

Uma análise interpretativa da produção escrita em matemática de alunos da escola básica

*João Ricardo Viola dos Santos**

*Regina Luzia Corio de Buriasco***

Resumo: O presente trabalho, oriundo de pesquisa de natureza qualitativa, apresenta uma análise da produção escrita de alunos da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio na questão comum da Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA-2002. No intuito de investigar o modo como alunos lidam com uma questão aberta (discursiva), foram analisadas 147 provas, na busca das interpretações que fizeram das informações contidas em cada frase do enunciado, das estratégias elaboradas e dos procedimentos utilizados. Por meio dos registros escritos dos alunos foi possível fazer inferências sobre seus modos de interpretar o enunciado da questão, bem como analisar as estratégias elaboradas e os procedimentos utilizados. Em relação à interpretação dos alunos para o enunciado da questão, concluiu-se que, com o aumento da escolaridade, eles fazem mais e melhores relações entre as informações contidas nas frases.

Palavras-chave: Educação Matemática; produção escrita em matemática escolar; avaliação em matemática; interpreta-resolve-responde.

An interpretative analysis of the mathematical written production of basic school students

Abstract: The present study analyzes Basic Education students' written work (4th year Elementary School students, 8th year Middle School students and 3rd year High School students) on a common question taken from the AVA-2002 (Paraná State Large-Scale Assessment-2002). Open-ended Questions Test, to investigate their interpretations of information contained in each statement's phrase, their strategies and procedures. Characterizations of students' written works are discussed, and one was selected for the analysis. Results showed that

* Doutorando em Educação Matemática – UNESP – Rio Claro/SP.

** Doutora em Educação – Universidade Estadual de Londrina/PR.

as more school years they have, more and better relations they do between the information in each statement's phrase. The analysis of students' written work is one alternative to investigate Basic Education students' knowledge of Mathematics.

Key words: Mathematics Education; written work in scholar mathematics; assessment in mathematics; interpret-solve-answer.

Introdução

Quando se trata de avaliação na escola, em provas escritas, é usual o professor atribuir zero a uma questão na qual um aluno apenas coloca a resposta correta, mas não apresenta cálculo algum, sob a alegação de que sem os cálculos não é possível saber se o aluno aprendeu ou não o conteúdo. Igualmente usual é atribuir zero a uma questão na qual o aluno apresenta os cálculos e a resposta, porém, por utilizar dados retirados erroneamente do enunciado, o resultado final está errado; muitas vezes, o professor só olha o resultado final. Em outras situações, o aluno desenvolve uma estratégia diferente daquela ensinada em sala de aula, estabelecendo relações corretas que o próprio professor por vezes nem imaginava, mas, se por um descuido erra algum sinal e sua resposta fica equivocada, toda a resolução é considerada errada. O professor parece continuar olhando apenas o resultado final. Contraditório? Sem sentido?

Essas ocorrências comuns na aula de matemática refletem uma visão de avaliação baseada apenas no certo ou errado; no aprovado ou reprovado; no bem-sucedido ou mal-sucedido e parecem mostrar que a avaliação feita pelo professor da produção dos alunos, muitas vezes, é realizada em desacordo com seu discurso e que, poucas vezes, a produção escrita é analisada para uma compreensão do conhecimento que os alunos mostram ter.

Apesar de os professores geralmente praticarem uma “classificação” tomando-a como se fosse uma avaliação, esta pode ser considerada uma prática educativa de grande alcance, útil para propiciar um olhar sobre a aprendizagem de alunos e professores, para auxiliar e nortear modos de aprender e ensinar em sala de aula. A produção escrita dos alunos apresenta-se como uma rica fonte para

buscar entender os processos de ensino e aprendizagem, uma vez que por meio dela e ao

[...]ter uma noção o mais precisa possível do que seus alunos sabem e são capazes de fazer, o professor pode, além de tomar decisões adequadas sobre sua prática escolar, contar com seus alunos como interlocutores na compreensão dos caminhos por eles percorridos na busca da resolução da situação; o que contribui para melhorar a aprendizagem, na medida em que favorece a continuidade dela e a progressiva autonomia do aluno.(BURIASCO, 2004, p. 247)

Neste trabalho tivemos por objetivo analisar a produção escrita de alunos, da 4^a e 8^a série do Ensino Fundamental e da 3^a série do Ensino Médio, na questão comum da Prova de Questões Abertas¹ de Matemática da AVA-2002². Investigamos a maneira pela qual os alunos interpretam o enunciado da questão, quais estratégias elaboram e os procedimentos que utilizam.

A avaliação como uma “câmera digital”

As avaliações de rendimento que órgãos educacionais vêm realizando nos últimos quinze anos não têm possibilitado um inventário mais detalhado sobre o que os alunos aprendem em sua trajetória pelo Ensino Fundamental e Médio. Uma das razões é que, geralmente, os instrumentos aplicados contêm apenas itens de múltipla escolha, nos quais apenas o acerto ou o erro é contabilizado para um mapeamento do quanto os alunos conhecem sobre determinado conteúdo – acreditando que isso possa acontecer. Como não são analisadas as estratégias nem os procedimentos utilizados — de quais conhecimentos eles fazem uso para resolver as questões e quais interpretações fazem dos seus enunciados — essas avaliações pouco propiciam indicativos dos modos como os alunos lidam com as questões apresentadas.

¹Uma questão aberta de matemática é aqui considerada como aquela que não requer apenas que o aluno assinale uma resposta entre outras apresentadas, mas que encontre uma resposta e mostre os caminhos trilhados para chegar a ela.

² AVA é o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar da Rede Estadual do Paraná.

Um estudo comparativo do SAEB (BRASIL, 1995, 1997, 1999, 2001) apresenta tabelas mostrando a diminuição, a estabilidade ou o aumento das médias de desempenho dos alunos por estados do Brasil. Tomando o estado do Paraná como exemplo, temos que, em Matemática, os alunos da 4ª série do Ensino Fundamental apresentaram um aumento de 2 pontos na proficiência média: de 198 em 1995 para 200 em 1997. Já os alunos da 8ª série tiveram, em 1995, uma proficiência média de 255 pontos e, em 1997, de 263 pontos. Com relação aos alunos da 3ª série do Ensino Médio, o aumento foi de 8 pontos na média de proficiência, passando de 288 pontos em 1995 para 296 em 1997 (BRASIL, 1997). O que podemos fazer com esses resultados? O que eles nos mostram? É importante saber que nossos alunos estão melhorando, mas é importante também saber como ou em que eles estão melhorando.³

Em outro estudo, com dados referentes a 1999, os alunos da 4ª série apresentam seus desempenhos em dois níveis. No primeiro nível (de 160 a ≤ 175) o aluno é capaz de localizar objetos, reconhecer figuras geométricas simples, compreender dados apresentados em gráficos de colunas e interpretar medidas em situações cotidianas. No segundo nível (de 175 a ≤ 225) o aluno demonstra domínio na resolução de problemas que envolvem adição e subtração, nas situações cotidianas e no reconhecimento de figuras geométricas simples (BRASIL, 1999). Esse mesmo estudo indica que os alunos da 8ª série se encontram no terceiro nível (de 225 a ≤ 275), que é caracterizado pelo domínio das quatro operações com números naturais, pela identificação dos elementos das figuras geométricas, pela interpretação de gráficos e tabelas, pela leitura de medidas de temperatura, pelo estabelecimento de relações entre diversas unidades de tempo e pela manipulação do sistema monetário. De maneira geral, os alunos da 3ª série do Ensino Médio estão situados nos níveis de 225 a ≤ 275 e de 275 a ≤ 325 , que correspondem ao terceiro e ao quarto níveis de desempenho, respectivamente.

