

A Dimensão tácito-explicita da aprendizagem matemática: relato de uma investigação²

*Cristina Frade**

Resumo: Este artigo relata uma pesquisa — realizada numa escola de ensino fundamental — que investigou a dimensão tácito-explicita da aprendizagem matemática, e consistiu de dois estudos seqüenciais. No primeiro deles, analisamos um episódio relacionado a uma discussão — promovida pela professora, em sala de aula — acerca da diferença entre figuras planas e figuras espaciais. No segundo estudo, foi observado o desenvolvimento do conhecimento matemático de áreas e medidas de uma dupla de alunos. Os dados foram analisados com base em alguns aspectos da teoria de Polanyi sobre conhecimento tácito e no modelo de Ernest do conhecimento matemático, segundo seus componentes principalmente tácitos e principalmente explícitos. Dentre os resultados de pesquisa, obtivemos uma forte indicação de que a cognição não é, necessariamente, restrita e coincidente com a linguagem, mas vista como uma prática social situada, movendo-se entre os pólos das dimensões tácita da ação eficaz e explícita, projeção intersubjetiva dessa ação.

Palavras-chave. Conhecimento tácito; conhecimento matemático; dinâmica tácito-explicita; aprendizagem matemática.

An investigation on the tacit-explicit dimension of the learning of mathematics

Abstract: This paper reports on research that investigated the tacit-explicit dimension of the learning of mathematics. The research was carried out in a secondary school and consisted of two sequential studies. In the first study, we have analyzed an episode related to a discussion about the difference between plane figures and spatial figures promoted by the teacher in her mathematics classroom. In the second study, the development of area measurement knowledge of a student-pair was observed. The data analysis was based on some aspects of Polanyi's theory on tacit knowledge and Ernest's model of mathematical knowledge, according to its mainly tacit and mainly explicit components. Among the results of research, a strong finding was that of cognition is not necessarily restricted to and coincident with

² O presente artigo é uma expansão e combinação de três trabalhos preparados para apresentação nos Congressos ICME-10 e PME-28, ambos em julho de 2004.

* Professora da Escola Fundamental do Centro Pedagógico. UFMG. cristinafrade@ufmg.br.

language, but seen as a situated social practice, moving between the poles of the tacit dimensions of effective action and the explicit, intersubjective projection of such an action.

Key words. tacit knowledge; mathematical knowledge; tacit-explicit dimension; mathematics learning.

Introdução

Nos anos 90 fomos surpreendidos por reformas curriculares que nos demandavam lidar, em sala de aula, com um tipo de conhecimento matemático pouco discutido entre professores da educação básica até então. Naquela ocasião, os objetivos curriculares para o ensino da disciplina apresentavam esse conhecimento constituído de múltiplas faces – algumas das quais familiares, como por exemplo, aquelas relativas aos domínios de conceitos e de procedimentos (SKEMP, 1976; MELLIN-OLSEN, 1981; HIEBERT; LEFEVRE, 1986). Outras faces eram menos familiares, tais como, as relativas aos domínios social, afetivo e de crenças e valores, em relação à matemática.

No esforço de interpretar tais objetivos no contexto das referidas reformas, deparamo-nos com trabalhos de POLANYI (1962, 1969, 1983) e ERNEST (1998a,b). Enquanto o primeiro autor argumenta em favor da existência de uma dimensão tácita do conhecimento, o segundo mostra o conhecimento matemático caracterizado, em grande medida, por tal dimensão. Em particular, os trabalhos de Ernest levaram-nos a considerar o fato de que os desenvolvimentos conceitual e procedimental matemáticos dos alunos são apenas dois componentes da aprendizagem matemática, dentro de um espectro que contém vários outros componentes igualmente relevantes, a maioria dos quais principalmente tácitos: conhecimentos construídos sob experiências ou ações e que não podem ser completamente ensinados ou aprendidos por meio de regras ou palavras. Fomos, então, convencidos de que a implementação do currículo que se propunha para o

ensino e a aprendizagem de matemática não poderia desconsiderar os elementos tácitos neles envolvidos.

Desde então, temos trabalhado no assunto, buscando compreender a dimensão tácito-explícita do ensino e aprendizagem da disciplina. Este trabalho iniciou-se com um estudo de Frade e Borges (2002) que analisou alguns objetivos curriculares sob a luz do modelo de Ernest (1998b) do conhecimento matemático, segundo seus componentes principalmente tácitos (linguagem e simbolismo; visões meta-matemáticas; métodos, procedimentos, técnicas, estratégias; estética e valores) e principalmente explícitos (afirmações e proposições; provas e raciocínios). Os materiais examinados foram extraídos de documentos curriculares recentes de vários países e para diferentes níveis de ensino. A partir da análise de cada objetivo, os autores identificaram os componentes dominantes do modelo que demandavam construção, a fim de que os objetivos pudessem ser alcançados. A análise mostrou a preponderância dos componentes principalmente tácitos sobre os principalmente explícitos nesses objetivos curriculares, abrindo um frutífero caminho para a investigação de construtos teóricos profundos na prática.

