

## Informatização no Ensino da Matemática: investindo no ambiente de aprendizagem

Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda <sup>1</sup>

Prof. Dr. João Bosco Laudares <sup>2</sup>

**Resumo:** Este texto objetiva mostrar e discutir questões do ensino de matemática assistido pela tecnologia, principalmente a computacional, na área de estudo e pesquisa da educação matemática e no contexto da educação tecnológica. Apresenta algumas reflexões sobre a informatização da matemática em curso de graduação, em grupos de estudo e pesquisa do uso das novas tecnologias, especialmente do computador, com destaque para uma iniciativa, em fase de implantação, no Departamento de Matemática e Estatística – DME — da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC Minas —, no Brasil.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Educação Matemática. Informatização da Matemática.

### Informatics in Mathematics Teaching: investing in the learning environment

**Abstract:** This paper aims to show and discuss some questions in the studies and researches of mathematics teaching assisted by technology, mainly at the computing area, and in the context of technological education. It shows some considerations of the mathematical computerization at undergraduate courses, study and research groups about the use of new technologies, especially of the computers, with eminence for an initiative in progress in the Mathematics and Statistic Department – DMS of the Pontifícia Catholic University of Minas Gerais - PUC Minas – Brazil.

**Key words:** Mathematics Education. Mathematics teaching. Informatics in Mathematics.

### Educação matemática no contexto da educação tecnológica

A proposta deste texto é trazer algumas reflexões sobre o processo de informatização na prática educativa com o ensino de matemática em cursos de graduação de ciências exatas aplicadas. A ciência aplicada efetiva-se pela análise quantitativa e qualitativa do fenômeno. Observar, descrever, analisar e, essencialmente, “medir” constituem ações científicas, que em sua síntese são uma matematização da realidade.

Uma relação entre o processo de produção e as demandas da sociedade, numa constante intervenção intencional na realidade, baseada na atividade prática, produz construções mentais, que são componentes da estrutura do saber científico ou a gênese do que se denomina teoria.

Assim, pela práxis, ação intencional, refletida e transformadora, o homem busca a criação de instrumentos com justificativas teóricas, na construção de artefatos. Esses

---

<sup>1</sup> Doutor em Tratamento da Informação Espacial – PUC Minas e FEA-FUMEC – Departamento de Matemática e Estatística / Docente de Cursos de Graduação e do Mestrado em Ensino de Matemática – Av. Dom José Gaspar, 500 – prédio 34 – sala 103 – Coração Eucarístico – Belo Horizonte/MG – CEP: 30535-901 – dimasfelipe@superig.com.br

<sup>2</sup> Doutor em Educação – PUC Minas e CEFET-MG – Departamento de Matemática e Estatística / Docente de Cursos de Graduação e do Mestrado em Ensino de Matemática – Av. Dom José Gaspar, 500 – prédio 34 – sala 103 – Coração Eucarístico – Belo Horizonte/MG – CEP: 30535-901 – jblaudares@terra.com.br

artefatos são instrumentos para maior eficiência no processo de intervenção física no trabalho, na natureza e no meio ambiente. Inicialmente, a elaboração do artefato-ferramenta, uma extensão do corpo, foi edificada, na prática, de maneira rudimentar, sem muita reflexão. A elaboração mental era revertida, na prática, pela conformação e pelo ajustamento, a partir da atividade laboral e do acúmulo de experiência, o que foi denominado empirismo.

Ao trabalhar, o homem procura exercer sua capacidade não só manual, mas também intelectual sobre o objeto de sua atividade. Então, as ações empíricas vão requerendo modelos que dêem conta do real, de seus movimentos, por meio da idealização, num processo abstrato e reflexivo do saber teórico, a preceder a atividade concreta, dando origem à melhor maneira da elaboração, denominada técnica.

Portanto, na otimização processual de trabalho, a ciência hoje antecede a concretude operacional. A realização técnica fica precedida de um planejamento, com base numa estruturação mental, a resultar uma prescrição com origem na lógica, na sistematização e na teorização. A técnica passa a ter origem não só empírica, mas também científica.

Para consolidação dessa transição da prática empírica e experimental para a prática técnica cientificada, há exigência de mudança de comportamento, de atitude e de habilidades individuais e coletivas. Para tanto, necessita-se de uma nova educação a privilegiar uma qualificação técnico-científica para o trabalho, uma educação tecnológica, na convivência de uma sociedade tecnicizada, isto é, inserida numa cultura técnica.

Nessa atual sociedade do conhecimento, onde o científico está vinculado ao raciocínio causal, organizado, sistêmico e lógico, a Matemática acontece como requisito conceitual científico. Se fazer ciência é matematizar os fenômenos, realizando sua leitura e compreensão pelo raciocínio lógico-dedutivo, essência da estruturação Matemática, a educação tecnológica ou para tecnologia se faz numa interação estreita com a Educação Matemática. (LAUDARES, 2004: p. 297).

Nessa interação tecnológica com a matematização da realidade, a educação matemática apropria-se da Etnomatemática, segundo D'Ambrósio (1998), tomando os princípios socioculturais, atualmente, de uma sociedade tecnicizada, e utiliza a modelagem, segundo Bassanezi (2002), para interpretação do real e do fenômeno, através do instrumental matemático. Isto constitui o fundamento pedagógico para a Educação Tecnológica e a Educação Matemática, que se integram no processo educacional pela ação efetiva do educador matemático e do educador tecnológico. Ambos estão a serviço da formação e da capacitação do homem para sua inserção social no mundo do trabalho e sua integração cultural, para viver numa sociedade impregnada da ciência e da técnica, numa constante evolução, e a exigir integração de conteúdos e até mais do que a multi e a interdisciplinaridade apenas.

