com as práticas de cada um. Tratava-se da aproximação entre teoria e prática, no processo de formação e atuação dos professores e futuros professores. Tal aproximação concretizou-se no projeto por meio da experiência, efetuada pelos futuros professores, de refletir sobre as ações realizadas e, com base nessa reflexão, ter autonomia e critérios para planejar e executar novas ações.

3. A relação dos alunos e suas dificuldades com a Matemática: o contexto social como foco

O projeto Avaliação e pesquisa: investigando as dificuldades em Matemática no ensino fundamental da rede municipal da cidade de São Paulo⁸, desenvolvido a partir de 2006, depois de se tomar conhecimento, na universidade, de um índice de reprovação de alunos ao fim da quarta

⁸ Assim era composta a equipe do projeto: Vinício de Macedo Santos (FEUSP); os pós graduandos da FEUSP: Daniel Romão da Silva, Ricardo Luís de Souza, José Joelson P. de Almeida, Sueli Fanizzi; e os professores da rede municipal de ensino: Suzete de Souza Borelli, Aparecida Eliane de Moraes, Cezira Bianchi, Edna Grottoli, Erica Maria T. Catalani, Maria Amélia C. F. dos Santos, Ester M. P. Dionísio, Ivani da Cunha B. Berton, Ivone Moleiro Herrerias, Leika Watabe, Lusia Cicone, Rosângela Henriques Araújo, Sandra de Almeida, Tânia Regina de O. Santos, Cristina Filomena B. Cabral, Regina Bruhns R. Andrade, Vera Lúcia S. B. dos Santos e Valter Dias da Costa.

série do ciclo 1 que, de acordo com os padrões atuais, é considerado alto.

A cidade de São Paulo tem uma população de 11 milhões de habitantes e uma rede municipal de ensino com 546.169 estudantes, distribuídos nos oito anos dos dois ciclos do Ensino Fundamental, sendo 292.454 no ciclo 1 e 253.715 no ciclo 2⁹.

No período compreendido entre os anos 2000 e 2004 ocorreu um índice médio de 12,61% nas reprovações do quarto e último ano do ciclo 1 e 10,54% no oitavo e último ano do ciclo 2 do Ensino Fundamental. Enquanto este último resultado mantém-se próximo do que já ocorria no passado, o crescimento médio da taxa de reprovação no quarto ano do ciclo 1 indica o deslocamento de um ponto de estrangulamento que ocorria em outros momentos do nível fundamental; é necessário, portanto, avaliar por que isso ocorre e investigar quais os fatores, bem como a sua natureza e o peso de cada um no aproveitamento do aluno.

A hipótese inicial é de que esses resultados decorram da implementação do sistema de ciclos de quatro anos na educação básica e da atenção aos processos avaliatórios, mais concentrados e rigorosos no último ano do ciclo, com vistas a aferir graus de aprendizagens dos alunos. Os resultados não discriminam causas nem áreas de conhecimento. O impacto do ensino de Matemática nesses resultados não está dimensionado, embora se possa supor que isso ocorra, pois, em qualquer uma das macroavaliações, realizadas em âmbito local (prova São Paulo), nacional (prova Brasil) ou internacional (Pisa), tem chamado a atenção a forte presença da Matemática como área de conhecimento em que os índices de aproveitamento dos alunos são os mais baixos possíveis. Porém, a mera constatação de que a área de Matemática é a que mais reprova ou aquela em relação à qual os alunos não desenvolvem competências básicas mínimas não tem sido suficiente para alterar a realidade e imprimir melhor qualidade ao ensino, que resulte em maior aproveitamento dos alunos. Entretanto, mais do que saber, em números, o impacto que compete ao ensino de Matemática, faz-se necessário investigar e conhecer a trama de fatores — internos ou externos à escola — que afetam a relação dos alunos com a Matemática e causam a eles dificuldades específicas de aprendizagem, ao lidar com situações-problema e com conceitos matemáticos.

⁹ Dados de 2005 (Fonte: Sistema Escola Online).

Assim, o projeto tem como objetivo geral pesquisar dificuldades e fatores que interferem no ensino e na aprendizagem da Matemática, num dado contexto social, contribuindo com os elevados índices de reprovação e fracasso escolar dos alunos. E, como objetivos adicionais: 1) investigar os diferentes tipos de obstáculos presentes na aprendizagem em Matemática dos alunos ao final do ciclo 1 do Ensino Fundamental; 2) investigar possíveis particularidades das relações estabelecidas por grupos populacionais de um grande centro urbano (São Paulo) com o conhecimento matemático, no interior da escola pública.

Foram definidas duas ações principais para o desenvolvimento da pesquisa: 1) aplicação de avaliação diagnóstica a uma amostra significativa — dentro das 13 coordenadorias de ensino da cidade — de alunos do 4º ano do ciclo 1, cujos resultados serão comparados com os resultados de macroavaliações externas (Prova São Paulo, Prova Brasil) aplicadas a alunos do mesmo ano/série, com vistas a um mapeamento do conhecimento em Matemática de alunos na cidade de São Paulo, considerando-se o perfil socioeconômico do grupo e as particularidades das diferentes regiões da cidade; 2) constituição de pequenos grupos de cinco a oito alunos, por coordenadoria, para aprofundar a investigação sobre suas dificuldades em diferentes conceitos matemáticos, identificando natureza e motivações dessas dificuldades, o que compreende também a interação, por meio de reuniões e entrevistas, com professores dos grupos de alunos envolvidos, para discutir os aspectos relacionados ao resultado da avaliação, ao trabalho pedagógico que desenvolvem com a Matemática e às dificuldades dos alunos.

A diversidade de questões sugeridas confere às dificuldades em Matemática um caráter de problema complexo de pesquisa que, diferentemente dos indicadores reunidos a partir das macroavaliações, requer uma atenção para a interpretação dos processos vivenciados por alunos e professores para responder a variadas questões, para confirmar hipóteses e enxergar e problematizar o que eventualmente esteja oculto no campo da experiência escolar desses sujeitos em relação à Matemática. Como se pretende alcançar certo grau de compreensão e explicar o fenômeno das dificuldades em Matemática de alunos de uma rede de ensino, no contexto de um grande centro urbano – colocando em primeiro plano os processos e não os produtos –, o estudo caracteriza-se como pesquisa qualitativa apoiada em uma análise estatística dos dados da avaliação diagnóstica. E porque essa diversidade inclui aspectos de

natureza sociocultural, o estudo assume um caráter etnográfico, conforme Fernandes (2000).

Da perspectiva etnográfica pode ser destacada a ênfase na exploração da natureza de fenômenos sociais particulares; a tendência para trabalhar com dados não estruturados, ou seja, que não foram codificados por meio de um sistema analítico de categorias previamente estabelecido; a investigação de um pequeno número de casos, em detalhe; a análise de dados que envolvem interpretações explícitas dos significados e das funções das ações humanas, conforme Atkinson e Hammersley (1994), citados em Fernandes (2000). Haverá interação com pequenos grupos de alunos, acompanhados durante a aplicação, e discussão de situações-problema envolvendo conceitos matemáticos, na realização de entrevistas. Esse trabalho com os grupos de alunos representa um exercício de investigação segundo uma metodologia da “microgênese da habilidade” (MIRANDA et al., 1998), caracterizada pela atenção não nos resultados, mas nos dados gerados durante uma sessão em que esses alunos tentam resolver situações-problema, apresentam questões, manifestam dúvidas, reações e interesses, interagindo com o pesquisador. Essa metodologia é recurso-chave para a investigação de dificuldades de aprendizagem em Matemática.

