

A história da matemática na obra *Geografia Geral* de Bernhard Varenius

*Arlete de Jesus Brito**

Resumo: No século XVII, a geografia era considerada uma parte da matemática. A obra *Geografia Geral*, de Varenius (séc XVII), foi escrita para ser um livro de ensino de geografia e, com tal finalidade, foi utilizada tanto por Newton em Cambridge (séc XVII) quanto pelos militares na Escola Militar de Saint Cyr (séc XIX), na França. Tal obra ressalta os vínculos históricos entre geografia e matemática, aborda as aplicações desta última em vários ramos, tais como a cartografia e a navegação, e faz um extenso uso da história da matemática. Neste artigo, pretendemos divulgar tal livro e analisar o uso que ele faz da história da matemática.

Palavras-chave: História da matemática, geografia, astronomia, ensino.

The history of mathematics in Bernhard Varenius's *General Geography*

Abstract: At the XVII century, the geography was part of the mathematics. The Varenius's book *General Geography* (sec XVII) was written to teaching geography and was used by both, Newton at Cambridge (sec XVII) and militaries at Saint Cyr's Military School (sec XIX) in France. The *General Geography* points out the historical relationships between geography and mathematics, it indicates applications of this last one in several branches, as cartography and navigation. It makes an extensive using of the history of the mathematics. This paper describes that book and analyzes its use of the history of the mathematics.

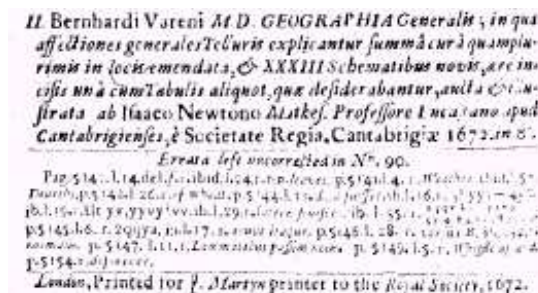
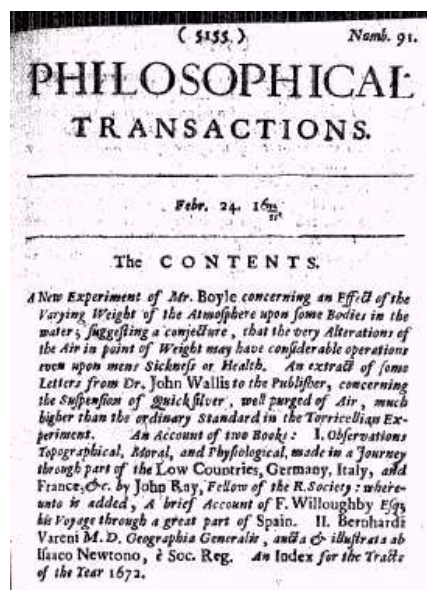
Key words: History of mathematics, geography, astronomy, teaching.

Introdução

A obra *Geografia Geral*, escrita em latim por Varenius e publicada em 1650, é muito conhecida pelos geógrafos e foi, no século XX, discutida em vários trabalhos sobre história da geografia, como, por exemplo, nos de Scott Keltie e R.

* Professora do Departamento de Educação da UNESP, Campus Rio Claro. E.mail: arlete@rc.unesp.br

Howarth (1913, apud BAKER, 1955), nos de L. Baker (1955) e nos de H. Capel (1974). Foi a primeira obra de Geografia Geral que adotou o sistema copernicano e as idéias da física moderna, o que levou Issac Newton a lhe dar duas edições latinas em Cambridge, uma em 1672 e outra em 1681 (cf. CAPEL, 1974, p. 40). Além disso, Newton publicou, ainda em 1672, nas *Philosophical Transactions* n. 91, da Royal Society, uma pequena nota sobre sua edição de 1672 da obra de Varenio, conforme podemos observar abaixo pelas páginas daquele periódico, nas imagens abaixo.



Segundo a carta dedicatória do tradutor francês, P. Puisieux¹, ao ministro do Estado e da Guerra, na edição francesa do livro *Geografia Geral*, que temos analisado, realizada em 1755, Newton teria feito aquelas edições com a finalidade de utilizá-las em suas aulas:

A razão que levou este sábio [Newton] a publicar a obra de nosso autor [Varenio] e a aumentá-la em vários trechos, foi que ele a julgou digna de ser lida por seus alunos aos quais ele ministrava lições públicas sobre a mesma matéria (PUISIEUX, 1755. p. VIII).

