

## Modelagem Matemática e Educação Ambiental: Uma Experiência com Alunos do Ensino Fundamental

*Denise Helena Lombardo Ferreira<sup>1</sup>*

*Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki<sup>2</sup>*

**Resumo:** Esta pesquisa tem como objetivo compreender como ocorre a participação dos alunos em um ambiente onde eles se envolvam com os problemas da sua realidade, planejem e colem informações pertinentes, construam modelos, façam previsões e validem os modelos construídos. Essa estratégia pedagógica, denominada Modelagem Matemática (BASSANEZI, 2002), tem sido amplamente utilizada em sala de aula, sobretudo nos trabalhos de Biembengut, 1997; Borba, Meneghetti e Hermini, 1999; De Corte e Verschaffel, 1997, entre outros, com resultados significativos. Contudo, quando da revisão bibliográfica, não encontramos trabalhos nessa perspectiva da Modelagem Matemática que buscassem compreender quais elementos sociais e pedagógicos se fazem presentes, quando os atores do processo - alunos e professores - atuam nesse ambiente. Essa tornou-se, pois, a nossa indagação no desenvolvimento do presente trabalho, que seguiu o percurso da abordagem qualitativa, com alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública. A ação pedagógica envolveu os temas Água, Lixo, Energia Elétrica e Desmatamento, com a confecção de alguns modelos, dentre os quais, previsão do crescimento da população e do consumo de água. As questões ambientais possibilitaram aos alunos vislumbrar um campo rico de aplicações, permitindo integrar a experiência dos alunos com a Matemática, possibilitando e encorajando-os a questionar, a tomar decisões e, ao mesmo tempo, a conscientizar-se de alguns dos problemas ambientais mais próximos do seu dia-a-dia.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática, Modelagem Matemática, Educação ambiental, prática escolar.

---

<sup>1</sup> PUC - Pontifícia Universidade Católica de Campinas, SP - Brasil.

<sup>2</sup> UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Rio Claro, SP - Brasil.

## Mathematical Modelling and Environmental Education: an Experience with Elementary School Students

**Abstract:** This research has the objective of understanding how students' participation takes place within an environment where get involved with their own reality problems, plan and collect related information, build models, make forecasts and validate the models built. This pedagogical strategy, named Mathematical Modeling (BASSANEZI, 2002), has been widely used within classrooms, mainly on works by Biembengut, 1997; Borba, Meneghetti and Hermini, 1999; De Corte and Verschaffel, 1997, among others, with meaningful results. However, when reviewing the bibliography, we have not found works from such perspective at Mathematical Modelling and that tried to understand which social and pedagogical element were present, when the process actors - students and teachers - act within such environment. Such situation, then, became our questioning on the development of this work, which followed the path of qualitative approach, with the Elementary School students from a Public School. The pedagogical action involved subjects such as Water, Garbage, Electrical Power and Deforestation, with the construction of some models, such as, population growth forecast and water consumption. Environmental subjects allowed students to discern a field that's rich in applications, allowing the integration of the students experience with mathematics, allowing and encouraging them to question, to make decision and, at the same time, to become aware of some of the environment problems closer to their day to day.

**Keywords:** Mathematics Education, Mathematical Modelling, environmental Education, instruction practice.

### Introdução

O desenvolvimento social, econômico e tecnológico do mundo moderno vem exigindo, cada vez mais, a formação de alunos mais conscientes, reflexivos e críticos frente à realidade que os cerca. Com isso, não tem mais sentido um processo de ensino e aprendizagem onde o aluno seja mero espectador e a pedagogia predominante, caracterizada pelo papel centralizador do professor. Contudo, em

relação ao ensino e à aprendizagem de Matemática, pode-se constatar, de um modo geral, que ainda seguem os mesmos moldes de antigamente, tratando de problemas desvinculados da realidade dos alunos, voltados para a repetição de exercícios que envolvem na maioria das vezes a resolução formal de problemas artificiais passados pelo professor. E ainda, com frequência, são adotados livros com conteúdos desinteressantes, alienados do cotidiano dos alunos e pobres no uso das novas tecnologias.

É preciso ensinar o aluno a pensar, encorajá-lo a questionar, analisar e elaborar explicações. Isso significa ensinar formas de acesso e de apropriação do conhecimento elaborado, de modo que ele possa praticá-las autonomamente ao longo de sua vida. Candau (2000) assinala que é esperado que a escola seja um espaço de diálogo entre os diferentes saberes: científico, social, escolar, etc., que incorpore a análise crítica, a capacidade reflexiva e que conceba a cidadania como uma prática social cotidiana. Essa escola idealizada é um espaço de busca e de desafio.

Nessa linha, pode-se acrescentar que a formação ambiental, ao encontrar na ação prática do aproveitamento produtivo do ambiente um importante recurso didático e uma fonte de experiências pedagógicas, vem tornar-se um campo privilegiado de práticas para o processo educativo. E, então, a junção da Matemática com questões ambientais pode apresentar-se como um caminho promissor para despertar um maior interesse dos alunos pelo aprendizado da Matemática, além de torná-los mais conscientes, críticos e reflexivos no tocante à problemática ambiental. Pois, segundo Skovsmose (2001), um dos objetivos da Educação Matemática é habilitar os alunos a aplicar a Matemática na sociedade, utilizando-a no entendimento da realidade. A sua preocupação está voltada para a formação de alunos com poder de argumentação através do pensamento reflexivo, com comprometimento com a realidade.