Enquanto os instrumentos de observação (aparelhos-artefatos) e de análise (conceitos e teorias – mentefatos) eram limitados, o enfoque interdisciplinar mostrava-se satisfatório. Mas com a sofisticação de novos instrumentos de observação e de análise,

que se intensificou em meados do século XX, vê-se que o enfoque interdisciplinar tornou-se insuficiente. A ânsia por um conhecimento total, por uma cultura planetária, não poderá ser satisfeita com as práticas interdisciplinares. Da mesma maneira, o ideal de respeito, solidariedade e cooperação entre todos os indivíduos e todas as nações não será realizado só com a interdisciplinaridade. (D'Ambrósio, 1999, p.34).

Neste contexto, a educação matemática não se realiza sem a educação tecnológica. A escola é uma instituição social. Daí, sofre intervenção do contexto no qual se insere e, se a sociedade moderna está definida e estruturada pela tecnologia, todas as suas instituições passam a ser delineadas com parâmetros tecnológicos. Assim, conseqüentemente, a escola não está isenta desta influência. Entretanto, sua estrutura é tradicionalmente conservadora. Porém, é impossível recusar o conhecimento tecnológico trazido pelos estudantes, que convivem com a técnica no seu meio social, e pelas empresas de informática, produtoras de instrumentação para aprendizagem em todas as áreas.

Desta forma, professor e estudante, com a mediação da tecnologia, aprendem a matematizar

Matematizar significa, em princípio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entender; conseqüentemente a matematização deve ter um papel importante no processo educacional: ambos, estudantes e professor, devem estar envolvidos no controle desse processo. Porém, é importante notar que o controle em questão tem certos limites, porque os estudantes têm de criticar dentro de uma situação pré-estabelecida. Segue daí que a orientação-ao-processo trabalha com o conceito limitado de competência crítica e não com o conceito mais amplo, que atribui competência crítica aos estudantes. (Skovsmose, 2001, p. 26)

Contudo, o professor ainda teme as mudanças. Resiste em trocar uma aula expositiva, considerada por ele um meio eficaz, por um processo mais participativo do estudante, isto é, resiste em adotar uma postura de “orientador” da construção do conhecimento, em substituição à metodologia do “doador” na transmissão do saber, ainda que a sociedade informacional lhe ofereça possibilidades e recursos tecnológicos para facilitar a mediação didática com uso de ferramentas desenvolvidas pela eletrônica e pela microeletrônica.

A sociedade e a tecnologia estão integradas e a tecnologia tornou-se o aspecto dominante da civilização. A matemática é o sustentáculo lógico do processamento da informação, e o pensamento matemático é também a base para as atuais aplicações da tecnologia da informação. De fato, todas as aplicações de um computador podem ser vistas como uma aplicação de um modelo matemático simples ou complexo. Portanto, de um ponto de vista lógico, a tecnologia da informação não representa uma nova forma de manipulação formal; mas é uma enorme extensão dessas manipulações. O efeito dos computadores é a colonização de todas as áreas da vida pelas aplicações de métodos formais. É isso que caracteriza a sociedade da informação. (Skovsmose, 2001, p. 76 e 77).

É salutar uma mudança na postura didática do professor de matemática, apontando a presença da matemática como um recurso assumido, explícita ou implicitamente, pela sociedade, pois, conforme concluiu Skovsmose (2001), a matemática está formatando essa sociedade.

O mesmo autor faz uma distinção entre o conhecimento tecnológico e o matemático. Este último refere-se à competência em reproduzir raciocínio matemático e ao domínio de variedades de algoritmos. Já o tecnológico cultiva habilidades de modelar, aplicar a matemática na construção de objetos técnicos. Neste contexto, no caminho da educação matemática, o conhecer reflexivo é realçado na integração do conhecimento matemático e tecnológico.

#### Ambientes informatizados de aprendizagem

Se a sociedade atual é tecnicizada e informacional, suas instituições atuam com mediações tecnológicas. Portanto, a escola, como uma instituição de formação humana e de iniciação à qualificação profissional, inserida nas relações sociais e produtivas, deve mudar e descobrir na cultura novos caminhos para uma renovação científica da pedagogia e dos processos metodológicos. Os agentes que fazem a escola — dirigentes, professores e estudantes —, pressionados pela entrada de novos insumos à didática de ensino/aprendizagem, são conduzidos e impelidos a uma reconstrução. Exige-se do professor uma reconstrução de suas qualificações, a partir de competências e para garantir inovações contínuas, com aquisição de habilidades cognitivas individuais que trarão reflexos no coletivo.

Uma permanente renovação metodológica demanda um suporte institucional com propostas de políticas e programas de capacitação e reciclagem, além de condições adequadas de trabalho docente e ambientes propícios ao acesso e à produção no contexto das novas tecnologias. Daí resulta a necessidade de outros espaços físicos para a ação acadêmica, não mais reduzidos à tradicional sala de aula, mas um ambiente informatizado e de uso intensivo, em que se realize o processo ensino/aprendizagem. O processo de construção de conhecimento nessa nova realidade acontece quando se integra criticamente a tecnologia de informática no processo educativo, onde o computador, como recurso pedagógico, não goza de autonomia para conclusão do processo ensino/aprendizagem; o que se pretende, então, é que o computador seja incorporado aos ambientes da escola, como uma tecnologia intelectual de grande potencial. (Costa e Oliveira, 2004, p. 120).

