

## Relatos de experiência

## Relatos em torno do cálculo de um aluno do 2º ano do Ensino Fundamental

*Maria Cristina S. A. Maranhão<sup>1</sup>*

*Adriana Camejo<sup>2</sup>*

*Silvia Machado<sup>3</sup>*

**Resumo:** Este texto apresenta a relação entre duas pesquisas: uma investigação colaborativa entre assessor e professoras polivalentes, analisando a produção de alunos de 2º ano do Ensino Fundamental sobre números inteiros, e outra sobre a utilização da mesma produção desses alunos na formação inicial de professoras-alunas de um curso de Pedagogia. As análises das professoras, que foram encontradas por nós, propiciaram que se revelassem diferentes níveis de idéias sobre o significado dos números inteiros.

**Palavras-chave:** números inteiros; professor polivalente; 2º ano do Ensino Fundamental.

## Tales around a K-2 elementary school pupil' calculation

**Abstract:** This text presents the relation between two researches: the first one is a collaborative investigation involving teachers and their adviser analyzing the production of K-2 pupils (7 - 8 years old) about integers, and the other one is about the use of the same pupils production in a work with undergraduates Pedagogic students who are already teachers. The teachers' analyses that we found out provided different levels of ideas about the meaning of Integers.

**Key words:** integers; school teachers; elementary school K-2.

### Introdução

Na última década, intensificou-se o debate sobre a formação de professores, havendo consenso quanto à importância de estes se envolverem em processos reflexivos. Dadas as várias perspectivas

---

<sup>1</sup> Professora associada do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – cristina.maranhão@terra.com.br

<sup>2</sup> Aluna do curso de Doutorado do programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

<sup>3</sup> Professora titular do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

aventadas sobre esses processos, passamos a enunciar o parâmetro essencial que adotamos na formação de professores.

Para nós, o centro da atividade profissional do professor *é ler os alunos e tomar decisões sobre o que está acontecendo e como seguir* (LINS, 2005, p.120). Como esse autor, acreditamos que o professor precise ser formado para interagir com alunos reais; não compactuamos com a idéia de que o professor estabeleça *a priori* o que os alunos deveriam saber ou ter condições de fazer. Admitimos também, como esse autor, que muitas das dificuldades enfrentadas por alunos são, a rigor, criadas pelos próprios professores. Por exemplo, quando evitam o aprofundamento de idéias algébricas levantadas por seus alunos.

Um dos tópicos fundamentais – entre os que demandam lucidez do professor polivalente – é a aritmética dos números inteiros, pois esta é requerida nas mais variadas atividades humanas, sendo subjacente à álgebra. Na formação de professores polivalentes, é importante ressaltar esse aspecto, porque os conceitos e as propriedades algébricas sustentam diversas estratégias que alunos do Ensino Fundamental usam na resolução de problemas e em variadas atividades escolares, envolvendo cálculos.

Utilizamos a expressão *formação de professores polivalentes em educação matemática*, porque defendemos uma formação matemática predominantemente contextualizada na atividade profissional do professor. Uma das estratégias nesse tipo de formação é a que promove a reflexão de professores polivalentes sobre procedimentos *usados por aprendizes reais*, possibilitando revelar conceitos e propriedades matemáticas empregadas *implicitamente* por esses alunos.

Neste trabalho, apresentamos uma pesquisa sobre a formação profissional de um grupo de professoras polivalentes e seu reflexo em um grupo de professoras-alunas de um curso de licenciatura em Pedagogia.

### A formação profissional das professoras polivalentes

A escola particular da qual Maranhão é assessora de educação matemática adota as mesmas premissas, apontadas na introdução, na formação contínua dos professores. Isso está expresso no plano

pedagógico e no projeto de formação profissional da escola. Cada classe dos anos iniciais do Ensino Fundamental conta com duas professoras, uma regente e outra auxiliar, todas polivalentes. As regentes são licenciadas e atuam nas áreas de Português, Matemática, Ciências e Estudos Sociais.