Torna-se cada vez mais urgente pensar nas soluções de problemas que atendam também às gerações futuras, ressaltando aqui a importância de considerar os problemas matemáticos do cotidiano relacionados às questões ambientais.

Com esse intuito, o desenvolvimento deste trabalho deu-se com alunos de 7as séries de uma escola estadual do município de Rio Claro-São Paulo, envolvendo Modelagem Matemática aplicada às

questões ambientais relacionadas a esse município, na tentativa de responder as seguintes questões:

Como se dá a participação dos alunos em atividades pedagógicas organizadas a partir de questões ambientais abordadas na perspectiva da Modelagem Matemática? Quais elementos sociais e pedagógicos se tornam presentes ao abordar questões ambientais, a partir da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem?

Para a elaboração dos modelos, os alunos usaram vários conteúdos matemáticos já vistos em sala de aula, tais como porcentagem, regra de três, unidades de medida, e também algumas ferramentas estatísticas: tabelas, gráficos e médias. Em geral, os alunos apresentaram sérias dificuldades ao utilizar tais conteúdos matemáticos em uma situação real.

### A Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino-Aprendizagem

Muitas vezes, o ensino de Matemática é dirigido para repetições, com a ausência do pensar e do agir, quando os alunos deveriam ser encorajados para a pesquisa, a discussão e os questionamentos permeados por um ambiente de análise e reflexão, favorecendo a compreensão das informações recebidas ou levantadas por eles próprios. Nessa direção, torna-se imprescindível para o aluno, no mundo moderno, vivenciar os fatos, buscando respostas para as suas indagações, interpretando e promovendo discussões sobre os resultados obtidos. O próprio exercício da cidadania envolve um saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar as informações estatisticamente, dentre outros.

Hurt (2000) destaca que o ensino de ciências no século XXI deve ser organizado em termos de problemas, projetos, investigações e experimentos relativos aos assuntos de sua própria cultura, de forma que os estudantes participem da tomada de decisão, formando julgamentos e escolhendo ações que envolvam elementos de risco, incerteza, valores e ética; fazendo uso de conhecimentos científicos e tecnológicos.

É desejável que o aluno use a Matemática com o objetivo de indagar, argumentar e refletir sobre as informações recebidas, de forma a tomar decisões amparadas nessa leitura crítica da realidade.

Nessa linha, a temática ambiental fornece uma riqueza e uma variedade de situações que podem ser trabalhadas com a Matemática. Contudo, ao considerar a dificuldade de trabalhar com as questões ambientais, dada a sua complexidade, parece conveniente usar a estratégia pedagógica de Modelagem Matemática para melhor interpretá-las.

Aplicada às questões ambientais, a Modelagem Matemática colabora para a formação de cidadãos críticos com responsabilidade social, seguindo o pensamento de Skovsmose (2001), que salienta que os problemas da Educação Matemática devem conter temas relevantes aos estudantes e dar suporte para questionamentos políticos e sociais. Quando os alunos trabalham com problemas matemáticos em contextos significativos, sentem a necessidade de resolvê-los, tentam fazer todo o possível para encontrar uma solução.

Mas o que vem a ser Modelagem Matemática na Educação? Pode-se dizer que é uma estratégia de aprendizagem na qual os alunos transformam problemas da realidade em problemas matemáticos através da observação, da indagação, da investigação, da ação e da validação. E compreende as seguintes fases: a) escolha de um tema ou temas de interesse; b) realização de uma pesquisa exploratória sobre o(s) tema(s); c) levantamento e construção de problema(s); d) resolução do(s) problema(s); e) análise e validação da(s) solução(ões).

A experiência com Modelagem Matemática permite aos alunos, através de analogias, a resolução de vários problemas, podendo aplicar os conteúdos matemáticos em várias situações e não simplesmente resolver um único problema, como destacado por Steffe e Thompson (2000).

Ainda que pesquisadores como Blum e Niss (1991) e Bassanezi (1994, 2001), entre outros, apontem vantagens em introduzir Modelagem no ensino da Matemática, também destacam alguns obstáculos para a sua implantação, principalmente como processo de ensino-aprendizagem em cursos regulares, pois os alunos estão acostumados com o professor como transmissor de conhecimentos e, quando eles próprios são colocados como o centro do processo ensino-aprendizagem, podem sentir-se incapazes e tornar-se apáticos nas aulas. Por outro lado, os professores podem sentir sua autoridade ameaçada ao deparar com situações embaraçosas em áreas desconhecidas, que muitas vezes exigem qualificações não

matemáticas. Intervém também o fato de que o modelo escolar vigente não oferece o tempo necessário para que o professor realize atividades dessa natureza.