Com nova postura do professor e ambiente propício à mudança, a ação docente não permanece mais no centro do processo do ensinar/aprender. O professor é impelido a converter-se em mediador, a mostrar aos alunos os caminhos para atingir a autonomia em relação ao conhecimento. Assim, ambiente e professor integrados são constituintes de um espaço escolar adequado ao desenvolvimento da didática, na perspectiva de mais formação e não apenas informação.

### Questões da didática da aula de matemática assistida pela tecnologia

O professor de matemática, seja da educação básica, seja da educação superior, tem como premissa didática o uso da técnica da aula expositiva essencialmente discursiva, às vezes dialogada. A formação universitária, principalmente dos professores graduados anteriormente à década de 80, fez-se sem o uso da tecnologia. O tratamento dado ao conteúdo é, essencialmente, de transmissão. Assim, a tarefa do professor é transmitir um conhecimento ou traduzir, para o aluno, a teoria apresentada no texto.

A abordagem metodológica do ensino da matemática pode ser trabalhada baseada em dois pilares:

o entendimento conceitual da teoria;

a operacionalização pelos algoritmos e pelos modelos (fórmulas) matemáticos.

Tanto o “conceitual” quanto o “operacional” são doados aos estudantes pelos professores, via discurso e repetição. A transcrição pelo professor no quadro, hoje branco com o pincel (substituto do giz), e a cópia pelo aluno no seu caderno de anotações define a metodologia mais comum. Esta foi a demonstração da técnica de ensino mais usual do professor da PUC Minas, em pesquisa levantada pelo seu Programa de Avaliação – PROPAV (2004). Levantamentos em outras instituições não seriam diferentes.

A partir destas considerações, algumas questões são levantadas. Inicialmente, um questionamento se faz com propósito de mudar o comportamento do estudante em sala de aula, deixando sua posição passiva de copista do conteúdo apresentado pelo professor, para ser agente ativo no uso do livro-texto, como estudante. Assim, a primeira ferramenta tecnológica a ser usada no processo ensino-aprendizagem é o livro-texto. Nessa perspectiva, o professor cria atividades a serem trabalhadas pela leitura do livro-texto ou de outros relacionados na bibliografia.

Assim, na sala de aula, promove-se uma transformação do processo transmissão/recepção para orientação/ativação. Desta forma, a mudança de ambiente, com o uso da tecnologia computacional, é facilitada por um procedimento já ativado pelas atividades com o livro-texto. Mas esta passagem (conexão) da sala de aula para o laboratório não se realiza de uma forma linear, direta e consentida. Uma questão, colocada pelo professor, principalmente o universitário, é de que a matemática na sua teoria, para a compreensão dos conceitos de Cálculo, Geometria ou Álgebra, não precisa ser assistida pelo computador, pois os programas computacionais são boas ferramentas para Cálculo Numérico e Estatística, mas não são suportes na aprendizagem da teoria.

O professor na sua concepção pedagógica questiona o potencial do *software* para o entendimento conceitual e dos algoritmos. Pode-se, então, perguntar:

O professor acredita que pode substituir seu discurso e a cópia do aluno em sala de aula por uma instrução dirigida para o aluno estudar em sala de aula?

O estudante quer sair da sua posição passiva de “copista” na sala de aula para, na posição ativa de ler o livro, usar o computador?

O professor confia na tecnologia da informática como recurso metodológico, além de seu discurso?

Freqüentemente, também nos cursos de graduação, os docentes recusam a ida ao laboratório computacional, alegando que possuem um Plano de Ensino e uma carga horária para cumprir e a ida ao laboratório seria um dificultador no cumprimento do programa. Então, uma questão fundamental do processo ensino-aprendizagem refere-se à eficácia de se cumprir um programa, como função apenas do professor na abrangência discursiva do conteúdo estabelecido, sem considerar a aprendizagem do estudante. Logo, interroga-se quanto à essência da didática e quanto ao papel do professor: um informante de conteúdo ou um facilitador e orientador do processo de estudar?

Portanto, a questão principal que se faz ao professor, ciente de que o ambiente do homem é hoje uma sociedade altamente tecnicizada, é se a escola pode ficar fora deste contexto, privilegiando a didática com discurso oral e copista, sem o uso de tecnologia, ignorando que a aprendizagem se faz nas relações sociais do coletivo, na vivência, na experiência, pelo pensamento divergente, por meio da tensão e da reflexão na ação.

O docente como orientador/mediador de aprendizagem. O professor, com as tecnologias telemáticas, pode se tornar um orientador/gestor setorial do processo de aprendizagem, integrando de forma equilibrada a orientação intelectual, a emocional e a gerencial. O professor é um pesquisador em serviço. Aprende com a prática e a pesquisa, e ensina a partir do que aprende. Realiza-se aprendendo-pesquisando-ensinando-aprendendo. O seu papel é fundamentalmente o de um orientador/mediador. (Moran, Masseto e Behrens, 200, p. 30)

É imprescindível o estudo das experiências exitosas da informática educativa para que o professor acredite no potencial dos instrumentos da mídia e do computador como recursos didáticos no ensinar e no aprender. Assim, conhecer a potencialidade das novas tecnologias, acreditar no seu poder eficaz, criar disponibilidade e coragem para mudar são os ingredientes para uma nova didática produzir melhores resultados.

A partir destas reflexões teóricas, as quais trazem novos parâmetros e outros referenciais para o ensino da matemática e para a elaboração de produtos modernos destinados ao ensino, vê-se que uma nova função é destinada ao professor. É convidado a ir de repassador do saber a construtor do conhecimento, com a mediação da tecnologia e de toda sorte de recursos da mídia, atrelado a uma nova pedagogia de interação.