³ Sabemos que os objetivos dessas avaliações também englobam outros fatores e que elas são importantes para se ter um conhecimento da escola como um todo. Não estamos a desmerecê-las; entretanto, elas possuem um alcance limitado para um conhecimento mais detalhado de como nossos alunos lidam com as questões de matemática, ou seja, de quais conhecimentos e estratégias engendram para resolvê-las.

Em alguns estudos, a partir dos níveis de desempenho, aparece a identificação de conhecimentos e habilidades; entretanto, esses resultados não permitem um olhar mais detalhado sobre a atividade matemática dos alunos. Infelizmente, nesses estudos, nossos alunos aparecem situados em níveis muito baixos de desempenho, chegando apenas até o quarto de sete níveis. Mesmo assim, somente alunos da terceira série do Ensino Médio o atingem.

O relatório do SAEB de 2001 mostra que grande parte dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental se situa nos níveis dois (21%), três (19%) e quatro (22%)⁴. Em comparação com os outros anos, houve uma queda no desempenho em matemática. Já na 8ª série, houve alguma estabilidade na média de desempenho dos alunos. A maior parte deles se situa nos níveis três (14%), quatro (38%) e cinco (28%), havendo melhora em relação à 4ª série. A maioria dos alunos da 3ª série do Ensino Médio situa-se nos níveis quatro (33%), cinco (29%) e seis (21%), tendo havido aumento de nível em relação à 8ª série. Em comparação com o ano de 1999, os níveis de desempenho continuaram estáveis (BRASIL, 2001).

Diante dessas considerações a respeito das avaliações externas de rendimento, podemos nos questionar: será que os alunos não estão aprendendo coisa alguma na escola? Será que eles passam, no mínimo, 11 anos de suas vidas na escola e aprendem tão pouco da matemática escolar⁵? Como se pode notar, nossos alunos não estão nos níveis desejáveis de desempenho; no entanto, apenas por meio desses indicativos não podemos dizer que eles não sabem coisa alguma de matemática, visto as características e a dimensão de alcance dessas avaliações. De fato, o que queremos neste trabalho é apresentar o que os alunos sabem de alguma parte da matemática estudada **na escola**, de modo a fornecer subsídios para que os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem possam rever suas próprias atuações nesse mesmo processo. Para isso, estudaremos quais são os registros que os alunos fazem das estratégias e dos procedimentos que utilizam para responder uma questão aberta de matemática.

⁴ Os níveis de desempenho vão de 1 a 10.

⁵ Neste trabalho, sempre que nos referirmos à matemática estaremos nos referindo à matemática escolar.

Olhando para as práticas avaliativas realizadas pelos professores dentro da escola, a situação fica mais dramática. Ilusões de poder quantificar conhecimento, de ter classes homogêneas de alunos estão ainda presentes em sala de aula.

No contexto da escola, essa avaliação vista como a última etapa – de validação – de um ciclo de ações cujo objetivo é determinar o vencedor e o perdedor, o melhor e o pior, o aprovado e o reprovado, é coerente num sistema socioeconômico em que, *a priori*, se estabelece a existência de uma grande diferença econômica, política e social entre os seres humanos. Com isso, a avaliação, como uma prática social, hoje se pauta, em grande parte das escolas, como uma atividade de classificação, hierarquização, seleção e exclusão de alunos. Os vestibulares existem, pois não há vagas para todos nas universidades; os concursos são realizados, pois não há trabalho para todos. As diferenças sociais são imensas e a avaliação tem sido utilizada como um instrumento que auxilia o fortalecimento dessas diferenças. Segundo Esteban (2000) selecionando o que pode ou não ser aceito na escola, a avaliação classificatória funciona como instrumento de controle e pode ser considerada como uma prática de exclusão.

A avaliação, como uma *demarcação de fronteiras estáticas* (BHABHA, apud ESTEBAN, 2000), imóveis, supõe um contexto escolar frio, estático, determinado, linear, no qual todas as relações têm causas e conseqüências diretas, simples, imediatas, em que é sempre possível identificar facilmente as falhas, em que sempre é possível efetivar uma separação entre sujeito e objeto. Mas como isso pode ser possível, em se tratando de seres subjetivos, imprevisíveis, com contextos múltiplos, com maneiras distintas de aprender? Devido às vicissitudes da sala de aula, uma alternativa é pensar em avaliação como uma prática de investigação. Uma atividade instigadora de indagações de alunos e professores envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem. Uma “câmera digital” com a qual tiramos uma foto e quase imediatamente olhamos o resultado, com a possibilidade imediata de sempre tirar outra foto. Uma avaliação para nortear caminhos, com objetivos de construir interpretações inter-relacionadas e interdependentes com os agentes envolvidos, promovendo direções e caminhos para seguir no processo educativo.

Sobre a análise da produção escrita

Atrelada à idéia de avaliação como prática de investigação, a análise da produção escrita é uma das formas de buscar conhecer mais detalhadamente como os alunos lidam com o que aprendem de matemática na escola; como se configuram seus processos de aprendizagem; quais dificuldades encontram, tomando como referência suas maneiras de lidar — diferentes ou não da considerada correta —, como constituintes do processo de aprendizagem. Alguns dos trabalhos nessa perspectiva (BURIASCO, 1999, 2004; KAZEMI E FRANKE, 2004; NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, 2005; SEGURA, 2005; NAGY-SILVA e BURIASCO, 2005; PEREGO, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; ALVES, 2006; DALTO, 2007; VIOLA DOS SANTOS, 2007; PEREGO e BURIASCO, 2008) apontam para caracterizações mais detalhadas sobre estratégias que os alunos elaboram na abordagem de uma questão, procedimentos que utilizam, características dos problemas que constroem a partir da sua interpretação do enunciado original e o que eles mostram saber da matemática escolar. Indo de encontro às avaliações de rendimento, sobre as quais foi apresentada alguma caracterização no início deste artigo, essas análises se configuram como uma forma mais próxima de conhecer as maneiras de alunos resolverem questões abertas de matemática.

A produção escrita possibilita tanto conhecer quais “conteúdos matemáticos” os alunos demonstram saber, os “erros” que cometem e suas dificuldades, quanto ter uma compreensão de como utilizam seus conhecimentos matemáticos escolares (NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, 2005; PEREGO, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; ALVES, 2006).

De acordo com Nagy-Silva (2005), [...] *com informações sobre a produção escrita dos alunos, que apresentam tanto as suas dificuldades quanto suas possibilidades, é possível realizar uma intervenção que, de fato, contribua para o desenvolvimento dos alunos* (p. 106).

Nos trabalhos realizados pelo grupo GEPEMA⁶ sobre a produção de alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, de professores da Rede Pública do Paraná; e de alunos da Licenciatura em Matemática,

⁶ GEPEMA - Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - Universidade Estadual de Londrina.

observou-se que uma grande dificuldade apresentada na resolução dos problemas é relativa à interpretação do enunciado da questão. Quase todos os alunos e os professores dominam os algoritmos e os procedimentos matemáticos que utilizam em suas resoluções, porém a adoção de palavras-chave como estratégia para a compreensão do enunciado e o estabelecimento de poucas conexões entre as informações contidas em cada uma das frases das questões parecem levar a interpretações diferentes das consideradas corretas. Negrão de Lima (2006) afirma que, *quando uma questão não é familiar ao aluno, ou mesmo quando se trata de questões familiares, mas que exigem compreensão além do reconhecimento de palavras-chave, os alunos encontram mais dificuldade para resolvê-las* (p. 172).