Contudo, utilizando a Modelagem, espera-se gerar mais entusiasmo, participação, questionamento, reflexão e tornar a Matemática mais agradável e mais significativa para os alunos. Além disso, ao trabalhar com problemas reais, eles são instigados a obter uma solução efetiva, suscitando a utilização de conteúdos matemáticos específicos.

## Metodologia

Dado o caráter desta investigação, que requer um maior envolvimento entre o pesquisador e os sujeitos da pesquisa, isto é, por ser uma investigação voltada à produção de dados descritivos, obtidos através de observações diversas, de questionários e de entrevistas, a opção metodológica utilizada foi a pesquisa qualitativa.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa assenta-se sobre cinco características básicas:

1. A fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. É descritiva;
3. Os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
4. Os investigadores tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
5. O significado é de importância vital.

Os participantes da pesquisa foram dez alunos voluntários, provenientes de várias sétimas séries do período matutino do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Rio Claro. A maioria desses alunos tinha 13 anos, alguns 15 ou 16, porque passaram por reprovações. Em geral os pais eram pedreiros e as mães, empregadas domésticas, com escolaridade até a 4ª série do Ensino Fundamental. Os alunos foram nomeados por pseudônimos com o objetivo de preservar as suas identidades, como sugere a ética da pesquisa qualitativa (MILES; HUBERMAN, 1994).

## Os Modelos

As atividades foram realizadas no período extraclasse, em salas de aula, em salas de informática e também em saídas ao campo, durante os períodos de maio a dezembro de 2001 e de fevereiro a abril de 2002, com encontros semanais de aproximadamente duas horas.

No desenvolvimento do trabalho, segundo o percurso de Modelagem (BASSANEZI, 1994, 2002), os alunos escolheram os temas; no caso em questão, relacionados com o meio ambiente - Lixo, Água, Energia Elétrica e Desmatamento - e dividiram-se em grupos.

A partir da escolha dos temas, houve uma grande dificuldade inicial na proposição de problemas, pois os alunos em geral estão condicionados a receber tarefas prontas, e não a pensar, a questionar a realidade. Assim, foram auxiliados no direcionamento de algumas questões relacionadas aos temas de interesse. Paralelamente ao trabalho que era desenvolvido na própria escola, os alunos pesquisavam em várias fontes: bibliotecas, prefeitura e órgãos responsáveis, coletando dados para trabalhar com a Matemática. Caldeira e Meyer (2001) enfatizam que a escolha dos temas tem que partir dos alunos, de suas preocupações, pois eles têm saberes efetivos sobre suas comunidades, sobre seus cotidianos, sobre suas famílias, sobre suas histórias. Nesse sentido, Bassanezi (2002, p. 46) sublinha: “É muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão co-responsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando a sua participação mais efetiva”.

Para a construção dos modelos, os alunos fizeram uso da informática, mais especificamente, da planilha Excel, que facilitou o tratamento dos dados reais do município de Rio Claro, auxiliando na obtenção das soluções. Aplicaram as fórmulas do Excel, tabelas e gráficos, possibilitando a aprendizagem desses recursos, assim como uma melhor visualização das informações levantadas. Essa aprendizagem foi de grande importância, tendo em vista que a maioria desses alunos não possui computador em suas residências.

As visitas realizadas no DAAE - Departamento Autônomo de Água e Esgoto de Rio Claro suscitaram nos alunos do grupo responsável pelo tema Água o desejo de verificar se a cidade poderia fornecer água potável até 2010, conforme afirmação do funcionário responsável pelo abastecimento de água da cidade. Com esse

objetivo, os alunos primeiramente construíram dois modelos, relatados a seguir, para estimar o crescimento da população.

### Modelo de previsão do crescimento da população

O objetivo era construir um modelo de previsão do crescimento da população de Rio Claro, tendo em vista os dados do IBGE sobre Rio Claro (Tabela 1).

TABELA 1 - Dados da população de Rio Claro.

Ano	Urbana	Rural	Total
1940	55%	45%	42.281
1950	35.549	11.524	47.073
1960	49.484	11.197	60.681
1970	69.682	8.358	78.040
1980	104.091	6.121	110.212
1991	132.739	5.504	138.243
2000	163.341	4.746	168.087

Fonte: IBGE - Rio Claro.

**Pesquisadora:** Vocês têm alguma idéia do tamanho da população para os próximos anos?

**Beatriz:** Tem que ver quantos habitantes está (sic) aumentando de um ano para o outro.

Como os dados da população urbana e rural para o ano de 1940 estavam em porcentagem, os alunos calcularam o valor numérico correspondente usando regra de três.

**Pesquisadora:** Vocês têm idéia da taxa de crescimento da população para os próximos anos?

Alguns alunos não sabiam o que isso significava.

Coloquei na lousa a taxa geométrica de crescimento fornecida pelo IBGE (Tabela 2).

TABELA 2 - Taxa de crescimento da população de Rio Claro.

Ano Base	Taxa Geométrica de Crescimento (%)
1950	2,86
1960	2,69
1970	3,51
1980	2,03
1991	2,19
2000	2,31

Fonte: IBGE de Rio Claro.