Os sujeitos desse estudo são os alunos de 4º ano do ciclo 1 da rede municipal de ensino da cidade de São Paulo e seus professores. Dada a extensão dessa rede e a grande quantidade de alunos que freqüentam o 4º ano do ciclo 1 e, entre estes, o grande número de alunos reprovados, foi necessário definir uma amostra de 1.328 alunos, de 26 escolas, bem como elaborar e aplicar um instrumento de avaliação, para ter um quadro das condições apresentadas pelo universo, no que concerne ao aproveitamento em Matemática. A amostra de alunos do 4º ano obedeceu a um critério de proporcionalidade, tendo em vista que estes estão organizados em dois grupos: as classes regulares e as classes PIC (Programa Intensivo do Ciclo 1), de alunos que têm um histórico de reprovação e recebem um acompanhamento que se pretende diferenciado.

O trabalho com pequenos grupos de alunos e professores para aplicação de questionários e aplicação de atividades compreende dois momentos: em 2007, o trabalho foi com pequenos grupos de alunos (5 a 8 alunos por grupo, escolhidos por sorteio) das escolas envolvidas na avaliação do projeto e seus professores; e, a partir de 2008, o trabalho

vem sendo desenvolvido com pequenos grupos de alunos sorteados e seus professores, de 13 diferentes escolas, selecionadas em função da combinação de alguns critérios: 1) aproveitamento na Prova São Paulo¹⁰; 2) índice de vulnerabilidade social da região¹¹; 3) mobilidade populacional da região; 4) mobilidade do corpo docente da escola; 5) coesão da equipe pedagógica da escola. No que concerne aos professores, têm sido feitas reuniões, conversas e entrevistas, uma vez que a investigação requer a análise do ponto de vista do professor sobre as dificuldades de aprendizagem e de ensino e sobre as condições em que estes são realizados.

O estudo compreende dois processos de análise articulados e que estão em curso: uma macroanálise de caráter estatístico e uma microanálise calcada no processo interacional desenvolvido pelo pesquisador com os alunos e com o professor. A análise estatística dos dados tem o propósito de traçar um panorama do conhecimento em Matemática dos alunos da 4^a. série do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino de São Paulo, por meio de gráficos, tabelas e modelos estatísticos que expliquem o aproveitamento na prova, segundo a localização das escolas, os domínios de conteúdo, o sexo e o tipo de classe em que o aluno estuda. A análise decorrente do processo de interação com alunos e professores pretende caracterizar e pontuar a relação dos alunos com situações e conteúdos matemáticos, identificando significados, raciocínios e dificuldades, cruzando-se resultados com elementos que provêm da interação dos pesquisadores com os professores.

Elementos de um diagnóstico: apresentação e discussão de alguns resultados¹²

O instrumento de avaliação consistia de prova, contendo 27 questões, entre dissertativas e de múltipla escolha, relativas a cinco

¹⁰ Tomando o aproveitamento médio da rede, formaram-se três grupos de escolas: com aproveitamento acima da média, médio e abaixo da média.

¹¹ Baseado no mapa do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) da cidade de São Paulo.

¹² A análise que segue toma como referência o estudo estatístico realizado no Centro de Estatística Aplicada (CEA) do Instituto de Matemática da USP, centro que presta assessoria no desenvolvimento de projetos de pesquisa de pesquisadores da Universidade de São Paulo. A equipe do CEA responsável pela análise estatística, em 2007, foi formada pelos professores Viviana Giampaoli, Marcos Nascimento Magalhães e pelos alunos de graduação Robson de Souza Simões e Thiago Rodrigo Alves Carneiro.

domínios de conteúdo: Números, Operações, Tratamento da Informação, Grandezas e Medidas e Espaço e Forma. O aproveitamento do aluno em cada questão foi mensurado em uma escala qualitativa com quatro níveis: acerto (A), acerto parcial (AP)¹³, erro (E) e não-resposta (NR). O acerto parcial ocorre, em certos casos, quando o aluno apresenta algum tipo de registro que demonstre qualquer relação pertinente, mesmo que não conclua o desenvolvimento da questão; em outros casos, se o aluno apresenta um resultado correto sem registro nenhum, quando este tenha sido solicitado. A diferenciação entre o erro e a não-resposta deve-se à necessidade de avaliar os tópicos que o aluno possivelmente não trabalhou em sala de aula.

A análise descritiva das notas da avaliação diagnóstica aplicada aos alunos da quarta série da rede municipal de ensino da cidade de São Paulo sugere que os alunos parecem acertar, em média, cerca de metade das questões e tendem mais a errar do que a não responder;

Em média, um aluno acerta 49,6% das questões da prova, erra 36,2% e deixa de responder 11,2%. Os acertos parciais pouco aparecem (3,0%). Portanto, parece existir um aproveitamento médio superior a 50%, considerando acertos e acertos parciais.

Relativamente aos domínios de conhecimento, o Gráfico 1 indica os seguintes resultados:

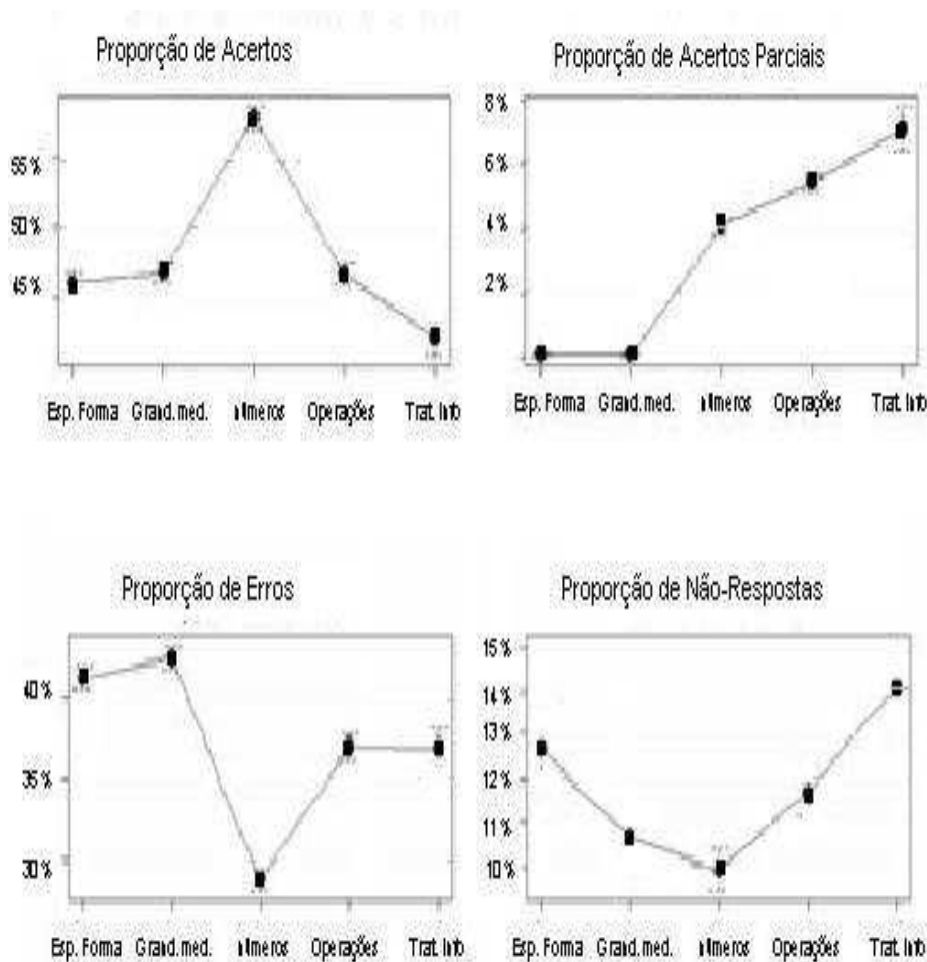
Números: maior porcentagem média de acertos: 57,6%, menor porcentagem de erros: 28,6% e não-respostas: 9,8%.