Pode causar admiração saber que Newton, professor de matemática em Cambridge desde 1669 (cf. KLINE, 1992), lecionava geografia, porém precisamos considerar a definição, os métodos e os conteúdos deste campo do saber no século XVII. Segundo Varenio (1755, Tomo 1, p. 2, grifos nossos), a geografia é “a ciência **matemática mista** que explica as propriedades da Terra e de suas partes relacionadas à quantidade, a saber, sua figura, sua posição, sua grandeza e seu movimento com aspectos celestes, etc”. Os princípios da geografia explicariam o adjetivo “mista” para a matemática. Conforme Varenio, tais princípios seriam em número de três:

1º as proposições da geometria, da aritmética e da trigonometria; 2º os preceitos e teoremas da astronomia; 3º a experiência, pois a maior parte da geografia e, sobretudo, da geografia particular, não está fundada senão pela experiência e observação daqueles que nos têm dado a descrição de diferentes países” (VARENIO, 1755, Tomo 1, p 9).

Como veremos ao detalharmos o índice da *Geografia Geral* de Varenio, o livro aborda desde princípios da geometria e discussões sobre mares e desertos, até a arte de navegar. A matemática tem lugar destacado em toda a obra, seja no capítulo II, todo ele dedicado a conhecimentos da geometria euclidiana, seja em demonstrações relativas às medidas da Terra, ou ainda em aplicações à arte de navegar, ou da geometria projetiva à cartografia.

Em nossa tese de doutorado (BRITO, 1999), observamos que a geografia e a matemática já possuíam vínculos no texto de Marciano Capella (séc. V), no qual o capítulo relativo à geometria era composto por fatos de astronomia, algumas definições de entes geométricos, axiomas e postulados encontrados nos *Elementos* de Euclides; por uma discussão sobre etapas envolvidas em uma demonstração; por alguns resultados da teoria das proporções; por um breve trecho sobre incomensurabilidade; e por uma grande parte dedicada a assuntos relativos à geografia.

Porém, os elos entre a geografia e a matemática são muito mais antigos. As necessidades de localização sobre a superfície terrestre foram um dos motivos que fizeram com que, desde a Antiguidade, a astronomia, a cartografia e a geografia estivessem intimamente relacionadas à geometria. Supõe-se que Eudoxo (séc. IV a. C.), tenha sido o primeiro grego a dar uma descrição das constelações. Em suas aplicações da matemática à astronomia, introduziu o estudo da esfera. Considera-se que Eratóstenes (séc. III a.C.) foi o primeiro a

¹ Philippe-Florent de Puisieux (1713-1772), advogado, traduziu vários livros, dentre os quais podemos citar: *Grammaire Géographique*, de Gordon; *Histoire Navale d'Angleterre*, de Lediard e o *Geografia Geral*, aqui analisado.

medir a circunferência da Terra. Hiparco (séc. II a.C.) elaborou mapas celestes utilizando-se de latitudes e longitudes e iniciou a teoria da projeção estereográfica, com o propósito de representar a projeção da esfera celeste sobre o plano do equador (cf. SMITH, 1958). Além deles, podemos citar Ptolomeu (séc I), cujo *Almagesto* trouxe a visão de universo que preponderaria durante muitos séculos, e Strabo de Amaseia (séc. I a. C.) que, segundo Sarton (1993), dedicou o primeiro capítulo de seu livro *Geografia* a estudos da geografia matemática.

Algumas pesquisas sobre as relações entre geografia e matemática vêm sendo desenvolvidas na área de história da matemática (cf. TEIXEIRA, 2005), porém a obra de Varenio, que foi usada como livro texto por Newton e, no século XIX, teve essa mesma utilização na Escola Militar de Saint Cyr, na França, é pouco conhecida dos educadores matemáticos. Assim, este artigo pretende divulgar o livro *Geografia Geral*, a partir de alguns dos resultados obtidos nas análises que temos realizado desta obra.

São vários os aspectos que justificam uma pesquisa sobre esta obra de Varenio. Primeiro, porque ela ressalta os vínculos históricos entre geografia e matemática; segundo, porque aborda as aplicações desta última em vários ramos, tais como a cartografia e a navegação; terceiro, porque ela se tornou um manual de ensino de geografia; e quarto, porque a história da matemática perpassa todos os seus capítulos, seja como forma de informação, seja como recurso metodológico para abordar métodos, seja ainda para recorrer à autoridade de antigos sábios como forma de comprovar as teorias que o autor defende. Neste artigo, abordaremos este último aspecto, ao analisarmos a história da matemática contida no livro I da *Geografia Geral*.