A assessora reúne-se com os professores do 1º ao 9º anos, regentes e auxiliares, uma vez por mês. Considerando as quatro ou cinco classes em cada um desses níveis de ensino, cada reunião conta com oito a dez professores. Todos esses níveis contam com professores-coordenadores de cada área, designadas pelo corpo técnico pedagógico para atuarem nessa função por três anos letivos. Dessa forma, cada nível, do 1º ao 9º anos tem um professor-coordenador de matemática que se reúne com a assessora quinzenalmente. Devem-se considerar, ainda, reuniões mensais entre a assessora (atuando como formadora de formadores em educação matemática) e os professores coordenadores, quando conduzem formações continuadas em outras escolas, desenvolvem material didático ou realizam experiências em classe, destinadas a publicações. Assim, em média, os professores que estejam coordenando e conduzindo formação continuada na área de educação matemática têm cerca de duas horas semanais de trabalho com a formadora de educação matemática.

Nessas reuniões, são tratados basicamente assuntos levantados pelos professores, à luz de trabalhos de pesquisa e vice-versa, com o objetivo de construir conjuntamente as atividades de matemática e o material necessário para realizá-las em sala de aula. Como efeito colateral dessa vivência da assessora, vários problemas de pesquisa são suscitados.

Explicada a forma e o teor de trabalho nessa escola, passamos a focalizar o trabalho com a adição de números inteiros, no 2º ano.

Muitas vezes, professoras do 2º ano trouxeram para as reuniões com a assessora registros de alunos, feitos durante jogos (ou brincadeiras de lojinha), em que eles ficavam devendo pontos (ou quantias) de uma rodada para outra. Vários desses registros apareciam como -2, ou 2 em vermelho, para identificar que esses 2 pontos (ou quantias) eram de dívida.

Outro fato interessante se refere ao questionamento de algumas professoras, ao solicitarem explicação sobre o seguinte tipo de resolução do cálculo de  $53 - 37$ :

$$53 - 33 = 20 \quad 53 - 37 = 16$$

“Pode me explicar o que esse aluno fez? Por que dá sempre certo o resultado do que esse aluno faz?”

Pergunta semelhante ocorria se o aluno, na resolução do mesmo cálculo, fizesse:

$$50 - 30 = 20$$

$$3 - 7 = 4 \quad (\text{I})$$

$$20 - 4 = 16 \quad (\text{II})$$

A decomposição aditiva usada na resolução é típica do referencial Lerner e Sadovsky (1996), usado pelas professoras nos trabalhos de classe. Apesar disso, o fato de o aluno não registrar corretamente o valor -4 como resultado de  $3 - 7$  e depois subtrair 4 de 20, obtendo o resultado requerido, as confundia.

Maranhão considerou que o aluno raciocinara corretamente, embora ainda não dominasse o registro matemático dos números inteiros negativos. Assim, propôs a essas professoras que entrevistassem os alunos que apresentassem procedimentos como esse para compreenderem como eles pensavam, ao realizar os cálculos. Como consequência das entrevistas, algumas professoras relataram que, em resoluções semelhantes, diversos alunos explicavam que, na passagem (II), haviam tirado 4 porque ele representava uma dívida calculada na passagem (I).

As professoras passaram a prestar mais atenção às resoluções dos alunos, depois de algumas reuniões, mostrando compreender resoluções mais requintadas, como:

$$53 - 30 = 23$$

$$23 - 7 = 16$$

A respeito desse tipo de resolução, algumas professoras diziam: “Os alunos que operam corretamente dizem que vão tirar 37, então vão tirar 30 e depois tirar 7”.

Havia, também, alunos que resolviam o mesmo cálculo assim:

$$53 - 37 =$$

$$50 + 3 - 30 + 7 =$$

$$20 + 10 = 30$$

Neste caso, diante da resolução incorreta, uma professora sugeriu: “Parece que esse aluno decompõe os números e deixa o símbolo ‘-’ entre eles”.

