

O Primeiro Movimento internacional de Reforma Curricular em Matemática e o Papel da Alemanha: um estudo de caso na Transmissão de Conceitos

*Gert Schubring**

*Tradução: Maria Laura Magalhães Gomes***

*Revisão da tradução: Antonio Miguel****

RESUMO: No começo do século XX, a matemática experimentou um movimento internacional de reformas curriculares e metodológicas em seu ensino. Este, além de ter sido o primeiro movimento nesse sentido, foi também, na época, o único entre todas as disciplinas escolares. A análise desse movimento não pode ficar restrita somente ao âmbito da matemática, mas deve levar também em consideração contextos sociais mais amplos. Como os contextos são mediados pelos sistemas educacionais nacionais, não se pode supor uma identidade de intenções nas reformas ocorridas nos vários países nos quais esse movimento teve repercussão. Neste artigo, assume-se que o conceito de transmissão seja bastante pertinente não só para analisar a disseminação das idéias da reforma a outros países, a partir de um ou mais centros, como também para se compreender a transformação dessas idéias no percurso desse processo de recepção. Defende-se que um dos maiores impulsos do movimento reformador foi constituído por uma crise de modernização na Alemanha; assim, o artigo estuda, particularmente, o contexto do ensino da matemática na Alemanha e a agenda de reforma de Felix Klein, um dos poucos matemáticos eminentes que preocupou-se com o problema do ensino da matemática.

PALAVRAS-CHAVE: História do ensino da matemática; reformas curriculares; ICMI; transmissão; Felix Klein.

* Pesquisador do Institut für Didaktik der Mathematik-Universität Bielefeld (Alemanha).

** Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais.

*** Professor do Departamento de Metodologia de Ensino da FE-UNICAMP

ABSTRACT: At the beginning of the twentieth century, mathematics experienced an international movement for curricular and methodical reforms in its teaching. This was the first such movement and it was unique among the other school disciplines. The analysis of the movement, therefore, cannot be restricted to mathematics but has rather to take into account the broader social contexts. As these are mediated by national educational systems, one cannot assume an identity of the reform movements in the participating countries. The paper proposes the concept of transmission as adapted for studying the dissemination of reform ideas from one or several centers to other countries and the transformations which they undergo during the process of reception. As one of the main motors of the movement is constituted by a modernization crisis in Germany, the paper studies in particular the context of mathematics teaching there and the reform agenda of Felix Klein, one of the few eminent mathematicians who cared about the status of mathematics teaching.

KEY WORDS: History of mathematics education; curricular reforms; ICM; transmission; Felix Klein.

Introdução: Problemas de Modernização

Por volta do final do século XIX, nas grandes potências políticas da Europa Ocidental e nos Estados Unidos, o sistema de empregos e o mercado de trabalho tinham mudado decisivamente devido ao grande impulso da indústria - e até mesmo devido a uma Revolução Industrial - experimentado nesses países. As estruturas dos sistemas educacionais e também as matérias de estudo e os métodos de instrução se viram desafiados pelas dramáticas mudanças sociais. Como essas estruturas, matérias e métodos tinham sido, em grande parte, herdados da época de uma sociedade mais ou menos agrícola, estavam - na melhor das hipóteses - apenas adaptados, em alguns setores, às demandas modernas.

Embora mudanças estruturais nos sistemas educacionais de alguns estados europeus já estivessem em andamento, as reformas curriculares, por volta de 1900, estavam muito atrasadas. A instrução matemática era particularmente afetada pelas tensões estruturais agora visíveis nos sistemas educacionais, tensões essas induzidas pelas profundas transformações na sociedade em geral: dentro das estruturas tradicionais, a matemática costumava servir como um paradigma para o pensamento lógico, de modo que os conteúdos eram usualmente bastante elementares e os métodos de ensino enfatizavam os aspectos formais; a matemática escolar tinha um caráter estático e desligado das aplicações práticas. Por outro lado,

a indústria e o comércio demandavam não apenas uma instrução matemática mais ampla, mas também conhecimentos mais modernos e avançados que servissem de base para aplicações técnicas.

Logo depois de 1900, ocorreram, em alguns países, iniciativas de reformas curriculares para as escolas secundárias nessa direção. Na Inglaterra, o movimento Perry procurou enfatizar métodos de ensino práticos; na Prússia, Felix Klein começou a forjar a ampla aliança que exigiria a reforma de toda a instrução matemática para que fosse orientada para o pensamento funcional. As mudanças curriculares mais impressionantes e de maior alcance tinham sido decididas em 1902 pelo gabinete ministerial da França, introduzindo até mesmo elementos do cálculo diferencial para as classes mais adiantadas das escolas secundárias¹. Entretanto, não era claro até que ponto os professores na França realizariam tal reforma, que havia sido mal preparada por uma comissão ministerial e ordenada por decreto.

Dadas as tensões estruturais pelas quais o ensino da matemática era afetado nos países industrializados, certamente foi uma idéia feliz a de estabelecer um comitê internacional que pudesse acompanhar as comunicações sobre as reformas curriculares. Na realidade, quando o comitê foi estabelecido em 1908, evoluiu para se tornar o agente organizador e instigador de um movimento internacional de reforma.

O conceito de transmissão

Este movimento pela matemática não foi somente a primeira atividade internacional que visava a reformas curriculares. Pode-se até mesmo dizer que ele foi único entre as disciplinas escolares². Como as intenções de reforma nos primeiros países que dele participaram não eram originalmente as mesmas, e como a participação como membros do comitê em breve se estenderia a países menos desenvolvidos, "periféricos", esse movimento internacional se constitui num estudo de caso revelador acerca da transmissão de idéias, principalmente por sua recepção no interior de diferentes contextos e por sua transformação de acordo com características culturais específicas.

1. Ver o texto desse programa em (BELHOSTE, 1995, p.576).

2. Os organizadores do "Colloque" internacional "Reformer l'enseignement scientifique: Histoire et Problèmes Actuels" (Paris, 17-19 de janeiro de 1994) tentaram mostrar que houve um movimento análogo para a física também, mas ficou provado que não houve realmente organização e atividades internacionais.

Na realidade, o conceito de transmissão é da maior importância para uma comparação internacional entre desenvolvimentos curriculares em diferentes países. Uma mera justaposição dos respectivos desenvolvimentos internacionais não revela as estruturas subjacentes. E reciprocamente, uma avaliação internacional da posição relativa simplesmente das noções e dos conceitos matemáticos particulares fica aquém da compreensão da concepção metodológica dos respectivos currículos e da consideração de seus padrões específicos. O que parece ser o tema de interesse aqui é a questão da relação entre o geral e o particular: o que está oculto - se é que está - atrás de todas essas peculiaridades pareceria ser de uma "generalidade" muito peculiar.