Em relação aos conhecimentos apreendidos por esses alunos, os estudos mostram que alunos da 4ª série dominam os algoritmos convencionais da multiplicação e da divisão simples na produção escrita analisada (NAGY-SILVA, 2005), assim também noções de construção de gráficos, de porcentagem e de regra de três são realizadas com sucesso por alunos da Licenciatura em Matemática (PEREGO, 2005). Mais de 60% de alunos da 4ª série sabem efetuar as quatro operações (NEGRÃO DE LIMA, 2006), assim como alunos da 3ª série do Ensino Médio dominam cálculos relativos também às quatro operações (ALVES, 2006).

Dalto (2007), estudando a produção escrita de alunos da 8ª série do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, contida na resolução de uma mesma questão, constatou que em [...] *87,6% das produções escritas dos estudantes há execução de um procedimento capaz de solucionar a Questão* (p. 79). Viola dos Santos (2007), no trabalho com a produção escrita de alunos da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, em uma mesma questão, concluiu que esses alunos, em sua grande maioria, interpretam o enunciado da questão linearmente⁷; quase todos os alunos mostram ter algum domínio dos procedimentos matemáticos que aprenderam na escola, porém fazem interpretações diferentes das consideradas corretas

⁷ Estamos considerando como interpretação linear da questão aquela em que o aluno faz uma interpretação para a primeira frase e utiliza um procedimento; faz uma interpretação para segunda e utiliza outro procedimento, sendo este ligado ao resultado do primeiro. Ele resolve passo a passo a questão, encadeando suas interpretações e seus procedimentos e, ao fim, apresenta uma resposta.

para o enunciado da questão. Com isso, eles constroem problemas diferentes e os resolvem de uma maneira considerada correta. Tal constatação nos permite ver, por meio da análise da produção escrita, uma possibilidade de caracterizar nossos alunos não pelo que lhes falta, mas sim, partindo do que eles têm para a construção de novos conhecimentos.

Assim, como afirmam Kazemi e Franke, *o uso da produção escrita dos alunos tem um potencial de influenciar o discurso profissional sobre o ensino e a aprendizagem, engajar os professores em ciclo de experimentação e reflexão e mudar o foco dos professores de uma pedagogia geral para uma particularmente conectada a seus próprios alunos* (2004, p. 204, nossa tradução).

Neste trabalho buscamos fornecer alguns subsídios para instaurar esse tipo de análise na prática dos professores, uma vez que, como afirma Buriasco (2004), a análise da produção escrita apresenta-se como uma alternativa promissora para fazer interpretações sobre a atividade matemática dos alunos e também sobre os processos de ensinar e aprender matemática na escola.

Estratégia metodológica

O procedimento metodológico adotado foi desenvolvido segundo uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo. Tivemos intenção de fazer algumas leituras por meio da produção escrita, das possíveis interpretações dos alunos para o enunciado de uma questão da Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação Estadual de Rendimento Escolar do Paraná aplicada em 2002, que tem como enunciado:

“Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?”.

Realizamos uma análise textual discursiva tomada como uma abordagem de análise de dados que transita entre duas formas consagradas de análise de pesquisa qualitativa, que são a análise de conteúdo e análise de discurso (MORAES, 2003).

Segundo Moraes (2003), a análise textual discursiva

[...] pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem de uma seqüência recursiva de três componentes: desconstrução do corpus, a unitarização, o estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização, e o captar do novo emergente em que nova compreensão é comunicada e validada (2003, p.192).

Analizamos a produção escrita de alunos contida na questão comum às três séries avaliadas, de uma amostra contendo 147 provas de alunos, colhida por conveniência, sendo 50 provas da 4ª série, 53 provas da 8ª série do Ensino Fundamental e 44 provas da 3ª série do Ensino Médio.

Para a análise, as provas foram agrupadas independentemente da série, de acordo com os seguintes critérios: a) a interpretação que o aluno faz de cada frase da questão; b) os procedimentos utilizados oriundos da maneira como a questão foi interpretada; c) a resposta apresentada. Buscando descrever a estratégia construída pelo aluno ao resolver a questão, utilizamos uma expressão composta por uma tríade de palavras: *interpreta-resolve-responde*.

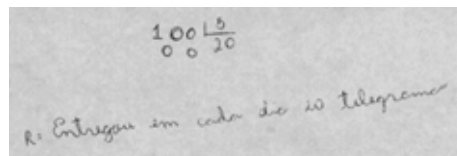
Sobre a produção escrita encontrada nas provas dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental

Apresentamos a seguir os oito grupos construídos a partir da produção escrita encontrada nas provas da 4ª série do Ensino Fundamental. Três provas não foram alocadas nos grupos apresentados por não terem características comuns a eles.

No **grupo 1** temos 11 provas, nas quais os alunos resolveram a questão dividindo corretamente 100 por 5 e apresentaram o resultado dessa operação como resposta: “o carteiro entregou 20 telegramas em cada dia”. Podemos inferir que, de alguma forma, esses alunos interpretaram apenas a primeira e a terceira frase da questão. Não há registros, nas suas produções escritas, de alguma interpretação da segunda frase, a qual informa a maneira como o carteiro entregou os telegramas. Assim, provavelmente, os alunos acreditaram ter resolvido

corretamente o problema. O enunciado da questão com a interpretação apenas da primeira e da segunda frase, poderia ser este:

“Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. Quantos telegramas ele entregou em cada dia?”

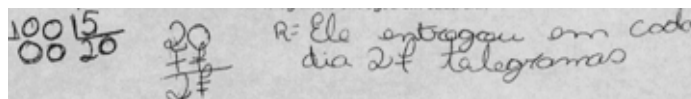


The image shows a student's handwritten work. At the top, there is a long division problem: $100 \overline{) 5}$. Below it, the student has written the answer: "R: Entregou em cada dia 20 telegramas".

Figura 1 – Resolução presente na prova 4L01091

Nesse grupo ainda temos uma prova em que o aluno apresentou a “prova real” da operação de divisão que realizou, o que confirma nossa caracterização de que para esses alunos essa estratégia (realizar uma divisão) resolvia o problema.

O **grupo 2** é composto por oito provas que apresentam resoluções nas quais a segunda frase interfere apenas na adição do número 7 ao resultado da divisão de 100 por 5. A interpretação da segunda frase pelo aluno se faz a partir da palavra-chave, “7 a mais”. Não há registros, nas provas, de que os alunos levaram em conta a informação da primeira frase, que indicava que o número de telegramas entregues pelo carteiro foi de apenas 100, e não 135, que seria o total de telegramas caso fossem entregues 27 em cada dia.



The image shows a student's handwritten work. On the left, there is a long division problem: $100 \overline{) 5}$. To the right of the division, the student has written the number 20. Further to the right, the student has written the answer: "R: Ele entregou em cada dia 27 telegramas".

Figura 2 – Resolução presente na prova 4C0315

Temos, também, uma prova em que o aluno divide corretamente 100 por 5 e apresenta como resposta “27 telegramas”. Não aparece o registro da adição de 20 com 7; entretanto, podemos inferir que realizou esse cálculo mentalmente, o que nos apresenta mais indicativos do uso da palavra-chave.

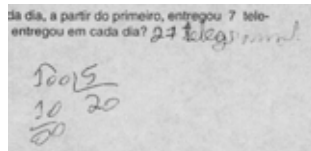


Figura 3 – Resolução presente na prova 4L5135

Já em outra prova, o aluno divide corretamente 100 por 5; adiciona corretamente 7 ao resultado, adiciona corretamente cinco vezes o número 27 e não apresenta registro de resposta. Inferimos que é possível que esse aluno tenha percebido que o carteiro entregou apenas 100 telegramas e não 135, o que pode significar que o aluno tenha feito uma relação entre a informação contida na primeira frase do problema e sua estratégia.

