

## CENAS DE UMA AULA DE ÁLGEBRA: PRODUZINDO E NEGOCIANDO SIGNIFICADOS PARA “A COISA”\*

RENATA ANASTÁCIO PINTO\*\*

DARIO FIORENTINI\*\*\*

**RESUMO:** O objetivo deste artigo é analisar sob um ponto de vista semiótico, epistemológico e pedagógico os significados produzidos e negociados por uma professora de matemática de 7ª série e seus alunos, em aula, durante a realização de uma atividade algébrica. A análise, referente ao processo de comunicação/significação, apoia-se teoricamente em Vygotsky e Bakhtin. Em relação aos aspectos didáticos e epistemológicos decorrentes desse processo, o estudo apoia-se em Bachelard e Brousseau. O estudo mostra que, alunos e professora, na tentativa de produzir/negociar significados para os entes algébricos, podem produzir polissemias para palavras como, no caso, “quadrado” e “coisa”, gerando desse modo obstáculos didáticos, epistemológicos e verbais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Comunicação em aula, processos de significação, atividade algébrica, ensino de álgebra, obstáculos didáticos.

---

\*Este artigo é uma versão modificada e ampliada de um dos capítulos da Dissertação de Mestrado de PINTO (1997), intitulada “Erros e dificuldades no ensino da álgebra: o tratamento dado por professores de 7ª série em aula”, elaborada sob a orientação do Prof. Dr. Dario Fiorentini.

\*\*Doutoranda em Educação Matemática pela Faculdade de Educação da UNICAMP e integrante do Grupo de Pesquisa CEMPEM-PRAPEM.

\*\*\*Docente do Departamento de Metodologia de Ensino da Faculdade de Educação da UNICAMP e coordenador do Grupo de Pesquisa CEMPEM-PRAPEM.

**ABSTRACT:** This paper intends to analyze, from a semiotic, epistemological and pedagogical point of view, the meanings produced and negotiated in a math class of the 7<sup>th</sup> grade when the teacher and her pupils conduct an algebraic activity. The analysis, regarding the communication/meaning process, is founded theoretically on Vygotsky and Bakhtin. With respect to the didactic and epistemological aspects, the analysis is founded on Bachelard e Brousseau. This study shows that when the teacher and pupils try to produce/negotiate meanings for algebraic representations, they are likely to produce "polysemies" (multiplicity of meanings) for words, such as, in the case, "square" and "thing", that may generate didactic, epistemological or verbal obstacles.

**KEY-WORDS:** Math class communication, meaning processes, algebraic activity, algebra teaching, didactic obstacles.

## INTRODUÇÃO

*Eu quase que nada sei mas desconfo de muita coisa.*

(Guimarães Rosa)

Quando este estudo teve início, o foco principal de investigação era a prática pedagógica do professor de matemática frente a situações de erro ou dificuldades de ensino e de aprendizagem em álgebra elementar. Mas este foco - e a respectiva questão de investigação - foi se modificando à medida que fazíamos a revisão bibliográfica e refletíamos sobre o que observávamos nas aulas de álgebra elementar.

PINTO (1997), ao realizar uma revisão bibliográfica sobre os estudos que investigam os erros e as dificuldades em álgebra, verificou que estes, na sua maioria, focalizavam apenas o aluno restringido-se quase exclusivamente aos aspectos psico-cognitivos. O mérito destes estudos - como é o caso de BOOTH & COOK (1986, 1995) e KIERAN (1995, 1996)

- é que, através da análise dos erros e das suas possíveis causas, os pesquisadores e professores [que têm acesso à pesquisa] passaram a conhecer melhor como os alunos pensam quando trabalham/estudam álgebra.

Os estudos de BORASI (apud CURY, 1994), por outro lado, focalizam a análise dos erros sob o ponto de vista didático-pedagógico. Apropriando-se das idéias de Kuhn, Lakatos, Piaget e Vergnaud, sustenta que esta análise depende, fundamentalmente, do objetivo didático proposto e do foco de interesse, que pode ser o conteúdo técnicomatemático, a natureza da matemática e/ou o processo de aprendizagem.

De fato, segundo Borasi, se o objetivo do ensino é eliminar o erro, então ele passa a ser visto como uma falha do processo ensino-aprendizagem, e o ideal seria eliminá-lo pela raiz. Sob esta perspectiva, o estudo do erro é visto para identificar certas dificuldades que os alunos sentem em decorrência da não aprendizagem de certos conteúdos e/ou da utilização de métodos de ensino ineficazes. Dentro desse contexto, o objetivo dos educadores é melhorar o currículo e os métodos de ensino, com vistas a evitar o aparecimento das dificuldades e dos erros.

Agora, se o objetivo é a exploração e a descoberta, o erro é um passo necessário e positivo no processo todo, vindo inclusive a evidenciar os limites do conteúdo estudado. Desta forma:

*Pode motivar novas direções para a exploração e levar a descobertas inesperadas. Pode motivar e levar a reflexões sobre a natureza da disciplina. Pode constituir-se em instrumento para compreender melhor os processos cognitivos e o próprio desenvolvimento. (BORASI, apud CURY, 1994: p. 86).*

Apesar da tentativa de busca de outros estudos ou referências bibliográficas acerca desta questão, não encontramos estudos que tentam investigar o modo como professores e alunos enfrentam ou tratam os erros e dificuldades - tanto dos alunos como do professor - em situações de aula de álgebra.

A importância do estudo dos erros do professor, em processos de aula, já havia sido apontada por FREUDENTHAL, em 1987, no Canadá, durante o 39º CIEAEM<sup>1</sup>, que tinha como tema central "O papel do erro no ensino e aprendizagem da matemática."

Ao constatar que o encontro estava todo ele voltado para os erros dos alunos, FREUDENTHAL, em uma de suas palestras intitulada "Erros do professor - auto-análise didática", fala da idéia que teve quando leu a lista de sub-temas do congresso:

*Aqui está a idéia que me veio ao ler a lista de sub-temas: não valeria a pena dedicar alguns minutos aos erros do mestre, do professor? Eu ousei<sup>2</sup>, portanto, anunciar este título<sup>3</sup> e, na verdade, eu preferiria ter tratado meu tema num pequeno painel ou numa sessão. (...) Eu preferiria que vocês trouxessem suas próprias experiências errôneas para analisarmos juntos. Essa era a minha proposta, mas a organização decidiu de outra forma. Concordei com uma sessão sub-plenária - mais precisamente terceiro-plenária, na qual me propus a tratar o assunto mais fundamental que tive a intenção ao anunciar o título. [FREUDENTHAL, 1987: p. 37].*

Motivados pela literatura e por nossa reflexão sobre a prática pedagógica, escolhemos inicialmente a seguinte questão de investigação: Como o professor trata, enfrenta ou explora, com os alunos, os erros e as dificuldades que surgem em situações de aula envolvendo atividades algébricas?