**Pesquisadora:** Vocês imaginam como foi feito esse cálculo?

Os alunos foram unânimes em responder: *Não faço nem idéia.*

**Pesquisadora:** Está bom, vamos supor que eu use a taxa de 2,31% para tentar descobrir a população de 2001. O que vocês fariam?

Os alunos não responderam.

**Pesquisadora:** Vocês sabem o valor da população do ano 2000?

**Mariana:** Sabemos, é 168087.

**Pesquisadora:** Então, com essa população do ano 2000, e imaginando que a população vai crescer no ano 2001, com taxa de 2,31%, quantos habitantes teremos em Rio Claro no ano 2001?

Os alunos ainda não sabiam responder, então fiz a analogia com uma quantia de dinheiro colocada em uma poupança.

**Pesquisadora:** Vamos supor que eu tenha R\$ 50,00 e a taxa da poupança seja de 10% ao mês. Se eu colocar R\$ 50,00 na poupança, quanto vou ter no final do mês?

**Mário:** Faz 50 vezes 0,10, e o que deu, soma com 50. Dá 55.

Pesquisadora: Agora, vamos fazer essa conta para a população. Alguém pode fazer?

**Mário:** Então, seria 168087 vezes 2,31?

**Pesquisadora:** O que vocês acham?

Os alunos concordaram.

**Pesquisadora:** Quase certo, mas 2,31 está em porcentagem, então temos que usar qual valor?

**Mário:** Temos que dividir por 100, então dá 0,0231.

**Pesquisadora:** Você pode fazer a conta toda, Mário?

**Mário:** 168087 vezes 0,0231 dá 3882,8. Aí eu tenho que somar esse valor com 168087, isso dá 171969,8.

**Pesquisadora:** Podemos desprezar o valor 8 na última casa porque o total é muito grande, então esse último número não vai fazer diferença.

**Vanessa:** Essa é a população que vamos ter em 2001?

**Pesquisadora:** Sim, se a taxa de crescimento for de 2,31%.

**Pesquisadora:** Então vamos representar por letras:

Eu vou chamar de  $P_0$  a população no ano 2000 e  $P_1$  a população no ano 2001, e de  $i$  a taxa de crescimento que usamos, dividida por 100.

O que a gente fez para chegar à população de 2001?

**Mário:** A gente pegou a população do ano 2000, multiplicou por 0,0231 e somou com a população do ano 2000.

**Pesquisadora:** Ou seja,  $P_1$ , a população do ano 2001, é igual à  $P_0$ , a população do ano 2000, mais  $i$  vezes  $P_0$ .

Fica assim:

$$P_1 = P_0 + i P_0$$

Seguindo este raciocínio, qual será a população no ano 2002?

**Mariana:** Faz igual, né? Pega a população de 2001, multiplica pela taxa e soma.

**Pesquisadora:** Então, se chamar  $P_1$  a população de 2001,  $P_2$ , a população de 2002 e  $i$ , a taxa, nós vamos ter:

$$P_2 = P_1 + i P_1$$

Mas  $P_1 = P_0 + i P_0$ , então:

$$P_2 = P_0 + i P_0 + i (P_0 + i P_0)$$

Se a gente colocar em evidência  $P_0$ , nós vamos ter:

$$P_2 = P_0 (1 + i + i + i^2) = P_0 (1 + 2i + i^2)$$

Mas,  $(1 + i)^2$  quanto dá? Vocês se lembram dos produtos notáveis, o quadrado do primeiro, mais duas vezes o primeiro vezes o segundo, mais o quadrado do segundo, ou então resolve a potência:  $(1 + i) \cdot (1 + i)$ .

$$\text{Assim, } (1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2$$

Isso quer dizer que a gente pode escrever  $P_2 = P_0 (1 + i)^2$

Continuem para os próximos anos.

Por fim, chegaram ao seguinte modelo:

$$P_n = P_0 \cdot (1+i)^n,$$

onde:

$P_0$  é a população inicial,

$P_n$  é a população no ano  $n$ ,

$i$  é a taxa de crescimento anual.

Através desse modelo, calcularam as taxas de crescimento da população, obtendo os mesmos valores da Tabela 2. Para isso, vários conteúdos de Matemática foram usados: potência, radiciação, produtos notáveis. A previsão do crescimento da população foi feita no Excel, possibilitando trabalhar com as fórmulas dessa ferramenta. Os alunos apresentaram muitas dificuldades ao lidar, sobretudo, com a parte algébrica. Foram necessárias várias aulas para o desenvolvimento desse modelo. Porém, ficaram muito entusiasmados porque passaram a entender algo que a princípio se mostrava muito difícil.

Com as informações do IBGE do ano 2000 sobre a população urbana, 163341; população rural, 4746; população de homens, 82101; de mulheres, 85986, os alunos aplicaram o mesmo modelo para fazer a previsão de cada categoria, obtendo a Tabela 3.

TABELA 3 - Previsão do crescimento da população de Rio Claro.