Varenio e sua época

Bernhard Varen, ou como também é conhecido, Varenio, nasceu na Alemanha, não se sabe ao certo se no ano de 1621 ou 1622. Estudou medicina em Hamburgo, entre 1640 e 1642, e em Königsberg até 1645. Devido à Guerra dos Trinta Anos, migrou para a Holanda, onde se estabeleceu em Leiden. Nesta cidade, continuou seu estudo de medicina e teve influência indireta das idéias do matemático e astrônomo Willebrord Snell (1581-1626), que realizou trabalhos de trigonometria esférica e de cartografia. Deve-se a Snell o nome “loxodromia” para designar a curva de rumo na navegação, já estudada anteriormente por Pedro Nunes. Varenio refere-se a Snell em várias passagens de seu livro, por exemplo, quando mostra as relações existentes entre as unidades de medida linear utilizadas na França e na Inglaterra (VARENIO, 1755, Tomo 1, p. 37 a 38) e, ao discutir os métodos históricos desenvolvidos para medir a grandeza da Terra, expõe também o de Snell (VARENIO, 1755, tomo 1, p. 86).

Em 1646, Varenio transferiu-se para a próspera cidade de Amsterdã, que vivia então um clima efervescência científica. São vários os fatores relacionados ao desenvolvimento econômico e cultural da Holanda naquela época. Segundo Bernal (1969), as modificações nas técnicas agrícolas, tais como a irrigação, criou, no século XVI, um excedente nos Países Baixos que dinamizou o comércio e possibilitou o acúmulo de riqueza e de poder a uma classe de mercadores. Tal comércio demandava novas rotas comerciais marítimas e o conseqüente desenvolvimento da navegação. Segundo Baker (1955, p. 55), “a

Holanda, mais do que outras nações, estava vitalmente interessada, em 1649, no 'relacionamento de países' e, em particular, com o longínquo Leste".

A descoberta da América e das rotas para o Oriente, ao mesmo tempo em que despertou nos europeus o interesse em saber como eram e viviam as pessoas daqueles desconhecidos lugares, abriu novas possibilidades para o acúmulo de metais preciosos por meio da exploração de recursos naturais² e do comércio. A descrição das novas terras e a navegação ganharam novo estímulo e, com elas, a geografia.

A educação científica com ênfase na navegação e, conseqüentemente, na astronomia, cartografia e geografia, que começou a se desenvolver no século XVI na Holanda, alcançou o apogeu na primeira metade do século XVII. Neste século, Amsterdã tornou-se o principal centro cartográfico europeu e lá se publicaram várias edições das obras de Mercator, do *Atlas Novus*, de Guilherme Janszoon Blaeu (1638), e do *Atlas Magnus*, de Jan Blaeu (1650) (cf. CAPEL, 1974)

Foi nesta fervilhante Amsterdã que Varenius tentou exercer a profissão de médico, com grandes dificuldades econômicas. Segundo Capel (1974), provavelmente, o interesse — muito grande, na Holanda — pelas características geográficas das novas terras descobertas, aliado à amizade de Varenius com cartógrafos como Blaeu, influenciou a decisão daquele em escrever sobre geografia. Porém, pelo que indica a dedicatória da obra *Geografia Geral* feita aos Conselheiros de Amsterdã, as necessidades econômicas também preponderaram naquela decisão, pois, na passagem em que explica por que escreveu aquela obra, Varenius afirma:

Primeiro, porque em toda a orbe da Terra não há cidade que mais necessite do conhecimento da Geografia que esta vossa, nem nenhuma que mais a utilize por suas admiráveis navegações a todos os rincões da Terra. Segundo, porque com as navegações de vossa gente, cresceu não pouco o estudo da Geografia [...]. Terceiro porque sei que sois protetores e promotores de toda a classe de investigações e, portanto, não duvido que considerareis também em alto grau o estudo geográfico. Motivo de louvor para vós é o fato de que benignamente favoreçais, alimentais e se esforçais em promover aos estudiosos [...], concedais também a mim [...] que possa louvar vossa generosidade" (Varenius apud CAPEL, 1974, p. 93 a 95).

O livro *Geografia Geral, em que se explicam as propriedades gerais da Terra*, publicado em 1650, ano da morte de Varenius, não foi sua única obra, porém foi a mais divulgada. Teve várias edições em diferentes idiomas, tais como inglês, francês e holandês. Entre elas, queremos destacar as realizadas por Newton, já citadas aqui e a edição latina realizada em Cambridge, em 1712, por James Jurin³ (1684 – 1750) a pedido do teólogo Richard Bentley⁴ (1662 – 1742).

² Um exemplo disso foi a vinda dos holandeses para o Brasil, no século XVII, que, por um lado, trouxe benefícios culturais para a região nordeste de nosso país e, por outro, aumentou a exploração de riquezas naturais daquela região, que foram enviadas para a Holanda.

³ James Jurin foi físico, médico e matemático. Atuou como secretário da Royal Society. Na capa da tradução francesa que temos do livro de Varenius, o nome deste físico está escrito como Jacques Jurin.