Para respondê-la, optamos por realizar um estudo de caso sob uma abordagem qualitativa. Ou seja, foram acompanhadas/observadas as aulas de uma professora de matemática de 7ª série - aqui denominada ficticiamente de Marina - do ensino fundamental de uma escola pública localizada num bairro periférico da cidade de Campinas (São Paulo), quando esta estava iniciando formalmente o ensino da álgebra.

<sup>1</sup>Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques.

<sup>2</sup>Grifo nosso.

<sup>3</sup>Erreurs du professeur - Analyse didactique de soi-même.

Pretendíamos registrar as aulas em vídeo. Apesar da professora concordar inicialmente com essa forma de registro, logo após o início das observações essa alternativa foi recusada e as aulas observadas foram apenas registradas por escrito em um diário de campo.

As observações das aulas de Marina tiveram início em dezanove de março de 1996, mas somente uma semana depois ela iniciaria o tópico sobre álgebra. Embora a pesquisadora<sup>4</sup> tentasse observar todas as aulas de matemática ministradas pela professora Marina na classe A, ao longo de 5 semanas, apenas sete horas-aulas de álgebra foram efetivamente observadas. Uma das razões disso é que, muitas vezes, ao chegar à escola no horário previsto para a aula, a professora já havia "subido aula", cobrindo a falta de outros professores da escola<sup>5</sup>. A outra razão deveu-se ao fato de a professora ter adoecido e "entrado em licença" por três meses.

Apesar do relativo curto espaço de tempo de observação, este foi considerado por nós suficiente pois, além de atender aos propósitos do estudo, os dados de análise foram completados com a realização de uma entrevista semi-estruturada com a professora.

Para o presente artigo, selecionamos apenas um episódio ocorrido por ocasião da primeira aula ou atividade intencionalmente desenvolvida pela professora ao introduzir o ensino da álgebra na 7ª série.

O foco principal da reflexão/análise que apresentamos a seguir, diz respeito às tentativas de produção de significados que alunos e professora produzem a partir de uma situação-problema considerada algébrica. O processo de comunicação/significação, será, portanto, o nosso foco privilegiado de análise do episódio. Os possíveis erros e dificuldades de ensino e de aprendizagem presentes serão tratados dentro deste contexto mais amplo de tentativa de produção de significados.

---

<sup>4</sup>Todo o processo de coleta de dados (observação etnográfica e entrevistas) foi desenvolvido em campo por Renata Anastácio Pinto.

<sup>5</sup>Na entrevista que realizamos com a professora, várias vezes ela manifestou sua insatisfação em relação às atuais condições do trabalho docente no Estado de São Paulo. Algumas destas serão consideradas, neste texto, no momento da análise.

Para realizar essa reflexão/análise, buscamos apoio teórico, por um lado, junto à perspectiva sócio-histórica do conhecimento, a qual tem como principais interlocutores VYGOTSKY (1995) e BAKHTIN (1995) e, por outro, no que diz respeito aos obstáculos didáticos, epistemológicos e verbais em BACHELARD (1972) e BROUSSEAU (1983).

O episódio que passamos a relatar e analisar se refere às observações realizadas no dia vinte e seis de março de 1996, sob o código DcMa26/03/96<sup>6</sup>. Por tratar-se de um episódio longo (29 turnos) e multifacetado para um estudo analítico-intepretativo do tipo qualitativo, optamos por dividi-lo em 4 cenas.

Antes disso, porém, explicitaremos o que entendemos por processos de significação e descreveremos a professora, destacando sobretudo sua trajetória profissional, suas idéias, sua prática e a escola onde atua.

#### CONSIDERAÇÕES INICIAIS SOBRE O PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO

Segundo PINO (1994), a significação é um processo cultural, singular e situado histórico-socialmente:

*Por processos de significação entendo os modos de circulação/ [re]elaboração/produção de significação, tomado este termo como um conceito que engloba tanto os significados já instituídos quanto os possíveis sentidos que as coisas [palavras, eventos, ações, etc.] podem ter para as pessoas e que emergem nas relações interativas, em particular as discursivas. [...] toda significação é uma produção social. (PINO, 1994: pp. 6-7).*

---

<sup>6</sup> Utilizou-se o código [DcMa26/03/96] para indicar o tipo de material empírico e a data em que ele foi coletado. Assim: Dc, indica o diário de campo; Ma, o nome fictício da professora Marina e; 26/03/96, a data de coleta do material. Este material encontra-se à disposição dos interessados junto aos arquivos do CEMPEM – subgrupo PRAPEM: Prática Pedagógica em Matemática.

Nos processos de significação convém fazer uma distinção, como faz VYGOTSKY (1995) baseado em Paulhan, entre sentido e significado de uma palavra:

*O sentido de uma palavra é a soma de todos os eventos psicológicos que a palavra desperta em nossa consciência. É um todo complexo, fluido e dinâmico, que tem várias zonas de estabilidade desigual. O significado é apenas uma das zonas de sentido, a mais estável e precisa. (VYGOTSKY, 1995: p. 125).*

Nas tentativas de comunicação durante as aulas, o professor procura produzir significados para os conteúdos historicamente produzidos, visando partilhá-los com os alunos. Como constitutivo desta busca, há, também, o *'caráter coletivo da produção de sentidos'* (SMOLKA, 1995, p. 41), e estes sentidos são, simultaneamente, singulares e múltiplos.

Por isso, nos estudos *'da negociação de significados na escola'*, segundo MEIRA (1996, pp. 98-99), é fundamental que se focalize também a *'microcultura de salas de aula específicas, suas rotinas diárias e as considerações nas quais a produção de significados ocorre'*.

Na análise do episódio, portanto, tentaremos responder às seguintes perguntas: como os alunos reagem perante uma palavra, símbolo ou outra representação desconhecida? Como a professora aborda o desconhecido e como tenta negociar o sentido com seus alunos? Como professora e alunos interpretam e que significados dão às informações recebidas? Quais são os meios ou recursos utilizados pela professora - no seu papel de mediadora - na negociação de significados e de que modo estes meios/recursos mediadores podem ajudar ou obstaculizar a compreensão ou o processo de significação? Sob que condições histórico-sociais ou profissionais esta produção/negociação de significados acontece?