As reflexões e considerações teóricas, como aqui apresentadas, repensam caminhos e podem contribuir para correções de rotas e implementação de ações concretas que visem operacionalizar as demandas de uma nova forma de educar em matemática, com base na crítica e em novas proposições didáticas.

A instituição de um grupo de estudo e pesquisa em informática educativa para o ensino de matemática na PUC Minas

No Brasil, a informatização do processo de ensino-aprendizagem tem sido desenvolvida por professores/pesquisadores que já acreditam na potencialidade do computador como recurso didático. Várias experiências estão sendo concretizadas e já divulgadas em eventos científicos e em diversas obras.

Um exemplo recente é o lançamento, em 2004, de uma coletânea intitulada “Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores” e editada a partir de reflexões, relatos, propostas e resultados de pesquisas em diferentes cursos de graduação que possuem a matemática em seus currículos. Destacam-se, entre outros, os seguintes artigos:

Da saliva e pó de giz ao *software* de computação algébrica: a difícil adaptação dos professores de matemática às exigências da sociedade informatizada.

O ensino de matemática em um curso de engenharia de sistemas digitais.

O cálculo no curso de Arquitetura.

O programa pró-cálculo da UFRGS.

Utilizando recursos computacionais (planilhas) no ensino do cálculo de probabilidades.

A organizadora da coletânea, na apresentação da obra, declara:

O amplo rol de temas abordados e a diversidade de formação dos docentes autores reflete o panorama da docência em Matemática nas Universidades brasileiras. Pela excelência dos trabalhos e pela alta titulação dos participantes desta obra, vislumbramos as potencialidades para formar uma nova geração de cientistas, docentes e técnicos capazes de auxiliar no desenvolvimento da Ciência e Tecnologia no Brasil (CURY, 2004).

A educação matemática tem desenvolvido ações a partir de diferentes áreas de estudo, na busca da uma melhor efetividade didática, como: Etnomatemática, História da Matemática, Resolução de Problemas, Modelagem, Formação de Professores por Competências, Investigações Matemáticas em Sala de Aula, Novas Linguagens e Tecnologias, Ambientes Informatizados de Aprendizagem em Avaliação e Produção de *Software* Educativo. Uma atividade investigativa que vem sendo destacada e vem se revelando como tendência a se consolidar é o uso de novas tecnologias; especialmente do computador nas aulas de matemática teórico-conceitual, considerando-se que, na matemática aplicada, a utilização de *softwares* já é realidade.

No Brasil, segundo BORBA (2003), na área de Educação Matemática, grupos de estudos e pesquisas estão sendo criados com intensa atividade e produção, tais como:

GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, vinculado ao Departamento de Matemática da UNESP- Rio Claro<sup>3</sup>, coordenado pelo Prof. Marcelo de Carvalho Borba. O GPIMEM procura estudar a relevância do computador, de calculadoras gráficas ou de outros tipos de mídia da Educação Matemática. [www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html](http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html)

NIED - Núcleo de Informática Aplicada à Educação, vinculado à Universidade Estadual de Campinas e coordenado pela Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. Heloísa Vieira da Rocha e pelo Prof. Dr. José Armando Valente, congrega profissionais de várias áreas, preocupados com o papel da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem e tem como objetivo a pesquisa sobre o uso educacional do computador e potencial de sua expansão como ferramenta educacional. [www.nied.unicamp.br](http://www.nied.unicamp.br)

PGIE – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, coordenado pela Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Rosa Maria Viccari, apresenta como objetivo central propiciar estudos aprofundados na área de Informática na Educação, formando pessoal de alto nível para exercício das atividades de pesquisa, ensino e extensão. [www.pgie.ufrgs.br](http://www.pgie.ufrgs.br)

LEM – Laboratório de Ensino de Matemática, vinculado ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, coordenado pelo Prof. Leônidas O. Brandão, tem como principal objetivo desenvolver e difundir atividades para o ensino de Matemática, nas quais os alunos aprendam matemática usando o computador como ferramenta catalizadora desse processo. [www.ime.usp.br/lem](http://www.ime.usp.br/lem)

Projeto “NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO”, do Departamento de Métodos Matemáticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, coordenado pela Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Ângela R. dos Santos e pelo Prof. Dr. Waldeci Bianchini, pesquisa novas técnicas, métodos e ferramentas para uso de recursos computacionais para explorar aspectos gráficos, geométricos, numéricos e analíticos. [www.dmm,im,ufrrj.br/projeto/projeto.html](http://www.dmm,im,ufrrj.br/projeto/projeto.html)

O Departamento de Matemática e Estatística – DME - da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC Minas — instituiu o Grupo de Estudo e Pesquisa em Informática Educativa para o Ensino de Matemática – GEPIEM —, que investiga novas metodologias e estratégias para trabalhar com o conhecimento matemático, tendo como propósito criar ambientes informatizados para oportunizar aos alunos e professores a incorporação da linguagem e do método matemático. O grupo busca integrar as novas tecnologias (novas mídias) ao trabalho com o conhecimento matemático e já desenvolve estudos e pesquisa nas áreas de ambientes informatizados para o ensino da Matemática.

Adota como princípios norteadores:

---

<sup>3</sup> Universidade do Estado de São Paulo



As novas tecnologias oferecem melhores alternativas de trabalho com a Matemática. Sob a perspectiva de que mais vale uma educação voltada para o aprender do que para a mera aquisição de conteúdos específicos, considera-se como principal ganho resultante do uso dessas tecnologias conseguir que o ensino-aprendizagem em Matemática seja feito sob a perspectiva de construção-reconstrução, o que exige a efetiva e equilibrada participação de professor e de aluno.