A "transmissão" é uma noção bastante tradicional na história da ciência e dirige os processos da transmissão multicultural de conceitos. Essa noção tem sido usada há longo tempo para estudar como as realizações científicas se disseminaram de uma cultura para outra (por exemplo, como a ciência grega foi transmitida à Europa Ocidental pelos árabes). No entanto, nessa noção tradicional, a "transmissão" sofria de algumas deficiências típicas. Um primeiro problema é que os conceitos transferidos são concebidos como permanecendo essencialmente idênticos. Isso significa que conceitos isolados são estudados sob o ponto de vista de se descobrir onde emergiram pela primeira vez. Tal enfoque tende a negligenciar o fato de que um conceito usualmente está embutido tanto num campo conceitual como num contexto cultural, o que faz com que um conceito, uma vez transmitido, não mais permaneça idêntico ao original, tendo sido transformado no processo. Um segundo problema da prática tradicional é que ela concebe o desenvolvimento histórico de uma disciplina científica em termos de certos "centrismos", isto é, privilegia certas culturas como as mais elevadas e mais civilizadas; em consequência, essas culturas são representadas como os respectivos centros mais importantes.

Se, porém, abandonarmos o tradicional ponto de vista reducionista da "transmissão", a noção pode fornecer uma concepção fértil para os estudos multiculturais, pois tem a vantagem de levar em conta a ligação entre conceitos particulares ou campos conceituais e uma cultura específica. Além disso, a noção de "transmissão" implica que não existe nenhum desenvolvimento puramente endógeno de uma dada cultura e que dificilmente se concebe um desenvolvimento fértil sem transmissões entre culturas. Portanto, uma noção apropriada de desenvolvimento se baseia na noção de troca. Para vencer o reducionismo da idéia tradicional de transmissão, devemos conceber a "transmissão" como um processo de transformação no qual a parte essencial é desempenhada pelo receptor. Isso significa que o receptor tem de fato um papel ativo. Em geral, não há recepção passiva - ao contrário, o conhecimento transmitido é transformado pelos grupos sociais e culturais receptores de acordo com seus próprios conjuntos de valores ou - usando um termo um tanto problemático -

de acordo com sua identidade cultural. Dessa maneira, a "transmissão" deve ser entendida como um processo bipolar: um polo é o conhecimento transmitido, e o outro sua transformação segundo a "identidade cultural" dos receptores.

O termo "identidade cultural" é problemático, já que é usado quando se fala das perspectivas de países em desenvolvimento, entendendo-se a expressão como uma questão de defender o "original" contra a cultura "importada" ou "imposta". Na realidade, a identidade cultural não fornece nenhum padrão absoluto de medida ou avaliação, não é uma variável independente – é ela própria um produto da transmissão e da recepção de influências estrangeiras.

Suponho que a relação entre a transmissão e a identidade cultural fica um tanto obscurecida se a discussão é reduzida aos países em desenvolvimento que só recentemente se tornaram independentes. Para estudar o processo de transformação durante a transmissão, é melhor examinar o caso de países que permaneceram independentes durante o período do imperialismo e colonialismo, como o Japão, a Argentina, o Chile (e em geral a América Latina), ou então o do Império Otomano. Gostaria de remeter ao excelente estudo de Lewis Pyenson a respeito da emergência da matemática moderna e da astronomia na Argentina na virada do século XX, que mostra que havia competição entre diversas nações ocidentais para transmitir seu próprio conhecimento e seus especialistas à Argentina. É de fato notável ver quais escolhas fizeram os grupos sociais mais importantes, e ainda mais notável verificar como se desviaram de um sistema cultural de referência para outro (PYENSON, 1984).

Na perspectiva histórica, o que parece ter sido uma rara exceção foi uma transmissão de conceitos científicos e educacionais inteiramente pacífica e ao mesmo tempo politicamente desinteressada. Conseqüentemente, é muito recompensador que Pyenson tenha iniciado seu programa de pesquisa dedicando-se ao estudo comparativo de como as potências coloniais européias transmitiram educação e ciência aos países não europeus. Pyenson continuou o seu programa para a Alemanha, a França, a Holanda, a Grã-Bretanha e os Estados Unidos, com foco sobre a América Latina, a região do Pacífico, a Indonésia, o Japão, a China e a África do Norte. Resultados importantes de sua pesquisa foram publicados numa "trilogia" seminal sobre "Imperialismo Cultural" (PYENSON, 1985, 1989b, 1993)³. Nesse meio tempo, em todo o mundo, estabeleceu-se uma rede de pesquisadores com o objetivo de aprofundar tais estudos: "Science and Empires" (Ver PETITJEAN et al., 1992).

3. Uma boa introdução a esse programa e um mapeamento de seus principais resultados são apresentados em (PYENSON, 1989a).

O programa de pesquisa pode ser continuado e aplicado também a países europeus. Teremos de levar em conta que os países europeus foram também países subdesenvolvidos em alguma época, o que faz de suas estratégias de desenvolvimento um interessante objeto de estudo. Um importante meio de desenvolvimento dos estados europeus durante o século XIX foi o sistema educacional, e como havia apenas alguns modelos disponíveis, cada um desses estados teve que adotar um deles. Isso significa que não apenas países do "Terceiro Mundo" estão entre os receptores de transmissões culturais, mas que também os países europeus receberam transmissões de sistemas educacionais, conhecimentos e valores (Ver SCHUBRING, 1995).

Na verdade, o primeiro movimento internacional por uma reforma do currículo de matemática mostra que somente um número muito pequeno de países participou ativamente, contribuindo com novas idéias, enquanto que os outros países se envolveram apenas gradualmente.

Se aplicarmos a concepção de "transmissão" como aqui esboçada à análise do movimento de reforma curricular no início deste século, obteremos uma impressão melhor de suas idéias e das transformações ocorridas em ambientes culturais e nacionais específicos que possibilitaram que grupos muito diferentes se envolvessem visando a objetivos que eram aparentemente os mesmos. Na realidade, uma noção de reforma deve ser suficientemente vaga e geral para ser apoiada por um grande número de pessoas. E é um fenômeno bem conhecido que uma idéia que já foi descartada em seu lugar de origem seja perseguida ainda mais ardentemente em algum lugar da "periferia".

O movimento de reforma iniciado pelo IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission/CIEM = Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique)* mostra ter sido um meio poderoso para a transmissão de idéias. Um exame cuidadoso das atividades nacionais mostra também que as idéias transmitidas foram transformadas de maneira marcante segundo o respectivo ambiente cultural e tecnológico. Além disso, ao lado das intenções "oficiais" explicitamente declaradas, houve intenções subjacentes "ocultas" que constituíram as reais forças motrizes. Embora intenções ocultas possam permanecer implícitas em seu campo cultural original, elas devem ser mais explicitadas na transmissão a outros ambientes culturais a fim de transferir o significado completo de um conceito de reforma. Portanto, a análise do processo de transmissão permite uma melhor compreensão das intenções explícitas e implícitas envolvidas.

