



Análise de uma primeira experiência de professoras dos anos iniciais com Modelagem Matemática

Analysis of a first experience of elementary school teachers with Mathematical Modeling

Joice Caroline Sander Pierobon Gomes¹

Karina Alessandra Pessoa da Silva²

Jader Otavio Dalto³

Resumo

Este artigo apresenta e analisa uma primeira experiência de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental com Modelagem Matemática (MM), envolvendo a situação-problema “suco de laranja” ocorrida em um dos encontros do grupo colaborativo formado por professoras atuantes nos anos iniciais, alunos de graduação em licenciatura em química e matemática e professoras formadoras. Foram analisadas as produções escritas das professoras e registros de áudio e vídeo do encontro, a partir das fases de desenvolvimento de uma atividade de MM. A análise revelou que os problemas e resoluções elaborados por um grupo de professoras aproximam-se dos problemas de rotina da sala de aula, enquanto outros dois grupos aproximam-se de problemas na perspectiva da MM. Concluímos que a atividade de MM apresentou um caráter dinâmico e possibilitou questionar o que seria a fase de *matematização*, pois esta foi evidenciada transversal a todas as fases de desenvolvimento da MM experienciada pelas professoras.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Anos Iniciais; Formação de Professores.

Abstract

This paper presents and analyzes a first experience of Elementary School teachers' with Mathematical Modeling (MM), involving the problem situation “orange juice” that occurred in one of the meetings of the collaborative group composed by Elementary School teachers, undergraduate degree students in chemistry and mathematics and teacher trainers. The teachers' written productions, audio and video records of the meeting were analyzed, regarding the development phases of an MM activity. The analysis revealed that problems and resolutions drawn up by one group of teachers approach to routine classroom problems, while two other groups approach

Submetido em: 18/02/2018 – **Aceito em:** 10/01/2020 – **Publicado em:** 12/01/2020

¹ Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina-PR, Brasil. E-mail: joicepierobon@hotmail.com

² Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Professora do Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina, Brasil. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br

³ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Professor do Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procopio, Brasil. E-mail: jaderdalto@utfpr.edu.br

problems from the perspective of MM. We conclude that the activity of MM presented a dynamic character and made it possible to question what would be the phase of mathematization, because it was evidenced transversal to all phases of development of MM experienced by the teachers.

Keywords: Mathematical Modelling; Elementary School; Teacher Training.

Introdução

A formação de professores em Modelagem Matemática tem sido temática crescente entre pesquisadores da área de Educação Matemática. As discussões que permeiam tal temática são abordadas em relatos de pesquisas sob diferentes perspectivas.

No que tange à formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a pesquisa de Silva e Klüber (2012, p. 238) indica que há uma “ausência de trabalhos que investiguem a formação do pedagogo com Modelagem Matemática”. De modo geral, isso se deve à ênfase quanto à metodologia de ensino de Matemática se concentrar em jogos e atividades lúdicas nos cursos de Pedagogia.

Embora a formação inicial de professores dos anos iniciais não contemple a Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino, esse fato não impede que seja utilizada em sala de aula. A esse respeito, corroboramos com Silva e Klüber (2012, p. 240) quando afirmam que “isso implicaria, no entanto, na necessidade de formação continuada, projetos para aproximação da temática”, ou seja, subsidiar esse profissional.

Nesse contexto, a pesquisa de Souza e Luna (2014) aponta ações de formação de professores dos anos iniciais em Modelagem Matemática. Dentre essas ações, as autoras destacam a articulação entre temas do dia-a-dia e outros domínios disciplinares ou não, a implementação de rodas de conversa entre os professores, a ênfase em diferentes registros que comumente são feitos pelos alunos desse nível de escolaridade e a prática colaborativa entre professor cursista e formador.