Grandezas e Medidas e Espaço e Forma: a maior porcentagem e a média de erros foram de 42,4% e 41,2%, nesta ordem.

Tratamento da Informação: maior porcentagem média de acertos parciais: 7,1% e de não-respostas: 14,1%.

¹³ A introdução desse critério justifica-se pela necessidade de reconhecer e valorizar qualquer raciocínio pertinente do aluno em relação às questões dissertativas.

Gráfico 1 – Proporção de notas segundo domínio de conhecimento

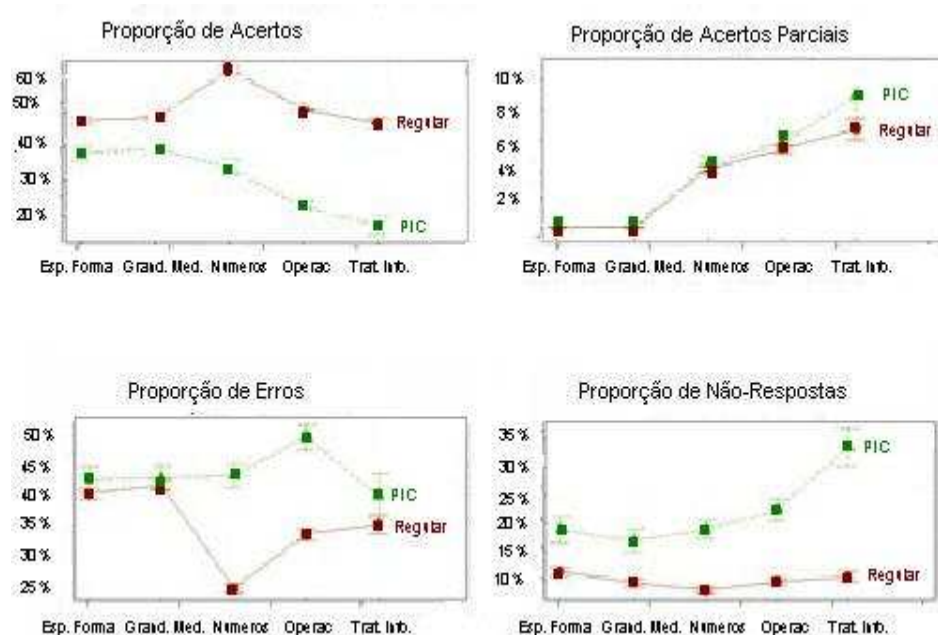


Em síntese, o domínio de conteúdo Números aparece como aquele em que há melhor aproveitamento e, por outro lado, o domínio Tratamento da Informação é aquele em que os alunos apresentam as maiores dificuldades.

Nota-se, pelo Gráfico 2, uma porcentagem média de acerto bem superior dos alunos de classes regulares em comparação com os alunos

do PIC em todos os domínios. A maior diferença média está em Números (61,9% e 33,6%). Os alunos do PIC tendem, em média, a errar mais e a não responder mais que os alunos regulares em todos os domínios.

Gráfico 2 - Proporção de notas segundo domínio de conteúdos e tipo de classe



Além disso, em termos médios, os alunos de classes regulares tendem a apresentar um aproveitamento bem maior (51% de acertos e 36% de erros) que os alunos de classes PIC (30% de acertos e 44% de erros).

Em relação ao aproveitamento geral dos alunos das 13 coordenadorias, cumpre destacar que a coordenadoria de Pirituba revela, em termos médios, o melhor desempenho. Na zona leste, os aproveitamentos são os mais homogêneos e todas as coordenadorias parecem caracterizar-se por um aproveitamento abaixo da média. Em particular, a coordenadoria de Guaianazes apresenta uma baixa porcentagem de não-resposta e alta porcentagem de erro.

Pode-se notar que as coordenadorias do Butantã e de Pirituba não se diferenciam em número de erros, mas sim no número de não-respostas (20,3% no Butantã e apenas 3,9% em Pirituba). Outro fato chama a atenção: se considerarmos a mediana, o desempenho de Pirituba é ainda superior (70,4% de acertos), o que sugere que algumas poucas escolas tiveram um desempenho mais inferior e terminaram por abaixar o valor da média.

A análise inferencial apresenta resultados, em geral, coerentes com a análise descritiva. As principais conclusões obtidas são: a variável Sexo não influenciou o aproveitamento dos alunos desse nível de ensino; o Tipo de Classe explica apenas os acertos e os erros; e Coordenadoria e Domínio de Conteúdo, por sua vez, são necessários para explicar acertos, acertos parciais, erros e não-respostas.

A análise dos acertos revela que os alunos das coordenadorias de Jaçanã e Pirituba, as questões do domínio Números e os alunos de classes regulares apresentam as maiores probabilidades de acerto e são as únicas diferenças significativas. Os acertos parciais permitem agrupar dez coordenadorias, pois as demais - Pirituba, São Mateus e São Miguel – mostram uma proporção de acerto parcial menor que aquele grupo; os domínios Espaço e Forma e Grandezas e Medidas foram agrupados e os demais domínios revelam desempenho inferior ao grupo.

Quanto aos erros, Guaianazes apresenta uma proporção média superior às outras 12 coordenadorias que foram agrupadas; os alunos PIC denotam maior propensão a erros que os alunos de classes regulares ou que o grupo com 12 coordenadorias; os aproveitamentos nos domínios são todos diferentes, sendo Grandezas e Medidas o domínio com maior índice de erros e, por outro lado, Números e Operações é o domínio com o menor índice de erros.

Por fim, em relação à ausência de resposta, 11 coordenadorias agruparam-se e as exceções foram Jaçanã e Pirituba, com menor proporção de não-resposta do que aquele grupo; os domínios apresentam, novamente, desempenhos diferentes, de modo que Grandezas e Medidas revela a maior ocorrência de não-resposta e, por outro lado, Números e Operações, a menor proporção de não-resposta.

Dessa forma, as análises descritiva e inferencial possibilitam chegar às seguintes conclusões:

- O aproveitamento dos alunos, nesse ano escolar, não depende da variável Sexo. O Tipo de Classe influencia somente os acertos e erros, de modo que os alunos de classes regulares apresentam maior chance de acerto e menor chance de erro que os alunos de classes PIC. As coordenadorias de Jaçanã e Pirituba destacam-se por um aproveitamento superior às demais coordenadorias: compõem as maiores proporções médias de acertos e as menores proporções médias de não-respostas. É importante destacar também a alta proporção de erros em Guaianazes, em comparação com as demais coordenadorias. Ainda, notamos o agrupamento do Butantã com outras coordenadorias de desempenho mediano na análise inferencial, desfazendo a idéia inicial da análise descritiva, que apontava o Butantã com desempenho aparentemente inferior.

- Os domínios Números e Operações apresentam as maiores proporções de acertos e uma das menores proporções de acertos parciais, erros e não-respostas, caracterizando-se como o grupo de questões com melhor aproveitamento. Dentre os outros domínios, não foi possível encontrar algum com aproveitamento efetivamente inferior aos demais, quando analisamos todas as notas obtidas.