Para responder a estas perguntas utilizaremos, como recurso de análise, as tentativas de produção/negociação de sentidos e significados, dos alunos e da professora, durante a aula. Tentaremos, na medida

do possível, situar e contemporizar essas práticas no contexto atual de degradação da escola pública. Por isso, entendemos que, antes de dar início a análise propriamente dita, faz-se necessário descrever a professora e a escola onde atua.

#### A PROFESSORA: TRAJETÓRIA PROFISSIONAL, IDÉIAS E PRÁTICAS

A professora Marina formou-se em 1979, na PUCCAMP de Campinas. cursou Ciências com Licenciatura Plena em Matemática. Antes de formar-se, trabalhava na área de engenharia e continuou nesta atividade até 1981. No ano seguinte [1982], finalmente iniciaria suas atividades na escola. Mas, neste mesmo ano, em virtude do nascimento de sua filha, interromperia sua vida profissional. Retornaria à escola somente em 1989, permanecendo no cargo até então [1996].

No ano de 1996 - ano em que foi realizada esta pesquisa - a professora tinha uma carga didática semanal de 26 horas-aulas, exercidas exclusivamente na escola observada e sendo este seu único emprego.

Dentre os fatos e projetos que marcaram seu desenvolvimento profissional, Marina destaca seu trabalho como Coordenadora do CIC [Centro de Informação e Criação]<sup>7</sup> que havia na Escola Padrão<sup>8</sup> e o projeto ligado ao CIC, denominado "Correio Escola".

Em decorrência deste cargo, Marina assumiu, em 1994, apenas uma classe de 7ª série e, em 1995, uma 8ª série. Considera que este período foi muito bom para ela, pois lhe propiciou um relacionamento maior com os professores e, conseqüentemente, com as outras discipli-

---

<sup>7</sup>Segundo a Resolução da Secretaria de Educação [SP] nº 243, de 29/10/92, o Projeto Educacional 'Centro de Informação e Criação' tinha, entre outras, as seguintes finalidades: organizar acervos; oferecer materiais diversificados para construir, difundir, processar e organizar o conhecimento; orientar a utilização de metodologia de pesquisa; estimular a leitura...

<sup>8</sup>O Projeto 'Escola Padrão' foi implantado pela Secretaria de Estado de Educação, São Paulo, durante o governo Fleury. Os professores das escolas escolhidas tinham a oportunidade de propor projetos de aperfeiçoamento profissional, com apoio da Secretaria de Educação. Fazendo parte do projeto, havia também as Horas de Trabalho Pedagógico [HTPs], que eram horas semanais, na própria escola, para grupos de estudo.

nas, além da oportunidade de participar de cursos ofertados pela Secretaria de Educação.

Mas o projeto que mais influenciou seu trabalho em aula foi o Projeto Correio-Escola, do jornal Correio Popular<sup>9</sup>. Este projeto tinha como objetivo levar o jornal para a aula, como recurso pedagógico para as disciplinas. A escola que participava do projeto recebia durante 4 meses, diariamente, uma certa quantidade de jornais para que os professores trabalhassem em aula. Este projeto previa também outras formas e apoio como, por exemplo, palestras, debates, visitas dos alunos ao jornal.

Marina descobriu que o jornal podia ser um material didático altamente diversificado, rico e muito interessante para os alunos explorarem conteúdos matemáticos como, por exemplo, gráficos e tabelas. Conseguiu realizar um trabalho no qual seus alunos passaram, com facilidade, a interpretar gráficos, 'coisa que [antes] não conseguia com sucesso'. Destaca também o fato de este trabalho ser um modo do professor 'sair da rotina (...) da apostila, do livro'.

Porém, um grande obstáculo para este tipo de trabalho, segundo Marina, é o fato de o professor, para sobreviver, ter de lecionar um grande número de aulas. Isso inviabiliza a realização de projetos como este:

*... se você procurar, há diversas formas de ter um aprendizado melhor. O problema, no Estado, é que você é muito sobrecarregado. Então você não tem chance de procurar tanto porque você está sempre sobrecarregado, correndo, cansado, tendo que fazer um monte de coisa junto... [EntMa 17/12/96]<sup>10</sup>*

Ao perguntarmos se ela percebia algumas mudanças na sua forma de ensinar matemática, respondeu que, no começo, não tinha muita preocupação de que o aluno compreendesse os porquês da matemática. Detinha-se em ensinar algoritmos, regras e convenções, do mesmo mo-

<sup>9</sup>Jornal diário da cidade de Campinas.

<sup>10</sup>O código indica a Entrevista de Marina realizada em 17/12/96.

do que havia aprendido enquanto aluna. Agora, ao contrário, preocupasse mais com a compreensão dos alunos nos porquês:

*... no começo, quando eu comecei a dar aula, como eu tinha aprendido que era convenção, eu passava que era convenção. [Por exemplo,]... qualquer número elevado a zero é 1... Então, com o tempo eu fui percebendo que não era aquilo... [EntMa 17/12/96].*

Nesta “nova” forma de trabalhar o conteúdo em aula, Marina sentiu uma dificuldade maior de compreensão por parte dos alunos. Mas isto só aconteceu no início, porque depois...

*... flui, flui muito melhor. Depois que ele entendeu realmente o que significa, porque ele está fazendo tudo aquilo, então, aí se torna muito mais fácil, aí ele não esquece. Leva mais tempo, você fica mais tempo preso àquele conteúdo, você tem que gastar mais tempo para poder explicar. Mas surte melhores resultados. [EntMa 17/12/96].*

Particularmente em relação ao ensino da álgebra, Marina também percebeu mudanças significativas no modo de ensinar. Aponta as apostilas adotadas pela escola<sup>11</sup> como responsáveis por esta transformação:

*... produtos notáveis mesmo. No início eu usava, assim, mais livros. Então, a parte geométrica da álgebra, tal, os livros não abordam... Depois que eu comecei a trabalhar aqui, que nós começamos a trabalhar com as apostilas, daí você passa a trabalhar, também, mais com geometria. E então, o ensino da álgebra se tornou mais gostoso, tanto de ensinar como dos alunos visualizarem... [EntMa 17/12/96].*

---

<sup>11</sup>Referia-se a um material alternativo produzido por um grupo de professores de Campinas. No caso, fazia referência à apostila 10: [MIGUEL & FUNCIA [1993]. *Tópicos de Ensino de Matemática - volume 10: estudo das quantidades algébricas*. Campinas, Editora Delta Xis].