Ano	Pop. Total	Pop. Urbana	Pop. Rural	Homens	Mulheres
0	168087	163341	4746	82101	85986
1	171970	167114	4586	83998	87972
2	175942	170975	4968	85938	90004
3	180007	174924	5083	87923	92084
4	184165	178965	5200	89954	94211
5	188419	183099	5320	92032	96387
6	192771	187328	5443	94158	98613
7	197224	191656	5569	96333	100891
8	201780	196083	5697	98558	103222
9	206441	200612	5829	100835	105606
10	211210	205247	5964	103164	108046
11	216089	209988	6101	105547	110542
12	221081	214839	6242	107986	113095
13	226188	219801	6386	110480	115708
14	231413	224879	6534	113032	118381

15	236758	230073	6685	115643	121115
16	242228	235388	6839	118314	123913
17	247823	240826	6997	121048	126775
18	253548	246389	7159	123844	129704
19	259405	252080	7324	126705	132700
20	265397	257903	7494	129631	135766

Essa atividade permitiu trabalhar com a planilha Excel. Também entenderam a necessidade de fazer simplificações para obter uma solução e de refletir sobre a solução, verificando a ocorrência de incoerências e enganos.

### Modelo de previsão do consumo de água

Como já mencionado, os alunos do grupo responsável pelo tema Água desejaram verificar se a cidade poderia fornecer água potável até 2010, conforme afirmação do funcionário responsável pelo abastecimento de água da cidade de Rio Claro.

**Pesquisadora:** Vamos verificar a afirmação do funcionário do DAAE? Ele disse que até 2020 a população de Rio Claro pode ficar tranqüila com o abastecimento de água.

**Aline:** Professora, aquele dia que fui no DAAE com a minha mãe, uma moça deu alguns dados.

Nesse momento, Aline mostrou uma folha com as suas anotações:

Vazões médias:	Capacidade nominal
ETA I - 300 l/s	ETA I - 400 l/s
ETA II - 400 l/s	ETA II - 500 l/s

Capacidade de reserva: 1/3 da vazão média total.

**Pesquisadora:** Através desses dados será possível verificar a afirmação do funcionário?

**Aline:** Como a gente vai fazer?

**Cristina:** Eu não tenho nem idéia.

**Pesquisadora:** Com esses dados dá para a gente saber qual é a capacidade das duas estações de tratamento, inclusive considerando

a reserva. Precisamos saber quanto será consumido de água em 2020. Como a gente poderia descobrir isso?

As alunas não se manifestaram.

**Pesquisadora:** O funcionário do DAAE também informou que na média cada pessoa consome por dia 270 l/s, isso dá alguma idéia.

**Vanessa:** Já sei, se a gente descobrir a população de 2020, multiplica por 270.

**Pesquisadora:** O que vocês acham?

As alunas concordaram

**Pesquisadora:** Vamos fazer isso no computador? Lembra aquele modelo de previsão do crescimento da população que vocês fizeram no Excel?

Vanessa foi logo ligando o computador, procurando o modelo da população.

**Pesquisadora:** Vocês vão usar a população total?

Vanessa: *É, né?*

**Pesquisadora:** Temos que lembrar que a população total é a soma da urbana com a rural, e a estação de tratamento está abastecendo apenas a cidade.

**Aline:** É mesmo, a gente tem que usar a população urbana.

Como os alunos tinham o modelo de previsão do crescimento da população no computador, multiplicaram a população urbana do ano 2020 por 270 para saber qual seria o consumo de água em 2020.

**Pesquisadora:** Isso vai dar o consumo total, e para a gente comparar com a capacidade?

**Vanessa:** Professora, isso dá o consumo de água da população, agora como a gente sabe que o DAAE vai ter esse consumo?

**Pesquisadora:** Aline anotou as capacidades das duas estações de tratamento e também a capacidade de reserva. Temos que ver o total, mas cuidado com essa comparação, porque no modelo de previsão o consumo é dado por litros gastos pelo total de habitantes por dia.

**Vanessa:** Mas tá escrito vazão média e capacidade nominal, o que é isso?

**Pesquisadora:** Vazão representa o quanto está saindo das tubulações. A vazão média vai servir para calcular a capacidade de reserva; a capacidade nominal representa a capacidade das estações de tratamento. Qual é o total da capacidade nominal?

**Vanessa:** Das duas estações dá 900 l/s.

**Pesquisadora:** Então temos que transformar esse valor em litros por dia para comparar com o modelo de previsão do crescimento da população. Depois fazer o mesmo para calcular a capacidade de reserva.

Nesse momento, os alunos converteram um dia em segundos, usando várias vezes a regra de três, chegando à conclusão de que um dia tem 86400 segundos. Finalmente calcularam a capacidade nominal de 77760000 l/dia, isto é, 900 vezes 86400 ou 77760 m<sup>3</sup>/dia.

Calcularam também a capacidade de reserva, somando a vazão média, isto é, 700 l/s ou 6048000 l/dia. Como a capacidade de reserva é 1/3 desse valor, então a capacidade de reserva é 20160000 l/dia ou 20160 m<sup>3</sup>/dia.

Assim, a capacidade das duas estações mais a capacidade de reserva é de 97920 m<sup>3</sup>/dia.