Nessa edição, Jurin preservou o texto de Newton e acrescentou seus comentários e correções em forma de apêndice. Em 1733, em Londres, os tradutores Dugdale e Shaw utilizaram os textos de Newton e de Jurin para realizar uma edição em inglês, na qual acrescentaram um grande número de notas de rodapé (cf. BAKER, 1955). Em 1755, Puisieux fez uma tradução francesa do texto de Dugdale e Shaw, que, posteriormente, foi utilizada como manual na Escola Militar de Saint Cyr (cf. CAPEL, 1974). É essa última edição que analisaremos aqui⁵.

Geografia Geral

Esta obra está dividida em três livros e cada um deles se subdivide em capítulos, que se subdividem em seções. Os livros são compostos pelos seguintes capítulos⁶:

Livro I – Parte absoluta: Proposições da geometria e da trigonometria que são usadas na geografia; Sobre diferentes medidas⁷; Sobre a forma da Terra; Sobre a medida e grandeza da Terra; Sobre o movimento da Terra; Sobre o lugar da Terra no sistema do Universo; Sobre a substância e constituição da Terra; Sobre a divisão das partes da Terra nas partes que a integram, a partir do mar; Sobre os montes em geral e sobre a medida da altitude; Sobre os diferentes montes; Jazidas, selvas e desertos; Sobre a distribuição do Oceano nas terras; Sobre algumas propriedades do Oceano; Sobre os movimentos do Oceano, em especial as marés; Lagos, lagoas e pântanos; Sobre os rios em geral; Águas minerais, quentes, ácidas e outras que assombram as pessoas; Sobre a mudança e formação de lugares secos e dos que possuem água da Terra; Sobre a atmosfera e o ar; Sobre o movimento do ar e dos ventos em geral, sobre as calamidades; Sobre os ventos em especial sobre as tempestades.

Livro II – Parte relativa sobre as propriedades celestes da Terra: Definições e conhecimentos prévios necessários; Sobre a latitude dos lugares e a elevação do pólo; Sobre as zonas e os fenômenos celestes das diferentes zonas; Sobre a duração distinta dos dias em diferentes lugares e, partir daí, a divisão da superfície em climas; Acerca da luz, o calor, o frio e as estações do ano em diferentes lugares e zonas da Terra; Sobre as sombras e a denominação surgida dos lugares a partir daí; Sobre a comparação das propriedades celestes nos diversos lugares e sobre a denominação surgida daí; Sobre a comparação do tempo em lugares diferentes; Acerca do diferente nascimento e ocaso do Sol e dos astros em diferentes lugares.

Livro III – Parte comparativa terrestre: Sobre a longitude dos lugares; Sobre a situação respectiva dos lugares, sobre a composição do globo terrestre e sobre os mapas; Sobre a distância dos lugares; Sobre o horizonte visível; Sobre a arte de navegar em geral e em especial sobre a estrutura dos barcos; Sobre a

⁴ Bentley foi Bispo e manteve algumas correspondências com Newton. Apresentou de forma popular a física newtoniana como prova da existência da inteligência do Criador.

⁵ Além desta edição, temos analisado também a edição de 1672, realizada por Newton.

⁶ Na edição que utilizamos, tais livros estão divididos em quatro tomos.

⁷ Na edição original, este capítulo (*Sobre diferentes medidas*) é uma seção do primeiro (*Conhecimentos Geométricos Prévios*). Os demais capítulos desta edição coincidem com os da original.

carga dos barcos; Sobre a arte de dirigir a nave; Segunda parte sobre a arte de navegar; Sobre a histiodromia ou a linha de rumo da nave.

Como podemos observar por tal índice, os problemas relativos à navegação, como, por exemplo, o de determinação da longitude, nortearam as escolhas de Varenius no que se refere à composição de sua obra. Para alcançar seu intento de compor um livro que servisse àqueles envolvidos com a arte de navegar ou aos interessados em estudar tal arte, adotou conhecimentos inovadores na época, como a cosmografia de Descartes (séc. XVII), as teorias de Copérnico (séc. XVI) e os estudos de geometria projetiva.

Jurin, nos apêndices que escreveu em sua edição da *Geografia Geral*, contesta a física de Descartes e a substitui pela física newtoniana, pois, segundo o prefácio daquele livro, esta “parece preferível àquela de Descartes devido ao método mais geométrico de suas conclusões” (1755, Tomo 1, p. XV).