Levando em consideração essas ações, nos empenhamos em estruturar um grupo colaborativo⁴ com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental denominado GEAMAI – Grupo de Estudos de Aula de Matemática dos Anos Iniciais. Nos encontros do grupo de estudos, que ocorrem quinzenalmente, algumas tendências da Educação Matemática são discutidas e implementadas em sala de aula. Para este artigo, voltamos nossos olhares a uma experiência com Modelagem Matemática vivenciada pelos participantes do referido grupo.

⁴ Entendemos como colaborativo um grupo que é constituído por pessoas voluntárias, no sentido de que participam do grupo espontaneamente, por vontade própria, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém a participar. As relações no grupo tendem a ser espontâneas quando partem dos próprios professores, enquanto grupo social, e evoluem a partir da própria comunidade, não sendo, portanto, reguladas externamente, embora possam ser apoiadas administrativamente ou mediadas/assessoradas por agentes externos (Fiorentini, 2004, p. 53).

O GEAMAI teve início no ano de 2017, dando continuidade até os dias de hoje. Tal grupo se constituiu enquanto colaborativo no qual os participantes discutem questões relativas ao ensino, bem como apresentam suas vivências e experiências. Como parte das atividades do grupo, os participantes utilizam a escrita discursiva como um recurso importante para a reflexão, análise ou sistematização de suas experiências acerca das atividades desenvolvidas.

Neste sentido, analisar as produções escritas destes participantes pode ser uma importante ferramenta para se inferir sobre como o grupo lida com a Modelagem Matemática nos anos iniciais no processo de formação. Embora o GEAMAI seja composto por professoras dos anos iniciais, alunos de graduação em Licenciatura em Matemática e em Licenciatura em Química, além de professoras formadoras, nosso foco foi investigar conhecimentos e reflexões das professoras dos anos iniciais. Por esse motivo, nossa investigação está ancorada em *compreender o modo como as professoras pensam e como lidam com uma situação-problema em uma atividade de modelagem matemática*.

Para apresentar nossas reflexões com relação ao objetivo que nos propusemos investigar, organizamos este artigo em tópicos. No próximo tópico apresentamos considerações sobre Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica com foco nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em seguida, destacamos a escrita discursiva, em especial, a análise da produção escrita como um recurso importante para a reflexão das professoras dos anos iniciais, bem como apresentamos os encaminhamentos metodológicos para nossa investigação. Lançamos um olhar para a produção escrita dos participantes no penúltimo tópico. Por fim, sistematizamos nossas considerações finais, apresentando as potencialidades da escrita discursiva em atividades de modelagem matemática como importante recurso para o processo de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental em Modelagem Matemática.

Modelagem Matemática

Corroboramos com Souza e Luna (2014) de que existe uma variedade de caracterizações para o que se entende por Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Dentre essas caracterizações, as autoras destacam modelagem⁵ como estratégia de ensino, abordagem pedagógica, processos de obtenção de modelos matemáticos, metodologias de ensino, ambientes de aprendizagem, entre outras.

Nosso entendimento está fundamentado nas assertivas de Almeida, Silva e Vertuan (2012), que concebem a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica na qual se faz uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não essencialmente matemático. Para isso, parte-se de uma situação problemática (em que se define um problema) e, seguindo um encaminhamento matemático, chega-se a uma situação final (solução para o problema).

⁵ Utilizamos o termo modelagem para nos referirmos à modelagem matemática.

O encaminhamento da situação problemática para a situação final requer do modelador a formulação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a definição de hipóteses, a formulação de previsões e a apresentação de explicações e soluções para a situação em estudo, bem como a comunicação destas soluções e/ou explicações para outros (Almeida & Ferruzzi, 2009).

Conceitos e procedimentos matemáticos que emergem na busca pela solução para o problema se fazem presentes por meio de linguagem matemática, por meio de representação matemática que pode ser expressa por símbolos, diagramas, gráficos, expressões algébricas ou geométricas. A essa representação matemática, a literatura convencionou denotar como modelo matemático. Bassanezi (2002) destaca que a Modelagem Matemática:

[...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (Bassanezi, 2002, p. 24).