Em face desse tipo de erro — o uso indevido da associatividade —, em reunião com a assessora, algumas professoras convencionaram com os alunos que, nas subtrações, o subtraendo (“segunda parcela”, diziam elas) não deveria ser decomposto. A sugestão rompia com os pressupostos teóricos construídos conjuntamente, os quais a assessora acreditava serem consensuais. Isso a alertou para a necessidade de um aprofundamento do tema, tanto em seus aspectos teóricos como nos práticos. Por essa razão, tais aspectos teóricos foram problematizados por experiências práticas.

Assim, foram elaboradas e analisadas, à luz dos pressupostos teóricos, diversas atividades, visando à ampliação do significado da subtração e da operação adição de números inteiros. Ao longo dessas reuniões, as professoras foram dando importância crescente à valorização da estratégia pessoal do aluno e sua forma de expressá-la. Além disso, foram aperfeiçoando formas adequadas de demandar dos alunos o registro e a comunicação dos procedimentos.

Entre as diversas experiências orientadas pela assessora, a mais sistemática foi a que a professora-coordenadora de matemática realizou em sua classe: as situações didáticas propostas, baseadas na noção de ferramenta-objeto de Douady (1984), originaram-se de situações

vivenciadas em jogos, brincadeiras de lojinha, problemas aditivos e atividades com cartões retro-verso. Os jogos propiciavam situações em que os alunos podiam ficar devendo pontos de uma rodada para serem descontados em outra. Nas brincadeiras de lojinha, os alunos realizavam compras e vendas fictícias, podendo explorar também registros de pagamento de dívidas. Os problemas do campo conceitual aditivo abrangiam as seis categorias de Vergnaud (1994). As atividades com cartões frente-verso incluíam cálculos de subtração e foram traduzidas daquelas propostas em Ermel (1991). Essa experiência da professora-coordenadora, Christina d'Albertas, gerou uma divulgação interna à escola, que redundou em publicação, na qual a autora reconhece:

Comecei a perceber que as crianças eram capazes de apresentar uma grande variedade de procedimentos para resolver as subtrações [...] que para serem percebidos e compreendidos por mim, exigiam um olhar cuidadoso e uma análise apurada (D'ALBERTAS, 2006, p.33).

Ocorre que a subtração nem é uma operação no conjunto dos naturais:  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ . Pois nem sempre o resto de uma subtração de naturais é um número natural. (D'ALBERTAS, 2006, p.39).

Estas frases expressam o difícil caminho da compreensão dos significados matemáticos de número inteiro e de operação. E o processo de compreensão das produções relativas a números inteiros está em desenvolvimento na escola, com as professoras de 1º a 5º anos.

Por exemplo, em reunião de área do 3º ano, ao analisarem alguns dos protocolos da experiência de d'Albertas, algumas professoras questionaram a assessora:

- Onde você está vendo sinal de negativo?
- É apenas o sinal da operação, indicando que precisa retirar ainda.

A essas questões, uma professora, que fora professora-coordenadora de matemática do 3º ano, retrucou:

– Gente! É claro que é negativo; é como quando eles falam: “vou ainda ficar devendo” – isso é número negativo!

Tal discussão também conduziu as professoras de 3º ano a se aprofundarem no tema, por meio de entrevistas com seus alunos, por sugestão de sua assessora. Considerando os frutos da utilização dos protocolos de d’Albertas para a reflexão, seguida de ação investigativa por parte dos professores de outros anos, podemos, então, afirmar que houve uma *irradiação* do tema, interna à escola.

Pudemos, a partir daí, verificar a eficiência de tal processo. Percebemos a importância de expandir a reflexão sobre os números inteiros através desses protocolos, fora dos muros dessa escola. Questionamos entre nós o alcance desse tipo de reflexão em cursos de professores polivalentes, principalmente para diagnosticar as idéias em relação a números inteiros.