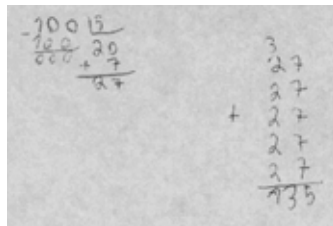


Figura 4 – Resolução presente na prova 4L10021

O **grupo 3** contém quatro provas, nas quais os alunos interpretaram que o carteiro entregou 100 telegramas em cada um dos cinco dias. Na prova exposta a seguir, o aluno multiplica corretamente 100 por 5 e adiciona 7 a esse resultado, apresentando o número resultante como resposta. Mais uma vez a interpretação que o aluno faz da segunda frase foca a palavra-chave: “7 a mais”.

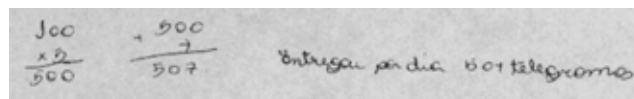


Figura 5 – Resolução presente na prova 4L05155

Em outra prova do mesmo grupo, o aluno multiplica 100 por 5 e multiplica 7 ao resultado 500, apresentando o novo resultado como resposta. Podemos inferir que a interpretação da segunda frase por esse

aluno é de que o carteiro entregou 7 vezes o número de telegramas, que já era 500, em cada um dos 5 dias.

$100 \times 5 = 500$
 $500 \times 7 = 3500$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 5 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ \times 7 \\ \hline 3500 \end{array}$$

Resposta: 3500 telegramas

Figura 6 – Resolução presente na prova 4C03094

No **grupo 4** encontram-se três provas nas quais os alunos interpretaram que o carteiro entregou 100 telegramas, distribuídos igualmente em cinco dias. Entretanto, esses alunos tomaram o número 7 — que indica a quantidade de telegramas que o carteiro entregou a mais em cada dia, a partir do primeiro — como sendo o número de dias e fizeram uma divisão de 100 por 7, apresentando o resultado como resposta.

$$\begin{array}{r} \text{Cálculo} \\ 100 \overline{) 7} \\ \underline{30} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{sim} \\ 100 - 7 = 14 \end{array}$$

o carteiro entregou 14 cartas cada dia

Figura 7 – Resolução presente na prova 4C03096

Uma possível causa para a utilização dessa estratégia é terem esses alunos interpretado que se tratava de uma questão que envolvia a divisão da quantidade de telegramas. Como eles também sabem que em uma divisão de números naturais sempre o número menor é o divisor e como aparece o número 7 no enunciado da questão, concluíram que ele seria o divisor. Outra possível razão para os alunos tomarem o número 7 como número de dias é que uma semana tem 7 dias.

No **grupo 5** temos duas provas nas quais a quantidade de telegramas entregues pelo carteiro em pelo menos um dia é diferente. Notamos que nesse grupo os alunos fizeram uma interpretação da segunda frase um pouco mais próxima da considerada correta. Na prova 4C03119, apresentada a seguir, o aluno divide 100 por 5; conclui que o resultado é o número de telegramas do primeiro dia e, a partir dele, adiciona 7 para encontrar o número de telegramas dos outros quatro dias, o que mostra um entendimento da idéia de recorrência. No entanto, não há registros de que o aluno tenha notado que o carteiro entregou um total de 100 telegramas, e não de 170.

Figura 8 – Resolução presente na prova 4C03119

Em outra prova desse grupo, o aluno também inicia sua resolução dividindo 100 por 5, mas apresenta como resposta que o carteiro entregou 7 telegramas a mais no primeiro dia e nos outros ele entregou 20 telegramas. Podemos inferir que a interpretação da segunda frase para esse aluno foi que houve aumento na quantidade de telegramas entregues apenas no primeiro dia.

Figura 9 – Resolução presente na prova 4C04034

No **grupo 6** temos seis provas dos alunos que resolveram corretamente a questão. Em 5 provas os alunos apresentaram a resposta correta do problema e uma adição dos números de telegramas entregues em cada dia como verificação. A estratégia utilizada por eles,

provavelmente, foi de tentativa e erro, o que era esperado para essa série.

Apenas um aluno desse grupo apresenta a adição incorreta dos números de telegramas e, com isso, uma resposta também incorreta para o problema. Entretanto, ainda assim, essa prova foi incluída no grupo 7, pois percebemos que a interpretação do enunciado da questão e sua estratégia foram feitas da maneira considerada correta. Só diferiu na maneira como adicionou o número de telegramas de cada dia; com isso também sua resposta foi diferente da considerada correta.

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. On the left side, there is a sequence of four addition problems: $5 + 7 = 12$, $12 + 7 = 19$, $19 + 7 = 26$, and $26 + 7 = 33$. On the right side, there is a vertical list of numbers: 5, 12, 19, 26, 33, and 100. A horizontal line is drawn under the number 33, and the number 100 is written below it.

Figura 10 – Resolução presente na prova 4L05147

Outro aluno desse grupo apresentou uma estratégia aritmética direcionada⁸, subtraindo corretamente 70 de 100 e dividindo corretamente o resultado 30 por 5, encontrando, assim, o número de telegramas entregues no primeiro dia. Notamos que o número 70 vem da adição dos 7 telegramas a mais que o carteiro entregou em cada dia, a partir do primeiro (2° dia: 7; 3° dia: 14; 4° dia: 21; e 5° dia: 28; adicionando todos os telegramas entregues a mais, temos o número 70).

⁸ Estamos chamando de estratégia aritmética direcionada, neste trabalho, aquela na qual o aluno parece saber quais procedimentos deve utilizar para obter a resposta da questão. Esses procedimentos são utilizados de uma maneira encadeada, sistemática e lógica, possivelmente por meio de um raciocínio abduutivo, considerado aqui como aquele que envolve um “chute”, mas com algum conhecimento de causa.

Figura 11 – Resolução presente na prova 4C08019

O **grupo 7** contém as cinco provas nas quais os alunos adicionaram ou multiplicaram os dados que aparecem no enunciado da questão e apresentaram respostas oriundas dessas operações.

Por exemplo, na prova 4C08009, o aluno adicionou 100 a 5 e a 7, apresentando o resultado como resposta do problema. Notamos que esses dados se encontram na ordem em que aparecem no enunciado da questão. Com isso, podemos inferir que, para esse aluno, resolver a questão é adicionar todos os números na ordem em que aparecem e apresentar a resposta:

Figura 12 – Resolução presente na prova 4C08009

No **grupo 8**, último da 4ª série, temos oito provas para cuja produção escrita não foi possível construir uma interpretação. A essas provas não conseguimos atribuir sentido e caracterizam-se por não apresentar resposta ou relação entre os dados contidos no enunciado da questão. Ressaltamos que essa é uma limitação nossa — e também deste tipo de análise — para construir interpretações dos registros escritos dos alunos.

Figura 13 – Resolução presente na prova 4C03058

Sobre a produção escrita encontrada nas provas dos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental

Oito grupos foram também construídos a partir da produção escrita encontrada nas provas da 8ª série do Ensino Fundamental. A caracterização dos grupos 1, 2, 3 e 8 é a mesma dos mesmos grupos apresentados anteriormente. Passamos à apresentação.

No **grupo 1** temos cinco provas nas quais os alunos resolveram o problema dividindo 100 por 5 e apresentaram o resultado dessa operação como resposta do problema: “o carteiro entregou 20 telegramas em cada dia”.