* Nota da Tradutora: O IMUK, a partir de 1954, passou a ser conhecido como ICMI – International Commission on Mathematical Instruction.

O início do trabalho do IMUK

Foi o quarto Congresso Internacional de Matemáticos ocorrido em Roma em 1908 que criou o IMUK. A tarefa atribuída ao comitê era restrita em diversos aspectos: em relação ao tempo, aos tipos de escolas envolvidas e ao alcance geográfico. Até o Congresso seguinte (em 1912, em Cambridge), o comitê deveria preparar relatórios a respeito do estado da instrução matemática nas escolas secundárias dos países mais desenvolvidos. Essa tarefa era em grande parte um trabalho de documentação, compreendendo uma comparação dos métodos e dos programas da instrução matemática em países diferentes a fim de apresentar um relatório geral em Cambridge (LIETZMANN, 1917, p.1).

David Eugene Smith tinha sido o primeiro a propor a criação de um tal comitê, em 1905. Smith, professor de educação matemática no Teachers College (Columbia University, New York), se dedicava a aperfeiçoar a instrução matemática nos Estados Unidos, e foi com essa intenção que sugeriu a idéia de “uma comissão que seria nomeada por um congresso internacional”, para “fortalecer a organização do ensino das matemáticas” (*L'Enseignement mathématique*, 1-7, 1905, p. 469). Smith renovou sua sugestão em sua contribuição ao congresso de 1908, mencionando algumas questões relativas à organização dos programas que poderiam ser estudadas por um tal comitê (ATTI, 1909, p.476-477). Como núcleo do novo comitê, chamado “comitê central”, o Congresso havia eleito três matemáticos – o alemão Felix Klein, o suíço Henri Fehr e o inglês George Greenhill. Imediatamente Klein foi escolhido presidente, e foi essa presidência que transformou a tarefa descritiva proposta numa atividade dinâmica que foi além dos limites originalmente estabelecidos. A primeira decisão foi estender o trabalho de modo a incluir todos os tipos de escolas – do nível primário à educação superior, considerando até mesmo todos os tipos de educação vocacional. E, em vez de simplesmente coletar informações, o IMUK pôs-se a atuar como um agente de mudanças: disseminou a idéia de que a reforma da instrução matemática era necessária e urgente.

O próximo passo nessa agenda de mudanças era envolver um número maior de países. Os países originalmente convidados a participar do trabalho do IMUK haviam sido escolhidos de acordo com o grau de atividade de sua comunidade matemática, sendo tal grau medido por seu número de participantes nos quatro congressos internacionais matemáticos ocorridos entre 1897 e 1908: países dos quais pelo menos dois matemáticos tinham participado de pelo menos dois dos quatro congressos (grupo 1) foram convidados a constituir um subcomitê nacional do IMUK e a ser representados no corpo do IMUK por um membro com direito a voto; se o número de participantes tivesse sido de dez ou mais, o número de membros com direito a voto era aumentado para dois ou até três (grupo 2). Esses critérios produziram uma amostra de dezoito países com nove nações em cada um dos dois grupos:

Membros do IMUK com direito a voto

grupo 2	grupo 1
Áustria	Bélgica
França	Dinamarca
Alemanha	Grécia
Grã-Bretanha	Holanda
Hungria	Noruega
Itália	Portugal
Rússia	Romênia
Suíça	Suécia
Estados Unidos	Espanha

Como os organizadores perceberam que o critério da atividade matemática não abrangeria todos os países relevantes, foi decidido que os países que estão relacionados a seguir seriam convidados a participar com membros sem direito a voto. A lista seguinte mostra (estão sublinhados os nomes dos países que demonstraram pelo menos temporariamente um certo grau de atividade) que agora todos os continentes estavam envolvidos (evidentemente, representados por "países civilizados": SCHIMMACK, 1911, p.2):

Países convidados sem direito a voto

<u>Argentina</u>	China	<u>África do Sul</u>
<u>Austrália</u>	Egito	<u>México</u>
<u>Brasil</u>	Inglaterra	Peru
Bulgária	Índia	<u>Sérvia</u>
Chile	<u>Japão</u>	Turquia
	<u>Canadá</u>	

Os países que constituíram subcomitês nacionais até 1914 estão na tabela a seguir, ordenados de acordo com seu grau de atividade.

O primeiro grupo compreende aqueles que mostraram atividades significativas de reforma; o segundo grupo é formado por aqueles que entregaram relatórios meramente descritivos e não mostraram nenhum movimento genuíno de reforma; o terceiro grupo é composto pelos países que eventualmente não apresentaram nenhum relatório nacional.

Subcomitês Nacionais do IMUK e seus relatórios sobre instrução matemática

grupo 1	grupo 2	grupo 3
Áustria	Austrália	Grécia
Bélgica	Itália	Noruega
Dinamarca	Japão	Portugal
França	Holanda	
Grã-Bretanha	Romênia	
Alemanha	Rússia	
Hungria	Espanha	
Suécia	Suíça	
Estados Unidos		

Deve-se um mérito considerável na constituição dessa primeira rede internacional aos esforços de D.E.Smith, que, aconselhando Klein, obteve sucesso no estabelecimento de um grande número de relações pessoais necessárias para formar os vários subcomitês nacionais. Tendo o IMUK obtido uma prorrogação de sua tarefa a partir do Congresso seguinte em Cambridge, em 1912, seus líderes haviam mostrado uma perspicácia extraordinária ao lançar um movimento internacional efetivo.

Pelo menos em relação às publicações, o trabalho do IMUK foi impressionante. A lista oficial dessas publicações, apresentada em 1920 quando do encerramento das atividades do comitê, tinha 294 títulos publicados em 17 países. Evidentemente, a qualidade desses documentos varia significativamente. Em alguns países, os relatórios foram o resultado de um trabalho verdadeiramente coletivo e intenso, enquanto que em outros esses relatórios foram preparados por indivíduos. Os relatórios alemães geralmente impressionaram como os mais bem organizados.

Quais eram os objetivos desse movimento de reforma? Por que Felix Klein, um eminente matemático, se envolveu tão ativa e intensamente em uma questão de instrução escolar?

As declarações oficiais indicavam dois conjuntos de objetivos: o primeiro era "a penetração – começando numa idade jovem – das noções básicas de quantidades variáveis e dependência funcional nos temas do ensino de matemática" (SCHIMMACK, 1911, p.2). O segundo era a reorientação dos métodos de ensino no sentido da "Anschauung" (intuição) e das aplicações. Ênfase particular era colocada na geometria analítica como objeto de ensino.