No que se refere às teorias de Copérnico, segundo Capel (1974, p. 40), este teria sido o primeiro livro de geografia a adotá-las. Apesar de Nicolau Copérnico ter publicado seu livro *Sobre as Revoluções dos Corpos Celestes* em 1543, até o século seguinte, suas idéias sobre o sistema heliocêntrico ainda não eram bem aceitas no meio científico europeu, pois, por um lado, “perturbava a velha imagem das esferas cristalinas, concêntricas e fechadas, criadas por Deus e por ele mantidas em movimento” (BERNAL, 1969, p. 405); por outro, contradizia o senso comum que percebia o Sol e as estrelas girando ao redor da Terra. Além disto, criava um problema para a física, pois como explicar que a Terra poderia circular no espaço sem criar uma grande ventania e sem desviar a queda de corpos? Esta questão só foi respondida por Galileu em 1610. No entanto, as outras duas objeções ao heliocentrismo persistiam e, ainda depois de meados do século XVII, era possível encontrar defensores do sistema geocêntrico, como podemos observar pelo mapa celeste (fig. 1)⁸ publicado por Andréas Cellarius em Amsterdã, no ano de 1661:



Fig. 1

⁸ Fonte: STOTT (1992, p. 14 e 15)

Porém, Varenio explicita, em várias passagens de seu livro, que adota o sistema copernicano, como, por exemplo, nas seguintes: “as propriedades celestes são aquelas que nos afetam em razão do movimento **aparente** do Sol e das estrelas” (1755, Tomo 1, p. 5, grifo nosso); e no capítulo Sobre o lugar da Terra no sistema do Universo, afirma: “eles (os copernicanos) liberaram o Sol e as estrelas fixas do movimento anual de que falamos e atribuíram seu movimento **aparente** ao movimento **real** e anual da Terra ao redor do Sol e à inclinação de seu eixo” (1755, Tomo 1, p. 121).

Outro conhecimento, desenvolvido há pouco na época de Varenio e utilizado por ele, foi a geometria projetiva ou, segundo o texto da *Geografia Geral*, o estudo “das leis da perspectiva”. Considera-se que foi Desargues (1591-1661) quem primeiro estudou matematicamente os problemas colocados pelos artistas do Renascimento e pelos cartógrafos acerca da perspectiva, publicando seus trabalhos em 1639. É na parte dedicada à cartografia que Varenio aplica aquele conhecimento. Segundo ele (1755, Tomo 2, p. 11), “o problema se propõe assim, em termos matemáticos. Tendo a situação de um plano infinitamente expandido, representar os lugares da Terra, segundo as leis da perspectiva”.

No entanto, na *Geografia Geral*, Varenio não recorre apenas a teorias que, na época, eram inovadoras, mas também utiliza a história da ciência e, em particular, a história da matemática com finalidade didática. Tal finalidade, como veremos, se explicita em várias passagens, como por exemplo, a seguinte:

Considera-se esta questão [sobre a medida da Terra] tão útil e vantajosa, que os maiores gênios se exercitam nela há muitos séculos e têm-se composto volumes inteiros apenas sobre ela. Este é o porquê que eu creio prestar serviço àqueles que estudam geografia, ao trazer uma breve história da medida da Terra (VARENIO, 1755, Tomo 1, p. 74).

A seguir, faremos uma breve análise sobre a utilização da história da matemática no livro I do *Geografia Geral*.

A história da matemática no livro *Geografia Geral*

A história da matemática se faz presente no corpo do texto do livro I, principalmente nos seguintes capítulos: Proposições da geometria e da trigonometria que são usadas na geografia; Sobre diferentes medidas; Sobre a forma da Terra; Sobre o movimento da Terra; Sobre o lugar da Terra no sistema do Universo. Varenio não coloca a história apenas como um apêndice do texto, sem qualquer relação direta com os conteúdos abordados no livro; ao contrário, ela faz parte das argumentações e dos procedimentos abordados pelo autor.

Também em notas de rodapé da *Geografia Geral* a história da matemática está presente, porém, devido ao fato de as edições, com exceção da de Jurin, não explicitarem quem são os autores de tais notas, optamos aqui por não considerá-las em nossas análises, apesar de expô-las ao leitor.

A seguir, iremos descrever algumas passagens em que a história da matemática se destaca no livro I e as enumeraremos para facilitar a sistematização da análise que faremos nas considerações finais.

Para justificar a necessidade do estudo prévio de geometria em seu livro – indo ao encontro, portanto, da filosofia de Descartes, que pressupunha que

todo conhecimento estava embasado na razão e na geometria (cf. DESCARTES, 1996) –, Varenio recorre primeiro à autoridade de Platão e em seguida à história do ensino das “partes da filosofia”:

Platão chama com razão a geometria e a aritmética, as duas asas com a ajuda das quais o espírito do homem se eleva e alcança o conhecimento dos movimentos e das propriedades dos corpos celestes. Estas ciências não são menos úteis para a geografia, se se quer entender sem obscuridade suas partes (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 21) (I)

Não buscaremos permitir o mau hábito que têm os jovens de se aplicar imprudentemente às outras partes da filosofia, sem ter um conhecimento, ao menos superficial, da aritmética e da geometria. Isto, freqüentemente, é mais uma falta de seus mestres do que ignorância deles mesmos, e por conseqüência, nós teremos o cuidado de nos colocar contra este mau costume (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 22) (II).