Indícios de um ensino de Matemática situado a partir de uma análise preliminar¹⁴

O retorno às escolas, orientado pelo objetivo de promover a investigação sobre dificuldades de alunos e professores, revelou-se como um processo que trouxe elementos importantes nesse sentido, mas que se desenvolveu de modo diferenciado conforme o grupo. Assim, os elementos que podem ser reunidos a partir das intervenções são de várias naturezas e, a título de ilustração, são mencionados alguns a seguir.

A resolução individual das situações-problema, acompanhada pelos pesquisadores, indicou alguns aspectos que dizem mais um pouco sobre algumas das competências dos alunos e sobre várias das suas dificuldades; houve, porém, diferenças entre grupos de alunos por escola de uma mesma coordenadoria ou por coordenadoria, o que poderá ser objeto de estudo numa próxima etapa. No quadro abaixo estão agrupadas as competências e as dificuldades que foram observadas e registradas, uma vez que o interesse principal é identificar os diferentes

¹⁴ Conforme relatórios Fapesp de 2007 e 2008.

tipos de dificuldades apresentadas pelo conjunto de alunos acompanhados:

		D o m í n i o s	D i f i c u l d a d e s
C	Números (muito trabalhado)	Contagem mental – contagem nos dedos – leitura de números – regularidades e padrões numéricos simples – comparação e ordenação – classes e ordens	Registro de números – seqüências e padrões não simples – leitura de texto (inclusive o matemático) – escrita de números grandes
O			
N	Operações (muito trabalhado)	Algoritmos (adição e subtração) – divisão (parcial) - cálculo mental – resolução de problemas, com auxílio na leitura e interpretação – uso de estratégias diferentes em problemas	Conceito de divisão – subtração com recurso à ordem superior – algoritmos da divisão e da subtração – registro de estratégias – uso de linguagem matemática escrita em lugar de desenho – interpretação de enunciados - memorização da tabuada
T			
E	Espaço e forma (pouco ou não trabalhado)	Relação entre certos sólidos e sua planificação sem justificativa – identificação do número de faces de um sólido – identificação de triângulos e círculos – reconhecimento de ângulos	Nomeação de sólidos geométricos – relação entre sólidos geométricos e objetos do mundo físico – classificação de figuras planas – polígonos (exceto triângulo e quadrado) – diferenciação de figuras planas e não planas.
Ú			
D	Grandezas e medidas (pouco ou não trabalhado)	Noções envolvendo o sistema monetário – estimação de medidas e comparação de unidades, apoiados pelo professor – formulação de algumas hipóteses relacionadas a medidas	Leitura dos símbolos de medidas – identificação da medida real de objetos
O			
S	Tratamento da informação (pouco ou não trabalhado)	Organização de dados com ajuda do professor	Desconhecimento e não compreensão dos enunciados das situações – relação entre dados organizados e situações do cotidiano – representação e interpretação em gráficos

A partir disso, podem-se destacar algumas considerações sobre o que foi observado nos alunos e nos professores:

- Os pequenos grupos de alunos das escolas que apresentaram dificuldades em números e operações no segundo semestre, quando submetidos a uma situação em que podem dialogar com colegas ou com

o adulto sobre dúvidas e limitações de compreensão, conseguem demonstrar alguma competência no uso de técnicas operatórias (menos com a divisão) e de cálculo mental. Embora muitos se apoiem na contagem com os dedos, outros têm receio de utilizar esse recurso.

- O êxito com as operações não é maior do que o obtido com questões relacionadas a conteúdos que são pouco trabalhados pelos professores ou não o são, como é o caso de Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. O denominador comum para que não se verifique uma disparidade nos resultados é o recurso da “aprendizagem assistida pelo professor” (neste caso, o pesquisador) que, interessado em conhecer como o aluno raciocina e quais obstáculos enfrenta, vai formulando questões, atendendo dúvidas e apresentando situações alternativas esclarecedoras que motivam a iniciativa e a compreensão do aluno.

Os alunos são reticentes na utilização de registros da resolução de problemas, mesmo demonstrando oralmente que recorrem a diferentes estratégias na hora de resolvê-los. Há uma dificuldade do aluno em registrar o seu raciocínio. Na maioria das vezes o registro, quando há, é cifrado e não expressa o conjunto do raciocínio. Pouco habituados à prática de descrever oralmente suas estratégias, quando foram solicitados, fizeram-no com desenvoltura

Durante a primeira etapa do projeto (aplicação da avaliação), as equipes das unidades escolares mostraram-se receptivas ao projeto e dispostas a contribuir no que fosse necessário para melhorar o ensino e a aprendizagem na área de Matemática. A falta de iniciativas mais pontuais e continuadas no campo das políticas educativas, especialmente as concernentes à formação docente, fez o projeto mostrar-se como uma possibilidade que poderia trazer algum tipo de informação e contribuição nesse sentido. As equipes das unidades escolares, em particular os professores, demonstraram beneficiar-se do tipo de orientação presente na prova, como por exemplo: a atenção aos blocos de conteúdos propostos nos documentos oficiais, embora nem todos trabalhados, como geometria e medidas; os tipos de questões, em geral de natureza dissertativa, que possibilitavam ao aluno formas de abordagem diferentes das que eles costumam apresentar na resolução de exercícios propostos em classe e em outras avaliações de que participam; etc. Posteriormente, na apresentação do diagnóstico que a análise da avaliação possibilitou, foi possível retomar e aprofundar a

discussão de alguns desses aspectos, com igual interesse e receptividade das equipes escolares. A conversa com os professores trouxe elementos interessantes sobre as suas próprias dificuldades para ensinar Matemática, escapando do costumeiro lugar-comum de responsabilização dos alunos, da sua condição social e de suas famílias pelos baixos rendimentos e conseqüente fracasso em Matemática. Assim, o que chama a atenção é que o olhar está voltado para os alunos, para a sua condição socioeconômica e para os problemas disciplinares, mas, de maneira muito enfática, a atenção do professor volta-se para si, para sua formação em particular, para suas necessidades de melhor ensinar Matemática aos seus alunos.

O fato de terem os alunos revelado um aproveitamento satisfatório, na prova proposta pelo projeto, ainda que não correspondente aos esforços empreendidos em temas como números e operações, trouxe surpresa para os professores. Aliado a isso, há o fato de que, em alguns casos, o êxito dos alunos nesses temas muito trabalhados não foi significativamente superior ao aproveitamento em temas que os professores não trabalham ou trabalham muito pouco, o que os remeteu à reflexão sobre a metodologia do ensino utilizada, sobre a necessidade de conhecer outras metodologias, de conhecer mais Matemática e de ampliar o seu trabalho para outros assuntos. Do ponto de vista desses professores, esses são fatores que ajudam diretamente a melhorar o aproveitamento dos alunos. Trata-se de uma reação à atitude freqüentemente incentivada pela política de avaliações externas, que é a de subordinar o seu ensino à lógica: desenvolver habilidades específicas, tomar a prova como modelo, treinar o raciocínio e a destreza do aluno para resolver questões e provas objetivas.

Verifica-se, portanto, que os professores revelaram abertura e receptividade para aprofundar questões trazidas pela avaliação e mostraram-se conscientes da necessidade de ampliar o seu trabalho para os domínios de conteúdos não trabalhados e de freqüentar cursos voltados especificamente para a formação em conteúdos matemáticos que desconhecem e que são valorizados nos currículos.