Comecei a duvidar se esses objetivos de reforma de fato expressavam as verdadeiras intenções de seus líderes quando li uma nota nos escritos de F.Klein de 1913, enquanto preparava a sessão do IMUK de 1914:

“Rejeição completa (da reforma) na Itália (desde a morte de Vailati)”.

Dadas a importante tradição geométrica da Itália e a efetiva adoção das idéias geométricas de Klein, fui levado a um exame mais cuidadoso das intenções de reforma do movimento. Conforme pude mostrar (ver SCHUBRING, 1987 e 1989 a), os objetivos das forças motrizes do movimento eram marcadamente diferentes dos alegados pela retórica oficial.

Na verdade, a morte prematura de Giovanni Vailati (1863-1909), representante italiano no IMUK, desferiu um golpe importante no programa de Klein, já que ele era um dos poucos membros da comunidade matemática italiana que se opunha à tendência dominante de reforçar ainda mais o rigor nos métodos de ensino. A fim de melhor integrar a instrução matemática aos valores das escolas secundárias “clássicas” na Itália, a maioria rejeitava as abordagens indutivas e intuitivas e visava ao rigor máximo pelo ensino axiomático da geometria (VAILATI, 1907, SCHUBRING, 1994 e 1996). Klein tinha até mesmo enviado Lietzmann como “agente especial” à Itália para explorar a situação (ver LIETZMANN, 1908).

A crise de modernização na Alemanha

Havia uma dimensão implícita oculta no interior do conjunto dos objetivos da reforma, e ela estava ligada à origem do movimento na Alemanha. Foi causada por um processo muito maior e mais complexo, a modernização da sociedade no período guilhermino*.

Em 1871, um novo estado tinha se estabelecido na Europa: o Império Alemão (Deutsches Reich); em geral, não se percebe que esse estado era apenas uma confederação, e que estava longe de constituir uma real unidade. Logo depois, tensões e atritos se tornaram visíveis como expressões de uma crise de modernização nesse novo estado. Eram tensões não somente entre alguns dos maiores estados membros, digamos entre a Prússia, como o mais desenvolvido, e outros membros menos importantes; mais do que isso, as tensões deviam-se a problemas internos em cada estado membro, já que suas estruturas não eram mais capazes de

* Nota da Tradutora: Segundo o autor, trata-se do período (1871-1888) em que o rei da Prússia, Guilherme II (1888-1918), foi imperador da Alemanha. Durante esse período assistiu-se, por um lado, a uma estabilidade aparente da sociedade, a uma expansão da indústria e do sistema escolar, incluindo o ensino superior; por outro lado, esse período caracterizou-se também pela implementação de uma política expansionista e imperialista que resultaria na primeira guerra mundial. Essa ambigüidade revelar-se-ia também na personalidade de Felix Klein: ao mesmo tempo em que foi o grande modernizador da matemática na Alemanha, assinou também o *Aufruf an die Kulturwelt* (Manifesto ao mundo cultural) dos cientistas alemães em agosto de 1914, legitimando o papel alemão na guerra.

administrar a rápida evolução técnica e industrial da sociedade que se processava. O sistema educacional mostrava indicadores sensíveis dessa crise.

Por já duas vezes no século XIX, tentativas de estabelecer um estado alemão unificado haviam fracassado: em 1815 e em 1848. Como não havia unidade política, o movimento romântico alemão postulava a existência de uma unidade cultural alemã. A diversidade política dos numerosos estados alemães, no entanto, fazia com que essa unidade fosse ilusória. O grau de desenvolvimento econômico e industrial dos (desde 1815) trinta e nove estados alemães era muito heterogêneo; a Prússia tinha sido o único estado a empreender uma política coordenada de desenvolvimento político e social desde 1810. As tensões entre as diferentes estruturas políticas até se intensificaram após o estabelecimento do Reich, devido ao andamento acelerado da Revolução Industrial.

Contrariamente a essas profundas reorientações, o sistema escolar, na maior parte dos estados alemães, era dominado pelas estruturas tradicionais. O estudo das línguas clássicas ainda constituía a parte essencial da educação secundária que levava aos estudos universitários consagrados principalmente a carreiras tais como a eclesiástica e a do direito. Uma tal estrutura de educação secundária e superior corresponde tradicionalmente a economias predominantemente agrárias, e, dessa forma, não mais era apropriada a uma sociedade que passava por um processo de modernização e industrialização.

O indicador mais óbvio para o desafio da modernização se tornou a transformação dos vários tipos de escolas técnicas: as anteriores "escolas politécnicas". Elas tinham tido, apesar do nome, um status decisivamente inferior durante a primeira metade do século XIX. Essas escolas aperfeiçoaram-se rapidamente a partir de 1850 e adquiriram progressivamente um status próximo ao das universidades, até que por volta de 1900 já eram consideradas como possuidoras de um status igual ao das universidades. Mais importante ainda, a matrícula de estudantes nessas instituições aumentou dramaticamente, deixando estagnada a das universidades. A parte científica e técnica do sistema educacional mostrou ser a parte dinâmica desse sistema, tanto no nível secundário quanto na educação superior, enquanto a parte tradicional clássica era ameaçada pela estagnação e até pela esclerose. Uma dimensão particularmente ameaçadora da crise estava no fato de que os dois setores eram separados estruturalmente, de modo que não havia nenhuma troca entre os subsistemas.

A Matemática, tanto como uma disciplina escolar quanto como uma disciplina universitária, foi particularmente afetada por esses atritos e por sua separação em um setor "clássico" e um setor "técnico" ou "moderno" no interior dos sistemas educacionais alemães: desde que as matemáticas, por sua própria natureza, pertencem ao mesmo tempo às ciências especulativas ("Geisteswissenschaften") e às ciências exatas, elas se desenvolverão melhor dentro de um contexto que seja favorável a ambas essas componentes de uma cultura científica.

No decurso das profundas reformas da década de 1810 a 1819 na Prússia, as matemáticas haviam adquirido o status de um dos três principais temas de ensino no *Gymnasium*, o tipo de escola secundária de maior prestígio. O programa Bernhardi-Süvern de 1811/16 visava a uma instrução matemática moderna e ambiciosa, que incluía até os elementos de cálculo, probabilidades e aplicações. Cada classe tinha seis horas de matemática por semana. Embora jamais formalmente executado, esse programa determinou a prática até o final dos anos vinte, quando a cultura clássica voltou a dominar o sistema educacional. Como consequência, a "pureza de método" tornou-se a orientação metodológica exclusiva para a instrução matemática, cuja função mudou para a de "*Geistes-Gymnastik*". Não só os elementos do cálculo, mas também métodos analíticos em geral e seções cônicas em particular foram banidos. O ensino voltou a favorecer métodos puramente "sintéticos". Eventualmente, atingiu-se o regresso à concepção tradicional de geometria euclidiana. Os professores do *Gymnasium* agarravam-se a uma visão estática da matemática sem considerar conceitos funcionais.