O passo seguinte foi investigar como alguns aspectos da teoria de Polanyi sobre conhecimento tácito e o modelo de Ernest do conhecimento matemático poderiam estar articulados teoricamente. Ao longo de nosso processo de investigação, encontramos diferentes referências ao conceito de conhecimento tácito de Polanyi. As pesquisas de Fischbein (1989), TIROSH (1994) e Sternberg (1995) referem-se ao que pode ser chamado *a versão psicológica da teoria de Polanyi sobre conhecimento tácito* (WIGNER; HODGKIN, 1997): conhecimento que funciona como subsidiário ou instrumento para a aquisição de outros. Por outro lado, Ernest (1998b) e Wenger (1998), por exemplo, usam as palavras *tácito* e *explícito* como opostas para referir distintas, porém complementares, dimensões ontológicas

de um mesmo aspecto ou componente de uma certa prática³. Em qualquer dos casos, os autores acima mencionados compartilham de algum modo a tese epistemológica de Polanyi de que todo conhecimento é tácito ou é construído a partir de conhecimentos tácitos (POLANYI, 1969). Isso equivale a dizer que a linguagem sozinha é insuficiente para tornar um conhecimento explícito, ou ainda, que um conhecimento totalmente explícito é impensável.

Uma vez identificados esses diferentes significados de um conhecimento tácito, a pesquisa de Frade (2003) investigou sua manifestação em dados empíricos. Tal pesquisa foi realizada numa escola pública de ensino fundamental e consistiu de dois estudos seqüenciais. No primeiro estudo, a autora analisou um episódio relacionado a uma discussão acerca da diferença entre figuras planas e figuras espaciais⁴, promovida pela professora numa sala de aula de 6ª série, com 28 alunos. Todos eles participaram da discussão. O objetivo desse estudo foi identificar como os componentes principalmente tácitos e principalmente explícitos (veja ERNEST, 1998b) do conhecimento matemático dos alunos manifestam-se em processos de aprendizagem ou de maneira subsidiária, na perspectiva de Polanyi. No segundo estudo, o desenvolvimento do conhecimento de áreas e medidas de uma dupla de alunos dessa mesma turma foi observado durante diferentes atividades matemáticas (exercícios orais e escritos, resolução de problemas, testes individuais) sobre o assunto. Aqui, os objetivos foram dois:

³ Como ilustração, pensemos numa prática: andar de bicicleta, nadar, ler, escrever, ensinar, reconhecer uma fisionomia, compreender uma atitude de outra pessoa, resolver um problema matemático. Agora, pensemos num componente dessa prática: uma regra, um processo, um conceito, um valor, uma ação. A palavra *tácito* refere-se àquele componente que não pode ser — ou pode ser apenas parcialmente — representado por proposições ou declarações. Ao contrário, a parte do componente que pode ser representada por proposições ou declarações é chamada *explícita*. Assim, a expressão *principalmente tácito*, usada por Ernest, significa que a parte tácita do componente predomina sobre a parte explícita. Por outro lado, se a parte explícita predomina sobre a parte tácita do componente, este é dito *principalmente explícito*.

⁴ Nos níveis de ensino considerados na pesquisa, esses conceitos matemáticos foram abordados da seguinte maneira: 1) uma figura é qualquer subconjunto do espaço euclidiano tridimensional; 2) uma figura plana é qualquer subconjunto do plano; 3) uma figura espacial é qualquer figura que não é plana.

1) buscar mais informações sobre como o tácito e o explícito interagem durante a realização de atividades envolvendo conversação; 2) observar o desenvolvimento dos componentes principalmente tácitos e principalmente explícitos do conhecimento de áreas e medidas dos alunos. Nesse caso, a pesquisa cobriu dois períodos da aprendizagem em que o tema foi trabalho em sala de aula: quando os alunos estavam na 5ª série e, depois, quando eles cursaram a 6ª série. Neste artigo, damos ênfase a um aspecto de nossa análise: a dinâmica tácito-explícita identificada nos estudos.

Ambos os estudos integraram os significados *psicológico* e *ontológico* de um conhecimento tácito com outro elemento importante da teoria de Polanyi: as três áreas ou domínios – inefável, intermediário e sofisticação –, nos quais a relação entre pensamento e fala varia de um extremo, tácito predominando sobre o explícito, ao outro, tácito e explícito independentes, passando por um nível intermediário: tácito correspondendo ao exato sentido da fala (veja POLANYI, 1962, p.87). Essa integração permitiu investigar, não só os tipos de conhecimento – principalmente explícitos e principalmente tácitos – que os alunos usaram de maneira subsidiária para realizar tarefas matemáticas envolvendo conversação, mas, sobretudo, o quanto a projeção desses conhecimentos nas tarefas manifestou-se tácita ou formalizada pelos alunos.

Nos resultados de pesquisa, obtivemos uma forte indicação de que, ao realizar uma atividade matemática envolvendo conversação, é possível que exista uma divergência entre aquilo que os alunos dizem e o que eles pensam. E essa divergência estaria diretamente relacionada à dimensão tácito-explícita, isto é, à maneira pela qual o tácito participa no processo de articulação⁵ das compreensões produzidas. Os estudos em questão são

⁵ Polanyi (1962) usa a palavra *articulação* em um sentido mais amplo do que o comumente usado, para se referir, apenas, a reais enunciações da linguagem. Para o autor, manejamos símbolos mentalmente; criamos representações internas que podem não se concretizar (ou mesmo não podem), necessariamente, numa forma de representação externa. Assim, uma articulação pode ocorrer internamente ao sujeito, sem que este consiga (ou mesmo não possa) projetá-la externamente.

relatados neste artigo. Em particular, optamos por detalhar o primeiro estudo e apresentar somente uma visão geral do segundo.