Esta última passagem nos faz recordar a pouca ênfase dada ao ensino de matemática e à primazia do ensino das humanidades nas escolas européias da época. No século XVII, tal ensino sofreu críticas, por exemplo, de Descartes que, no *Discurso do Método* (1637), afirmou que, ao estudar em La Flèche, recebeu uma educação embasada nas Letras e humanidades, o que só lhe causou confusão. Pelas citações acima, observamos que Varenio também se coloca contra este tipo de ensino e acredita na importância da matemática para que a geografia seja compreendida de modo racional, ou seja “sem obscuridades”.

No capítulo sobre as proposições de geometria euclidiana, Varenio restringe-se àquelas necessárias ao estudo da esfera. São definidos linha, reta, círculo, diâmetro, raio, arco da circunferência e complemento e suplemento de um ângulo. A seguir são propostos alguns problemas e, entre eles, o da determinação do perímetro da circunferência, dado o diâmetro. Neste problema, Varenio faz uma referência histórica sobre o valor de pi nos trabalhos de Arquimedes.

A solução deste problema depende da proporção do diâmetro à circunferência, que é mais ou menos de 7 para 22, como Arquimedes demonstrou, ou mais exatamente, como 10.000.000.000 está para 31415926535 (VARENIO, 1755, Tomo 1, p. 28). (III)

É interessante observar que, à época de Varenio, ainda não havia sido demonstrada a irracionalidade de pi. Mas, nesta passagem da *Geografia Geral*, há uma nota de rodapé ressaltando que o perímetro da circunferência e seu diâmetro são incomensuráveis. Tal nota remete o leitor aos trabalhos de André Metius⁹, que teria chegado ao valor de pi como $\frac{355}{113}$; de Van Ceulen¹⁰, que havia chegado a 35 casas decimais do valor de pi; e de Abraham Sharp, que alcançou

⁹ Engenheiro que viveu na Holanda (c. 1543 – c. 1620) e, entre outros estudos, desenvolveu o valor de pi acima citado. Seu filho tinha este mesmo nome e, segundo Smith (1958, p. 340), publicou os trabalhos do pai.

¹⁰ Ludolf van Ceulen (1540-1610) foi um matemático nascido na Alemanha, mas que passou a maior parte de sua vida na Holanda. Estudou em Breda, Amsterdã e em Leiden.

70 casas decimais. Também é observável a maneira utilizada para se referir às frações decimais, ou seja, 10.000.000.000 está para 31415926535, ainda sem o uso da vírgula para separar a parte inteira da não inteira do número.

No capítulo sobre as diferentes medidas, Varenio nos traz a relação entre diferentes medidas lineares que foram historicamente utilizadas e apresenta, com o mesmo grau de importância, tanto as medidas da Antiguidade, quanto as do século XVII.

O pé é uma medida da qual quase todos fazem uso, mas ela não tem para todos o mesmo tamanho. Os matemáticos medem freqüentemente com o pé de Rhin de Snellius. [...] A vara e a milha são medidas que se formam pela repetição do pé. [...] Tais são as medidas que os holandeses se servem na geografia. Nos resta falar de algumas outras, por exemplo, daquelas dos antigos gregos, romanos, persas, egípcios e mesmo de alguns outros povos modernos como turcos, poloneses, alemães, moscovitas, italianos, espanhóis, franceses e ingleses.

O estádio dos gregos tem 600 de seus pés que são 625 pés romanos ou de Rhin. [...] A milha alemã, que os geógrafos estimam sobre o pé de 15 por um grau, contém 22800 pés de Rhin, 4000 passos ou 32 estádios. [...] A milha romana, ou italiana é de 1000 passos. [...] A 'parasangue' ou milha persa é estimada em 30 estádios, ou 3000 passos persas. A milha da Frana está para a milha de Rhin como 19 para 25, e a da Espanha como 19 para $27\frac{1}{2}$, mas há milhas diferentes em diferentes locais na França e na Espanha. [...] Conta-se 10 milhas indianas por um grau. Enquanto os indianos calculam ordinariamente as distâncias por dia e por horas. Os chineses têm três medidas para suas viagens; eles às denominam Li, Pu e Vchan (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 37 a 42). (IV).