**Aline:** Então agora é só comparar esse valor com o gasto da população em 2020?

**Pesquisadora:** Seria isso, Aline, se o DAAE abastecesse somente as residências, mas você se lembra daquela tabela (Tabela 4) que vocês digitaram que mostrava o consumo residencial, comercial, industrial e outros? (Tabela 4) Então essa capacidade que vocês calcularam não é só para residência, mas também para vários outros segmentos.

TABELA 4 - Consumo de água em Rio Claro para as diversas categorias (1995 a 2000).

<b>Categorias</b>	<b>1995</b>	<b>1996</b>	<b>1997</b>	<b>1998</b>	<b>1999</b>	<b>2000</b>
1 - Resid.	872929	876557	919122	983203	992927	989917

(m3/10)						
<b>2 - Comercial</b>	913244	779951	817655	840388	927697	968018
<b>3 - Industrial</b>	860770	772080	808855	478195	275985	259413
<b>4 - Outros</b>	266052	139462	489841	470750	421346	370415
Total	2912895	2568050	3035473	2772536	2617955	2587763

Fonte: DAAE - Departamento Autônomo de Água e Esgoto de Rio Claro.

**Aline:** Mas como a gente vai fazer para calcular o que os outros vão gastar?

**Pesquisadora:** A Tabela 4 mostra o consumo de água para vários anos de vários segmentos. Será que não dá para ter uma idéia da parcela que vai para o setor residencial e para os demais?

**Vanessa:** Mas como faz isso?

**Pesquisadora:** Você se lembra de que, para o caso da tarifa, a gente calculou o quanto correspondia ao que era cobrado de água e esgoto? Não é a mesma coisa?

**Vanessa:** Vai usar regra de três de novo?

**Pesquisadora:** Acho que sim, né? Então vamos lá:

Total	----	100		Total	----
100					
Cons. Resid.	----	x		Cons. Outros	----
					x

As alunas fizeram as contas no Excel e descobriram que o consumo residencial corresponde a 83,8% e o consumo restante (comercial, industrial e outros) a 16,2%.

**Pesquisadora:** Então vocês descobriram que o consumo residencial representa 83,8% e o consumo dos outros segmentos 16,2% portanto, para fazer a previsão do consumo dos outros segmentos, novamente vão usar regra de três:

Cons. Resid	----	83,8	
x	----	16,2	

Portanto,  $x = (\text{Cons. Resid} \cdot 16,2) : 83,8$

Dessa forma, na planilha Excel vocês podem calcular o consumo dos outros segmentos. Para saber o consumo total, basta

somar o consumo residencial com o consumo dos outros segmentos, que corresponde ao valor calculado por essa porcentagem.

As alunas voltaram para o Excel e fizeram essas contas até 2020, deixando a unidade em m3. (Tabela 5).

TABELA 5 - Previsão do Consumo de Água em Rio Claro.

Ano	Pop. Urbana	Cons. Água Res. (m3)	Cons. Água Outros (m3)	Total (m3)
0	163341	44102	8526	52628
1	167114	45121	8723	53843
2	170975	46163	8924	55087
3	174924	47229	9130	56360
4	178965	48320	9341	57662
5	183099	49437	9557	58994
6	187328	50579	9778	60356
7	191656	51747	10004	61751
8	196083	52942	10235	63177
9	200612	54165	10471	64636
10	205247	55417	10713	66130
11	209988	56697	10960	67657
12	214839	58006	11214	69220
13	219801	59346	11473	70819
14	224879	60717	11738	72455
15	230073	62120	12009	74129
16	235388	63555	12286	75841
17	240826	65023	12570	77593
18	246389	66525	12860	79385
19	252080	68062	13158	81219
20	257903	69634	13461	83095

**Pesquisadora:** Quanto deu em 2020?

Cristina: 83095.

**Pesquisadora:** O que vocês acham, vamos ter água até 2020 ou não?

**Vanessa:** Acho que sim, porque o valor deu menor que a capacidade.

**Pesquisadora:** Ah! lembrei de uma coisa, o funcionário do DAAE disse que tem perda de 37% para a água chegar até o destino, então não podemos comparar com o valor de 97920 m3.

**Aline:** Como faz, então, professora?

**Pesquisadora:** Tem que tirar 37% desse valor, ou seja, devido a essa perda, a quantidade chega 37% menos; o que representa 63%?

**Vanessa:** Tem que pegar e aplicar 63%?

**Pesquisadora:** Sim, quanto dá essa conta?

**Vanessa:** 97920 vezes 0,63 dá 61689,6.

Como alguns alunos mostraram um ar de indignação, expliquei novamente.

**Pesquisadora:** Novamente estou usando regra de três, só que agora é perda, então tenho que tirar 37% de 100%, o que dá na mesma se vocês usarem 37% e no final tirarem do total, isto é,

$$97920 \text{ ---- } 100$$

$$x \text{ ---- } 37, \text{ então } x = 36230,4$$

Esse valor corresponde à perda, agora é preciso tirar do total para saber o valor resultante, isto é,  $97920 - 36230,4 = 61689,6$ .