O uso de Novas Tecnologias não pode significar mudança periférica no processo de trabalho com o conhecimento, repetindo o equívoco da escola na qual se usa a mera transmissão de informações, pois se apela para o excesso de conteúdos e valoriza-se, sobretudo, a cópia e a repetição. Assim, de acordo com Papert(1985),

algumas de nossas dificuldades em ensinar matemática de maneira culturalmente integrada devem-se a um problema objetivo: antes dos computadores, havia pouquíssimos bons pontos de contato entre o que é mais fundamental e envolvente na matemática e qualquer coisa existente na vida cotidiana. Mas o computador – um ser com linguagem matemática fazendo parte do dia-a-dia da escola, dos lares e do ambiente de trabalho – é capaz de fornecer esses elos de ligação. O desafio à educação é descobrir meios de explorá-los (p.68-69).

O emprego de Novas Tecnologias tem sentido na medida em que se confere aos alunos e aos professores o estatuto de sujeitos naturalmente investigativos.

Os Projetos em desenvolvimento são:

**Projeto 1** – Uso de ferramentas computacionais como suporte à metodologia de ensino de matemática superior no Laboratório de Cálculo – LABCAL

Os professores do DME, cientes desta situação, instalaram, em 1997, o laboratório para práticas de Cálculo, ou LABCAL. Os *softwares* usados são o MAPLE e o MATILAB, com o auxílio de programas computacionais com o objetivo da “usabilidade”, isto é, facilitar o uso da linguagem dos *softwares*.

**Projeto 2** – Um programa de estudo de cálculo num ambiente virtual.

A Educação à Distância – EaD — expandiu-se no Brasil e a PUC Minas, seguindo esta tendência, implantou seu programa de EaD com a oferta das disciplinas de Cálculo e Estatística.

**Projeto 3** – Tratamento informatizado de Cálculo Numérico - tem desenvolvido, há mais de 20 (vinte) anos, o conteúdo da matemática numérica através da preparação de atividades num laboratório computacional com o apoio dos *softwares* MATLAB e VCN (Virtual Cálculo Numérico), este último produzido em DELPHI pela equipe de professores da PUC Minas, disponível em [www.matematica.pucminas.br](http://www.matematica.pucminas.br).

**Projeto 4** – Tratamento informatizado de Estatística. Nos últimos três anos os professores de Estatística têm informatizado suas aulas no laboratório computacional, para tornar possível trabalhar os conceitos, a interpretação de resultados e os cuidados no uso dos métodos estatísticos. O *software* utilizado é o MINITAB.

Em 1997, o DME iniciou um trabalho de redesenho do ensino de Cálculo e Geometria Analítica, buscando uma nova metodologia que integrasse os recursos computacionais que já vinham sendo utilizados no estudo do Cálculo Numérico e que também já começavam a ser implantados nas disciplinas de Estatística.

A nova metodologia para o ensino-aprendizagem de alguns tópicos das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e Geometria Analítica e Álgebra Linear foi implantada com material didático concebido pelos professores do DME. O desenvolvimento desse material didático iniciou-se em agosto de 1998, com uma extensa pesquisa na literatura, incluindo acesso via Internet a várias universidades brasileiras, americanas e européias que já utilizavam um método semelhante. Foi necessário também um estudo dos *softwares* pertinentes ao conteúdo para a escolha de um mais adequado à proposta da metodologia. Desta pesquisa resultou a primeira versão do material didático aplicado às turmas do curso de Engenharia, no primeiro semestre de 1998. Este material didático é freqüentemente revisado e adequado à metodologia proposta.

Após dois anos de experiência da primeira versão do material didático para execução de atividades no LABCAL, preocupações e discussões pelos professores do DME trouxeram ansiedade ao trabalho no laboratório. Dentre os muitos questionamentos levantados, são relevantes:

Qual o papel do computador no Ensino do Cálculo Diferencial e Integral? O computador substitui o professor? Que razões tornam o computador uma ferramenta necessária para o estudo da matemática? Quais são as contribuições que o computador traz para a eficiência e eficácia do ensino? Que valores o computador traz para a didática e o que acrescenta às técnicas de ensino?

A partir destes questionamentos, foi apresentada uma proposta de investigação e de estudo contínuo na área da informática educativa, pesquisando o uso do computador como instrumento da metodologia para o ensino da matemática na graduação.

#### O trabalho no LABCAL – informatização do cálculo I

A disciplina Cálculo Diferencial e Integral I aplicada aos cursos de Engenharia e Ciência da Computação do *campus* Coração Eucarístico da PUC Minas perfaz um total de 90 horas-aula (seis créditos), divididas em três encontros semanais de duas horas-aula.

**Na fase inicial do projeto** (1º. e 2º. semestres de 1998 e 1º. semestre de 1999), as atividades de laboratório desta disciplina demandavam 1/3 de sua carga horária total (30 horas aula), através de um encontro semanal. Tais atividades cobriam diversos tópicos da ementa da disciplina e consistiam de estudos dirigidos semi-estruturados: as atividades eram elaboradas por um grupo de professores do DME, mas não eram totalmente rígidas; havia certo grau de liberdade para o professor acrescentar mudanças e/ou variações.