O autor de *Geografia Geral* também se preocupa em mostrar as controvérsias que existem sobre a história das medidas e levanta hipóteses para explicar tais diferenças:

A 'shene' ou milha egípcia, segundo Heródoto, contém 60 estádios, e somente 40, segundo Plínio. Pode ser que seus tamanhos sejam diferentes em certos lugares, ou que o estádio destes autores seja diferente, ou mais provavelmente, que seus livros estejam corrompidos (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 40). (V).

Para argumentar a favor da esfericidade da Terra, Varenio embasa-se novamente na história. Contrapõe as idéias dos pensadores que, no decorrer da história, afirmaram que ela seria um plano limitado por um círculo, com as daqueles que afirmam que a Terra seria uma esfera. Entre os primeiros coloca

Lactancio¹¹ e vários padres têm este ponto de vista, eles sustentavam obstinadamente que a Terra estaria infinitamente estendida sobre uma base e se apóiam sobre diferentes razões. Algumas passagens da Escritura que eles não entenderam ou que interpretaram mal os têm lançado neste erro. Pretende-se que Heráclito, o antigo filósofo, pensava o mesmo, enquanto outros

¹¹ Lucio Cecilio Firmiano Lactancio (c. 250 a 317), teólogo que nasceu no Norte de África.

afirmam que ele daria à Terra a figura de um barco (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 45 a 46). (VI).

Depois deste trecho, Varenio expõe os argumentos *a priori* de Aristóteles a favor da esfericidade da Terra e os refuta. Propõe, em lugar deste tipo de argumento, justificativas embasadas em experiências, tais como as da medida da circunferência da Terra e da observação da forma da Terra propiciada pelos eclipses e afirma:

Não se sabe ao certo quem foi o primeiro a achar que a Terra era redonda, mas é certo que esta opinião é muito antiga, pois quando Alexandre tomou a cidade da Babilônia encontrou predições de eclipses muitos anos antes de Jesus Cristo. Isto não se pode fazer sem que se conheça a forma da Terra. Não se pode crer que o grego Tales também o tenha ignorado, já que predisse um eclipse¹² (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 71 a 72). (VII).

As notas de rodapé que acompanham este trecho, escritas com certeza após a morte de Varenio, expõem as, então, novas descobertas sobre a forma da Terra, as expedições feitas ao Peru para constatar esta forma e os debates entre os seguidores de Newton e os de Huygens sobre este assunto.

O capítulo seguinte, Sobre a medida e grandeza da Terra, relata e analisa os diferentes procedimentos utilizados nas diversas épocas para medir a circunferência da Terra, tais como os dos árabes, de Eratóstenes, de Possidonio e o de Snell. Segundo Varenio,

Diógenes Laércio louvou Anaximandro, discípulo de Tales de, entre diversas descobertas astronômicas, ter sido o primeiro a determinar o perímetro ou circuito do globo terrestre. [...] Malgrado o testemunho único de Diógenes Laércio, nós ignoramos absolutamente por qual invenção, por qual arte ou método, Anaximandro teria feito esta medida, por isto Eratóstenes que realizou esta empresa após ele e que viveu dois séculos a. C. possui o justo título de ter sido o primeiro e mais exato de todas aqueles a buscar a medida da Terra. [...] Strabo nos dá precisamente o que contém os três livros que Eratóstenes escreveu sobre geografia e que estão perdidos (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 74 a 75). (VIII).

Nas notas de rodapé neste trecho, escritas por Jurin, ficamos sabendo o método utilizado por Cassini (séc. XVIII) para calcular a medida da circunferência da Terra.

Para corroborar sua tese do movimento da Terra, Varenio recorre, novamente, à autoridade dos pitagóricos:

O movimento pitagórico ou circunvolução da Terra é, segundo os copernicanos, a causa das mudanças que nós vemos nas aparências celestes. [...] Se crê que a Terra esteja fixa ou em repouso e que as estrelas se movimentam com os céus: este é ainda o sentimento dos astrônomos que adotam o sistema de Ptolomeu. Mas, os antigos pitagóricos sustentavam que as estrelas guardavam constantemente o mesmo lugar e que a Terra fazia sua revolução ao redor de seu centro, tal foi a opinião do famoso Aristarco de Samos (VARENIO, 1775, Tomo 1, p. 116 a 119). (IX).

¹² Atualmente, há controvérsias sobre se Tales realmente teria predito um eclipse ou não.

Observamos, nesta passagem, que Varenio utiliza a autoridade dos antigos pitagóricos para se contrapor ao geocentrismo, teoria dominante na época, como já discutimos aqui anteriormente.