O primeiro estudo: Identificando componentes principalmente tácitos e principalmente explícitos do conhecimento matemático dos alunos em processos de aprendizagem.

No primeiro estudo, a tarefa apresentada aos alunos foi a de elaborar uma compreensão acerca da diferença entre figuras planas e figuras espaciais. Para tal, eles tiveram que observar um quadro classificatório – formas chatas, planas e sem volume – *versus* formas espaciais que podem ter volume, proposto no livro didático adotado⁶ (IMENES; LELLIS, 1997). Esse quadro possuía apenas desenhos. Inicialmente, foi pedido aos alunos que elaborassem e apresentassem suas compreensões por escrito (Isso foi considerado como tarefa 1). Após algum tempo, a professora conduziu uma conversa acerca da compreensão da questão pelos alunos. Quando a conversa começou, alguns deles manifestaram dificuldade em representar suas compreensões por escrito. Diante disso, a professora deixou que eles elaborassem tais compreensões em tempo real (Isso foi considerado como tarefa 2).

O episódio durou vinte minutos e foi registrado em fitas de áudio, as quais foram transcritas integralmente. A análise mostrou uma rica dinâmica entre o tácito e o explícito durante a conversa em sala de aula. Em particular, a análise mostrou como o tácito participou do processo de articulação das compreensões produzidas pelos alunos.

A tabela 1 mostra as categorias C1,...,C7 criadas para representar os diversos conhecimentos tácitos, matemáticos ou não – superfície, capacidade, espessura, movimentos rígidos⁷, dobradura (não-plana), realidade tangível e metacognição – mobilizados pelos alunos na elaboração

⁶ IMENES, L. M. e LELLIS, M. *Matemática*, 6ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

⁷ Isometrias espaciais euclidianas.

de uma compreensão acerca da diferença entre figuras planas e figuras espaciais. As palavras ou expressões em negrito, na quarta coluna dessa tabela, indicam nossa identificação das pistas dadas pelos alunos sobre os conhecimentos que eles usaram de maneira subsidiária para responder à tarefa. A denominação das categorias deu-se conforme nossa interpretação desses conhecimentos. O fato de termos identificado, nas falas dos alunos, os conhecimentos C1,...,C6, os quais interpretamos como conhecimentos matemáticos, não quer dizer que os alunos tinham ciência desses conhecimentos, ou mesmo que estes constituíam conhecimentos matemáticos formalizados. Também não fazemos afirmação sobre a origem desses conhecimentos: se eram conhecimentos matemáticos advindos de instrução escolar, se foram adquiridos informalmente através de experiências do dia-a-dia ou, ainda, se eram idéias matemáticas embrionárias. Interpretamos os conhecimentos listados acima como matemáticos, por terem sido usados tacitamente ou instrumentalmente para a realização de uma tarefa matemática. Além disso, no futuro, esses conhecimentos podem vir a ser formalizados matematicamente e, então, os alunos poderão reconhecê-los como sendo conhecimentos matemáticos.

Tabela 1 – Conhecimentos tácitos identificados			
Código	Categoria	Domínio do conhecimento	Exemplo
C1	Superfície	Matemático	“As semelhanças eu coloquei assim: em algumas figuras aparecem algumas formas chatas que formam uma figura com volume. Exemplo, o cilindro tem duas faces com a forma de um círculo , o prisma tem duas faces de um hexágono e duas de um retângulo ”. (Tarefa 1)
C2	Capacidade	Matemático	“Aqui, nós colocamos assim: a diferença entre as chatas, planas e sem volume e as espaciais que podem ter volume é que as chatas não podem colocar material dentro e as que tem volume podem ter materiais por dentro ”. (Tarefa 1)

C3	Espessura	Matemático	"Esse aqui é tipo oco por dentro , e as chatas, planas e sem volume não é oco por dentro ." (Tarefa 2)
C4	Movimentos rígidos	Matemático	"É que, por exemplo, a pirâmide e o triângulo. Se pegar um triângulo desse e tirar ele da folha vai ser igual a folha. Você vira ela e tá igual a mesma coisa. Agora essa daqui vai ser igual um lápis, você vai virando ela , ela vai tendo outros ângulos de visão , eu acho que a principal diferença é essa." (Tarefa 2)
C5	Dobradura não-plana	Matemático	"Nós colocamos aqui que as figuras sem volume não ficam em pé e as figuras espaciais ficam em pé ." (Tarefa 1)
C6	Realidade tangível	Matemático	"Olha aqui, todas as formas espaciais que tem volume dão exemplo de ser reais ..." (Tarefa 2)
C7	Metacognição	Não-matemático	"Ah, eu entendi mais ou menos o que algumas são..." (Tarefa 1)

"Tarefa 1", entre parênteses, indica que o aluno estava lendo o que foi escrito ou se referindo à escrita da tarefa. "Tarefa 2", entre parêntesis, indica que o aluno estava elaborando sua compreensão espontaneamente.