**Pesquisadora:** E então teremos água até 2020?

**Aline:** Não, somente até 2007.

As alunas ficaram apavoradas com a possibilidade de ficarem sem água.

Então fomos ao DAAE pedir esclarecimentos sobre a nossa solução. Os alunos puderam ser acompanhados por um funcionário muito prestativo, que deu várias explicações, instigando várias perguntas pelos alunos, como por exemplo:

- 1) O flúor na água ajuda mesmo?
- 2) Como é feito o tratamento de água?
- 3) Para que serve aquela máquina?

Por fim, o diretor superintendente esclareceu que a perda de 37% não corresponde apenas à perda obtida nas tubulações, mas também à perda causada pelas ligações clandestinas. A perda nas tubulações é de no máximo 10%.

**Pesquisadora:** Então, gente, tem que considerar a perda de 10%. Como fica agora a capacidade?

**Aline:** Pega 97920 faz vezes 0,10 e depois tira do total.

**Pesquisadora:** Tá certo ou então multiplica por 0,90? Qual o valor, Aline?

**Aline:** 88128.

**Pesquisadora:** E aí? A capacidade das estações é suficiente para chegar até 2020?

**Aline:** Sim.

Aline apresentava muitas dificuldades no manuseio do computador. Dificilmente pedia ajuda para os seus colegas e sozinha tentava realizar as tarefas, sem muito sucesso. Ao observar essa situação, instigava os seus colegas a discutirem com ela as suas soluções.

Na construção desse modelo, os alunos puderam manipular vários conteúdos matemáticos: porcentagem, regra de três, unidades de medida. Além disso, perceberam a necessidade de fazer simplificações e puderam validar o modelo com o diretor superintendente do DAAE.

Outros exemplos relacionados ao tratamento de questões ambientais através da Modelagem Matemática podem ser vistos em Ferreira (2003).

## Considerações Finais

Um aspecto muito importante na estratégia de Modelagem Matemática é que os alunos são chamados a tomar decisões, e isso é uma necessidade constante na vida real. A Modelagem Matemática auxilia os alunos a visualizar que essa tomada de decisões deve ser feita através de algum critério, fundamentada muitas vezes em ferramentas matemáticas, em que a Matemática é utilizada como instrumento de investigação e de compreensão da realidade. Assim, esse aprendizado ocorrerá de forma mais natural, movido pela necessidade.

Freqüentemente, durante as atividades, os alunos eram instigados a analisar os valores digitados ou calculados, com o objetivo de verificar alguns erros grosseiros. Normalmente não tinham essa iniciativa, diversas vezes foi possível observar que alguns erros poderiam ser eliminados, se os alunos refletissem sobre a

situação. Porém, como não tinham esse hábito, apenas quando faziam o gráfico é que alguns erros vinham à tona. Por isso, após a realização de cada tarefa, eram chamados para analisar a solução, com a finalidade de provocar a reflexão.

A falta de hábito de validar os resultados, como acima referido, levou os alunos algumas vezes a fornecer soluções impossíveis. Porém, ao analisarem os gráficos e as soluções obtidas, faziam interpretações que muitas vezes implicaram mudanças, em razão de erros nos procedimentos de coleta dos dados e/ou de informações, ou até mesmo de erro de digitação. Esses momentos foram bastante relevantes para os alunos, porque lhes proporcionavam a oportunidade de refletir sobre a solução obtida, com o olhar voltado para a realidade. Assim, vinha à tona uma sensação de participação e de controle do processo. Skovsmose (1990, 2000, 2001) refere-se a esse fato ao atribuir uma dimensão crítica ao modelo; a sua preocupação não está focada apenas na construção do modelo. O autor esclarece que se faz necessário refletir sobre a solução encontrada, podendo apontar possíveis erros na interpretação dos dados ou mesmo na construção do modelo (SKOVSMOSE, 1990, 2000, 2001).

Muitas vezes foi necessário fazer simplificações do problema para tratá-lo matematicamente. Também é interessante sublinhar que os alunos puderam analisar situações e fazer analogias, isto é, puderam utilizar o mesmo modelo em situações distintas.

Os alunos participantes desta pesquisa, na sua maioria, eram enquadrados pelas suas professoras na categoria de regulares a ruins. Porém, nas atividades desenvolvidas durante a pesquisa, os alunos participavam com dedicação e entusiasmo. Era muito comum alguns alunos faltarem às aulas regulares e comparecerem às atividades, o que é bastante significativo.

Para a coleta de dados e para a validação das soluções, foi necessário entrar em contato com vários órgãos responsáveis, favorecendo a comunicação entre os alunos e os funcionários. Em alguns casos, houve também a participação das famílias, quando, por exemplo, por iniciativa própria, a mãe acompanhou uma aluna à Estação de Tratamento de Água, a fim de coletar dados. Foram muitas as ocasiões em que retornaram para discutir sobre as suas interpretações dos dados e das informações. Em alguns casos,

funcionários dos órgãos visitados demonstraram muito interesse nas soluções obtidas pelos alunos.