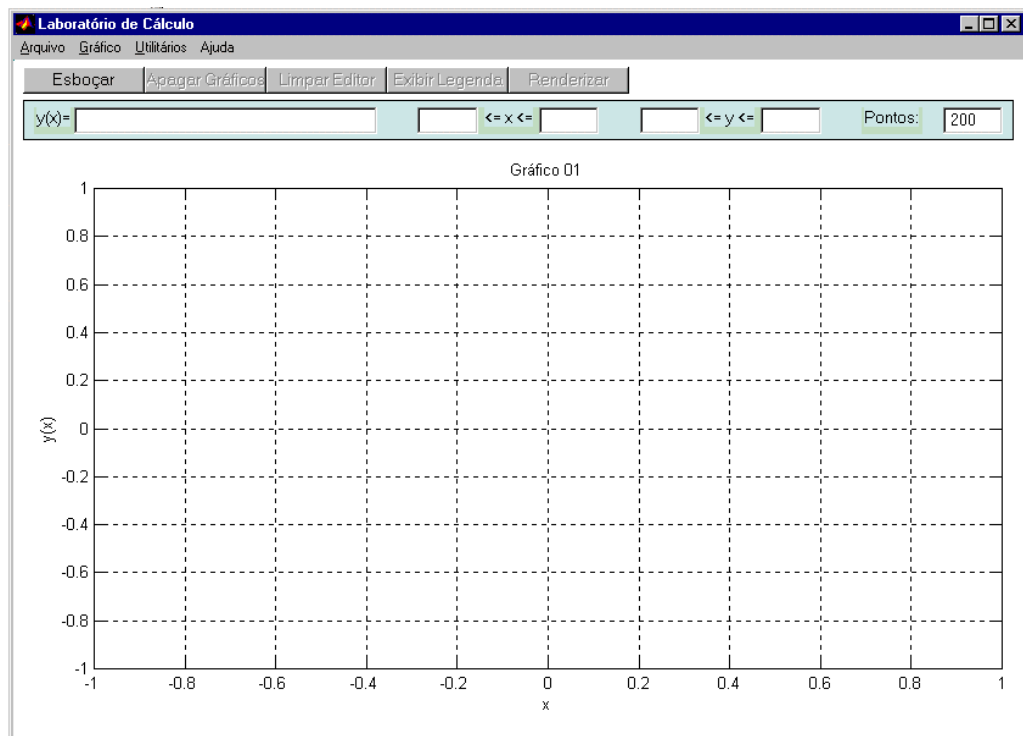
Devido às limitações físicas do laboratório, apenas 30 computadores estavam disponíveis e os alunos realizavam as atividades em duplas (as turmas de Cálculo

Diferencial e Integral I possuíam em torno de 50 a 60 alunos). Nestas atividades o aluno fazia um estudo resumido da teoria do tópico abordado, algumas vezes com o auxílio de mídias computacionais (hipertexto, gráficos, animações), e em seguida era proposto a ele solucionar uma série de problemas de verificação de aprendizagem. Para essa resolução, o aluno utilizava como auxílio o *software* Maple, um poderoso Computer Algebraic System – CAS (Sistema Algébrico de Computação) —, capaz de realizar manipulações numéricas e simbólicas, álgebra vetorial, gráficos bi e tridimensionais.

Após cada semestre eram realizados pequenos seminários de avaliação dos trabalhos. Nestes seminários da primeira etapa os professores da disciplina identificaram as seguintes dificuldades:

- sintaxe do *software*. O *software* Maple possui um *prompt* de comandos (no estilo antigo do Unix e DOS), onde o usuário deve digitar o comando para sua execução. Ocorre que a sintaxe do Maple não coincide com a sintaxe matemática padrão. Os professores relataram então uma grande dificuldade dos alunos em transcrever a sintaxe padrão da matemática para a sintaxe própria do Maple;
- carga horária. Nas atividades de laboratório a ênfase está no aspecto conceitual do tema; as manipulações algébricas não são priorizadas. Os professores relataram, então, falta de tempo em sala de aula para o tratamento tradicional dos tópicos da disciplina.

**Na segunda fase do projeto**, para contornar os problemas levantados, o grupo de trabalho adotou as seguintes providências, implementadas no 1º semestre de 2004: mudança do *software* Maple para o *software* Matlab. Para contornar as dificuldades com sintaxe foi criada uma interface (máscara) denominada LabCal, mostrada na Figura 01, e executada a partir do próprio Matlab. Nesta interface o estudante pode executar comandos de forma mais simplificada e interativa, através de menus e botões, e então concentrar-se na análise e na interpretação do conteúdo abordado.



**Figura 01** – A interface LabCal no Matlab

Redução da carga horária do laboratório. Neste quesito o grupo diminuiu sensivelmente a carga horária no laboratório, de 30 para 10 horas-aula semestrais. Os temas tratados também foram bastante reduzidos, ficando distribuídos da seguinte maneira:

- gráficos de funções racionais e algébricas (duas horas-aula);
- transformações de funções (translações, reflexões, deslocamentos) (duas horas-aula);
- funções trigonométricas seno e cosseno (duas horas-aula);
- derivadas e gráficos de funções (quatro horas-aula).

Pode-se observar, pelos temas escolhidos, que as atividades de laboratório priorizam o trabalho com gráficos de funções, tema em que o uso de ferramentas computacionais pode ser altamente vantajoso. Do ponto de vista metodológico houve poucas modificações no processo: as atividades de laboratório ainda constam de estudos dirigidos, só que agora de forma bem mais estruturada. Para cada atividade no laboratório foi elaborado um material didático em que os conceitos são abordados interativamente: a

teoria é permeada de exemplos e problemas propostos que o estudante é levado a experimentar, utilizando a ferramenta computacional. Todo o material didático é disponibilizado ao aluno via internet no sítio eletrônico: [www.matematica.pucminas.br](http://www.matematica.pucminas.br). As Figuras 02 e 03 apresentam alguns exemplos de problemas propostos para resolução.