Almeida, Tortola e Merli (2012), complementam estas ideias destacando que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. Para os autores, modelo matemático é o que “dá forma” à solução do problema e a Modelagem Matemática é a “atividade” de busca por esta solução. Essa “forma” é entendida como um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema (Almeida, Silva & Vertuan, 2012).

O encaminhamento de uma atividade de modelagem, de forma geral, é caracterizado por “fases” que são essenciais no momento de configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema. Na literatura, essas fases recebem diferentes nomeações. Almeida, Silva e Vertuan (2012) as caracterizam como inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

A inteiração é a fase em que o modelador se inteira, ou seja, tem contato com a situação-problema, bem como se define o problema a ser investigado. Esta fase é importante, pois ela pode permanecer no início da atividade, ou se estender durante toda atividade, considerando que possam surgir novas informações no decorrer da mesma.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a matematização consiste na transição da linguagem natural, para a linguagem matemática. Para os autores, é nesta fase que se analisam os procedimentos matemáticos necessários para a resolução do problema. O que caracteriza a fase de Resolução são os procedimentos matemáticos, tendo como finalidade apresentar uma solução para o problema investigado, a partir de um modelo matemático. Em alguns casos o modelo matemático possibilita viabilizar a realização de previsões do fenômeno em estudo. As fases Interpretação de resultados e validação consistem na análise da resolução matemática para a situação inicial, validando se a mesma satisfaz a solução para

o problema.

Mesmo que essas fases caracterizem uma atividade de modelagem, elas não são fixas, e não, necessariamente, ocorrem linearmente. Podem ocorrer constantes idas e vindas entre as fases, caracterizando, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma dinamicidade da atividade.

Corroboramos com Tortola e Almeida (2014, p. 203) quando afirmam que o “uso de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é um primeiro passo para que os alunos se familiarizem com ambientes investigativos e que aprendam o fazer modelagem desde cedo”. Tal ambiente proporciona oportunidades que “ajudam crianças pequenas que têm falta de algum conhecimento conceitual relacionado” (English & Watters, 2004, p. 342) em uma atividade de modelagem.

Todavia, a criação desse ambiente é de responsabilidade do professor. Ao configurar um ambiente para ensinar e aprender matemática nos anos iniciais, Nacarato, Mengali e Passos (2011) se fundamentam nos “ambientes de aprendizagem” propostos por Alrø e Skovsmose (2006). Para isso, as autoras destacam duas características: a relação dialógica entre alunos e entre aluno e professor; e a comunicação. Segundo as autoras,

Essas características pressupõem certa dinâmica nas aulas de matemática, em que alunos e professores precisam envolver-se na atividade intelectual de produzir matemática – ou de matematizar. Essa atividade exige reciprocidade: não apenas o professor é o sujeito ativo (Nacarato, Mengali & Passos, 2011, p. 42).

Defendemos que atividades de modelagem propiciam o ambiente supracitado e se constituem como um processo que visa à aprendizagem dos alunos, pois proporcionam conhecer aplicações da matemática, ao resolver problemas do mundo real (Tortola & Almeida, 2013). De certa forma, por meio da modelagem se “redefine o papel do professor no momento em que perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe” (Barbosa, 1999, p. 71). Para tanto, há “a necessidade de promover ambientes que levem os professores a vivenciar a prática de modelagem e a refletir sobre esse processo” (Mendonça & Lopes, 2017, p. 309).

Com esse intuito, temos focado nossa atenção na produção escrita de professoras dos anos iniciais ao vivenciar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática no contexto de um grupo de estudos, pois entendemos, assim como Nacarato, Mengali e Passos (2011, p. 43) que o “movimento de comunicação e de negociação de significados exige o registro escrito – tanto do aluno sobre sua aprendizagem quando do professor sobre sua prática”.