Ao comparar diversos modelos de ensino de álgebra vividos ao longo de sua trajetória estudantil e profissional, Marina lembra sua época de aluna do 1º Grau, especialmente quando estudou equação do 1º Grau, sob um modelo de ensino de álgebra que privilegiava a realização de exercícios repetitivos e o “transformismo algébrico”<sup>12</sup>:

*Quando eu aprendi equação do 1º Grau, foi uma maravilha. Eu lembro até que o meu professor chamava Pedro; o único... que eu lembro o nome. Porque ele deu, na época, (...) 200 exercícios para fazer de equações e eu amei de paixão!! Porque era uma coisa que eu adorava fazer, sabe! E na época eu já tinha, assim, uma facilidade com matemática. (...) Eu ensinava para o pessoal e eu gostava de ensinar. [EntMa 17/12/96].*

Hoje, como professora de matemática, acredita que o ensino da álgebra deva ser precedido pelo estudo dos símbolos e dos significados da linguagem matemática:

*... Eu acho, assim, que eles (alunos) têm que assimilar... os símbolos matemáticos, primeiro. Trabalhar as letras. As letras, para eles, até aí, são um bicho de sete cabeças! Por isso que eu acho que a gente ainda tem que trabalhar muito a linguagem matemática, a colocação das variáveis, das letras, das incógnitas de uma forma, assim, bastante visual no caso, para que, quando eles comecem a trabalhar álgebra... Por exemplo, quando pega monômios e polinômios, que você tem as letras aí presentes totalmente, as letras ao quadrado, as letras ao cubo... multiplicação, divisão, soma... é muito importante eles saberem o que significa essas letras para depois começar realmente a álgebra. [EntMa 17/12/96].*

Nesta fala, Marina parece não conceber a fase inicial de construção de significados da linguagem algébrica como constituinte da própria álgebra. A álgebra, para ela, restringe-se ao cálculo literal. Deste modo Marina acha que entender o significado das letras é também

<sup>12</sup>“Transformismo algébrico” é o ‘processo de obtenção de expressões algébricas equivalentes mediante o emprego de regras e propriedades válidas.’ (FIORENTINI, et al., 1993: p. 83)

importante para vencer os desafios dos cálculos com a linguagem algébrica. E é exatamente essa natureza desafiadora da álgebra que a estimula e lhe dá prazer ensinar: ... 'a álgebra é gostosa porque, (...) a partir de uma coisa que parece um bicho de sete cabeças, você vai chegar num resultado super simplificado... [E], cada etapa que você vai vencendo, você vai se tornando vitorioso!' (EntMa 17/12/96).

Este gosto pela matemática e especialmente por ensinar matemática, procurando torná-la acessível a todos e mudando a visão que os alunos têm dela, parece ser o principal fator de motivação para Marina continuar, apesar das precárias condições profissionais, a ser professora entusiasmada e comprometida com a educação dos jovens.

*E aí você começa a perceber que a matemática está dentro de tudo. É apaixonante!! Então, é isso que eu tento passar para os meus alunos, também. Então, "ah, é um terror"!!! Terror nada, é uma delícia!!! Alguns alunos meus também passam a gostar. Alguns, não são todos, claro! (...) Porque é gostoso, sabe, quando você consegue, (de) uma coisa mais difícil chegar no final, é realizante!!* (EntMa 17/12/96).

Ela acha que este modo de trabalhar, explorando também aspectos do cotidiano do aluno, além de mudar aquela visão da disciplina como sendo o terror, torna mais fácil a superação das dificuldades que os seus alunos sentem ao estudar álgebra:

*Sei lá, eu acho assim: mais fácil para mim é levar para o cotidiano. Quando a gente trabalha com o cotidiano deles, principalmente eles que são um pouco mais simples na forma de pensar, torna-se mais fácil deles aprenderem.* (EntMa 17/12/96).

Mas, contrapõe que nem sempre consegue sucesso. Faz, então, um desabafo sobre o desinteresse dos alunos pelo estudo e do quanto esta situação a incomoda.

*... Eu acho assim, uma única coisa, (...) é a falta de motivação dos alunos e a falta de estudo, principalmente a falta de apoio dos pais... O fato do aluno estar encarando o estudo como uma coisa a mais e não como uma prioridade na vida dele. (...) É triste quando você está explicando alguma coisa e... vê que o aluno está voando... ou está mexendo em outra coisa! (...) E vêm te perguntar dúvidas... de coisas...banais que, se tivesse estudado o mínimo, saberia. Então, isso eu acho assim: eu não sei o que a gente vai ter que fazer para mudar esta situação! Então isto me deixa bastante triste... [EntMa 17/12/96].*

## A ESCOLA E A CLASSE

A escola, na qual foram observadas as aulas de Marina, está localizada num bairro de classe média baixa da periferia de Campinas. Possuía, em 1996, aproximadamente mil alunos - a maioria do próprio bairro -, distribuídos em classes de 5ª a 8ª série do 1º Grau (hoje, ensino fundamental) e 1ª a 3ª série do 2º Grau (hoje, ensino médio).

Um aspecto destacado com orgulho por Marina, na comparação do trabalho pedagógico de sua escola com o de outras, é o laboratório de matemática implantado por sua antiga coordenadora. Segundo ela, é a única (sic) escola do Estado com este tipo de laboratório. Mas, infelizmente, o mesmo está temporariamente desativado, necessitando de uma bela reforma para voltar a funcionar.

*No ano passado, que [a escola] estava em reforma, eles utilizaram o laboratório como alojamento e, neste ano, tem que pintar, reformar, fazer um monte de coisa [por]que a gente ainda não conseguiu fazer tudo aquilo que era necessário [EntMa 17/12/96].*

A classe de 7ª série observada era do turno da manhã e possuía 35 alunos, em média com 13 anos de idade. Era uma classe heterogênea, sendo uma parte constituída por alunos mais antigos da escola e a outra, por alunos vindos de uma outra escola do próprio bairro. Estas

mudanças de espaço físico ocorreram em virtude da reorganização da rede pública de ensino do Estado de São Paulo, no final do ano de 1995.

A professora seguia a seqüência do livro *Matemática Atual*<sup>13</sup>. Entretanto, os alunos estavam todos sem livro. A escola não os havia recebido da FAE<sup>14</sup> ainda, outra conseqüência da reforma, pois os professores da outra escola<sup>15</sup> haviam escolhido outro livro didático.

Os momentos de interação na classe, durante as aulas, seja entre a professora e os alunos, ou entre os próprios alunos, eram bastante reduzidos. Os raros momentos de trabalho em grupo presenciados ocorriam quando a professora não estava presente na classe.