Em relação a algumas variáveis do contexto social, o fato de algumas escolas estarem situadas em locais nos quais o índice de vulnerabilidade social é considerado alto não determinou diferença entre o resultado do aproveitamento em Matemática de seus alunos e o de alunos de outras escolas, localizadas em regiões com médio ou baixo

índice de vulnerabilidade social, conforme resultado da Prova Brasil. Tampouco interferiu na disposição dos alunos em participar das atividades propostas nas dinâmicas interativas de pequenos grupos. Entretanto, em algumas regiões, essa característica da região como indicador social pode influir no aproveitamento escolar e no processo de aprendizagem dos alunos, se combinada com outros indicadores sociais. Em uma das regiões¹⁵, por exemplo, o alto grau de deslocamento populacional é uma causa da defasagem idade-série, causando descontinuidades no percurso escolar do aluno, que constantemente recomeça a mesma série. O problema ali é agravado, uma vez que parte da população atendida pela escola é afetada por inundações e desapropriações de moradias para realização de obras municipais que acarretam transferência ou abandono de escola. Entretanto, um fator que parece contribuir de forma decisiva para o aproveitamento e a segurança do aluno em relação à participação na realização de atividades é o envolvimento da equipe pedagógica na tarefa de fazer com que todos os alunos aprendam e acreditem que podem aprender. Esse fator parece relacionar-se com os resultados apresentados e manifesta-se de duas maneiras: pela apresentação de um maior índice de acerto nas questões da avaliação diagnóstica e pela participação nas atividades propostas em pequenos grupos, apresentando raciocínios, estratégias e soluções adequadas; ou apresentando índices insatisfatórios de acertos, mas, praticamente, sem deixar de resolver as questões, demonstrando que os alunos têm grande disposição para tentar resolver todas as questões da avaliação e para participar ativamente das situações problema propostas, ainda que essa atitude não resulte em acertos e raciocínios que levem à solução dos problemas.

Em diversos relatos apresentados, o desempenho positivo dos alunos considerados com dificuldades pela escola (a maioria deles inserida nas salas do Projeto Intensivo no Ciclo – PIC) foi uma ocorrência inesperada. O relato da pesquisa realizada na DRE Itaquera, por exemplo, mostra que, em todos os problemas apresentados a esse subgrupo, as soluções foram alcançadas de maneira mais rápida, com muito mais facilidade e criatividade. Esses alunos não demonstraram receio de arriscar e errar, fazendo dos erros uma pista para buscar novas alternativas que possibilitassem a resolução do problema (Fapesp, 2008).

¹⁵ Diretoria Regional Jaçanã-Tremembé.

4. Constituindo referências conceituais das pesquisas sobre dificuldades em Matemática

Investigar a questão das dificuldades de aprendizagem em Matemática, com a atenção para a diversidade de elementos que permitem construir um diagnóstico sobre uma dada realidade educacional e constituir referências para a investigação sobre o tema, que possam transcender contextos específicos, requer que se explicitem alguns conceitos essenciais para compor um quadro teórico relacionado com tal questão e fundamentar as opções metodológicas. Requer também que o aprofundamento teórico se dê em consonância com o dimensionamento de objetos de estudos feito em diferentes momentos do processo investigativo. Com esse propósito, discute-se um conjunto de idéias constituídas como referências conceituais nesse processo, até o momento, e que se pretende ampliar e aprofundar como etapa necessária ao próprio desenvolvimento da pesquisa.

O termo “dificuldades de aprendizagem em Matemática”, na atualidade, conforme destacam Miranda et al.(1998), tem se distanciado da ênfase dada por estudos que explicavam e ainda explicam as causas das dificuldades em Matemática (por exemplo, a discalculia como derivado da acalculia ou cegueira em relação aos números) por disfunções neurológicas. Uma perspectiva que medicaliza as dificuldades, uma vez que as enxerga como patologias e vê os sujeitos portadores como pacientes.

Embora os seus antecedentes sejam bem mais remotos, a abordagem neurológica, conforme essas autoras, tem como marco importante os estudos de Hecáen et al. (1961), que agruparam as dificuldades de aprendizagem, baseadas em mecanismos neuropsicológicos a elas associados, em três tipos: 1) a *acalculia* resultante da incapacidade do sujeito (“o paciente”) de escrever e ler o número necessário para realizar cálculos decorre de lesões cerebrais do hemisfério esquerdo; 2) a *acalculia* de tipo espacial é associada à disposição dos números, a inversões na representação (confundindo-se, por exemplo 6 com 9, 12 com 21), a posições dos números no algoritmo. A crença, neste caso, é de que tais dificuldades ocorram em consequência de lesões cerebrais no hemisfério direito; 3) a *anaritmética* ou transtorno do cálculo em si consiste na incapacidade do sujeito de realizar procedimentos aritméticos, mesmo tendo habilidades visoespaciais e capacidade de leitura e escrita de números. Está, a

princípio, associada a lesões cerebrais bilaterais, a lesões do hemisfério esquerdo. Dessa perspectiva surge o termo *discalculia*, entendida como transtorno parcial da capacidade do sujeito para manejar símbolos aritméticos e realizar cálculos (MIRANDA et al., 1998).

A principal crítica à perspectiva neurológica – sem desconsiderar a possibilidade de haver transtornos neurológicos para um pequeno número de estudantes com dificuldades de aprendizagem em Matemática – deve-se ao fato de associar as dificuldades à disfunção cerebral e a outros fatores que intervêm nos processos cognitivos do sujeito, quando se sabe ser muito grande o percentual de pessoas que apresentam dificuldades de aprendizagem em Matemática.

Autores como Coles (1987) e Pikulski (1996), citados por Miranda et al. (1998), entre outros, argumentam que as dificuldades de aprendizagem decorrem da experiência do sujeito e ressaltam a importância dos fatores atitudinais e motivacionais. Esses autores consideram que dificuldades que começam no âmbito acadêmico acabam afetando o autoconceito, a auto-estima e o interesse, resultando em diminuição da competência do sujeito e em um aumento significativo de sua dificuldade em aprender uma dada matéria (MIRANDA et al., 1998). Assim, o debate sobre as dificuldades de aprendizagem em Matemática passou a considerar variáveis intrapessoais e variáveis ambientais.

Apoiando-se nesse tipo de pressuposto, as mais recentes abordagens do desenvolvimento, nas suas diferentes vertentes, colocam em cena a relação entre o desenvolvimento cognitivo, a ação do sujeito e o contexto em que ele se dá. Uma dessas vertentes, identificada com a visão piagetiana, considera que a ação do sujeito tem papel preponderante, que o desenvolvimento ocorre por meio de uma sucessão ordenada de estágios e o conhecimento que a criança tem do mundo vai se modificando progressivamente conforme a mudança de sua estrutura cognitiva; algo que ocorre com todos os indivíduos, tendo o contexto um papel secundário. Nessa medida, o exame das dificuldades de aprendizagem de noções matemáticas centra-se na natureza da ação, da adequação da atividade e da compreensão que o indivíduo tem das noções em questão.

Esse ponto de vista acredita que a aprendizagem em Matemática e as dificuldades que ocorrem são processos universais válidos para

todos os grupos sociais em qualquer contexto geopolítico ou institucional (VILELA, 2006).