Procedimentos metodológicos para o desenvolvimento da pesquisa

Para compreender o modo como as professoras pensam e como lidam com uma situação-problema em uma atividade de modelagem matemática, escolhemos a análise da

produção escrita como um caminho de investigação. Santos (2008) destaca que toda produção escrita, seja ela obtida por meio de trabalhos, provas, ou qualquer outro instrumento que possibilite o registro de ideias, é muito importante. Para a autora, por meio desta análise, é possível perceber a partir da resolução de um problema, se o mesmo é correto, parcialmente correto ou incorreto, sendo possível obter informações sobre o que sabem do conteúdo envolvido, prever o que podem vir a saber futuramente, além de buscar informações para auxiliar o processo de aprendizagem.

Nesta direção, Buriasco (2004) descreve a importância da análise da produção escrita na compreensão do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que por meio dela é possível ter uma noção mais precisa sobre o que seus alunos sabem e são capazes de fazer. Ferreira (2013) complementa ainda esta ideia, enfatizando que analisar a produção escrita em matemática funciona como fio condutor na conexão entre alunos e professores. Para a autora, por meio desta análise, o professor obtém informações sobre o nível de compreensão de seus alunos acerca de determinado conteúdo, pois o aluno, ao deixar seus registros escritos, descreve elementos que subsidiam seu conhecimento.

Considerando o encaminhamento de atividades de modelagem matemática em sala de aula e a necessidade do preparo do professor para orientar e encaminhar uma aula com Modelagem Matemática, é que organizamos um grupo de estudos com professoras dos anos iniciais no âmbito de um projeto de extensão. Essa iniciativa, de certa forma, está em consonância com os apontamentos de Silva e Klüber (2012), bem como das assertivas de Barbosa (2004), quando propõem aos professores a utilização da Modelagem Matemática como uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática por meio de curso de formação continuada.

O grupo de estudos, no momento da coleta de dados, era constituído por oito professoras atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental, quatro alunos de graduação – dois da licenciatura em Matemática e dois da licenciatura em Química – e quatro professoras formadoras. As professoras dos anos iniciais participantes do grupo tinham idade entre 28 e 50 anos.

Embora todos os participantes tenham colaborado com o desenvolvimento da atividade, nossos sujeitos de pesquisa são as professoras dos anos iniciais, pois nosso objetivo é *compreender o modo como pensam e como lidam com uma situação-problema em uma atividade de modelagem matemática*, a fim de analisar suas produções em relação às fases da modelagem, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012). Mesmo que a produção escrita retratasse o encaminhamento da atividade de modelagem pelas professoras, necessitamos, para nossas análises, das gravações em vídeo e áudio. Assim, excertos de transcrições de falas das professoras se fazem presentes para complementar a produção escrita.

A atividade de modelagem matemática relatada e analisada foi desenvolvida em um dos encontros do GEAMAI e teve duração de três horas. No dia do desenvolvimento da atividade estavam presentes sete professoras dos anos iniciais e dois alunos de graduação em

Licenciatura em Química, além de três professoras formadoras participantes, sendo duas autoras do presente artigo. O Quadro 1 apresenta informações sobre os participantes⁶ do grupo de estudos que desenvolveram a atividade analisada. Tais informações foram obtidas a partir de questionário respondido pelos mesmos. Utilizamos a letra P para nos referirmos às professoras, seguida de um número que as diferencia e a letra E para os estudantes de graduação, seguida de um número.

Quadro 1 – Informações sobre os participantes do grupo de estudos que desenvolverem a atividade