#### O trabalho realizado com as professoras-alunas do curso de Pedagogia

Camejo leciona a disciplina Fundamentos e Metodologia do Ensino da Matemática do curso de Pedagogia de uma instituição de ensino superior da cidade de São Paulo. Essa disciplina é dada no 6º e 7º semestres do curso de Pedagogia, em duas aulas semanais de 50 minutos cada. Cinco alunas do 6º semestre dessa disciplina dispuseram-se a participar da investigação. Neste trabalho, elas serão designadas como professoras-alunas, porque todas elas atuam como professoras polivalentes em 1º a 5º<sup>a</sup> anos do Ensino Fundamental.

No 6º semestre, Camejo trabalhou, com sua classe, a construção do significado do número sob os pontos de vista de Lerner e Sadovsky (1996) e de Vergnaud (1994). Como essa disciplina supõe também cinquenta horas de estágio, para cumpri-las, as professoras-alunas prepararam e ministraram aulas baseadas nesse referencial teórico e analisaram as produções de alunos.

Dentre as formas de avaliação da disciplina, Camejo propôs às suas alunas, e realizou em horário regular de aula, o seguinte trabalho

individual – a título de diagnóstico –, para uma atividade posterior sobre o uso espontâneo que as crianças fazem dos números negativos.

A cada uma das professoras-alunas foi entregue uma cópia de seis protocolos dos alunos de d'Albertas. As professoras-alunas foram informadas das situações vivenciadas pelos alunos nessa experiência e solicitadas a analisar os protocolos recebidos.

A seguir, focalizamos as análises das professoras-alunas sobre um dos seis protocolos. Por trazer explicitamente o registro do número inteiro -2, esse protocolo possibilitou que detectássemos as idéias dessas professoras-alunas sobre número inteiro.

Protocolo 1:

*eu liro 20<sup>do</sup>*

$$35 - 27 = \underline{\quad 8 \quad} \quad 30 \text{ e } 7 \text{ do } 5$$

$$30 - 20 = 10$$

$$5 - 7 = -2$$

Análise feita pela professora-aluna Lia:

*A criança decompõe a operação:*

$$\begin{array}{r} 35 - 27 \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad 5 \quad 7 \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30 - 20 \end{array}$$

*Porém o resultado final, ela faz mentalmente e não de maneira escrita (10-2)*

Lia observou que a criança fez mentalmente 10-2. Assim, surpreendeu-nos que ela mencionasse o cálculo 10-2, sem se referir ao uso do número inteiro negativo -2. Também chamou nossa atenção que

ela indicasse a decomposição “da operação” em lugar da decomposição dos números.

Análise feita pela professora-aluna Mara:

Esta criança utilizou o conhecimento sobre SNB e para resolver este problema ela separou por números inteiros no caso o 30 e o 20 da unidade 5-7, após a separação deste ele deve ter subtraído (uma vez que não aparece a conta) do 10-2 e obteve o resultado de 8.

A explicação de Mara no trecho “subtraído, [...], do 10-2” é ambígua. Assim, supomos que ela tenha querido dizer: “Ele deve ter subtraído -2 do 10 e obteve o resultado 8”. Nesse caso, Mara teria reparado no número -2; porém, não operou com esse número inteiro negativo, pois não aventou a hipótese de uma adição do 10 com -2. Outra possibilidade é que Mara tenha querido dizer que o aluno deve ter feito a subtração 10-2. Neste segundo caso, Mara estaria interpretando a operação adição de número inteiros, sendo um deles negativo, com a subtração restrita a números naturais.