O **grupo 2** contém nove provas nas quais os alunos dividiram corretamente 100 por 5, adicionaram ou multiplicaram corretamente 7 ao resultado e apresentaram este último como resposta.

Não há prova alguma da 8ª série na qual o aluno tenha interpretado a primeira frase como se o carteiro tivesse entregado 100 telegramas em cada um dos cinco dias. Com isso, o **grupo 3** não contém prova alguma.

O **grupo 4** contém sete provas nas quais os alunos tomaram o número 7 como a quantidade de dias. Por exemplo, na prova 8L05045, o aluno divide, corretamente, 100 por 7; expressa que entende a idéia de recorrência; entretanto, aumenta sete telegramas no primeiro dia, e não a partir do primeiro dia.

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 14} \\ \underline{- 7} \\ 30 \\ \underline{- 28} \\ 20 \\ \underline{- 14} \\ 6 \\ \underline{- 7} \\ -1 \end{array}$$

15	22	29	36	43
+7	+7	+7	+7	+7
22	29	36	43	50

Dividindo 100 por 7 e somar ao mesmo número (7) o número do resultado mais aproximado (15) chega-se ao número.

Figura 14 – Resolução presente na prova 8L05045

No **grupo 5**, temos sete provas nas quais os alunos interpretam que o número de telegramas entregues ao longo dos cinco dias não é o mesmo e constroem uma estratégia. Percebemos algumas conexões entre as duas primeiras frases e a presença da idéia de recorrência na produção escrita desses alunos.

Na prova 8L10180, por exemplo, o aluno multiplica, corretamente, 4 por 7 e subtrai corretamente 28 de 100. Adiciona corretamente 7 a partir do primeiro dia e apresenta uma resposta para a questão. O aluno fez uma interpretação da segunda frase condizente com a considerada correta, entretanto não há registros, na sua prova, que mostrem que ele notou, na primeira frase, que o carteiro entregou apenas 100 telegramas.

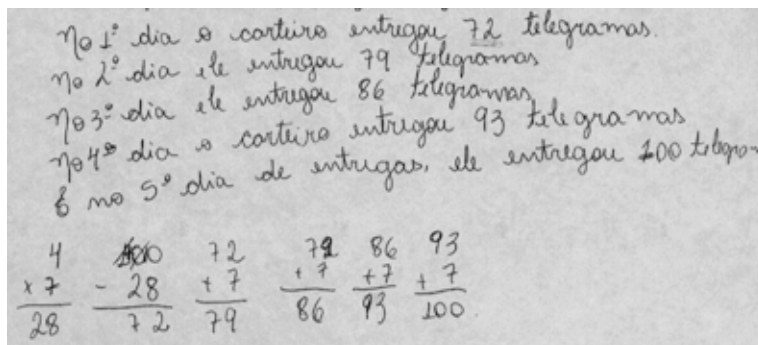


Figura 15 – Resolução presente na prova 8L10180

Nas provas 8C03028, 8C03106 e 8C03090 desse mesmo grupo, os alunos interpretaram que o carteiro entregou um número diferente de telegramas em cada um dos cinco dias. Especificamente, eles apresentaram diferentes interpretações para a informação: “entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior”. Na primeira dessas provas, o aluno divide, corretamente, 100 por 5; interpreta que o carteiro entregou 7 telegramas a mais apenas no primeiro dia; então retira, corretamente, 7 telegramas do segundo dia, deixando-o com 13, e para os outros dias informa que o carteiro entregou 20 telegramas. Na segunda prova, o aluno subtrai corretamente 28 — oriundo da multiplicação de 4 por 7 — de 100 e apresenta esse resultado como o número de telegramas do primeiro dia. Para os outros quatro dias apresenta 7 telegramas entregues pelo carteiro como resposta. Na terceira prova, o aluno

interpreta que o carteiro entregou 20 telegramas no primeiro dia e 27 telegramas nos outros dias. Para esse aluno, a interpretação da informação da segunda frase diz respeito aos últimos quatro dias. Para a primeira frase, o aluno faz uma interpretação diferente da considerada correta.

No **grupo 6** temos 16 provas nas quais os alunos interpretaram e resolveram a questão da maneira considerada correta. Nas provas 8C01009, 8L05080, 8C06015, os alunos equacionaram os dados do problema, resolveram corretamente a equação e apresentaram uma resposta correta.

Nas provas 8L08161 e 8C01018 foi utilizada uma estratégia que mistura alguma linguagem algébrica com tentativa e erro. Esses alunos interpretaram o problema corretamente, entretanto não apresentam a resolução da equação que indica o número de telegramas entregues no primeiro dia. Eles usam a letra x para representar o que é desconhecido e operam com ela. Com isso, apresentam a resposta correta da questão.

Nesse grupo temos 11 provas em que os alunos interpretam e resolvem corretamente a questão por meio de estratégias aritméticas. Nas provas 8C03102, 8C01011, os alunos apenas apresentam a resposta correta. Provavelmente utilizaram o cálculo mental ou apagaram suas tentativas.

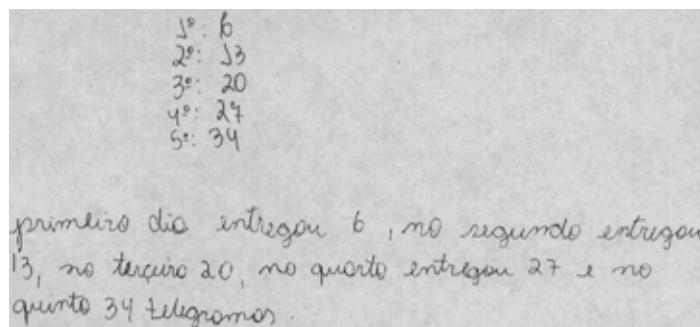


Figura 16 – Resolução presente na prova 8C03102

Nas provas 8L08152, 8L10179 e 8L09205, os alunos apresentam a resposta correta e uma verificação, que é a adição dos números de telegramas entregues em cada dia. Analogamente às provas 8C03102,

8C01011, os alunos podem ter apagado suas tentativas ou utilizado algum cálculo mental.

$$\begin{array}{l}
 1 \text{ dia: } 16 + 7 \\
 2 \text{ dia: } 15 + 7 \\
 3 \text{ dia: } 20 + 7 \\
 4 \text{ dia: } 27 + 7 \\
 5 \text{ dia: } 34 + 7 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

Figura 17 – Resolução presente na prova 8L08152

Temos três provas, 8L04109, 8C01014 e 8L04124, nas quais os alunos utilizaram uma estratégia aritmética direcionada.

$$\begin{array}{l}
 \text{Primeiro dia: } 6 \text{ Telegramas} \\
 \text{segundo dia: } 6 + 7 = 13 \text{ Telegramas} \\
 \text{terceiro dia: } 13 + 7 = 20 \text{ Telegramas} \\
 \text{quarto dia: } 20 + 7 = 27 \text{ Telegramas} \\
 \text{quinto dia: } 27 + 7 = 34 \text{ Telegramas} \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

Figura 18 – Resolução presente na prova 8C04124

Nas provas 8C03015, 8C03040 e 8C06012, os alunos apresentaram algumas tentativas, a partir de “chutar” respostas, até encontrar a resposta correta do problema.

No **grupo 7** temos apenas uma prova, na qual o aluno adiciona corretamente 5 com 7 e apresenta o resultado como resposta.

No último grupo da 8ª série temos oito provas para as quais não foi possível construir uma interpretação para a produção escrita ali contida.