Para avaliar com que intensidade a projeção dos conhecimentos tácitos, descritos na tabela 1, encontrava-se tácita ou formalizada pelos alunos no momento da fala, adotamos a sugestão de Polanyi de examinar a participação do tácito no processo de articulação através de três áreas ou domínios, nos quais a relação entre pensamento e fala varia de um extremo, tácito predominando sobre o explícito, ao outro, tácito e explícito independentes, passando por um nível intermediário: tácito correspondendo ao exato sentido da fala (veja POLANYI, 1962, p.87). Todavia, distinguir em que domínio o aluno está operando não é um ato de mera constatação ou inferência imediata. Polanyi nos alerta para a existência de domínios de operação nos quais a articulação pode não coincidir (domínio da sofisticação), ou pode coincidir vagamente (domínio do inefável) com a compreensão explicitada. Disso decorre que identificar tais domínios envolve

uma interpretação arriscada por parte da pessoa que procura descrever o modo de operar do aluno. Cabe lembrar que nem mesmo o próprio aluno tem acesso direto, privilegiado, ao seu modo de operar, ou de descrevê-lo. Essa identificação, necessariamente, exige inferências de ordem mais alta, reflexão e esforço mental, ou ainda, julgamentos mais arriscados. Tais inferências se contrapõem àquelas mais imediatas, nas quais a distância entre o inferido e o observável (fala ou comportamento) pode ser considerada *minimizada ao máximo*. As inferências que nos permitem identificar o domínio de operação do aluno estão baseadas em apreensões de dicas ou pistas mais ou menos fragmentárias, ou de aspectos muito particulares de sua compreensão. E esses aspectos podem aparecer projetados na fala do aluno de maneira bastante tênue. Em resumo, as evidências que apresentamos, como toda e qualquer boa evidência, não são evidentes por si mesmas: são construções genuínas do pesquisador; artefatos criados para interpretar os atos explícitos da fala e coordená-los com os modos tácitos de operar do aluno.

Posto isso, buscamos, nos registros originais do episódio e em suas transcrições, trechos de falas dos alunos (não, necessariamente, coincidentes com os turnos de falas) que pudessem ser interpretados como resultantes de seus modos de operar. Por outro lado, cada articulação interna identificada seria precedida da mobilização de conhecimentos tácitos específicos que comporiam uma compreensão. Essa compreensão era projetada na fala dos alunos, de algum modo. Cinco categorias de articulações internas, identificadas como precedendo tais falas, foram construídas com base nos domínios — inefável, intermediário e da sofisticação — descritos por POLANYI (1962, p.87). A tabela 2 exhibe essas categorias: predominância do tácito, tácito na fronteira do explícito, tácito e explícito coincidentes, tácito e explícito independentes e explícito sob xeque.

De acordo com Polanyi, o inefável (E1) pode ocorrer por duas razões:

1. O Sujeito tem ciência de seus conhecimentos tácitos, isto é, reconhece-os como instrumentos, mas não consegue projetá-los porque os

particulares/aspectos desses conhecimentos não se encontram, ainda, numa forma especificável. Exemplo: “É a palavra que não sai”. Note como essa frase sugere que o aluno sabe diferenciar as figuras planas das figuras espaciais em termos de alguns conhecimentos, mas não consegue especificá-los.

2. O sujeito não consegue integrar os particulares/aspectos de seus conhecimentos tácitos, ainda que esses possam ser especificados. Exemplo: “Igual folha, você vira ela, ela só tem isso”. Aqui, o aluno dá pistas de que estava mobilizando conhecimentos tácitos do tipo C4 (movimentos rígidos). No entanto, sua compreensão acerca da diferença entre figuras planas e figuras espaciais é bastante vaga.

Tabela 2 – Articulações internas das compreensões produzidas			
Código	Categoria	Descrição	Exemplo de falas resultantes das articulações
E1	Predominância do tácito	Identificada com o domínio do inefável, indicando uma articulação interna que não foi projetada na fala ou que foi projetada de maneira vaga e imprecisa.	“É a palavra que não sai.”(Tarefa 1) “Igual folha, você vira ela, ela só tem isso”. (Tarefa 2)
E2	Tácito na fronteira do explícito	Essa categoria indica uma articulação interna que foi projetada progressivamente na fala, sugerindo que o tácito coincidiria com o explícito.	“Olha aqui, todas as formas espaciais que têm volume dão exemplo de ser reais e para ser reais, e para ser reais [alguma hesitação]. Olha um prisma, por exemplo, de um hexágono. Você ligando um hexágono ao outro com retângulos dá um prisma”.(Tarefa 2)
E3	Tácito e explícito coincidentes	Identificada com o domínio intermediário, indicando uma articulação interna que coincidiu com o sentido da fala.	“Nós colocamos aqui que as figuras sem volume não ficam em pé e as figuras espaciais ficam em pé”. (Tarefa 1)
E4	Tácito e explícito independentes	Identificada com o domínio da sofisticação, indicando uma articulação interna que não foi refletida na fala. Neste caso,	“As formas sem volume só podem ser vistas de uma maneira, são planas e chatas. E as formas volumosas podem ser