A nota de rodapé inserida neste trecho afirma que não foi Pitágoras o primeiro a afirmar o movimento da Terra, mas o pitagórico Filolau. Esta nota também se refere aos trabalhos de Ptolomeu (séc. II), de Tycho Brahe (séc. XVI) e de Kepler (séc. XVII).

Pelas passagens citadas aqui, percebemos a importância conferida por Varenio à história da ciência no estudo de geografia, história esta que assume diferentes utilizações no texto da *Geografia Geral*.

Considerações finais

O livro *Geografia Geral* é uma fonte importante de pesquisa para a área de história e educação matemática, pois nos indica alguns conhecimentos históricos do século XVII e o uso dos mesmos em manuais de ensino.

Ao analisarmos a história da matemática inserida nesta obra, podemos perceber que aquela assume diferentes funções, o que não significa que tais funções observadas por nós, atualmente, sejam as que Varenio tinha em mente quando fez tal uso.

Podemos inferir que a história da matemática e a da educação são invocadas na *Geografia Geral* para:

- a) Recorrer à autoridade dos antigos sábios, de modo a justificar as escolhas teóricas do autor, como observamos nas citações I, VI, VII VIII e IX.
- b) Justificar o método pedagógico utilizado no livro, como em I e II.
- c) Expor o desenvolvimento dos conceitos, por exemplo, as citações de III a IX.
- d) Explicar conceitos, métodos e procedimentos utilizados pela geografia, como em IV e VIII.
- e) Explicar a diversidade de conhecimentos matemáticos, por exemplo, em III e IV.

Uma última observação a ser feita é que, após este trabalho, podemos concluir que, ao contrário do que se afirma em textos sobre o uso da história na educação matemática (cf. MIGUEL e MIORIM, 2004; BRITO et al, 2005), Clairaut (séc XVIII) não teria sido o primeiro escritor a utilizar a história da matemática em uma obra sobre matemática, pois precisamos considerar que as delimitações da matemática, como campo do saber, eram diferentes naquela época, como pudemos observar pela definição de geografia dada por Varenio. Isto conduz à necessidade de outras pesquisas que busquem especificar quais outros campos eram considerados parte da matemática no início da Idade Moderna e se o recurso à história era, ou não, uma constante nestas áreas.

Referências bibliográficas

BAKER, J. N. L. *The Geography of Bernhard Varenius*. Transactions and Papers of Institute of British Geographers. Vol XXI. P. 51-60, 1955.

BERNAL, J. D. *A ciência na história*. Tradução Antonio Neves Pedro. Lisboa: Ed. Livros Horizonte, 1969, 3 volumes.

BOYE, A. e LEFORT, X. *Mesurer aussi bien la Terre que le ciel*. Rochelle: IREM, 1988, 82 p.

BRITO, A. J. O quadrvium na obra de Isidoro de Sevilha. 1999. 150 p. *Doutorado* (Educação Matemática). FE/UNICAMP, Campinas.

BRITO, A. J., CARVALHO, D. L., MIGUEL, A. e MENDES, I. A. *A história da matemática em atividades didáticas*. Natal: Ed. UFRN, 2005, 153 p.

CAPEL, H. *Varenio: Geografia general*. Barcelona: Ediciones de la Universidad de Barcelona, 1974, 144 p.

DESCARTES. *Coleção Os Pensadores*. Tradução: J. Guisburg e Bento Prado Jr. S Paulo: Nova Cultural, 1996, 431 p.

KLINE, M. *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*. Vol I. Madrid: Alianza Universidad, 1992, 3 volumes.

MIGUEL, A. e MIORIM, M. A. *História na educação matemática*. Belo Horizonte: Autentica, 2004, 198 p.

PUISIEUX, P. F. A monseigneur Le Comte D'Argenson, Ministre & Secretaire d'Etat de la Guerre. In VARENIO, B. *Geographie General*. Tradução: Puisieux. Paris: Chez Vincent et Lottin, 1755, 4 volumes.

SARTON, G. *Hellenistic Science and culture in the last three centuries B. C*. NY: Dover, 1993, 554 p.

SMITH, D. E. *History of mathematics*. Vol. I. NY: Dover Publications, 1958, 596p.

STOTT, C. *Cartas celestes: antigos mapas do céu*. Tradução Máximo Ferreira. Lisboa: Dinalivros, 1991, 128 p.

TEIXEIRA, M. V. *Mapeando a Terra e o Universo: Uma breve História do Nascimento da Cartografia*. Coleção História da matemática para Professores. Lígia Arantes Sad (org). Brasília: SBHMat, 2005, 50 p.

ZETETIKÉ- Cempem – FE – Unicamp – v. 14 – n. 26 – jul./dez. - 2006

VARENIO, B. *Geographie General*. Tradução: Puiseux. Paris: Chez Vincent et Lottin, 1755, 4 volumes.