O episódio, aqui relatado e analisado, ocorreu, como já dissemos anteriormente, durante a 5ª observação da pesquisadora nesta classe. Esta, entretanto, foi a primeira aula na qual a professora trabalhou a álgebra, dando continuidade à seqüência do livro que ela estava seguindo.

A seguir, apresentamos o relato do episódio através de 4 cenas. Após descrever cada cena, procedemos à interpretação/análise da mesma. Entretanto, sugerimos ao leitor que, primeiramente, leia todas as quatro cenas, aqui destacadas em itálico e delimitadas por retângulos e, somente depois, retome a leitura com as respectivas análises.

<sup>13</sup> BIGODE, Antônio José Lopes (1994). *Matemática Atual*. São Paulo, Atual.

<sup>14</sup> Fundação de Assistência ao Estudante.

<sup>15</sup> Devido à reorganização de rede estadual, esta escola que, até 1995, tinha classes de 1ª a 4ª séries e de 5ª a 8ª séries do 1º Grau, ficou apenas com classes de 1ª a 4ª séries. Os alunos de 5ª a 8ª foram para a escola na qual trabalhava a professora Marina.

## O EPISÓDIO DA AULA

### CENA 1: O SURGIMENTO DA COISA

1. Neste dia, o horário previsto para início da aula de matemática, nesta classe, era às 7:15 da manhã. Como um professor havia faltado, a professora teria que, simultaneamente, dar aula nesta 7ª e passar exercícios para uma 6ª série, classe que naquele momento ficaria sem aula.
2. A professora iniciou a aula na 7ª série explicando aos alunos a situação e pediu para que eles pensassem, durante a sua ausência, no que lembravam/sabiam sobre valor desconhecido.
3. Ao perceber que os alunos não entenderam o seu comentário sobre valor desconhecido, perguntou se eles lembravam lá da 3ª, 4ª série do problema do quadradinho. A afirmação foi unânime:
4. AAA: - Ah, bom, aí a gente lembra!!
5. Diante disso, a professora lançou no quadro o seguinte problema (que estava no livro didático), para que eles tentassem resolver:
6. O quadrado da "coisa" mais um é igual a 10. Qual é o valor da "coisa"?

Percebemos, nesta cena, que o objetivo da professora seria iniciar o estudo da linguagem algébrica simbólica. Para trabalhar esta linguagem, ela apresenta uma situação-problema, visando atribuir significado à letra enquanto ente matemático que representa o valor desconhecido de uma equação. Começa, então, a buscar nas reminiscências dos alunos, a lembrança de algo que represente o valor desconhecido tentando, assim, produzir significado para a idéia de incógnita a partir de saberes anteriormente estudados por eles (turno 2). Entretanto, a expressão "valor desconhecido" parece soar estranha para os alunos, no contexto matemático (turno 3).

Percebendo isto, Marina busca a lembrança do  $\square$  (turno 3) que, no contexto de ensino das séries iniciais, representa a incógnita ou termo desconhecido de uma equação. Deste modo, os alunos parecem

aproximar-se do significado atribuído pela professora para valor desconhecido (turno 4).

Porém, ao fazer esta opção metodológica, Marina atribui um significado para a palavra quadrado diferente do significado que aparecerá no contexto do problema que acabara de lançar aos alunos (turno 6). No problema – ‘O quadrado da “coisa” mais um é igual a 10. Qual é o valor da “coisa” –’, a palavra “quadrado” significa o expoente “2” de uma potência e, significando a idéia de incógnita/termo desconhecido, está a palavra coisa.

Num determinado período da história da álgebra, a palavra “coisa” assumiu/encarnou um modo social de falar no interior da própria matemática. Esta foi a forma (palavra) encontrada e cunhada pelo matemático árabe Al-Khowarizmi (aproximadamente ano 810), para representar a idéia de incógnita no estudo das equações. Este período, no qual os cálculos algébricos não eram ainda expressos por símbolos, mas por palavras, ficou sendo reconhecido como a fase retórica da linguagem algébrica. Na álgebra retórica dos árabes, a palavra “coisa” não era substituída por símbolo algum nem por letra nenhuma. Esta era a álgebra possível para os matemáticos da época, que ainda não usavam a linguagem simbólica.

Ao analisarmos o Livro Didático, do qual foi retirado o problema, verificamos que o próprio autor não explorou, no texto, o significado histórico da palavra “coisa”. Tudo parecia indicar que a professora Marina não tinha tido acesso a este significado histórico do uso da palavra “coisa” no contexto matemático. Esta hipótese foi confirmada posteriormente pela própria professora:

*Então, o livro calhou bem, era enunciado do livro mesmo “a coisa”. Não que eu use “a coisa”, eu achei interessante inclusive a coisa, porque a coisa assim, um monstro!!! (...) Não é a coisa em específico, não é essa palavra específica. Eu, por exemplo, não me prendo a uma palavra. (...) Poderia ter usado outra! Na hora eu achei legal... a coisa... (...) Mas não necessariamente precisaria ser essa coisa, poderia ser outra palavra qualquer que significasse a mesma coisa. [EntMa17/12/96].*

Assim, considerando que, no contexto atual, a palavra "coisa" possui um sentido diferente daquele historicamente utilizado pelos árabes, a professora pode ter criado um contexto polissêmico para as palavras "coisa" e "incógnita", diferente daquele privilegiado pelo contexto matemático. Mas a coisa não pára neste ponto.

## CENA 2: ENFRENTANDO A COISA<sup>16</sup>

7. A professora então saiu da classe e, enquanto os alunos tentavam resolver a questão proposta, eu permaneci na sala. Alguns tentavam resolver junto com um ou dois colegas.

8. Logo que ela sai, um aluno, sentado à minha frente, vira para trás e pergunta:

9. A<sub>1</sub>: - Oh dona, qual é o valor da coisa?

10. PE: - Tenta fazer primeiro, pensa um pouquinho...

11. Então ele senta com o colega que está a seu lado e tenta resolver. Poucos minutos depois ele vem me mostrar o que resolveu com o colega:

12.  $\square + 1 = 10$

$$\square = 10 - 1$$

$$\square = 9$$

13. Falei para ele reler o enunciado do problema (ele releu comigo) e juntos vimos que não era o quadrado mais um, como ele havia escrito e sim, o quadrado da "coisa" mais um. Pergunto a ele:

14. PE: Mas o que é esse quadrado da "coisa"?

15. Ele não responde.

16. PE: Quanto é o quadrado de 5?

17. A<sub>1</sub>: 10!!

18. Olhou para o seu caderno e me pareceu que não entendeu porque eu havia feito esta pergunta...Antes que eu pudesse tentar falar mais alguma coisa, ele deu de ombros e voltou para o seu lugar.