Atividade: dada função  $y = f(x) = x^2$

a) trace seu gráfico, usando a Tela de Inspeção  $[-5,5] \times [-1,5]$ ;

b) na mesma Tela de Inspeção, trace o gráfico da função  $g(x) = f(x+2) = (x+2)^2$ ;

c) na mesma Tela de Inspeção, trace o gráfico da função  $h(x) = f(x-1) = (x-1)^2$ .

d) transcreva todos os gráficos obtidos para um sistema de eixos, utilizando uma escala adequada;

e) o que você observa a respeito dos gráficos das funções  $g$  e  $h$  em relação ao gráfico da função  $f$  ?

Figura 02 – Exemplo de problema proposto

Atividade: sabe-se que  $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

a) determine o domínio de  $y'$ ;

b) trace o gráfico de  $y'$ , utilizando uma Tela de Inspeção adequada;

c) em quais intervalos  $y$  é crescente? Justifique;

d) em quais intervalos  $y$  é decrescente? Justifique;

e) para quais valores de  $x$  o gráfico de  $y$  apresenta reta tangente horizontal?

f) determine a derivada segunda  $y''$ ;

g) trace o gráfico de  $y''$ , utilizando uma Tela de Inspeção adequada.

h) em quais intervalos  $y$  é côncava para cima? Justifique;

i) em quais intervalos  $y$  é côncava para baixo? Justifique;

k) para quais valores de  $x$  o gráfico de  $y$  pode apresentar pontos de inflexão?

l) utilize os resultados anteriores para esboçar o gráfico de  $y$ .

Figura 03 – Exemplo de problema proposto

Ainda, por motivos de infra-estrutura, as atividades realizam-se em duplas. Tais atividades são recolhidas e corrigidas por um grupo de monitores, que também auxiliam os professores nas atividades de laboratório. Tal processo de correção, apesar de bastante oneroso em termos de recursos humanos, é de fundamental importância, para fornecer ao aluno um *feedback* de sua aprendizagem.

**Na terceira fase do projeto** o grupo de estudo está elaborando e testando um *software* piloto, desenvolvido em trabalho de iniciação científica por alunos dos cursos de Engenharia e Computação, orientado por professores do DME e financiado pela própria PUC Minas. Este *software*, denominado YAG (tela da figura 04), encontra-se em fase de experimentação desde o 1º semestre de 2005 e a última versão está disponível no site [www.matematica.pucminas.br](http://www.matematica.pucminas.br). Com este *software*, que está sendo desenvolvido para que se tenha um estudo mais interativo entre conteúdo e prática nas disciplinas de Cálculo e Geometria Analítica, espera-se que alguns problemas atualmente encontrados nas atividades de laboratório sejam parcialmente sanados.

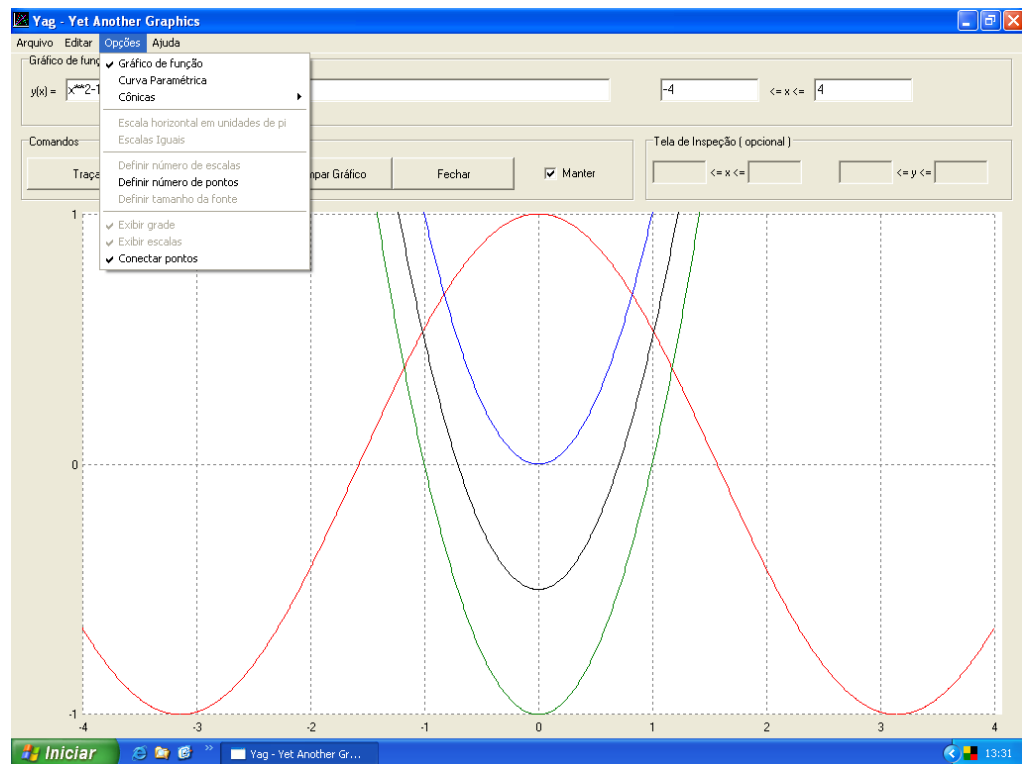


Figura 04 – A interface LabCal no YAG, em 2007

### Considerações adicionais

Na atual terceira fase do projeto, as atividades didáticas são mais adequadas à investigação e à exploração para as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, comungando com os objetivos do *software* YAG, e desenvolvem-se a partir das temáticas:

- gráficos de funções usuais em sistemas computacionais;
- exploração gráfica de funções usuais através de translação e reflexão;
- exploração gráfica das funções seno e cosseno;
- exploração gráfica do conceito de derivada: reta tangente.