Essa visão estática dos conceitos matemáticos, influenciada por um modelo cultural de valores clássicos considerados imutáveis, encontrou sua expressão mais característica na definição da matemática escolar votada em 1864 no primeiro encontro de professores de matemática alemães: estes concordaram em incluir na matemática escolar todas as noções que implicavam em magnitudes constantes, e em excluir todas as relativas a magnitudes variáveis, as quais foram consideradas como estando além dos limites da educação secundária (ver SCHUBRING, 1991, p.187). Em alguns estados alemães, os programas eram ainda mais restritivos. No estado menos importante e de tamanho médio de Hessen-Kassel, as equações do segundo grau foram banidas em 1843, consideradas como assunto já pertencente à educação superior (ver SCHUBRING, 1989 b, p.280-282).

O outro tipo de escola secundária, a *Realschulen*, trabalhava com outro tipo de matemática, em particular nos estados do sul: além da geometria elementar tradicional, ensinava geometria descritiva e alguns elementos do novo ramo da geometria sintética. A razão para tal orientação residia no contexto desse tipo de escola: eram escolas técnicas que precisavam compensar de alguma forma as deficiências do ensino usualmente marginal de ciências e matemática no estilo clássico. Na realidade, nos estados do norte como a Prússia, os professores de matemática da *Realschulen* aderiam à mesma visão estática de matemática de seus colegas do *Gymnasium*, rejeitando o ensino de funções ou o cálculo.

Dadas por um lado essa natureza e estrutura do programa da matemática escolar e por outro as novas demandas de pessoal científica e tecnicamente trei-

* Nota da Tradutora: Uma tradução aproximada para essa expressão é "treinamento para a mente".

nado para a indústria, o atraso da instrução matemática nos diferentes tipos de escolas secundárias tornou-se evidente no último terço do século XIX. No entanto, nenhuma iniciativa de modernização por parte dos professores de matemática é observável durante esse período⁴. Essa falta de iniciativa é tanto mais notável uma vez que uma associação de professores, a *Förderverein für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht*, tinha sido fundada em 1891. Seu interesse principal era manter o status do ensino de ciências e matemática nas escolas secundárias, mas nenhuma mudança no currículo foi planejada.

A agenda de reforma de Klein

De onde, então, se originaram as iniciativas pelas mudanças estruturais e curriculares? Como foi possível estabelecer um movimento de reforma efetivo como este? O ponto chave para entender as novas características é que a dinâmica desses processos não se desenvolveu dentro do subsistema das escolas secundárias. Foram antes problemas de transição desse subsistema para a educação superior que induziram essa onda de reforma. Foi esse complexo problema de transição que levou Klein a se tornar ativo e desenvolver uma agenda de reforma. Mesmo no nível internacional, parece que os movimentos de reforma mais importantes e efetivos surgiram onde os problemas de transição da educação secundária para a superior eram mais agudos – e é aí que os matemáticos estavam mais ativamente envolvidos.

Felix Klein (1849-1925) tinha até uma motivação particular para se engajar em assuntos escolares. Klein, um eminente geômetra, além de organizador e administrador talentoso, moldou profundamente as estruturas da matemática alemã⁵. Da maior

4. É evidente, portanto, que Klein não poderia "desviar-se" de um movimento de reforma como mantém Pyenson (PYENSON, 1983, p.52), já que não existia um tal movimento antes.

5. Deve-se notar que a personalidade de F. Klein é um tanto controversa na historiografia da matemática dos últimos anos. Ele é retratado entre as posições extremas de mocinho e vilão. MANEGOLD (1970) apresentou Klein como uma personalidade de visão ampla que esforçou-se pela melhoria das aplicações e pelos engenheiros, estes últimos vistos como tacanhos e obtusos. Isso provocou PYENSON (1983) a apresentar Klein como o "homem mau" que, segundo ele, desorientou um movimento de reforma já existente entre os professores de matemática, o qual visava a reviver as aplicações no interior da matemática escolar. Pyenson afirma que a intenção de Klein era estabelecer uma nova supremacia da matemática pura. O problema com essas diferentes avaliações é que elas consideram as opiniões de Klein como essencialmente consistentes e imutáveis ao longo de sua vida. Conforme observou Rowe, Klein, entretanto, mudou de idéia em relação a características estruturais essenciais (ROWE, 1985 a, p.127). Apesar da bem fundamentada crítica de Rowe a ambas as posições (ROWE, 1985 b), elas continuaram a inspirar outros pesquisadores. M. Otte, em diversas publicações a partir de 1987 (OTTE, 1987, 1989), tem criticado a visão que tinha Klein da matemática aplicada, caracterizando-a como um psicologismo reducionista, e tem sustentado que a política de Klein era prejudicial à matemática pura. Uma nova posição extrema vem sendo defendida por H. Mehrtens: ele insiste em atribuir a Klein uma posição "anti-modernista", enquanto Hilbert – seu colaborador próximo na liderança da matemática de Göttingen – é visto como representante da posição modernista oposta.

importância formativa para Klein foi seu contato com Julius Plücker (1801-1868), professor de matemática e física, durante o período de seus estudos na Universidade de Bonn. Klein parece ter internalizado a própria auto-avaliação de Plücker de que sua posição como geômetra no interior da comunidade matemática alemã era marginal. Klein, porém, não via essa situação como irremediável, e colocou-se como meta estabelecer um outro programa matemático na Alemanha, que valorizasse a geometria e as aplicações, e que fosse, gradativamente, enfraquecendo o domínio da escola de Berlim e de sua matemática pura. Klein conseguiu a oportunidade para realizar seu programa alternativo por meio de uma extraordinária carreira como um influente professor de matemática em diversas universidades e escolas técnicas superiores. Em sua primeira abordagem, considerou suficiente reformar o "topo", isto é, as universidades. Em 1888, fez até mesmo uma proposta ingênua de integrar as escolas técnicas superiores às universidades. O fracasso desse programa de integração para a educação superior convenceu-o de que uma reforma fundamental da matemática não poderia ser alcançada por um simples rearranjo organizacional e de forma restrita à educação superior. Na segunda fase de suas atividades na década de 1890, Klein levou adiante o seu ponto de vista de que fazer uma reforma da matemática universitária requeria levar em consideração um sistema até mais extenso: o sistema escolar como o alicerce básico da educação superior. Assim, começou a se interessar pelo aperfeiçoamento da formação dos professores. Agindo dessa maneira, esperava reverter a tendência favorável às abordagens unilaterais formais e abstratas da instrução matemática promovendo a instrução prática e o desenvolvimento da intuição espacial. Apesar de todas as suas atividades pela formação de professores e seu treinamento em serviço, os efeitos foram bastante limitados.