<sup>16</sup>No registro dos diálogos de sala de aula, usamos: 'A<sub>1</sub>' para significar o aluno nº 1; 'AAA' para indicar vários alunos falando ao mesmo tempo; 'PE' para pesquisadora e 'PR' para professora.

Na ausência da professora, os alunos tentam interpretar e resolver o problema, buscando, assim, produzir significado para o mesmo. Ficou evidente, neste dia, que os alunos têm uma necessidade muito grande de trabalhar de modo interativo entre eles. Demonstraram que, sobretudo em situação de dificuldade interpretativa, buscam a mediação do outro. Entretanto, a forma pela qual essa mediação é procurada, parece diversa.

De fato, um dos alunos, antes de tentar qualquer resolução, procura uma resposta pronta (turnos 8 e 9). Assim, não a obtendo da observadora/pesquisadora, em um primeiro momento (turno 10), vai ao encontro de um colega e, juntos, tentam interpretar/resolver o problema (turnos 11 e 12). Ao tentarem produzir significado para a atividade, os dois alunos buscam apoio na fala inicial da professora, sobre o problema do quadradinho da 3ª/4ª série (turno 3) e, então, atribuem sentido para o problema da "coisa" naquele contexto (turno 12).

A professora, pensando facilitar, acaba produzindo, segundo BROUSSEAU (1983), um '*obstáculo de origem didática*', dificultando, deste modo, a compreensão/resolução do problema.

O termo obstáculo foi introduzido na literatura por Gaston Bachelard, em 1938. Segundo ele, ao se investigar as condições psicológicas do progresso da ciência, chega-se à convicção de que o problema do conhecimento científico deve ser colocado em termos de obstáculos. Chama a atenção também para o fato de que estes obstáculos não são externos ao espírito humano, mas internos:

*... é no ato mesmo de conhecer, intimamente, onde aparecem, por uma espécie de necessidade funcional, os entorpecimentos e as confusões. É aí que mostraremos causas de estancamento e até de retrocesso, é aí onde distinguiremos causas de inércia que chamaremos obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1972: p. 15).*

BROUSSEAU (1983), ao discutir sobre o erro em matemática, apropria-se da noção bachelariana de obstáculo e a estende para a Educação Matemática. Assim, para ele:

*O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do azar como acreditam as teorias behavioristas e empiristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que mobilizava seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadaptado. Os erros deste tipo não são vagos ou imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos.* (BROUSSEAU, 1983: p.171)

Segundo este autor, os obstáculos considerados no meio pedagógico/educacional podem ser distinguidos/diferenciados de acordo com sua origem. Existem obstáculos didáticos de origem ontogenética, epistemológica, didática e cultural. Dentre estes obstáculos didáticos, interessa, para a cena sob análise, aqueles de origem didática.

Os obstáculos de origem didática<sup>17</sup> estão diretamente envolvidos com as escolhas metodológicas feitas pelos professores, em função do modelo de ensino adotado/construído.

Na verdade, o obstáculo didático para o entendimento/compreensão da palavra quadrado como expoente "2" foi gerado pela professora na cena 1. Entretanto, este obstáculo torna-se evidente apenas na cena 2, através do modo pelo qual os alunos atribuíram significado para a palavra quadrado, ao tentarem resolver o problema proposto (turno 12).

É interessante notar que, na interpretação deles, a expressão "o quadrado da coisa" é representada pelo símbolo  $\square$ . Parece que para eles a incógnita não é apenas a palavra "coisa" mas toda a expressão "o quadrado da coisa". Talvez esta interpretação seja decorrência da palavra quadrado que aparece no problema, associada à alusão feita pela professora ao quadradinho como incógnita.

---

<sup>17</sup>Um exemplo clássico para ilustrar este tipo de obstáculo ocorre, com frequência, na resolução de problemas aritméticos. Com o objetivo de facilitar o desempenho do aluno na resolução de problemas, alguns professores acabam falando que, quando aparece a palavra "mais" no problema, a conta para resolvê-lo é de adição e quando aparece a palavra "menos", a conta é de subtração. Assim, um aluno que passa a aplicar esta "dica" mecanicamente, e depara-se com um problema do tipo "Quantos anos Pedro tem a mais que Maria, se Pedro tem 49 e Maria, 36?", tende a resolvê-lo da seguinte forma:  $49+36=85$ . Nestes casos, não importa para o aluno se o resultado encontrado é absurdo no contexto do problema. Erros dessa natureza são, portanto, indícios da manifestação de um obstáculo didático para uma efetiva compreensão/resolução de problemas. E este obstáculo é decorrente de uma simplificação didática feita pelos professores.

Neste caso, a professora Marina poderia ter aproveitado a oportunidade de problematizar/explorar o significado historicamente produzido para a palavra "quadrado" e sua significação/representação original grega a qual associava à área de um quadrado de lado "x".

Para o caso do aluno que consultou a pesquisadora, talvez este não tenha nem compreensão do que seja a potenciação. Esta hipótese se fortalece quando este aluno responde que o quadrado de 5 é 10, parecendo/demonstrando não entender o porquê da pergunta da pesquisadora (turnos 16 a 18).

Na próxima cena, ao voltar para a classe, Marina, refletindo na ação, percebe o problema/obstáculo didático criado, provocando assim uma polissemia e, tenta, então, atribuir significado para a palavra quadrado no contexto da potenciação...

### CENA 3: A PRISÃO DA COISA

19. Neste momento, a professora volta para a classe e pergunta se eles resolveram o problema. Não pede para ver as estratégias de resolução dos alunos. Vai direto ao quadro-negro e pergunta o que significa o quadrado de um número. Como nenhum aluno se manifesta, ela retoma o conceito de potenciação como uma linguagem que simplifica a linguagem da multiplicação de fatores iguais e coloca no quadro:  $3.3 = 3^2$ , ressaltando para eles o significado da palavra quadrado na potenciação.

20. Fala para eles perceberem que, no problema, a "coisa" está elevada ao quadrado, e coloca:

21.  $\{ \quad \}^2 + 1 = 10$

22. PR: O que é mesmo que está elevado ao quadrado?

23. AAA: - A coisa!!

24. PR: Imaginem que a "coisa" está aqui dentro, presa numa gaiola! (Ao mesmo tempo que fala, escreve coisa dentro dos parênteses.)

25. Risos!! Os alunos maliciam o comentário da professora. E ela complementa o que já havia escrito no quadro:

26.  $\{coisa\}^2 + 1 = 10$

Nesta cena, a professora apoia-se novamente em saberes anteriormente estudados, tentando produzir significado para a palavra quadrado no contexto da potenciação (turno 19). Premida pela necessidade de dar aula em duas classes simultaneamente, não teve como verificar as estratégias de resolução dos alunos.