São também desenvolvidas, regularmente, atividades gráficas suplementares, capazes de conduzir o aluno a realizar descobertas e a investigar assuntos, tais como:

- raízes de equações algébricas;
- polinômios cúbicos e quadráticos;
- conceito de limite, através de assíntotas;
- o conceito de função modular;
- o comportamento de funções e seus gráficos através da noção de derivada.

Deve-se ressaltar que o YAG, ambiente onde se realizam estas atividades, é um *software* gráfico. Isto permite que a modelagem algébrica, a exploração do conteúdo, as interpretações, as descobertas de padrões e o avanço do conhecimento em matemática sejam ações e/ou conquistas do aluno, a partir da realização de atividades adequadamente montadas e constantemente repensadas pelo grupo de professores. Um item de uma das atividades praticadas em sala de aula é apresentado na figura 05.

Extrato da atividade sobre retas secantes e tangentes na interpretação geométrica da derivada

Considere os pontos  $P = (x; f(x))$  e  $Q = (x + h; f(x + h))$  sobre o gráfico de uma função  $y = f(x)$ .

O coeficiente angular da reta secante a esta curva passando por  $P$  e  $Q$ , o qual denotaremos  $m_{\text{sec}}$  é dado por

$$m_{\text{sec}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

**Problema 4.1** Dada a função  $f(x) = x^3 + x$

(a) plote o gráfico no YAG e determine o coeficiente angular, usando a equação (1), e a equação da reta secante, quando

(i)  $x = 1$  e  $h = 2$

(ii)  $x = 1$  e  $h = 1$

(iii)  $x = 1$  e  $h = 0,5$

(iv)  $x = 1$  e  $h = 0,1$

(b) Trace o gráfico da curva e de todas as retas secantes obtidas no item anterior, utilizando a Tela de Inspeção  $[0, 4] \times [-5; 30]$ .

(c) O que acontece com a posição da reta secante à medida que o incremento  $h$  se aproxima de zero?

Neste contexto, a reta tangente pode ser interpretada como a posição limite da reta secante. O coeficiente angular da tangente é obtido a partir do coeficiente angular da secante, fazendo-se o incremento  $h$  aproximar-se de zero. Com a notação de limites, escreve-se

$$m_{\text{tg}} = \lim m_{\text{sec}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

Este limite é exatamente a definição da derivada  $f'(x) = dy/dx$  da função  $f$ .

**Problema 4.2** - Para a função do Problema 4.1

(a) Determine a equação da reta tangente em  $x = 1$

(b) Use o YAG e trace o gráfico da reta tangente no mesmo sistema de eixos do Problema 4.1.

**Figura 05** – Atividade para o YAG, 2007.

A última versão de todas as atividades já testadas em sala de aula está organizada e publicada sob o título de “Atividades de Laboratório: Cálculo Diferencial e Integral I, LABCAL”, no caderno nº 02, de 2005, da editora FUMARC da PUC Minas, listado na referência bibliográfica.



Conclui-se que a elaboração de *softwares* e de material didático para uso em aulas informatizadas de matemática requer grande volume de trabalho em grupo e conhecimento interdisciplinar. Então, os professores agregam ganhos individuais, ao atuar em equipes: envolvem-se nos projetos e entusiasma-se a continuar estudando a literatura pertinente ao tema, mesmo cientes de que nenhuma fórmula definitiva existe. O manuseio de um *software* criado a partir da demanda do grupo de professores tem suscitado discussões e desafios quanto ao seu uso; promove a evolução para sucessivas versões e incentiva a participação de todos na elaboração de material didático. Durante a aula em um ambiente informatizado, descobre-se que a dinâmica da aula, as ricas questões levantadas, a forma como se buscam respostas dependem pouco do *software* e muito mais do trabalho e de uma atuação renovada do professor, que se inicia com a preparação de uma atividade didática capaz de provocar a criatividade do graduando.

O que se observa de mais importante é a mudança de atitudes: os professores passam a interessar-se por experimentar metodologias novas e a acreditar que existem outras formas metodológicas eficazes no sistema ensino/aprendizagem da matemática.

#### Referências Bibliográficas

- BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam. *Informática e educação matemática*. 3. ed. rev. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- CURY, Helena Noronha. *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*. São Paulo: Ática, 1998.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação para uma nova sociedade em transição*. Campinas, SP: Papirus, 1999.
- LAUDARES, João Bosco. A matemática e a estatística nos cursos de graduação da área tecnológica e gerencial: um estudo de caso dos cursos da PUC Minas. IN: CURY, Helena Noronha. *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.
- MIRANDA, Dimas Felipe et al. *Virtual cálculo numérico (VCN). Software para o Ensino*. 2007. Disponível em: [www.matematica.pucminas.br](http://www.matematica.pucminas.br).
- MORAN, José M et al. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas, SP: Papirus, 2000.
- OLIVEIRA, Celina C. et al. *Ambientes informatizados de aprendizagem. Produção e avaliação de software educativo*. Campinas, SP: Papirus, 2001.
- PAPERT, Seymour. *Logo: computadores e educação*. São Paulo: Brasiliense, 1985.

ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 15, n. 27 – jan./jun. – 2007

SANTOS, Fabiano José dos; FERREIRA, Silvimar Fábio. Atividades de laboratório: cálculo diferencial e integral I, *LABCAL*. Belo Horizonte: Editora FUMARC, 2005.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica – A questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus, 2001.