Sobre a produção escrita encontrada nas provas dos alunos da 3ª série do Ensino Médio

A seguir apresentamos os oito grupos construídos a partir da produção escrita encontrada nas provas da 3ª série do Ensino Médio. A caracterização dos grupos 1, 2, 3 e 8 é a mesma dos mesmos grupos apresentados em relação às provas da 4ª série do Ensino Fundamental.

No **grupo 1** temos apenas uma prova, na qual o aluno divide corretamente 100 por 5 e apresenta o resultado como resposta.

O **grupo 2** contém três provas em que os alunos dividem, corretamente, 100 por 5, adicionam corretamente 7 ao resultado e apresentam como resposta: “entregou 27 telegramas em cada dia”.

Na 3ª Série do Ensino Médio não foi encontrada prova alguma com as características do **grupo 3**.

No **grupo 4** temos apenas uma prova, na qual o aluno divide, corretamente, 100 por 7 e apresenta o resultado como resposta. As características desse grupo são as mesmas do **grupo 4** da 8ª série do Ensino Fundamental.

O **grupo 5** contém sete provas nas quais os alunos construíram uma estratégia em que o número de telegramas entregues ao longo dos cinco dias não é o mesmo. Percebemos algumas conexões entre as duas primeiras frases e a presença da idéia de recorrência na produção escrita desses alunos.

Em duas provas, o número de telegramas entregues a mais pelo carteiro já aparece no primeiro dia, e o primeiro procedimento das resoluções é a divisão, correta, de 100 por 5. Pelo registro deixado pelos alunos, inferimos que utilizam um procedimento advindo da interpretação da primeira frase e um outro da interpretação da segunda frase, este último a partir do resultado do primeiro procedimento, e apresentam uma resposta. Podemos também inferir que, para esses alunos, as interpretações para a primeira informação da segunda frase “A cada dia, a partir *do primeiro*”, se fazem já para o primeiro dia; não começam no segundo.

Dias	Telegramas
1º	$20 + 7 = 27$
2º	$20 + 14 = 34$
3º	$20 + 21 = 41$
4º	$20 + 28 = 48$
5º	$20 + 35 = 55$

1° dia 27 cartas
 2° dia 34 cartas
 3° dia 41 cartas
 4° dia 48 cartas
 5° dia 55 cartas

Figura 19 – Resolução presente na prova 3C03113

Em outras três provas desse grupo, os alunos interpretaram a segunda frase da forma considerada correta, aumentando 7 telegramas em cada dia, a partir do primeiro. Na prova 3C03073, o aluno utiliza a fórmula do termo geral de uma progressão aritmética para encontrar o número de telegramas que o carteiro entregou no primeiro dia. Para esse aluno, o termo a_1 corresponde ao primeiro dia, a razão é 7 e o quinto termo, a_5 , é o total de 100 telegramas; tomou, assim, o total de telegramas entregues como o número de telegramas entregues apenas no último dia. Ele substituiu esses números na fórmula e encontra a_1 .

PRIMEIRO DIA $\rightarrow a_1$
 7 TELEGRAMAS A MAIS $\rightarrow R$
 100 TELEGRAMAS $\rightarrow a_5$

$$A_n = a_1 + R(n-1)$$

$$100 = a_1 + 7(4)$$

$$100 = a_1 + 28$$

$$a_1 = 100 - 28$$

$$a_1 = 72$$

1° DIA $\rightarrow 72$
 2° DIA $\rightarrow 72 + 7 = 79$
 3° DIA $\rightarrow 79 + 7 = 86$
 4° DIA $\rightarrow 86 + 7 = 93$
 5° DIA $\rightarrow 93 + 7 = 100$

Figura 20 – Resolução presente na prova 3C03073

Na prova 3C05041, o aluno supõe que o carteiro tenha entregado 28 telegramas a mais, resultado da operação de multiplicação de 4 por 7. Assim, subtrai 28 de 100 e encontra o número de telegramas do

primeiro dia. Apresenta a resposta para todos os dias e reconhece que isso resulta em uma progressão aritmética.

Das 44 provas que compuseram a amostra estudada, apenas essas duas provas apresentam algum conhecimento de progressão aritmética.

Na prova 3C03039 desse grupo, o aluno divide 100 por 5, subtrai 7 desse resultado, ambos corretamente, e encontra o número de telegramas entregues no primeiro dia.

Ainda neste **grupo 5** temos duas provas nas quais os alunos fazem uma interpretação da segunda frase, em que o número de telegramas entregues pelo carteiro aumenta apenas no primeiro ou no segundo dia. Em ambas as provas, eles sabem que o carteiro entregou apenas 100 telegramas no total, e o número de telegramas entregues nos outros dias é apresentado de maneira que essa informação não seja contrariada.

1º	20
2º	27
3º	13
4º	20
5º	20
100 telegramas	

Figura 21 – Resolução presente na prova 3L08103

No **grupo 6** temos 26 alunos que interpretam-resolvem-respondem a questão da maneira considerada correta. Seis alunos usaram alguma linguagem algébrica para resolver o problema. Grande parte deles equaciona os dados do problema, resolve a equação, encontra o número de telegramas do primeiro dia e, a partir deste, o número dos outros dias.

Nesse grupo, dez alunos parecem ter feito tentativas, mas não as deixaram nas provas; ou usaram cálculo mental para resolver o problema. Temos apenas a resposta de telegramas entregues em cada um dos cinco dias e uma verificação, representada pela adição desses telegramas. Temos outras nove provas em que os alunos apresentam

algumas de suas tentativas, uma verificação e a resposta para o número de telegramas que o carteiro entregou.

Ainda nesse grupo temos uma prova — 3C05068 —, na qual um aluno apresenta uma estratégia aritmética direcionada: divide, corretamente, 100 por 5 e subtrai corretamente 7 do resultado duas vezes, encontrando o número 6, que é o número de telegramas que o carteiro entregou no primeiro dia. Adiciona 7, a partir do primeiro, e apresenta a resposta para todos os outros dias.

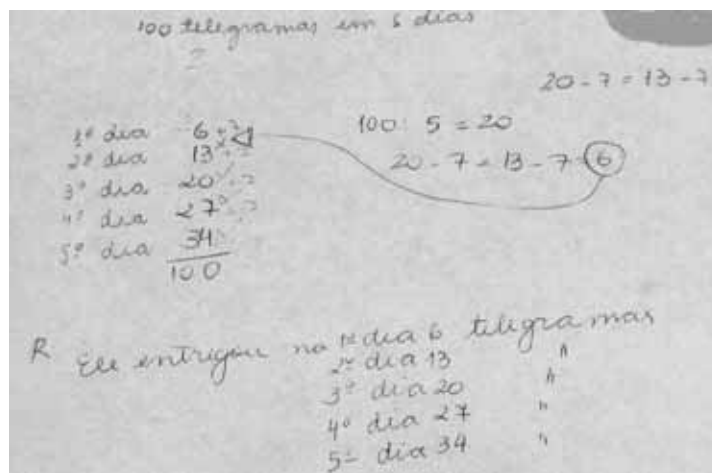


Figura 22 – Resolução presente na prova 3C05068

No **grupo 7** há duas provas nas quais os alunos operam arbitrariamente dados da questão. Um aluno multiplica corretamente 5 por 7 e apresenta uma suposta resposta: “35 telegramas a mais”. Outro adiciona, corretamente, 7 a 5 e multiplica, corretamente, o resultado por 100, apresentando como resposta este último dado obtido.

No último grupo da 3ª série estão oito provas para cuja produção escrita não foi possível construir uma interpretação.

Apresentamos a seguir um quadro contendo as provas dos alunos das séries estudadas e algumas considerações.