Outra vertente, de influência vygotskiana, apóia-se na idéia de que as crianças também desempenham papel ativo no seu desenvolvimento e que o desenvolvimento cognitivo da criança e o contexto social em que ele ocorre são indissociáveis. Ou seja, o desenvolvimento deve ser explicado como algo que não só ocorre apoiado nas interações sociais dos sujeitos, mas também implica o desenvolvimento de uma capacidade que se relaciona com instrumentos gerados sócio-historicamente e que mediatizam a atividade intelectual (MIRANDA et al., 1998).

Nessa perspectiva, para compreender as dificuldades de aprendizagem em Matemática, é necessário compreender o contexto em que esta ocorre. Ou seja, é necessário levar em conta a “ecologia escolar”, o processo de ensino da Matemática na aula, o modo e as condições em que acontece. Assim, uma dificuldade de aprendizagem em Matemática depende de fatores como ambiente, atividade e idade da criança. Além disso, conforme destacam Miranda et al. (1998), uma dificuldade em Matemática não deve ser considerada tão-somente como *deficit* cognitivo, tendo em vista que os sentimentos e as crenças da criança afetam seu rendimento; esses sentimentos, por sua vez, estão influenciados pelas crenças de pais e professores, o que permite considerar que as dificuldades de aprendizagem em Matemática são constituídas socialmente.

Uma importante abordagem das dificuldades de aprendizagem tem origem no campo da Educação Matemática, referenciada na noção de obstáculo epistemológico, introduzida por Bachelard (1977) para explicar o processo de aquisição dos conhecimentos da Física. Brousseau (1983) utiliza o conceito de obstáculo no campo da Didática da Matemática, compreendendo-o como um conhecimento que é válido em um contexto e que se revela insuficiente diante de uma nova situação, mas, ao mesmo tempo, constitui-se numa resistência à mudança, para aceitar um modelo mais amplo de conhecimento. Tais concepções, na opinião de Bachelard (1977), constitutivas do conhecimento são denominadas de obstáculos epistemológicos. Eles se encontram tanto no desenvolvimento histórico dos conceitos quanto nos modelos espontâneos construídos pelos alunos (SANTOS et al., 2007)

Além dos obstáculos epistemológicos, Brousseau (1983) e Centeno-Pérez (1994) apontam outros de origem ontogenética, que se referem a limitações do sujeito, e de origem didática, relativos a sistemas de ensino. Reconhecemos que essas análises têm o mérito de oferecer elementos que fundamentem tanto o currículo como as práticas pedagógicas envolvendo a Matemática – como pode ser observado no tipo de incorporação na produção técnica e tecnológica disponível nas redes de ensino (SANTOS et al., 2007).

Também no âmbito da Educação Matemática, Socas (1997) traz outros elementos sobre a natureza e a procedência das dificuldades de aprendizagem em Matemática, considerando que algumas dessas dificuldades podem ter origem tanto no macro quanto no microsistema educativo, como aluno, professor, ensino e conhecimento matemático. O autor agrupa as dificuldades de aprendizagem em cinco categorias que podem estar associadas à própria disciplina (objetos matemáticos e processos de pensamento); aos processos de ensino da Matemática; aos processos cognitivos dos alunos; à relação ou ausência de relação com a Matemática.

Para Socas (1997), há diferentes conflitos relacionados à compreensão e à comunicação dos objetos matemáticos que caracterizam as dificuldades associadas à complexidade dos objetos matemáticos. Como a comunicação escrita dos objetos matemáticos é feita por meio de signos matemáticos, a linguagem comum (ou linguagem natural) ajuda na interpretação de tais signos, mas as diferenças entre as linguagens geram um conflito de precisão. A linguagem matemática requer uma interpretação exata, que a linguagem comum não consegue comunicar com precisão. Outro conflito refere-se ao vocabulário comum entre as duas linguagens, mas que tem significados diferentes (por exemplo: raiz, potência, matriz, primo, fator, etc.), gerando confusão semântica. A dificuldade pode ocorrer também quando as palavras são usadas com seu significado comum, próprio da linguagem natural, e não são assim entendidas; ou, ainda, quando as palavras que expressam conceitos matemáticos são pouco familiares.

Os objetos da Matemática (números, funções, linguagem algébrica) têm dupla natureza: uma de caráter operacional, dinâmica, em que os objetos são vistos como processos; e outra conceitual, estática — que trata os objetos como conceitos. Isso caracteriza um aparente dilema. A linguagem matemática opera em dois níveis: o nível semântico,

em que os signos são dados com um significado claro e preciso, e o nível sintático, em que os signos podem ser operados a partir de regras que não têm relação direta com algum significado. Essas características configuram a natureza abstrata e complexa dos objetos matemáticos (SOCAS, 1997).

Esse mesmo autor destaca que as dificuldades associadas aos processos de pensamento matemático costumam ser consideradas como as principais dificuldades na aprendizagem, dado o caráter lógico, dedutivo formal do pensamento matemático. Segundo ele, a dificuldade manifesta-se na incapacidade do sujeito para acompanhar um argumento lógico, posto que a dedução lógica é contraposta indevidamente aos métodos intuitivos e informais. Ambos são tomados como processos excludentes, e a dedução lógica é confundida com a dedução formal e com procedimentos algorítmicos. O pensamento matemático provoca rupturas que se convertem em dificuldades, uma vez que um conhecimento matemático anterior produz modelos implícitos para resolver problemas matemáticos que ora funcionam, ora não, constituindo-se obstáculos para aquisição de um conhecimento novo, como já foi considerado em Centeno-Pérez (1994).

Há dificuldades associadas aos processos de ensino desenvolvidos para a aprendizagem da Matemática que se relacionam, segundo Socas (1997), com o currículo e com os métodos de ensino. Os materiais, os recursos didáticos e a metodologia de ensino, do mesmo modo que a organização curricular, podem gerar dificuldades de aprendizagem que dependem de fatores como a adequação da linguagem utilizada às possibilidades de compreensão dos alunos, a estruturação e organização das unidades de conteúdos, a atenção às individualidades e ao ritmo de aprendizagem dos alunos.

Ainda conforme Socas (1997), há diferentes teorias que explicam a natureza dos processos de aprendizagem e do desenvolvimento intelectual do indivíduo, porém poucas delas estão voltadas para a Matemática. Assim, as dificuldades associadas ao desenvolvimento cognitivo dos alunos relacionam-se com a perspectiva adotada ou com o desconhecimento desses processos, que deixam de levar em conta elementos que podem ser antecipados, como as possibilidades dos alunos para a realização de determinadas atividades, os tipos de perguntas, as dúvidas e as respostas que eles podem apresentar.

As dificuldades associadas a atitudes afetivas e emocionais em relação à Matemática referem-se ao sentimento do aluno em relação à Matemática, que pode ser de tensão, medo ou aversão – podendo ocorrer inclusive com alunos que tenham uma disposição positiva para a aprendizagem em geral. Esses sentimentos podem originar-se no modo como é feito o encadeamento dos conteúdos, na atitude do professor em relação aos alunos ou ao seu estilo de ensino, bem como pode ter relação com as crenças e os significados transmitidos dentro ou fora da escola (SOCAS, 1997). Muitas das atitudes negativas e emocionais dos alunos com relação à Matemática são manifestações da ansiedade para desenvolver uma atividade, do medo de errar e fracassar e dão margem a bloqueios de natureza afetiva que comprometem a atividade do aluno nessa disciplina.