Vários fatores favoreceram esse comportamento dos alunos com os trabalhos realizados. Dentre eles, pode-se citar que desenvolveram atividades em um ambiente fora da sala de aula, tratando de temas interessantes a eles - a temática ambiental. Além disso, os alunos puderam sentir-se amparados numa relação de confiança, de atenção e de respeito, considerando que muitas vezes o ambiente da sala de aula não proporciona tal sentimento entre professores e alunos. Foi notória a experiência desses alunos com o trabalho em grupo, sobretudo em relação à pesquisa e à colaboração.

Nesta pesquisa, em particular, para a resolução dos problemas relacionados aos temas, em alguns conteúdos matemáticos avançou-se além do previsto para a série correspondente, como por exemplo, média aritmética e gráficos. Outros conteúdos foram retomados das séries anteriores, como o caso do estudo de razão, proporção, porcentagem, regra de três e unidades de medidas. O uso desses conteúdos foi feito de forma diferente daquela trabalhada em sala de aula, pois permitiu a interação entre teoria e prática, entre reflexão e ação. Por não terem o hábito de usar tais conceitos de forma contextualizada e até mesmo por não se lembrarem deles, embora já os tivessem visto em sala de aula, os alunos apresentaram dificuldades.

Os alunos puderam visualizar a Matemática como um instrumento de análise e de interpretação da realidade, permitindo não apenas aplicar vários conceitos matemáticos em problemas reais, mas também conhecer melhor outras áreas.

Outro fato que mereceu destaque foi o manuseio intenso do computador pelos alunos, muitos deles usando-o pela primeira vez. O extenso período em contato com essa ferramenta possibilitou o aprendizado da planilha Excel para construir tabelas, gráficos, fórmulas e também do Word. Além da satisfação dos alunos pelo aprendizado dessa ferramenta, também é preciso considerar a relevância desse aprendizado, pois, como afirma Bassanezi (2002 p. 206): “Se uma criança, principalmente a da classe pobre, não vir na escola um computador, e não tem a oportunidade de manejá-lo em sua casa, estará condenada a aceitar os piores empregos que se lhe oferecem ou até ficar fora do mercado de trabalho”.

As ações dos alunos participantes desta pesquisa e seus depoimentos levam a acreditar que, além do aprendizado de alguns conteúdos matemáticos, puderam participar de uma visão de um mundo mais humano e solidário, o que se faz cada vez mais necessário nos dias de hoje. Como afirma D'Ambrósio (1986 p. 89): “Vivemos num mundo marcado pela ciência e tecnologia e, sem o devido cuidado, podemos construir uma geração completamente desligada dos valores humanos, que são a base de todo o nosso progresso científico e tecnológico”.

Por fim, a estratégia de Modelagem Matemática utilizada nesta pesquisa mostrou-se acessível e adequada para a compreensão de diversos fenômenos, em que a temática ambiental surgiu como uma fonte de oportunidades não apenas para o aprendizado da Matemática, como também para o crescimento intelectual, para a formação crítica, como cidadão participativo e consciente, em uma sociedade caracterizada por mudanças de ordem social, cultural, econômica e tecnológica, onde a Matemática tem lugar de destaque.

#### Referências Bibliográficas

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática. *Dynamics*, Blumenau, v. 2, n. 7, p. 55-83, abril/jun, 1994.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68. 1991.

BIEMBENGUT, M. S. *Qualidade no ensino de Matemática na engenharia: uma proposta metodológica e curricular*. 1997. 305 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em Educação Matemática: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução M. J. Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Porto Editora, 1994. 336 p.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Estabelecendo critérios para avaliação do uso de Modelagem em sala de aula: estudo

de um caso em um curso de Ciências Biológicas. In: BORBA, M. C. *Calculadoras gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Art Bureau, 1999. p. 95-113.

CALDEIRA, A. D.; MEYER, J. F. C. A. Educação matemática e ambiental: uma proposta de formação continuada - e de mudanças, *Zetetiké*, Campinas, v. 9, n. 15/16, p. 155-170, 2001.

CANDAU, V. M. *Reinventar a escola*. 2ª edição. Petrópolis: Vozes. 2000. 259 p.

D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. 2ª edição. São Paulo: Summus; Campinas: UNICAMP, 1986. 115 p.

De CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L. Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for research in mathematics education*, vol. 28, n. 5, p. 577-601. 1997.

FERREIRA, D. H. L. *O tratamento de questões ambientais: um trabalho com alunos do Ensino Fundamental e Médio*. 2003. 278 f. Tese - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

HURT, P. D. Science education for the 21st Century. *School Science and Mathematics*, v. 100, n. 6, p. 282-287, out/2000.

MILES, M. B.; HUBERMAN, A. N. *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. 2nd ed. Thousand Oaks: Sage, 1994. 338 p.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *Int. J. Math. Educ. Science Technol.*, London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SKOVSMOSE, O. Aporism and Critical Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, Kingston, v. 20, n. 1, p. 2-8, mar. 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática crítica*. Campinas: Papirus, 2001. 160 p.

STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: Underlying Principles and Essential Elements. In LESH, R.; KELLY, A. E. (Ed.). *Research design in mathematics and science education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 2000. p. 267-309.