Afinal, Klein percebeu que o maior perigo para o seu programa de reforma estava nas escolas técnicas superiores (*Technische Hochschulen*). Devido ao seu caráter "politécnico", nelas a matemática gozava do status de uma disciplina básica, propedêutica. Desde sua elevação de status, essas escolas tinham admitido como professores jovens matemáticos universitários que esforçavam-se por apresentar os fundamentos da matemática dentro da nova maneira rigorosa da escola de Berlim. Como esses métodos não se adaptavam ao seu público de estudantes, estes faltavam às aulas enquanto os engenheiros fortaleciam sua convicção crescente de que eles mesmos deveriam dar também esses cursos de matemática – uma questão essencial no Anti-Mathematiker-Bewegung, um movimento particularmente alemão nos anos oitenta e noventa, que visava a reduzir o papel da matemática – que tinha sido a disciplina chave na época em que as escolas haviam necessitado melhorar o seu baixo status.

A primeira solução proposta por Klein, num parecer de especialista dado ao ministro da instrução pública da Prússia em 1900, significava uma redefinição corajosa da relação entre a educação secundária e a superior: em lugar de exigir a

integração das correntes clássicas e científico-técnicas, como havia feito anteriormente, Klein agora reconhecia a sua equivalência e pedia a flexibilidade entre os três diferentes tipos de escolas secundárias completas e os dois tipos de educação superior – universidades e escolas técnicas. Tal flexibilidade exigia mudanças dramáticas na preparação dos estudantes para as escolas técnicas superiores: por um lado, essas escolas precisavam ser liberadas das partes mais elementares de seu ensino de matemática para que os alunos se concentrassem nas partes da matemática mais próximas de seus estudos técnicos – por outro lado, os alunos das escolas secundárias clássicas precisavam de uma instrução que lhes permitisse estudar não apenas nas universidades, mas também nas escolas técnicas superiores. Essa redefinição da transição da educação secundária para os subsistemas da educação superior requeria uma modernização radical da matemática escolar. O que Klein propôs a partir de 1900 foi de fato introduzir os conteúdos do ensino preparatório de matemática nas escolas técnicas superiores como assuntos novos e básicos para os três tipos de escolas secundárias: geometria analítica e os elementos do cálculo diferencial e integral (ver SCHUBRING, 1989 a, p. 211-220)!

Mas como seria realizada uma reforma tão radical? Essa pergunta é ainda mais crucial agora que sabemos, após o fracasso dos programas otimistas de reforma dos anos 60 e 70 de nosso século, da absoluta impossibilidade de atingir mudanças estruturais e mentais profundas. Klein passou por um processo de aprendizagem único a esse respeito: primeiro, depois de 1900, tentou o caminho tradicional de fazer política. Ele propôs as mudanças ao gabinete ministerial e esperou que estas fossem decretadas. A resposta, em abril de 1902, foi inesperada, e certamente fora do comum: ao mesmo tempo em que aprovava as idéias de Klein, o ministério se recusava a decretar as mudanças curriculares desejadas “a partir de cima”. Em vez disso, o ministério aconselhava Klein a organizar a introdução dessas reformas curriculares “a partir das bases”, atraindo o apoio de professores adequadamente treinados que atuariam como agentes para a implementação das reformas em escolas selecionadas. Assim, seguindo o princípio da liberdade metodológica (*Lehrfreiheit*) – uma das doutrinas neohumanistas características da profissão do ensino na Prússia – esses professores reformistas estariam autorizados a promover as mudanças curriculares de Klein sem a aprovação prévia das autoridades escolares.

Logo após essa decisão, Klein deu início a um estudo intenso e meticuloso do estado da educação matemática com o objetivo de descobrir as questões principais que poderiam estimular os professores de matemática. Tendo se familiarizado com alguns dos problemas mais importantes enfrentados pelos professores de matemática nas escolas, prosseguiu seu trabalho cunhando a frase chave que a seguir serviria como o slogan de seu programa de reforma, mas que também ajudava a transmitir a impressão de que esse programa era motivado exclusivamente por um desejo de aperfeiçoar a educação nas escolas. Tal slogan era a famosa noção de raciocínio funcional, ou – para

dizê-lo mais concretamente – a idéia de que o conceito de função deveria impregnar todas as partes do currículo de matemática. Walter Lietzmann (1880-1959), o principal assistente de Klein na organização do movimento de reforma, recordou posteriormente de maneira vívida o papel que essa idéia desempenhava como um instrumento estratégico. Lietzmann observou que o sucesso do movimento de reforma dependia de se encontrar uma idéia fundamental que funcionasse como um ponto de convergência e que ao mesmo tempo levasse o cálculo para o currículo do *Gymnasium* automaticamente. Esse ponto básico de convergência foi o conceito de função, que, de acordo com o programa de Klein, já deveria ser introduzido nas classes iniciais (LIETZMANN, 1930, p.255). Tendo em mãos esse slogan do pensamento funcional, Klein começou a reunir apoio para o movimento de reforma a partir das bases. De fato, o sucesso do movimento foi em parte um reflexo de seus esforços. Iniciando com seus próprios antigos alunos, Klein prosseguiu persuadindo um número substancial de professores e associações de professores a juntar-se às fileiras de sua causa.

O ministério da Prússia, como havia prometido, apoiou esse movimento a partir das bases: a cinco escolas secundárias, cada uma de um tipo diferente, foi atribuído o status de instituições experimentais. Em outras escolas, professores ativistas também introduziram mudanças curriculares que incorporavam o espírito do conceito de função. Na verdade, em todas essas escolas, o objetivo dos professores era introduzir os elementos do cálculo diferencial e integral. Deve ser enfatizado, contudo, que uma das tarefas mais complicadas no interior do programa de Klein era estender as reformas não apenas às escolas “realistas” (*Realschulen*), mas também às escolas “humanistas”. Somente então o problema da transição poderia ser resolvido da maneira desejada. Em 1905, Klein se sentiu frustrado a esse respeito: na *Naturforscherversammlung* em Meran, os resultados da campanha de reforma conforme perseguidos até então deveriam ser colhidos numa grande deliberação sobre o programa de matemática para as escolas secundárias. Nesse famoso *Meraner Lehrplan*, a maior parte das idéias de Klein foi adotada – com exceção de que, para o *humanistisches Gymnasium*, a instituição nuclear para os estudos clássicos, o cálculo figurava apenas como um tema opcional.

O impacto internacional

A constituição do IMUK em 1908, portanto, representou para Klein uma oportunidade bem-vinda para ampliar o movimento de reforma e fortalecer, através do apoio de um corpo internacional, as reformas curriculares já em andamento na Alemanha. Em particular, Klein viu o IMUK como um caminho para promover seu programa para as escolas técnicas superiores, que ainda representavam um problema importante.