Análise da professora-aluna Nair:

esta criança está usando a decomposição, tem idéia clara já do conceito de subtração, ainda falta saber passar a sua idéia para o papel de forma clara para que outra pessoa possa entendê-la. Percebi que iniciou sua conta  $30-20=10$ , usando portanto idéias de dezenas e passando posteriormente para a unidade  $5-7=-2$ , o que me chamou a atenção que ela foi capaz de levar o sinal de (-) subtração no sentido correto, pois o 7 tinha seu valor maior tendo deixado o sinal junto com a resposta, possibilitando assim, acho que de forma mental, pois não foi escrita na folha o resultado que a meu ver seria:  $10-(-2)=8$

Nair explicitou a conta  $5-7=-2$ , o que mostrou que ela admitiu a existência do número negativo -2 na produção do aluno. No entanto,

logo em seguida, disse que a criança “foi capaz de levar o sinal de (-) subtração no sentido correto, pois o 7 tinha seu valor maior, tendo deixado o sinal junto com a resposta”.

Nossa experiência indica que ela pode ter se espelhado em uma regra disseminada entre professores de que “numa adição de inteiros com sinais diferentes, subtrai-se o valor absoluto dos números e coloca-se o sinal do número de maior valor no resultado”.

Assim, deduzimos que, embora para Nair existisse o número -2, ela não conseguiu operar com números inteiros (envolvendo negativos). Essa interpretação é reforçada pelo fato de Nair não ter explicitado a adição  $10 + (-2) = 8$ , pois, escreveu  $10 - (-2) = 8$ .

#### Análise da professora-aluna Pati:

A criança decompor os numerais propostos na resolução desta situação.

Ela conseguiu reconhecer que nosso sistema de numeração é decimal e utilizou este conhecimento quando fez o  $20 - 30$  e o  $5 - 7$ .

A análise feita por Pati é vaga e superficial. Pati não se refere ao uso do número inteiro -2. Observamos também a confusão feita por ela entre número e numeral.

Ficou a impressão de que essa professora-aluna tivesse registrado 20-30 porque a criança escreveu literalmente: “eu tiro 20 do 30”, embora o protocolo da criança explicitasse  $30 - 20 = 10$ .

#### Análise da professora-aluna Rita:

35 - 27 = 8 *ela tirou 30 e 7 de 5*

*30 - 20 = 10*

*5 - 7 = -2*

para resolver ela arredondou as dezenas para facilitar o cálculo e trabalhou com as unidades que são números menores.

Interessante o uso do nº negativo (-2) que ela utiliza p/ fazer a última subtração, um conceito complexo de ser explicado.

Rita explicitou a existência do número inteiro negativo -2 no protocolo. No entanto, ela indicou 5-7 como subtração, afirmando que essa operação é “um conceito complexo de ser explicado”. Ora, se o professor não compreende algum assunto, parodiando Rita, como pode explicá-lo? Chamou-nos a atenção o uso do termo arredondar, no sentido cotidiano de número redondo, e não no sentido matemático.

### Considerações finais

O exame das interpretações das professoras-alunas sugeriu-nos uma caracterização, por níveis, relativos às idéias sobre os inteiros reveladas nesta atividade:

- ausência da indicação do número inteiro negativo -2;
- indicação/admissão do número inteiro negativo -2 e ausência da indicação da adição de números inteiros;
- indicação/admissão do número inteiro negativo -2 e da adição de números inteiros, apresentando idéia não integrada de números inteiros;
- indicação/admissão do número inteiro negativo -2 e da adição de números inteiros, apresentando idéia integrada de números inteiros.

As análises de Lia e Pati não fazem referência ao número negativo -2, o que as coloca no *nível a*.

A produção de Rita admite a existência do número inteiro negativo -2, porém indica 5-7 como subtração: não há referência à adição de números inteiros; dessa forma, consideramos que apresenta confusão entre o registro do número inteiro negativo e o registro da operação subtração, razão pela qual foi categorizada no *nível b*.

A explicação de Mara foi categorizada como uma transição entre os *níveis a e b*, por estar ambígua; apresenta *nível b* na primeira possibilidade de interpretação que fizemos e *nível a*, na segunda.