		embora a fala tenha sido dita de maneira segura e sem hesitação, ela foi incoerente ou contraditória.	vistas de várias maneiras, quase todas são sólidas e têm volume”.(Tarefa 1)
E5	Explícito sob xeque	Essa categoria indica uma articulação interna resultante da metacognição do aluno. O aluno realiza a tarefa, mas duvida da correspondência entre essa articulação e sua representação externa.	“Eu escrevi aqui, mas eu não sei se está certo”. (Tarefa 1) “O que que é isso?! O hexágono tem a superfície que tem a base por, a base?!” (Tarefa 1)

No caso da fala exemplificativa da categoria E2 – tácito na fronteira do explícito – note que o aluno inicia a fala dando uma pista de que seus conhecimentos tácitos sobre realidade tangível estavam sendo usados: “... dão exemplo de ser reais e para ser reais, e para ser reais [alguma hesitação]”. Tal hesitação foi interpretada como dificuldade do aluno em especificar esse conhecimento: o tácito poderia estar predominando sobre o explícito. Provavelmente, diante disso, o aluno muda ou refaz sua articulação interna e passa a responder à tarefa, expressando um conhecimento mais especificável (para ele) – superfície –, produzindo uma fala razoavelmente inteligível. O tácito, agora, parece estar se aproximando do explícito.

No domínio da sofisticação (E4), Polanyi diz que a independência entre o tácito e o explícito pode ser devida à ansiedade e conseqüente inaptidão da fala que obstrui o funcionamento tácito do pensamento: o sujeito ainda não está pronto para aquela fala. E isso estaria relacionado ao fato de que o sujeito se encontra num processo de elaboração das operações simbólicas que deveria expressar o tácito. Quando o sujeito toma ciência dessa independência, é levado a, num outro momento, decidir se confia mais no seu pensamento ou na aptidão de sua fala para reelaborar uma articulação verbal menos contraditória (Observe exemplo dessa categoria na tabela 2).

Cabe notar que a categoria E5 – explícito sob xeque – corresponde às articulações dos alunos, oriundas: a) de uma consciência já adquirida ou

da interiorização de que sua compreensão da tarefa é duvidosa e necessita, portanto, de uma confirmação externa (Veja primeiro exemplo de fala); b) de um processo de *auto-conscientização* provocado por um súbito estranhamento do conhecimento tácito que está sendo usado para realizar a tarefa (segundo exemplo de fala). Em ambos os casos, essa categoria corresponde às articulações resultantes da mobilização de conhecimentos metacognitivos usados subsidiariamente para elaborar uma compreensão acerca da diferença entre figuras planas e figuras espaciais, e não da compreensão dessa diferença *per se*. Mais do que isso, essa categoria capta tais articulações, num caso em sua forma concretizada (primeira fala), e, num outro caso, em processo, no momento em que elas estão sendo produzidas (segunda fala)

Finalmente, seis categorias foram criadas para representar as intervenções da professora: comandos, condução das falas, esclarecimentos, pedidos de esclarecimentos, problematização e escuta. Tais categorias são exibidas na tabela 3 e ilustram como a professora orquestrou a discussão em sala de aula. Observamos que as ações mentais da professora, que precederam suas falas, não foram objetos de investigação da pesquisa.

Tabela 3 – Intervenções da professora		
Código	Categoria	Exemplo
I1	Comandos	“Eu vou dar dois minutinhos para que vocês observem bem as duas classificações; as duas categorias pra gente discutir, então, qual a diferença entre elas. (...) é só observando bem as formas que estão num quadro e que estão no outro que vocês vão pegar a diferença essencial delas, tá?” ou “(...) senta, por favor (...) você já falou, agora deixa eu ouvir o colega”.
I2	Condução das falas	“Qual que você acha que é a principal diferença?”
I3	Esclarecimentos	“Não, isso daí não tem que tá certo. É uma percepção sua.”
I4	Pedidos de esclarecimento	“Por exemplo, se eu chegar aqui atrás eu vejo, eu consigo ver alguma coisa? É isso que você está falando?”
I5	Problematização	“Tem outra, qual que é outra é a outra diferença?” ou “E

		esse que tá aqui, o que que te chama atenção?"
I6	Escuta	"Humhum" ou "Ok. Deu para entender, isso mesmo".

Beneficiando-se de uma variação (veja FRADE, 2003) do *modelo gráfico-teórico para a estrutura de um argumento* desenvolvido por Strom et al. (2001), a dinâmica entre as três famílias de categorias dispostas nas tabelas 1, 2 e 3 e as falas dos alunos e da professora pode ser ricamente exibida.