Assim, viu-se obrigada a ir direto ao quadro-negro, negligenciando os múltiplos sentidos e possíveis erros que foram produzidos pelos alunos na tentativa de interpretar o enunciado e resolver o problema proposto. Parece muito difícil para o professor pensar nisso tudo, enfrentando as condições de trabalho que Marina mesma descreve:

*... está sempre sobrecarregado, correndo, cansado, tendo que fazer um monte de coisa junto e você sabe o que eu faço. (...) (São coisas assim)... do cotidiano de uma escola, da rotina de uma escola que eu acho assim tremendamente... ruim. As duas partes são ruins: você ficar em duas salas de aula ao mesmo tempo, quer dizer, não fica nem em uma nem em outra, ou então deixar o aluno para fora, porque daí você não consegue dar aula porque os alunos que estão para fora te interrompem de tal forma com o barulho que você não consegue dar aula... (EntMa 17/12/96).*

Embora Marina não faça qualquer alusão (ou qualquer analogia) à questão da área do quadrado (que é o significado historicamente produzido), quando fala em potenciação, é interessante notar que ela retoma o exercício explorando semanticamente o significado da palavra quadrado. E foi exatamente neste ponto retomado que havia sido criado o obstáculo de origem didática. E ela parece ter percebido que o “nó” da questão estava na palavra quadrado. Deste modo, tenta superar um obstáculo que ela própria havia posto.

Como será que Marina, dando aula em duas classes ao mesmo tempo e sem ver as estratégias de resolução de nenhum aluno, conseguiu perceber que aquela associação feita com o problema do quadrado, não contribuía efetivamente para a compreensão da situação? Será que, enquanto estava na outra classe, com outros alunos, verificou/percebeu o obstáculo colocado anteriormente?

No turno 20, a professora Marina destaca que, no problema em discussão, é apenas a palavra "coisa" que está elevada ao quadrado. Usando a linguagem matemática, registra isto (turno 21). Até este momento, a professora e seus alunos parecem estar na mesma sintonia, tanto em relação ao significado que a palavra quadrado assume, representando o expoente "2" de uma potência, quanto em relação ao significado da palavra coisa enquanto incógnita/valor numérico desconhecido (turnos 22 e 23).

Porém, a professora perde este significado da palavra coisa ao fazer uma ampliação indevida do seu *campo semântico*, desconhecido para os alunos<sup>18</sup>. Assim, ao criar recursos próprios para tentar construir o sentido desta palavra para si mesma e para os alunos, acabou produzindo outro obstáculo, ao colocar a "coisa" na gaiola (turno 24).

Bachelard desenvolveu em seus estudos uma lista de obstáculos epistemológicos: a experiência primeira, o conhecimento geral, obstáculo verbal, obstáculo substancialista, obstáculo animista, obstáculos do conhecimento quantitativo. Desta lista, o obstáculo verbal revela-se mais fortemente relacionado com o turno 24, pois *uma linguagem demasiado fácil de manejar pode bloquear por muito tempo uma reformulação necessária... [...]... Obstáculo verbal é a falsa explicação obtida com a ajuda de uma palavra explicativa...* (BACHELARD, 1972: p. 15).

Neste momento, surge uma outra questão: quais seriam os sentidos que os alunos construíram para a enunciação da professora - pensando no entrelaçamento das múltiplas vozes (veladas ou não) que constitui o espaço da aula - no instante mesmo em que a "coisa" está sendo aprisionada?!

Podemos imaginar inúmeras respostas a esta questão, uma vez que existiriam, como aponta BAKHTIN (1995: p. 106), contextos múltiplos: 'O sentido de uma palavra é totalmente determinado pelo seu contexto. De fato, há tantas significações possíveis quanto contextos possíveis.'

---

<sup>18</sup>Segundo LINS [1994: p. 31], '*Campo Semântico é um modo de produzir significado*'.

Então, devido à contextualização da professora, os alunos reagem rindo e maliciando o seu comentário (turno 25). Talvez esta reação reforce o fato de que a "coisa", para eles, não tenha ficado entendida apenas como sendo a incógnita matemática, pois segundo VYGOTSKY (1995: 125): *'uma palavra adquire seu sentido no contexto em que surge; em contextos diferentes, altera o seu sentido.'*

Marina tenta inovar e, em meio à pressão de ter que dar aula em duas séries diferentes ao mesmo tempo, usa um recurso didático. Assim, dá a impressão que é para tentar aproximar-se/facilitar a compreensão do aluno. E nesta significação/contextualização da professora há um desvio tanto do significado historicamente produzido quanto daquele veiculado no contexto matemático.

#### CENA 4: A METAMORFOSE DA COISA

27. Após algumas tentativas de "tirar" dos alunos o que poderia significar a "coisa", pergunta se eles já aprenderam equação do 1º grau. Eles respondem afirmativamente e lembram (com o seu auxílio) que a letra usada para representar o valor desconhecido, a "coisa", na equação, é o  $x$ .

28. Aí substituí no quadro:  $x^2 + 1 = 10$

29. Alguns alunos manifestam-se dizendo que  $x = 3$ . A professora não faz nenhum comentário sobre esta resposta e fala para eles que não resolverá a equação por ela ser do 2º grau e por eles necessitarem saber raiz quadrada para resolver.

Uma vez mais, a professora busca apoio em saberes anteriormente estudados, neste caso, a equação do 1º grau (turno 27). Por outro lado, a substituição da palavra "coisa", pela letra "x", produz uma metamorfose da coisa que, agora, passa a assumir um significado estritamente matemático - um valor numérico desconhecido. Marina faz isto usando um recurso interno da própria matemática, pois  $x$  é a letra mais usada para representar a incógnita na resolução das equações (turno 28).

Junto a mais esta tentativa de construção de sentidos pela professora, há também manifestações/revelações das suas concepções sobre o

que seja ensinar e aprender álgebra. Se, de um lado, a professora demonstra preocupação com a construção de sentidos e significados, de outro, manifesta que a concepção "*fundamentalista-estrutural*" de educação algébrica ainda continua muito presente em seu modelo de ensino<sup>19</sup>. Isto parece evidente no turno 29 pois, apesar de alguns alunos se manifestarem<sup>20</sup>, dizendo que o valor de  $x$  é igual a 3, a professora prefere dizer que a equação só será resolvida quando aprenderem equação do 2º grau e souberem trabalhar com a operação inversa da potenciação - a radiciação.