A análise de Nair explicitou admissão da existência do número negativo -2 na produção do aluno e revelou o provável uso da regra: “numa adição de inteiros com sinais diferentes subtrai-se o valor absoluto dos números e coloca-se o sinal do número de maior valor no resultado”. Embora ela tenha registrado  $10 - (-2) = 8$ , deixando explícito o número inteiro -2, sua produção mostrou certa confusão nesse registro (da adição), o que a posicionou no *nível c*.

O instrumento usado por Camejo para diagnosticar como suas alunas analisavam os protocolos d’Albertas não só atingiu o objetivo a que visava, como também lhe permitiu perceber as idéias de cada uma de suas alunas em relação ao número inteiro. Ousamos afirmar que essa percepção foi até mais importante do que o objetivo estabelecido para essas análises, pois fez emergir idéias recônditas dessas professoras-alunas sobre números inteiros. A importância de tal percepção repousa no fato de que os alunos dessas professoras-alunas provavelmente usem números inteiros e elas “abortem” seu trato em sala de aula, por não se darem conta desse uso. Baseadas em Lins (2005), pensamos que, em consequência disso, *seus alunos poderão enfrentar dificuldades originadas por elas próprias, se evitarem o aprofundamento de idéias algébricas levantadas por eles*.

É interessante notar a dificuldade, tanto das professoras-alunas de Camejo quanto de algumas das professoras assessoradas por Maranhão, para compreender que -2 é o registro de um número inteiro e que esse registro não deve ser confundido com o de uma operação. Isto

é, ao se confundir o registro do número  $-2$  com o da operação subtração de  $2$ , há uma amputação do significado do número inteiro.

Ressaltamos que a aritmética dos números inteiros demanda lucidez do professor polivalente, pois é requerida nas mais variadas atividades humanas, estando, como dissemos, subjacente à álgebra. Como vimos, os conceitos e as propriedades algébricas sustentam diversas estratégias utilizadas por alunos e devem, portanto, necessariamente, ser abordados na formação dos professores polivalentes. Uma das estratégias de formação sugerida é a apresentada neste trabalho, pois promoveu a reflexão dos professores polivalentes sobre procedimentos *usados por aprendizes reais*.

Concluindo-se, fica configurado o respeito ao parâmetro por nós adotado como centro da atividade profissional do professor: *ler os alunos e tomar decisões sobre o que está acontecendo e como seguir* (Lins, 2005, p.120), pois, como um movimento em cascata: MARANHÃO leu suas “professoras assessoradas”, suas professoras puderam ler seus alunos, CAMEJO pôde ler suas professoras-alunas, as quais puderam ler alunos reais. Em consequência, vários dos atores envolvidos puderam tomar decisões fundamentadas.

#### Referências bibliográficas

D’ ALBERTAS, Cristina. Subtração: uma questão? In: MARANHÃO, M.Cristina e MERCADANTE, Stella (Org.) *Sala de aula: um espaço de pesquisa em matemática*. São Paulo: Ed.Vera Cruz, 2006. v. 1, p. 33- 43.

DOUADY, Regine. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l’enseignant des mathématiques*. Paris, 1984. Thèse de doctorat d’état en Didactique des Mathématiques. Paris: Université Paris VII.

ERMEL. *Apprentissages numériques – CP*. Institut National de Recherche Pédagogique. Paris: Hatier, 1991.

LERNER, Delia & SADOVSKY, Patricia. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília e SAIZ, Irma. *Didática da Matemática – reflexão psicopedagógica*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LINS, Rômulo. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas em matemática. *Revista de Educação* – PUC-Campinas, Campinas, n. 18, p. 117-124, 2005.

VERGNAUD, Gerard. *L' enfant, la mathématique et la réalité*. Paris: Peter Lang, 1994. (Collection Exploration – Cours et contributions pour les sciences de l'éducation).