A partir das sete categorias criadas para representar os conhecimentos que os alunos usaram de maneira subsidiária para realizar a tarefa de elaborar uma compreensão acerca da diferença entre figuras planas e figuras espaciais, foram identificados os seguintes componentes do modelo de Ernest, adaptado⁸ para os alunos: a) conhecimentos relacionados aos sólidos ou suas superfícies: prisma, cilindro, hexágono e retângulo, por exemplo, os quais estão incluídos no componente principalmente explícito *afirmações e proposições*⁹; b) concepções ontológicas de figuras planas e espaciais, incluídas no componente principalmente tácito *visões meta-matemáticas*¹⁰; c) aspectos da linguagem matemática oral, que é um componente principalmente tácito. Além disso, os processos: a) *de controle e*

⁸ Tal adaptação foi feita por Frade e levou em conta, dentre outros aspectos, o fato de que os alunos são aprendizes e, portanto, parte do processo de aprendizagem consiste em aperfeiçoar, gradativamente, seus entendimentos e procedimentos, os quais, numa primeira manifestação, podem parecer equivocados sob o ponto de vista da disciplina. Além disso, a autora discute por que alguns componentes são mais fáceis de serem adaptados aos conhecimentos dos alunos do que outros. Em particular, o componente *estética e valores* foi associado à predisposição, interesse e participação do aluno nas práticas matemáticas em sala de aula, ou ainda, às identidades matemáticas dos alunos, como coloca Boaler (2002). Portanto, esse componente possui um caráter *macro*, no sentido de que ele é uma condição necessária para o desenvolvimento dos demais.

⁹ De fato, segundo o modelo de Ernest, esses entes matemáticos são principalmente explícitos porque possuem uma definição matemática (Exemplo: O hexágono é um polígono de seis lados). Vale a pena lembrar que a caracterização dos componentes do modelo, proposta pelo autor, é uma caracterização ontológica que não nos informa sobre o quanto esses componentes se encontram tácitos ou formalizados pelos alunos.

¹⁰ Essa inclusão foi feita por Frade, baseada no conceito *emergência* introduzido por Polanyi (1983): processo através do qual criamos realidade para aquilo que está sendo conhecido, e cuja função é produzir inovações fundamentais.

atenção da mente, (indwelling) correspondente à observação e à concentração no quadro classificatório pelos alunos; b) *mudança de foco*, interpretada como uma paralisação momentânea da *performance* do aluno, devido a um estranhamento dos instrumentos (conhecimentos tácitos) que ele ou outro colega usou para realizar a tarefa; d) *tentativa de detalhamento metódico de aspectos particulares de um conhecimento tácito* que resulta, inevitavelmente, numa perda mais ou menos recuperável do significado original desses aspectos (veja POLANYI, 1962, 1983), puderam ser observados.

Um resultado interessante que emergiu da análise sugeriu que a resposta de um aluno a uma tarefa oral, se aparentemente equivocada sob o ponto da disciplina, não quer dizer, necessariamente, que ele não sabe a resposta, ou que não interiorizou certos conhecimentos. O suposto erro ou a suposta não-interiorização pode estar indicando que, no momento da verbalização, o aluno encontrava-se no domínio do inefável (E1) ou no domínio da sofisticação (E4). No primeiro caso, o tácito ainda estava sob construção e, portanto, predominava sobre o explícito. Isso resulta numa fala *sofrida*, com dicas bastante vagas para inferirmos sobre a compreensão do aluno. No segundo caso, uma obstrução do funcionamento tácito do pensamento do aluno poderia estar ocorrendo, devido a uma inaptidão da fala: as operações simbólicas do aluno podiam não estar prontas para expressar sua compreensão. Aqui, a fala resultante é cercada de imprecisões ou contradições, embora segura e sem hesitações. Em particular, quando os alunos usaram seus conhecimentos tácitos de superfície (C1), identificamos uma tendência para gerar articulações internas dos tipos E1 e E2. Isso pode ter sido devido ao fato de que parece ser mais difícil explicitar as diferenças entre figuras planas e figuras espaciais a partir dos aspectos relacionados à aparência direta (fisionomia) das figuras, uma vez que cada uma delas possui aparência própria. Alternativamente, as manifestações dos alunos sobre capacidade ou dobradura mostraram uma tendência para produzir articulações internas nas quais o tácito coincidiu com o explícito (E3).

A análise também sugeriu que, apesar de trabalhar em pares, os alunos pareceram não usar os mesmos conhecimentos tácitos — e nem da mesma maneira. Tampouco um aluno que elaborou uma compreensão pareceu ter sido influenciado por uma fala produzida por outro aluno, imediatamente anterior. Finalmente, a conexão *pensamento e fala* mostrou ser um processo dinâmico sem um padrão definido: mais de um tipo de articulação interna pode ser observado numa mesma fala. De fato, identificamos (veja FRADE, 2003) uma fala de aluno, resultante de uma articulação interna, começando em E2 (tácito na fronteira do explícito), movendo-se através de E3 (tácito e explícito coincidentes) e alcançando uma articulação do tipo E4 (tácito e explícito independentes). O movimento E3 → E4, por exemplo, foi interpretado como uma tentativa do aluno de detalhar minuciosamente aspectos do conhecimento tácito que ele estava projetando em sua fala.