Os estudos comparativos organizados pelo comitê central do IMUK para complementar os (mais ou menos descritivos) relatórios dos subcomitês nacionais confir-

mam a orientação estratégica de tais estudos, geralmente no mesmo sentido do programa alemão de reforma de Klein. Ao todo, o IMUK decidiu empreender oito de tais estudos comparativos:

1. A fusão dos diferentes ramos da matemática no ensino das escolas médias (Milão, 1911).
2. O rigor no ensino de matemática nas escolas médias (Milão, 1911).
3. O ensino teórico e prático de matemática destinado aos estudantes de ciências físicas e naturais (Milão, 1911).
4. A preparação matemática dos físicos na universidade (Cambridge, 1912).
5. A intuição e a experiência no ensino de matemática nas escolas médias (Cambridge, 1912).
6. Os resultados obtidos na introdução do cálculo diferencial e integral nas classes mais adiantadas dos estabelecimentos secundários (Paris, 1914).
7. A preparação matemática dos engenheiros nos diferentes países (Paris, 1914).
8. A formação dos professores de matemática para os estabelecimentos secundários⁶.

Desses oito temas, apenas três – a minoria - correspondia ao nível oficialmente designado como tarefa do IMUK (1, 2 e 5), enquanto os outros cinco – a maioria - diziam respeito ou à transição da educação secundária para a superior ou mesmo à educação superior exclusivamente. É de se notar que o ponto culminante do trabalho do IMUK tenha ocorrido em 1914, em sua sessão realizada em Paris, onde os tópicos apresentados corresponderam exatamente às duas pedras angulares do programa alemão de reforma de Klein.

Em Paris, o tema que atraiu mais atenção e participação foi “a avaliação da introdução do cálculo nas escolas secundárias”. Esse tema foi debatido calorosamente, e o relatório a ele referente foi o mais volumoso de todos os relatórios internacionais do IMUK⁷. Foi ainda o tópico que Klein havia preparado mais cuidadosamente do que qualquer outro. Klein não só ajudou a planejar o questionário internacional que envolvia o assunto, mas também escolheu o seu coordenador e relator, Emanuel Beke, um pesquisador húngaro e seu antigo aluno, e um dos mais ardorosos adeptos de seu programa. Beke havia levado as idéias da reforma diretamente à Hungria, e havia obtido grande sucesso ao iniciar nesse país um movimento análogo.

6. Esse estudo decidido em 1914 para a sessão seguinte precisou ser adiado devido à Primeira Guerra Mundial, e só pode ser completado em 1932.

7. Cf. *L'Enseignement Mathématique*, 16 (1914), p.245-306.

Para o segundo tópico da sessão de Paris, a preparação matemática dos engenheiros, Klein também escolheu como coordenador uma pessoa de confiança: Paul Stäckel, um colaborador próximo em assuntos de história e matemática aplicada. Klein, que não participou da sessão de Paris, foi imediatamente informado sobre o decorrer dos debates por cartas de seus assistentes e colaboradores. Os pontos colocados em relevo eram, naturalmente, aqueles que mais lhe interessavam.

As mais importantes dessas cartas vieram de Lietzmann e Stäckel, no encerramento da conferência. Em relação ao cálculo, Lietzmann lamentava o fato de que nenhum "resultado palpável" havia emergido do encontro, devido à resistência dos "italianos". Quanto ao treinamento matemático dos engenheiros, porém, Lietzmann pôde relatar, muito satisfeito, que "os engenheiros querem – essa foi a opinião geral – aprender matemática através do matemático, não através do engenheiro". Stäckel também relatou que estava bastante satisfeito com a resposta internacional, particularmente com a dos engenheiros franceses, cuja esmagadora maioria havia enfatizado "a necessidade de uma *culture générale* para os engenheiros" (cf. SCHUBRING, 1989 a, p.190).

Transformações

Ao estudar os respectivos desenvolvimentos nos relatórios internacionais, podemos sempre notar que os conceitos transmitidos foram transformados durante o processo de recepção. Uma exceção parece ser o caso da Sérvia, cujos representantes enfatizaram que suas escolas eram recentes, e assim não carregavam o peso de tradições antigas, de modo que os conceitos da reforma podiam ser colocados em prática completamente, sem obstáculos. Seguem-se alguns exemplos de transformações refletidas pela comparação dos tópicos trabalhados em diferentes países.

Na Inglaterra, foram enfatizados os métodos práticos no ensino da geometria (método de laboratório); isso reflete parcialmente o tópico número 5.

Nos Estados Unidos, a principal discussão em relação à reforma se deu em relação à integração da geometria com a álgebra, o que corresponde ao tópico número 1.

A Itália é um caso particularmente revelador. Desde a unificação, a partir de 1860, a instrução matemática havia se concentrado quase inteiramente na geometria. A questão didática principal estava em como poderia ser atingido da melhor maneira o rigor na geometria – e essa questão corresponde ao tópico número 2. Os italianos esforçavam-se por fazer uma apresentação inteiramente axiomática da geometria, considerando-a como o objetivo primordial do currículo escolar em matemática, que não era mais baseado na deficiente axiomática euclidiana. Em lugar dessa abordagem, aventuraram-se a introduzir os mais recentes resultados da pesqui-

sa sobre os fundamentos da geometria no currículo escolar. Uma das questões mais ardorosamente debatidas na época é característica do conceito especificamente italiano de reforma: a oposição entre "separacionistas" e "fusionistas", provocada pelo livro didático de Riccardo de Paoli, *Elementi di Geometria* (1884), que foi o primeiro na Itália a recomendar um ensino integrado das geometrias plana e sólida. Por questões de princípios, os adversários se opunham, no entanto, a misturar as geometrias de duas e três dimensões.

É bastante notável que no Brasil, algum tempo depois, no início dos anos trinta, exatamente o âmago das reformas de Klein – a reestruturação de todo o currículo pelo conceito de função e a introdução do cálculo – tenha sido recebido como uma transmissão do movimento de reforma do IMUK.