Quadro 1 - Análise interpretativa da produção escrita dos alunos da 4ª e 8ª série do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio.

Interpretação feita pelo aluno		Procedimentos	4ª série E. F.	8ª série E. F.	3ª série E. M.
da 1ª. frase	da 2ª. frase				
“Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias”.	“A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior”.				
O carteiro entregou 100 telegramas em cinco dias.	Não há registro na resolução que indique alguma interpretação.	Faz uma divisão ($100 \div 5 = 20$). Adiciona ou multiplica 7 ao resultado do primeiro procedimento.	G1 (11)	G1 (5)	G1 (1)
O carteiro entregou 100 telegramas em cinco dias.	O número de telegramas aumenta e é o mesmo para cada um dos cinco dias.	Faz uma multiplicação de 5 por 100. Adiciona ou multiplica 7 ao resultado do primeiro procedimento.	G2 (8)	G2 (9)	G2 (3)
O carteiro entregou 100 telegramas em cada um dos cinco dias.	O número de telegramas aumenta e é o mesmo para cada um dos cinco dias.	Faz uma divisão ($100 \div 7 = 14$) e apresenta o resultado como resposta.	G3 (4)	G3 (0)	G3 (0)
O carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias.	O número 7 é o número de dias.	Aumenta 7 a partir do primeiro dia (idéia de recorrência), ou aumenta 7	G4 (3)	G4 (3)	G4 (1)

		apenas no primeiro dia.			
O carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias.	Em pelo menos um dos cinco dias o número de telegramas é diferente.	Apresenta uma resposta considerada correta do problema, usando tentativa e erro e estratégias aritméticas direcionadas.	G5 (2)	G5 (7)	G5 (7)
O carteiro entregou 100 telegramas em cinco dias.	A cada dia, a partir do primeiro, ele entregou sete a mais que no dia anterior.	Adiciona os números na ordem em que aparecem ou adiciona 5 a 7 ou multiplica 7 com 5.	G6 (6)	G6 (16)	G6 (26)
O aluno retira arbitrariamente dados do problema e opera com eles.			G7 (5)	G7 (1)	G7 (2)
Não foi possível construir uma interpretação para essas provas.			G8 (8)	G8 (8)	G8 (3)

Em relação às provas da 4ª série do Ensino Fundamental, constatamos que muitos alunos fizeram uma interpretação da questão diferente da maneira considerada correta. As interpretações dos alunos referentes à segunda frase foram muitas vezes ligadas à palavra-chave, “a mais”, e em poucos casos os alunos notaram a idéia de recorrência. Nas questões procedimentais ligadas à execução de algoritmos, notamos que eles operam da maneira considerada correta. Poucos alunos fazem de uma maneira diferente.

Nas provas da 8ª série, percebemos que houve menos variedade de interpretações para o problema e que o número de estratégias

consideradas corretas para a questão aumentou consideravelmente. Os alunos também fazem mais conexões com as informações contidas na segunda frase, o que demonstra interpretações mais completas.

Os alunos da 3ª série do Ensino Médio foram os que tiveram o menor número de diversidade de interpretações para o enunciado da questão e, como era esperado, foram os que mais acertaram. Mesmo que muitos alunos tenham feito resoluções consideradas corretas, na maioria das provas não há registro da presença esperada de conteúdos que geralmente são trabalhados no Ensino Médio.

Em relação às três séries, constatamos que, com o aumento da escolaridade, a diversidade de interpretações dos alunos, diferentes da considerada correta, diminui e, com isso, aumenta o número de alunos que constroem resoluções da maneira considerada correta. Nos primeiros quatro grupos — relativos à produção escrita dos alunos que interpretaram e resolveram a questão linearmente — temos, no Ensino Fundamental, 26 provas na 4ª série, 17 na 8ª série e apenas 5 na 3ª série do Ensino Médio. Este é um indicativo de que, ao passar pelas séries, os alunos vão construindo conhecimentos que permitem resolver corretamente uma questão. Comparando o **grupo 1** da 4ª série com o **grupo 1** da 8ª, notamos uma diminuição do número de provas: na 4ª série tivemos 11 provas e na 8ª série apenas 5 provas. No **grupo 2** temos um total de 9 provas da 8ª série e 8 da 4ª série. Entretanto, não consideramos este aumento negativo, pois notamos que os alunos da 8ª série fazem mais relações entre as frases do que os alunos da 4ª série.

Nos **grupos 5 e 6** das três séries, temos os alunos que apresentam interpretação e resolução não lineares da questão, isto é, fazem inter-relações entre as informações contidas nas frases. Em várias provas notamos que eles identificam a idéia de recorrência na segunda frase. Temos 8 provas da 4ª série, 24 provas da 8ª série e 34 provas da 3ª série do Ensino Médio.

Diante dessas considerações podemos afirmar que, com o aumento de escolaridade, os alunos tiveram melhor desempenho ao resolver a questão. Os procedimentos utilizados em suas resoluções, no decorrer das três séries, tornaram-se mais sofisticados e o número de alunos que solucionaram a questão da maneira considerada correta aumentou consideravelmente.

Tomando o Quadro 1 apresentado, relativo ao modo de interpretação dos alunos de cada frase da questão e aos procedimentos por eles utilizados, podemos agora construir uma tabela relativa às estratégias que eles elaboraram. Ao descrever as provas das três séries, apontamos algumas de suas características. Neste trabalho, fizemos uma diferença entre estratégia e procedimento: a estratégia é todo caminho elaborado e percorrido pelo aluno para resolver a questão. Uma estratégia manifesta-se por meio dos procedimentos que o aluno utiliza na resolução de um problema e da apresentação de uma resposta. Ela é composta pela interpretação que o aluno faz do enunciado, os procedimentos que utiliza e a resposta que apresenta oriunda desses. A estratégia aqui apontada como sendo a que o aluno elaborou é resultado da nossa interpretação da sua produção escrita por meio da tríade de palavras: interpreta-resolve-responde. Já os procedimentos são os algoritmos ou outros meios utilizados para desenvolver a estratégia escolhida para resolver a questão. A seguir, temos na Tabela 1 as estratégias elaboradas pelos alunos das três séries.

Tabela 1 – Frequência das estratégias por série.

Grupos	Estratégia	4 ^a Série E.F.	8 ^a Série E.F.	3 ^a Série E.M.	TOTAL
G1	aritmética	32	25	13	70
G2	aritmética direcionada	1	3	1	5
G3	tentativa e erro	0	5	9	14
G4	aritmética direcionada e alguma linguagem algébrica	0	2	1	3
G5	equação	0	5	6	11
G6	regra de três	0	0	1	1
G7	Não foi possível construir uma interpretação	17	13	13	43
Total		50	53	44	147

No **grupo 1** estão as provas nas quais os alunos elaboraram estratégias aritméticas, ou seja, utilizaram operações aritméticas, idéia de recorrência, mas não resolveram a questão da maneira considerada correta. Temos um número de 70 alunos nesse grupo.

O **grupo 2** contém as provas dos 5 alunos que elaboraram as estratégias aritméticas direcionadas, ou seja, aquelas em que eles parecem saber quais procedimentos devem utilizar para obter a resposta da questão. Esses procedimentos são utilizados de uma maneira encadeada, sistemática e lógica, possivelmente por meio de um raciocínio abduutivo, considerado aqui como aquele que envolve um “chute”, mas com algum conhecimento de causa.