Sob o ponto de vista educacional, desenvolver uma sensibilidade para capturar os modos usados pelo aluno para operar através das categorias de articulações internas propostas nesse episódio pode ajudar o professor a identificar em que estágio da aprendizagem — tácito predominando sobre o explícito, tácito e explícito coincidentes e tácito e explícito independentes — o aluno se encontra. Dependendo do estágio identificado, o professor pode desenvolver suportes pedagógicos que auxiliem o aluno a aproximar, ao máximo possível, sua articulação externa do domínio no qual o tácito e o explícito coincidem. Isso, a nosso ver, é fundamental nos processos de formalização e comunicação social dos conhecimentos matemáticos do aluno.

O segundo estudo: Investigando o desenvolvimento dos componentes principalmente tácitos e principalmente explícitos do conhecimento de áreas e medidas dos alunos.

No segundo estudo, uma dupla de alunos (2 meninos) foi investigada durante diferentes atividades matemáticas (como, por exemplo, exercícios orais e escritos, testes individuais, resolução de problemas, entrevistas)

sobre áreas e medidas. Neste caso, a pesquisa cobriu dois períodos da aprendizagem (2 meses cada período, aproximadamente) dos alunos sobre o tema matemático em questão: quando eles estavam com 11 a 12 anos e, depois, quando estavam com 12 a 13 anos. Aqui, uma seqüência de curtos episódios foi construída para fornecer informações sobre os estágios de desenvolvimento dos componentes principalmente tácitos e principalmente explícitos do conhecimento de áreas e medidas em que os alunos da dupla se encontravam. Os dados foram coletados a partir das atividades acima mencionadas e de registros em áudio e vídeo do trabalho da dupla em sala de aula. Em todos os episódios que envolveram conversações matemáticas, investigamos, também, as articulações internas que precederam as falas dos alunos, de acordo com as categorias E1, E2,...,E5, descritas no primeiro estudo. Como dito na introdução deste artigo, restringiremos o relato deste segundo estudo ao aspecto da análise relativo à dinâmica tácito-explícita identificada nos referidos episódios. O desenvolvimento dos componentes principalmente tácitos e principalmente explícitos do conhecimento de áreas e medidas dos alunos, observado no segundo estudo, será apresentado numa outra oportunidade.

Em vários episódios um dos alunos da dupla mostrou dificuldade em expressar suas idéias ou procedimentos em linguagem matemática, produzindo falas identificadas como originadas de articulação interna do tipo E4 (tácito e explícito independentes). Abaixo, apresentamos trecho de uma conversação entre os alunos da dupla, na qual eles tinham que responder à seguinte pergunta, proposta no livro didático: Por que o quadrado é um tipo especial de retângulo?

Aluno 1: *Eu sei, porque se a largura e o comprimento tiverem medidas em centímetros elas estão em centímetros quadrados. Será que é isso?*

Aluno 2: Por que um quadrado é um tipo especial de retângulo? Aqui, oh, o quadrado é um retângulo com todos os lados iguais, por isso a fórmula fica diferente.

Aluno 1: Ah, sei, agora entendi.

Aluno 2: Entendeu?

Aluno 1: *O retângulo também pode se medir alguma área em forma de quadrado.*

(...)

Aluno 2: Por que...

Aluno 1: Por que o quê?

Aluno 2: A pergunta. Quem pode explicar por que o quadrado é um tipo especial de retângulo? Porque...

Aluno 1: Eu. Eu vou colocar. Deixa eu explicar, eu posso porque eu sei.

Aluno 1: *Por que o retângulo é um quadrilátero? Retângulo é um quadrilátero, ele tem 4 lados, igual ao quadrado.*

Note como as falas em itálico do Aluno 1 são confusas e imprecisas, embora sugiram prontidão e segurança. Em particular, as frases: “Eu. Eu vou colocar. Deixa eu explicar, eu posso porque eu sei.”, indicam uma certa ansiedade do aluno em completar a tarefa, o que pode tê-lo levado a produzir uma fala *prematura*, isto é, uma fala que não estava pronta, ainda, para ser falada. Por essa razão, interpretamos suas falas como resultantes de uma articulação interna que pode não ter coincidido com sua compreensão original da questão.

Apesar da dificuldade, mencionada no parágrafo acima, o Aluno 1 foi capaz de desenvolver um uso adequado da fórmula de área de retângulos e um saber fazer (*know how*) para resolver uma série de problemas. Isso pode estar indicando que um elemento da linguagem matemática oral – a comunicação social de conhecimentos matemáticos – pode ocorrer de alguma forma independente do saber fazer. E, como no primeiro estudo, essa independência parece estar diretamente relacionada à maneira pela qual o tácito interage com o explícito no processo de articulação. Alguns podem dizer que tal independência é óbvia e não prejudica a *performance*

escolar do aluno. Isso pode ser verdade, se acreditamos que o ato de comunicar socialmente não é um componente do conhecimento matemático. Lerman, por exemplo, argumenta que:

Crianças se desenvolvem matematicamente [become mathematical], familiarizando-se com aquilo que é constituído, nas práticas sociais em sala de aula, como sendo matemático. Essa pode ser uma maneira mais frutífera de falar sobre aprendizagem, na qual aprendizagem significa aprender a falar nos códigos legitimados da matemática escolar (LERMAN, 2001, p.50).