Referências Bibliográficas

- ATTI DEL IV CONGRESSO INTERNAZIONALE DEI MATEMATICI – vol.III. Roma: R. Accademia dei Lincei, 1909.
- BEKE, E. Les resultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures des établissements supérieures. Rapport général. *L'Enseignement Mathématique*, 16, p. 245-284, 1914.
- BELHOSTE, B. Les sciences dans l'enseignement secondaire français: textes officiels réunis et prés. Par Bruno Belhoste. Paris: Inst. Nat. de Recherche Pédagogique [u.a.], vol. 1: 1789/1914, 1995.
- BIOCHE, C. Rapport sur la place et l'importance des Mathématiques dans l'enseignement secondaire en France. In: Bioche, C. (ed.). *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique. Sous Commission Française. Rapports. Vol II. Enseignement Secondaire*. Paris: Hachette, p. 5-16, 1911.
- BULLETIN ADMINISTRATIF DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE. 2e. série, tome 71, 1902.
- COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE. Liste complète des Publications du Comité Central et sous-commissions nationales. *L'Enseignement Mathématique*, 21, p. 319-339, 1920.
- GOLDZIHNER, K. Übersicht der Reformbestrebungen in den einzelnen Staaten. In: Beke, E.; Mikola, S. (eds.). *Abhandlungen über die Reform des mathematischen Unterrichts in Ungarn*. Leipzig und Berlin: Teubner, p. 21-44, 1911.
- HENSEL, S. Die Auseinandersetzungen um die mathematische Ausbildung der Ingenieure an den Technischen Hochschulen in Deutschland Ende des 19. Jahrhunderts. In: Hensel, S.; Ihmig, K.-N.; Otte, M. (eds.). *Mathematik und*

Technik im 19. Jahrhundert in Deutschland, Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, p. 1-111 e apêndice, 1989.

- LIETZMANN, W. Die Grundlagen der Geometrie im Unterricht (mit besonderer Berücksichtigung der Schulen Italiens). *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*, 39, p. 177-191, 1908.
- LIETZMANN, W. (Ed.) *Berichte und Mitteilungen, veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichtskommission*, série II. Leipzig und Berlin: Teubner, 1917.
- LIETZMANN, W. 25 Jahre Meraner Vorschläge. *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*, 61, p. 289-300, 1930.
- MANEGOLD, K. H., *Universität, Technische Hochschule und Industrie*. Berlin: Duncker und Humblot, 1970.
- MEHRTENS, H., *Moderne-Sprache-Mathematik*. Frankfurt/Main: Suhrkamp, 1990.
- OTTE, M. *Zum Verhältnis von Mathematik und Technik*. (Teil I). Occasional paper nr. 87, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Bielefeld, 1987.
- OTTE, M. Die Auseinandersetzungen zwischen Mathematik und Technik als Problem der historischen Rolle und des Typus von Wissenschaft. In: Hensel, S.; Ihmig, K.-N.; Otte, M. (eds.). *Mathematik und Technik im 19. Jahrhundert in Deutschland*, Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, p. 149-214, 1989.
- PETITJEAN, P. ET AL. (Eds.) *Science and Empires. Historical Studies about Scientific Development and European Expansion*. Dordrecht: Kluwer, 1992.
- PYENSON, L. *Neohumanism and the Persistence of Pure Mathematics in Wilhelman Society*. Philadelphia: American Philosophical Society, 1983.
- PYENSON, L. In partibus infidelium: Imperialist Rivalries and Exact Sciences in Early Twentieth-Century Argentina, *Quipu: Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 1, p. 253-303, 1984.
- PYENSON, L. *Cultural Imperialism and Exact Sciences: German Expansion Overseas 1900-1930*. New York: Lang, 1985.
- PYENSON, L. Pure Learning and Political Economy: Science and European Expansion in the Age of Imperialism. In: R. P. W. Visser et al. (eds.). *New Trends in the History of Science*. Amsterdam: Rodopi, p. 209-278, 1989 a .
- PYENSON, L. *Empire of Reason: Exact Sciences in Indonesia 1840-1940*. Leiden: Brill, 1989 b.
- PYENSON, L. *Civilizing Mission: Exact Sciences and French Overseas Expansion, 1830-1940*. Baltimore: John Hopkins University Press, 1993.

- ROWE, D. Felix Klein's Erlanger Antrittsrede. A Transcription with English Translation and Commentary. *Historia Mathematica*, 12, p. 123-141, 1985 a.
- ROWE, D. Essay Review. Felix Klein (Renate Tobies with Fritz König, Karl-Heinz Manegold, Lew Pyenson), *Historia Mathematica*, 12, p. 278-291, 1985 b.
- SCHIMMACK, R. *Die Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland*. Leipzig und Berlin: Teubner, 1911.
- SCHUBRING, G. *The Cross-Cultural Transmission of Concepts- the first international mathematics curricular reform around 1900, with an Appendix on the Biography of F. Klein*. Occasional paper nr. 92, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Bielefeld, 1987.
- SCHUBRING, G. Pure and Applied Mathematics in Divergent Institutional Settings in Germany: the Role and Impact of Felix Klein. In: Rowe, D.; McCleary, J. (eds.). *The History of Modern Mathematics. Volume II: Institutions and Applications*. Boston: Academic Press, p. 171-220, 1989 a.
- SCHUBRING, G. Die Mathematik- ein Hauptfach in der Auseinandersetzung zwischen Gymnasien und Realschulen in den deutschen Staaten des 19. Jahrhunderts. *Bildung, Staat und Gesellschaft im 19. Jahrhundert. Mobilisierung und Disziplinierung*. Hrsg. K.-E. Jeismann. Stuttgart: F. Steiner, p. 276-289, 1989 b.
- SCHUBRING, G. *Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Studien und Materialien zum Prozess der Professionalisierung in Preussen (1810-1870)*. (Weinheim: Beltz, 1983), Zweite, korrigierte und ergänzte Auflage. Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 1991.
- SCHUBRING, G. Euklid versus Legendre in Italien. *Mathematik erfahren und lehren*. Festschrift für Hans-Joachim Vollrath, Hrsg. Günter Pickert, Ingo Weidig. Stuttgart: Klett, p. 188-194, 1994.
- SCHUBRING, G. *The impact of the Napoleonic Structural Reforms of the Educational System in Europe. A cura di BLANCO, L. & PEPE, L. Stato e pubblica istruzione. Giovanni Scopoli e il suo viaggio in Germania (1812)*. Annali dell'Istituto storico italo-germanico in Trento, XXI. Bologna: Il Mulino, p. 435-443, 1995.
- SCHUBRING, G. Changing cultural and epistemological views on mathematics and different institutional contexts in 19th century Europe. In: C. Goldstein; J. Ritter (eds.). *Myths and Historical Realities of Mathematical Europe*. Paris: Éditions de la Maison des Sciences de l'Homme, p. 361-388, 1996.
- SMITH, D. E. Réformes à accomplir. Opinion de M. Dav.- Eug. Smith. *L'Enseignement Mathématique*, Série I, vol. 7, p. 469-471, 1905.

VAILATI, G. L'Insegnamento della Matematica nel primo triennio della scuola secondaria. *Bollettino di Matematica*, 6, p. 139-146, 1907.

WOLFF, G. *Der Mathematikunterricht an den höheren Knabenschulen in England*. Leipzig und Berlin: Teubner, 1915.