No percurso de pesquisa aqui referido sobre a temática das dificuldades de aprendizagem em Matemática, vêm sendo focalizados os fatores pedagógicos, ou seja, tomam-se como referências principais a sala de aula de Matemática e as relações interpessoais nela estabelecidas, o currículo e o ensino praticados. Para compreender as dificuldades numa realidade social complexa, como é a cidade de São Paulo, além desses, há elementos mediacionais presentes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, como: auto-conceito acadêmico, contexto sociocultural e representações sociais que se relacionam diretamente com as dificuldades de aprendizagem dos alunos.

Tópicos de investigação na área da Psicologia que estão relacionados com o campo da avaliação e do aproveitamento escolar dos alunos incluem, entre outros, aspectos como autoconceito, auto-estima, auto-imagem, etc. Barros (1995) e Barros e Almeida (1991) consideram que o autoconceito tem sido conceituado como uma constelação de percepções e avaliações que as pessoas têm sobre si próprias, incluindo pensamentos, atitudes, sentimentos e valores. Entre as diferentes dimensões do autoconceito destaca-se o autoconceito acadêmico, que se refere às concepções que o sujeito tem de si próprio como aluno. O peso e a importância que ocupa a Matemática no conjunto das disciplinas curriculares, por tradição, permitem considerar o ensino desta disciplina um campo fértil para investigar dimensões do autoconceito. Em Matemática o autoconceito escolar do aluno é a percepção que este tem acerca da sua capacidade, do seu gosto e do seu interesse pela Matemática (SIMÕES, 2001).

A aprendizagem e o ensino estão impregnados das condições do contexto em que se realizam, e isso nos permite concordar com autores tais como Lave e Wenger (1991) e Garcia Blanco (2000), para quem a aprendizagem e o ensino transcendem uma dimensão meramente individual e cognitiva, mas configuram-se como práticas sociais.

A noção de contexto é abrangente, tem significados diferentes conforme a abordagem. Por isso é adequado falar em contextos. Pode referir-se ao ambiente *micro*, *meso* e *macro* social em que o sujeito está imerso ou a um conjunto de referências, significados e questões mobilizadas pelo sujeito para orientar sua ação, seja ela física, seja intelectual, em qualquer um desses ambientes. Na perspectiva vygotskiana, o contexto sociocultural é compreendido como aquele que é acessível ao indivíduo por meio da sua interação social com outros membros da sociedade, que conhecem melhor as destrezas, os instrumentos intelectuais e culturais constituídos social e historicamente.

Neste estudo, não só a atividade, a situação problema, a aula de Matemática ou a escola serão tomados como contextos, mas também a cidade. Concordando com Lacasa (1994), o contexto pressupõe certa relação entre os objetos e o seu entorno, que não apenas o físico. Para essa autora, os alunos e os demais envolvidos no dia-a-dia escolar são mais que espectadores, e o contexto está ligado às relações sociais estabelecidas. No cotidiano extra-escolar, as relações sociais estabelecidas produzem, nos sujeitos ativos, representações e formas que repercutem na escola e na sala de aula. Gómez-Chacón (1998) distingue contexto figurativo de contexto social. Para ela, as atividades e as situações caracterizam-se como contextos figurativos, que estão dentro de um contexto social. Os alunos relacionam-se de diferentes maneiras com os contextos figurativos, influenciando sua escolha de métodos, na forma de resposta, na avaliação da viabilidade das respostas, etc. A força do contexto social manifesta-se nas representações sociais dos alunos, porém, ressaltamos que os conteúdos matemáticos, a linguagem e a generalização são características que se somam à solução de problemas práticos e à adoção de métodos informais; por isso a força do contexto figurativo pode mostrar-se na produção da reflexão necessária ao desenvolvimento do pensamento e do raciocínio matemático.

Para Abreu (1995) e Sá (1996), entre outros, a teoria das representações sociais preconiza a compreensão da forma como o conhecimento é representado na sociedade e compartilhado pelos seus membros. As representações ou as crenças sociais devem ser entendidas como uma forma particular de conhecimento que tem uma gênese e uma expressão social, bem como uma função prática da indução de atitudes. Concebe-se a representação social como uma estrutura dinâmica, como um sistema de valores, idéias e práticas que estabelecem uma ordem que permite ao sujeito orientar-se e proporciona aos indivíduos um código de comunicação que se manifesta nos contextos em que transitam (GÓMEZ-CHACÓN, 1998).

5. Considerações finais

Em parte desses estudos, sobretudo nos dois primeiros, predomina a vertente que considera o sistema aluno, professor e conhecimento matemático como um sistema fechado, com autonomia para conhecer e controlar as variáveis que nele interferem.

Entretanto, o percurso de pesquisa apresentado neste trabalho revela também que a maneira de compreender e focalizar a relação e as dificuldades dos alunos com a Matemática vem se modificando em função das questões que cada situação suscitou.

Se a questão de investigação é entender o papel que a compreensão das dificuldades de aprendizagem dos alunos desempenha na formação docente inicial ou continuada, o saber didático-pedagógico do professor é chave para equacionar a gestão da aula de Matemática, tendo em vista que, nos anos 1990, houve uma valorização dos processos de aprendizagem do professor, quer nos cursos de formação, quer quando tomados como objeto de investigação.

Se, entretanto, a questão de investigação é analisar e compreender as dificuldades de aprendizagem dos alunos, tomando-se a complexidade de um grande centro urbano como contexto, é necessário renovar e ampliar as referências, tendo em vista que no presente momento há fortes elementos que questionam a crença na eficácia de um modelo didático autônomo e universal. Considerar que a relação dos alunos com a Matemática e as dificuldades que apresentam são marcadas por diferentes fatores significa considerar variáveis para as quais não repercutiram satisfatoriamente políticas educacionais que envolvem as diferentes avaliações, a elaboração de currículos nacionais, os livros didáticos e a formação docente. No caso particular das

avaliações nacionais e internacionais, a característica principal consiste em estabelecer indicadores que, a despeito de evidenciarem desigualdades profundas no aproveitamento dos alunos, fundam-se no princípio de aplicar um tratamento igual aos estudantes que não receberam o mesmo tipo de ensino, o que coloca em xeque o objetivo e o alcance da avaliação.

Tomados como elemento simbólico de políticas públicas que envolvem o ensino de Matemática, pode-se considerar que os processos macroavaliatórios nacionais ou internacionais equalizam, quando não poderiam fazê-lo, sujeitos diferentes, com diferentes condições sociais ou cognitivas. Avaliam um processo de aprendizagem e ensino que não promove, quando deveria, o acesso de todos à Matemática. Nesse descompasso, identificam-se dívidas contraídas pela comunidade de educadores matemáticos e pela pesquisa em Educação Matemática que realizam. Esse fato ganha grandes proporções num contexto global, de desigualdades e de pressões sociais para a equalização de direitos, em que se inclui a aprendizagem da Matemática (SANTOS, 2008 a).

No caso dos livros didáticos, em que pese o propósito do Programa Nacional de Livro Didático de disponibilizar critérios de qualidade em relação aos quais os livros são avaliados, verifica-se uma tendência de padronização dos livros. Isso significa dizer que os livros tendem a obedecer um padrão único para todo o território nacional e que em cada ano escolar, sob o fundamento da abordagem progressiva e em espiral dos conteúdos, os assuntos são tratados de modo indiferenciado. O que, num certo sentido, corresponde à prática de repetir os mesmos assuntos e procedimentos, em cada série, em livros elaborados sob uma orientação mais tradicional.