Portanto, em relação às questões discutidas no trabalho de Frade (2003), o elemento – comunicação social – do conhecimento matemático é fundamental para sua produção na escola, se a entendemos como um espaço onde práticas sociais são exercidas. Aqui, mais uma vez o professor pode desempenhar um papel crucial no desenvolvimento desse componente do conhecimento dos alunos, promovendo práticas de conversação.

Finalmente, se compararmos a análise do episódio relativa ao primeiro estudo e o estudo de caso, veremos que os conhecimentos tácitos usados pelos alunos mostraram-se dependentes das tarefas: tarefas distintas resultaram em mobilizações de conhecimentos tácitos distintos. Porém, as articulações internas dos alunos pareceram não seguir o mesmo comportamento. Elas, aparentemente, não dependeram das tarefas, pois foi possível identificá-las quase todas em tarefas distintas.

Comentários finais

A perspectiva dada pela pesquisa relatada neste artigo é, a nosso ver, de certa forma, inovadora no campo da educação matemática, na medida em que a discussão sobre a conexão entre pensamento e fala tem sido usualmente abordada a partir dos trabalhos de Piaget ou de Vygotsky. Aqui, tratamos a questão através da maneira pela qual o tácito coopera com

o explícito no processo de articulação, como apresenta Polanyi. De fato, consideramos pouco conhecido o modo como os professores se posicionam em relação não apenas a esse processo dinâmico pelo qual passam os alunos para adquirirem e usarem seus conhecimentos matemáticos, produzirem significados no contexto social das salas de aula, mas também à forma como práticas de conversação podem ajudar os professores a aproximar, o máximo possível, o “pensar matematicamente” e o “falar matematicamente” dos alunos. Além disso, acreditamos que a perspectiva tácito-explícita traz uma contribuição relevante no que diz respeito ao “fracasso escolar em matemática”. Em muitos casos, o *erro* do aluno pode ser tratado como algo resultante, ou do domínio de operação mental, no qual o tácito ainda predomina, ou do domínio da sofisticação, no qual o aluno se encontra num processo de elaboração das operações simbólicas que não corresponde, ainda, à sua compreensão tácita. Mas, aqui, não nos estenderemos à discussão específica do *erro*. Ela ultrapassa os objetivos pretendidos para este artigo e será apresentada numa outra oportunidade.

Referências bibliográficas

- BOALER, J. *Exploring the Nature of Mathematical Activity*. Using theory, Research and ‘Working Hypotheses’ to Broaden Conceptions of Mathematics Knowing. *Educational Studies in Mathematics*, v51, n1-2, 3-21, 2002.
- ERNEST, P. *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Albany: SUNY, 1998a.
- ERNEST, P. *Mathematical Knowledge and Context, Situated Cognition and the Learning of Mathematics*. In A. Watson (org.), Oxford: University of Oxford Department of Educational Studies, 13-29, 1998b.
- FISCHBEIN, E. *Tacit Models and Mathematical Reasoning. For the Learning of Mathematics* (9)2, 9-14, 1989.
- FRADE, C.; BORGES, O. *Tacit Knowledge in Curricular Goals in Mathematics. In Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics* (at the undergraduate level), Hersonissos, Greece, 1-6 July, 2002.

- FRADE, C. Componentes Tácitos e Explícitos do Conhecimento Matemático de Áreas e Medidas. *Tese de Doutorado não publicada*. Faculdade de Educação-UFMG, 251 páginas, 2003.
- HIEBERT, J.; LEFEVRE, P. *Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis*. In J. Hiebert (org.), Hillsdale (NJ), Chapter 1, 1-27, 1986.
- IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática*, 6ª série. São Paulo: Scipione, 1997.
- LERMAN, S. *Getting used to mathematics: alternative ways of speaking about becoming mathematical*. *Ways of Knowing*, 1(1), 47-52, 2001.
- MELLIN-OLSEN, S. Instrumentalism as an Educational Concept, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 12, 351-367, 1981.
- POLANYI, M. *Personal Knowledge*. London: Routledge & Kegan Paul, 1962.
- POLANYI, M. *Knowing and Being*. Ed. by M. Grene. Chicago: Chicago University Press, 1969.
- POLANYI, M. *The Tacit Dimension*. Gloucester (Mass): Peter Smith, 1983.
- SKEMP, R. R. *Relational understanding and instrumental understanding*. *Mathematics Teaching*, n77, 20-26, 1976.
- STERNBERG, R. J. *Theory and Measurement of Tacit Knowledge as a Part of Practical Intelligence*. *Zeitschrift für Psychologie*, 203, 319-334, 1995.
- STROM, D.; KEMENY, V.; LEHRER, R.; FORMAN, E. *Visualizing the emergent structure of children's mathematical argument*. *Cognitive Science*. 25, 733-773, 2001.
- TIROSH, D., Ed. *Implicit and Explicit Knowledge: An Educational Approach*, Norwood (NJ): Ablex Publishing Co, 1994.
- WENGER, E. *Communities of Practice: Learning, Meaning and Identity*. Cambridge: UK, Cambridge University Press, 1998.
- WIGNER, E.P; HODGKIN, R.A. "Michael Polanyi" in *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society*, v23, London: The Royal Society, Nov. 1977: 413-438, 1997.