O **grupo 3** reúne as provas dos alunos que elaboraram uma estratégia de tentativa e erro, ou seja, aquela com a qual abordam um problema de cujo enunciado conseguem retirar corretamente informações e, com estas, inferir alguns possíveis resultados indutivamente, para em seguida testá-los, buscando ajustá-los para chegar a uma resposta que seja condizente com as “regras” da situação. Nesse grupo temos o total de 14 alunos.

No **grupo 4** temos as provas dos alunos que elaboraram uma estratégia aritmética direcionada junto com alguma linguagem algébrica⁹. Neste grupo não há prova alguma da 4ª série; há duas provas da 8ª série e uma prova da 3ª série do Ensino Médio.

No **grupo 5** estão onze provas nas quais os alunos construíram uma equação como estratégia para resolução da questão: nenhuma da 4ª série; 5 da 8ª série; e 6 da 3ª série do Ensino Médio.

O **grupo 6** contém uma única prova, — da 3ª série do Ensino Médio, na qual o aluno construiu uma regra de três como estratégia para resolução da questão.

No último grupo temos as provas dos alunos para cuja estratégia não foi possível construir uma interpretação. Na 4ª série temos um total de 17 provas, em 5 das quais os alunos apresentaram a resposta correta da questão. O mesmo ocorreu nas 13 provas da 8ª série. Na 3ª série do Ensino Médio esse número é de 13, e, em 9 delas, os alunos apresentaram a resposta correta para questão. Não podemos afirmar qual foi a estratégia que de fato esses alunos elaboraram.

⁹ Estamos caracterizando neste trabalho como linguagem algébrica uma linguagem constituída por meio de uma notação simbólica na qual os símbolos representam generalizações de invariâncias, padrões ou regularidades.

Considerações Finais

A primeira — e uma das mais importantes considerações que apresentamos com este trabalho — é a de que a avaliação pode ser encarada como uma prática de investigação pelos professores e alunos em sala de aula e a análise da produção escrita se apresenta como uma estratégia para sua implementação. A avaliação tomada como uma “câmera digital” dos trabalhos dos alunos, um processo de apresentar indicativos de suas aprendizagens, indicativos incompletos, imprecisos, sempre com a possibilidade de remediação, de retomada. Parece-nos que tomar a avaliação nessa perspectiva pode ser uma condição necessária na busca de efetivar uma prática de educação com e para todos.

Quando um aluno resolve uma questão e deixa seus registros escritos, estes marcam o caminho que percorreu por meio de suas estratégias e procedimentos, possibilitando análises de seus modos de lidar com a questão. Essas análises, que têm por objetivo oportunizar compreensões para desvelar e interpretar o caminho percorrido, mostram-se como uma alternativa para conhecer mais de perto a atividade matemática dos alunos.

Por meio dos registros escritos dos alunos é possível fazer inferências sobre seus modos de interpretar o enunciado da questão, bem como analisar as estratégias elaboradas e os procedimentos utilizados. Este trabalho mostra que os alunos, em sua maioria, interpretam o enunciado da questão linearmente e elaboram suas estratégias de acordo com essa interpretação, conectando passo a passo alguns procedimentos, e apresentam ao final uma resposta. Os alunos mostram ter algum domínio, com pouquíssimas exceções, dos procedimentos matemáticos que aprenderam na escola, porém fazem interpretações diferentes das consideradas corretas para o enunciado da questão. Com isso, eles constroem problemas diferentes a partir do enunciado da questão dada e, estes, eles resolvem de uma maneira considerada correta¹⁰. Identificar a dificuldade dos alunos em interpretar enunciados das questões remete-nos, também, a pensar em qual tipo de matemática está sendo apresentada em sala de aula: uma atividade que oportuniza a construção e a apropriação de estratégias e

¹⁰ Para uma caracterização e uma discussão dos problemas que os alunos constroem a partir do enunciado da questão, ver Viola dos Santos (2007).

ferramentas para os alunos se constituírem como seres humanos atuantes em seus contextos ou uma linguagem mecanizada, cuja existência faz sentido apenas na escola para efetuar as ditas “contas” e resolver as tais equações? Infelizmente é esta última, uma matemática mecanizada, que geralmente domina os contextos das salas de aula. Para propiciar alternativas, são necessárias mudanças não apenas em questões metodológicas, mas também em questões epistemológicas e sociais relativas ao conhecimento matemático.

Não a última, mas apenas mais uma importante consideração deste trabalho é que nossos alunos mostraram ter algum domínio de vários conteúdos matemáticos. Alguns resultados de avaliações nacionais de rendimento e mesmo internacionais mostram uma péssima imagem do desempenho dos nossos alunos. Entretanto, como já foi afirmado neste trabalho, o alcance dessas provas é limitado. A correção está ancorada apenas no certo e no errado, naquele que fracassou e naquele que teve sucesso. Por meio dos nossos resultados, constatamos que mesmo os alunos que não resolveram a questão proposta resolvem corretamente um problema que construíram do enunciado da questão. Claro que isso apenas não basta. É preciso que, de fato, nossos alunos resolvam as questões propostas. Mas para isso é importante tomarmos como ponto de partida o que eles efetivamente mostram saber e como lidam com isso. Nessa perspectiva, nosso trabalho pode servir de subsídio para uma caracterização da atividade matemática escolar dos alunos. É com a esperança de que isso ocorra que apresentamos este trabalho.

Referências Bibliográficas

ALVES, R. M. F. *Uma análise da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões abertas de Matemática*. 2006. 158 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Níveis de desempenhos em Língua Portuguesa e Matemática*. Brasília: INEP, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Níveis de desempenhos em Língua Portuguesa e Matemática*. Brasília: INEP, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Níveis de desempenhos em Língua Portuguesa e Matemática*. Brasília: INEP, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Níveis de desempenhos em Língua Portuguesa e Matemática*. Brasília: INEP, 2001.

BURIASCO, R. L. C. de. *Avaliação em Matemática: um estudo das respostas de alunos e professores*. 1999. 238 p. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação) — Universidade Estadual Paulista – UNESP, Marília, 1999.

_____. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. XII ENDIPE. In: ROMANOVSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. (Org.). *Conhecimento local e conhecimento universal: a aula, as aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes*. Curitiba: Champagnat, 2004. pp. 243-251.

DALTO, J. *A produção escrita em matemática: análise interpretativa da questão discursiva comum a 8ª série do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002*. 2007. 100 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

ESTEBAN, M. T. Avaliação: ato tecido pelas imprecisões cotidianas. In: Educação não é privilégio. REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 23, 2000, Caxambu. *23ª Reunião Anual da ANPED*. CD-ROM, 2000.

KAZEMI, E. & FRANKE M. L. Teacher learning in Mathematics: using student work to promote collective inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, New York, v.7, n.3, pp.203-235, nov. 2004.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. *Ciência & Educação*, Bauru-SP, v.9, n.2, pp.191-211, 2003.

NAGY-SILVA, M. C. *Do observável ao oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática*. 2005. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

NAGY-SILVA, M. C e BURIASCO, R. L.C. de. Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações. *Ciência & Educação*, Bauru, v.11, n.3, pp. 499-511, 2005.

NEGRÃO DE LIMA, R. C. *Avaliação em Matemática: Análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas*. 2006. 181 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PEREGO, S. C. *Questões abertas de Matemática: um estudo de registros escritos*. 2005. 103 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

PEREGO, F. *O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática*. 2006. 128 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PEREGO, S. e BURIASCO, R. L. C. de. Um estudo de registros escritos em matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, v.1, n.1, pp.55-72, jan/jun. 2008.

SEGURA, R. O. *Estudo da produção escrita de professores em questões discursivas de Matemática*. 2005. 176 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. *O que alunos da Escola Básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática*. 2007. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.