Considera-se que um estudo realizado no âmbito de uma rede de ensino extensa e complexa permite identificar uma diversidade de fatores que caracterizam a relação de estudantes com o conhecimento, em geral; com a Matemática, em particular; e com os seus professores. Considera-se que tais fatores, que interferem nos resultados do aproveitamento e das dificuldades, transcendem o currículo praticado, as condições de ensino, os limites das inovações e as abordagens metodológicas desenvolvidas no âmbito de uma área específica de conhecimento.

Nessas condições, no percurso exposto e discutido firmou-se a hipótese de que as dificuldades de aprendizagem em Matemática

procedem das relações estabelecidas entre aluno, professor e Matemática; das relações psicossociais e histórico-culturais do aluno, reguladas, em cada contexto social, por tensões e negociações entre o que é tangível para os alunos e aquilo que é apresentado como exigência do sistema de ensino em questão. O desenvolvimento dos estudos tem possibilitado a verificação e a discussão de hipóteses parciais que aportaram informações sobre o que pensam e como pensam alunos na sua relação com a Matemática; sobre sua atitude e seus raciocínios, ao resolver problemas em dinâmicas interativas ou sozinhos, havendo ou não domínio da língua materna. São informações que nos permitem refletir sobre que metodologia o professor pode aplicar, quais situações e recursos permitem a comunicação e a negociação na aula de Matemática. Também em relação aos professores, discutem-se os saberes envolvidos na sua aprendizagem e na gestão da aula de Matemática e, nesta, que tensões podem ser evitadas.

Assim, o desafio que se impõe ao presente estágio de um programa de estudos é o de renovar e ampliar conhecimentos teóricos e metodológicos que permitam avançar a investigação sobre a relação e as dificuldades dos alunos com a Matemática.

6. Referências Bibliográficas

ABREU, G. A teoria das representações sociais e a cognição matemática. *Quadrante: revista teórica de investigação*, Lisboa, v. 4, n. 1, pp. 25-41, 1995.

BACHELARD, G. *La formation mathématique des instituteurs avec ouverture sur l'informatique*. Paris: CEDIC, 1977.

BARROS, António M. Cognições pessoais e rendimento na matemática: um programa de recuperação de alunos com dificuldades. *Estudos de Psicologia*, Lisboa, v. 12, n. 2, pp. 15-26, 1995.

BARROS, A. M.; ALMEIDA, L. S. Dimensões sócio-cognitivas do desempenho escolar. In: ALMEIDA, L. S. (Ed.). *Cognição e aprendizagem escolar*. Porto: Associação dos Psicólogos Portugueses, 1991.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 4, n. 2, 1983, p. 165-198.

CENTENO-PÉREZ, J. *Números Decimales: Porque e para que?*. Madrid: Editorial Síntesis, 1994

CHATEAURAYNAUD, F. L'épreuve du tangible: expériences de l'enquête et surgissements de la preuve. In: KARSENTI, B.; QUÉRÉ, L. *La croyance et l'enquête*. Aux sources du pragmatisme. Paris: EHESS, 2004. p. 167-104. Série Raisons pratiques, v. 15.

DOMITE, M. C. S. ; FERREIRA, Rogério; RIBEIRO, J. P. M. (Org.). *Etnomatemática: papel, valor e significado*. São Paulo: Zouk, 2004. 287 p.

ERNEST, P. (1994). Variedades de constructivismo: Sus metáforas, epistemologías e implicaciones pedagógicas.. *Hiroshima Journal of Mathematics Education* 2: 1-14. [Traducción de Juan D. Godino]

FERNANDES, E. Fazer matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo: a apropriação de artefatos da matemática escolar. *Quadrante: revista teórica de investigação*, Lisboa, v. 9, n. 1, pp. 49-86, 2000.

GARCIA, BLANCO M. M. El aprendizaje del estudiante para profesor de matemática desde la naturaleza situada de la cognición: implicaciones para la formación inicial de maestros. In: CORRAL, C.; ZURBANO, E. (Ed.). *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de Didáctica de la Matemática*. España: Universidad de Oviedo, 2000.

GÓMEZ-CHACÓN, Ines M. *Matemáticas y contexto: enfoques y estrategias para el aula*. Madrid: Nancea, S.A. Ediciones, 1998.

GÓMEZ-GRANELL, C. Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso

da Educação Matemática. RODRIGO, M. J. e ARNAY, J.(Orgs.) *Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores: a construção do conhecimento escolar*. São Paulo: Editora Ática, 2002.

LACASA, Pilar. *Aprender en la escuela, aprender en la calle*. Madrid: Visor, 1994.

LAVE, Jean. e WENGER, Ettienne. *Situated Learning. Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge University Press, 1991.

MIRANDA, A.; FORTES, C.; GIL, D. *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas: un enfoque evolutivo*. Málaga: Ediciones Aljibe, 1998.

MAURIN, E. *La nouvelle question scolaire*. Paris: Le Seuil, 2007.

SÁ, Celso Pereira. *Núcleo central das representações sociais*. Petrópolis: Vozes, 1996.

SÁNCHEZ, Maria Victoria. *Dificultades específicas en el aprendizaje de las fracciones: estudio de casos: implicaciones para la formación de maestros*. En María del Carmen Chamorro Plaza (dir) *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas* Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Subdirección General de Información y Publicaciones, 2001.

SANTOS, V. de M. *Percursos em Educação Matemática: ensino, aprendizagem e produção de conhecimento*. Tese (Livre-Docência) — Faculdade de Educação da USP, São Paulo, 2008a.

SANTOS, V. de M. A matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão. *Cadernos CEDES* — Unicamp, Campinas, v. 28, p. 13-28, 2008b.

SANTOS, V. de M. *Dificuldades de aprendizagem em Matemática em contextos urbanos: tensão e negociação entre exigências curriculares e o que é tangível aos alunos*. Programa de Estudos em colaboração: Faculdade de Educação da USP/École de Hautes Études en Sciences Sociales - Paris, 2009.

SANTOS, V. de M.; NACARATO, A. M. (Org.). *Educação Matemática e políticas públicas*. São Paulo: FEUSP/Anped, 2008. v. 1. 82 p. E-livro. Disponível em: <www.fe.usp.br>. Acesso em: 06/04/2009.

SANTOS, V. de M.; TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins; MORELATTI, M. R. M. Professores em formação: as dificuldades de aprendizagem em matemática como objeto de reflexão. *Revista de Educação Matemática*, v. 10, p. 17-27, 2007.

SANTOS, V. de M.; TRABAL, P. *L'enseignement des mathématiques et le rapport au sensible: tension, négociation et difficultés des étudiants*. Journées M²Real 2009. Les Mathématiques dans la société. Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon – Centre des Humanités, France, 2009.

SIMÕES, Maria de Fátima. *O interesse do auto-conceito em educação*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2001.

SOCAS, M. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. In: RICO, L. et al. *La*

Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcelona: Ed. Horsori, 1997.

SOCAS, M.; PALAREA, M. Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Barcelona, Editorial Graó, n. 14, pp. 7-24, 1997.

TRABAL, P. *La violence de l'enseignement des mathématiques et des sciences*: un autre approche de la sociologie des sciences. Paris: L' Harmattan, 1997. Coll. Education et formation-série Recherches.

TRABAL, P. Une sociologie de l'enseignement des mathématiques. *Le Telemaque*, n. 15, p. 57-68, 1999.

VILELA, D. S. Notas sobre a matemática escolar no referencial sócio-histórico-cultural.

Horizontes — USF, v. 24, n. 1, p. 43-50, jan./jun. 2006.

VISIÉRE, L.; ZOÏA, G. *La carte scolaire et le territoire urbain*. Paris : Presses Universitaires de France, 2008.