Talvez, do ponto de vista pedagógico, tenha sido relevante e suficiente para Marina conseguir chegar à modelização do problema, no início da álgebra. Entretanto, a justificativa que ela dá, de que não resolverá a equação por ela ser do 2º grau e por eles necessitarem saber raiz quadrada para resolver, denota uma preocupação demasiado sintática (ou procedimental) e despreza uma possível interpretação/exploração semântica (ou conceitual) de resolução da equação. Esta ênfase que a professora coloca no processo sintático pode produzir um obstáculo didático à compreensão/significação do conceito de equação e dos diferentes processos de resolução.

#### ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conhecemos, sentimos, agimos, pensamos, estruturando sentidos para o mundo e para nós mesmos no mundo, mediante um processo de significação. No modo de atuar da professora, vimos que ela busca, a todo momento, estes significados para o conhecimento matemático a ser estudado, no caso, a álgebra. Ela tenta, de alguma forma, estruturar algum sentido, em tudo o que está sendo estudado, para o aluno.

---

<sup>19</sup>Esta concepção, segundo FIORENTINI et al. (1993), atribui à álgebra, através das propriedades estruturais das operações (associativa, elemento inverso, etc), o papel de fundamentadora da matemática, isto é, aquela capaz de "*justificar logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico*".

<sup>20</sup>Talvez Marina não tenha escutado esta manifestação dos seus alunos. Talvez, tendo ouvido estas manifestações, não tenha podido, diante das condições desfavoráveis de trabalho o daquele dia, "refletir na ação"(SCHÖN, 1992) e modificar seus planos iniciais.

Porém, devido à necessidade de dar aula em duas classes simultaneamente, não teve tempo de abrir espaço ou dar oportunidade às tentativas de resolução da situação-problema e aos sentidos produzidos pelos alunos na realização da atividade. Assim, no movimento da aula, ela acaba impondo seu próprio significado (ou o seu próprio sentido?!) que, na verdade, não é particular dela, mas que ela conseguiu construir ao longo de sua história de estudante e professora.

Neste complexo jogo de sentidos e significados emerge também o conceito de obstáculo, inicialmente introduzido na literatura por Bachelard e aprofundado no meio pedagógico por Brousseau. Estes estudos apontam para a importância do trabalho pedagógico do professor. Dependendo de sua ação em aula, o professor poderá estar reforçando obstáculos já adquiridos anteriormente ou contribuindo para a formação de novos.

Neste sentido, o presente estudo apontou para a necessidade de olhar o erro não como algo ruim ou negativo, mas como conseqüência de uma tentativa de compreensão e significação e que, por isso, precisa ser tratado/explorado pedagogicamente pelo professor.

O professor reflexivo e/ou investigador, em condições favoráveis de trabalho, poderá desencadear pedagogicamente processos de tratamento ou ruptura de obstáculos, de qualquer natureza. Entretanto, para melhor subsidiar esse processo, algumas questões ainda precisariam ser melhor investigadas:

- Como será que, em meio a este complexo jogo de sentidos, significados e obstáculos vai se fazendo possível, para os alunos, a estruturação do pensamento e da linguagem algébrica?
- Como este pensamento e esta linguagem apresentam-se, organizam-se e desenvolvem-se?
- E, se partimos do princípio bakhtiniano de que todo signo é uma construção social, é polissêmico e é uma arena de lutas, como encarar e tratar, sob esta perspectiva, o signo algébrico?

Embora ainda não tenhamos conseguido respondê-las neste estudo, acreditamos que este, pelo menos, mostrou que, para tratar e explorar pedagogicamente os erros e os significados que emergem na aula, é fundamental que o professor reflita "na e sobre" a própria ação (SCHÖN, 1992). Mas para que esta prática se viabilize, é imprescindível que o profissional do ensino disponha de tempo e goze de condições econômicas e intelectuais favoráveis de trabalho, como, por exemplo, não dar aula em duas classes ao mesmo tempo, como ocorreu com a professora Marina, e que ele possa atualizar-se e aprimorar-se também teoricamente. Sem isso, dificilmente o professor poderá tornar-se efetivamente um profissional reflexivo/investigador da sua prática, tal como propõe ZEICHNER (1993).

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BACHELARD, G. *La Formacion del Espiritu Cientifico*. 2ª edição. Buenos Aires: Siglo XXI Argentina Editores S.A., 1972.
- BAKHTIN, M. *Marxismo e Filosofia da Linguagem*. São Paulo: Hucitec, 1995.
- BOOTH, L. & COOK, J. Difficulties in Algebra. In: *The Australian Mathematics Teacher*, 44 ( 2 ): p. 5-8, 1986.
- BOOTH, L. & COOK, J. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual. 1995.
- CURY, H. N. *As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos*. Porto Alegre: FE/UFRGS, 1994. [Tese de Doutorado em Educação].
- BROUSSEAU, G. Les Obstacles Epistemologiques et les problemes en Mathématiques. In: *Recherches en Didactique de Mathématiques*. Bourdeaux, 4 (2): p. 165-198, 1983.

- FIorentini, D., Miorim, M.A. e MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar. In: *Pro-Posições*, vol. 4, nº 1 (10): p. 78-91, 1993.
- FREUDENTHAL, H. Erreurs du professeur - Analyse didactique de soi-même. In: *Anais do 39º CIEAEM*, Canadá: p. 37-41, 1987.
- KIERAN, C. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. In: COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. *As idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.
- \_\_\_\_\_. *The Changing Face Of School Algebra*. Invited lecture, prepared for ICME - 8 Congress, Spain, 1996. (mimeo)
- LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. In: *Dynamis*. Blumenau, 1 (7): p. 29-39, 1994.
- MEIRA, L. Aprendizagem, ensino e negociação de significados na sala de aula. In: *Cadernos da ANPEPP*, vol. 1, n. 5, p. 95-112, 1996.
- PINO, A. *A questão da significação: perspectiva histórico-cultural*. Campinas, UNICAMP, II Congresso Brasileiro de Neuropsicologia, [Mimeo], 1994.
- PINTO, R. A. *Erros e dificuldades no ensino da álgebra: o tratamento dado por professores de 7ª série em aula*. Campinas: FE-UNICAMP, 1997. [Dissertação de Mestrado em Educação: Educação Matemática].
- SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (coord.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992.
- SMOLKA, A. L. B. Conhecimento e Produção de Sentidos na Escola: a Linguagem em Foco. In: *Cadernos CEDES* (35). Campinas: Papirus, 1995.
- VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1995.
- ZEICHNER, K.M. *A formação reflexiva de professores: idéias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993.