Participante	Informação
P1	Graduada em Pedagogia, tem especialização em Psicopedagogia, Gestão e Ensino de Matemática. Atua há seis anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Conheceu a Modelagem Matemática em cursos de capacitação, seminários e congressos.
P2	Graduada em Pedagogia, tem especialização em Educação Especial, Arte na Educação e Alfabetização e Letramento. Atua há dois anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nunca teve contato com Modelagem Matemática.
P3	Graduada em Pedagogia, tem especialização em Neuroeducação, mestrado em Educação. Atua há dois anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nunca teve contato com Modelagem Matemática.
P4	Graduada em Pedagogia, atua há seis anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nunca teve contato com Modelagem Matemática.
P5	Graduada em Pedagogia, tem especialização em Docência no Ensino Superior, Gestão, Inclusão e Psicopedagogia. Atua há vinte anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Teve uma “noção” sobre Modelagem Matemática a partir de um evento regional, no qual a mesma participou, durante o ano de 2017.
P6	Graduada em Pedagogia, tem especialização em Psicopedagogia. Atua há dois anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nunca teve contato com Modelagem Matemática.
P7	Graduada em Pedagogia, tem especialização em Avaliação Educacional. Atua há doze anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Afirma conhecer e utilizar Modelagem Matemática em suas turmas. Passou a conhecer em cursos de capacitação, seminários e congressos. Para ela Modelagem Matemática <i>é partir de problemas reais, e por meio de um modelo matemático buscar a solução.</i>
E1	Graduanda em Licenciatura em Química, participante do grupo de estudos como aluna de Iniciação Científica. Conhece Modelagem Matemática por ser a linha de pesquisa na qual seu projeto de iniciação científica faz parte.
E2	Graduando em Licenciatura em Química, participante do grupo de estudos como aluno do Projeto de Extensão. Conhece Modelagem Matemática por ter vivenciado em sala de aula.

Fonte: Arquivo da professora formadora.

A situação-problema apresentada aos participantes foi sugerida e orientada por uma das professoras formadoras (PF) – a primeira autora deste artigo –, que distribuiu uma folha com informações sobre o “suco de laranja”, conforme Quadro 2. A partir dessas informações, os participantes, em grupos de três integrantes, deveriam elaborar um problema e resolvê-lo por meio da Modelagem Matemática. Foram constituídos três grupos, denominados por GP1, GP2 e GP3. Tais grupos foram constituídos da seguinte maneira: GP1 – P2, P6 e E2; GP2 – P1, P5 e P7; GP3 – P3, P4 e E1. Os dados que subsidiam nossas análises consistem essencialmente nas produções escritas das sete professoras. No entanto, em alguns momentos,

⁶ A partir deste momento passamos a utilizar a designação *participantes*, pois alunos da graduação se fazem presentes.

recorremos às falas transcritas das gravações e/ou produção escrita dos alunos de graduação. Os dados foram obtidos com os consentimentos livres e esclarecidos dos participantes.

Quadro 2 – Informações para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">O suco de laranja</p>  <p>De acordo com o SEBRAE – O consumo de sucos naturais está cada vez maior. Fato que se deve ao baixo investimento, pois são poucos os eletrodomésticos essenciais e necessários para venda de sucos naturais, em especial o de laranja. Uma fresqueira, espremedor de laranja, liquidificador e um bom refrigerador garantem uma boa rentabilidade, e baixo custo.</p> <p><i>Sucos: o único setor do food service no qual “espremer” é uma atividade que rende lucros, e não sufoco.</i></p> <p>“Suco de laranja você vende o ano todo, não tem época, não tem região”.</p> <p>http://www.foodservicenews.com.br/sucos-naturais-estao-em-alta/</p>	<p>A origem da laranja é controversa, relatos históricos situam as mais remotas plantações de laranjas há 2 mil anos em diversas regiões da Ásia. A laranja atingiu a Europa na idade média depois de circular pela África e a região da península Arábica.</p> <p>Os portugueses, na época dos descobrimentos, introduziram os diferentes tipos de frutos cítricos nas regiões em ocupação, observando a fácil adaptação climática e geológica. No Brasil, o início do plantio se fez nas regiões do Nordeste e Bahia, sendo depois conduzida a região Sul e Sudeste.</p> <p>A utilização dos sucos cítricos, ricos em vitamina C, foi uma das maiores descobertas médicas dos navegadores, na prevenção e cura do escorbuto, causado pela falta dessa vitamina. A laranja é um alimento rico em vitaminas, principalmente a C e A, bem como antioxidantes (Flavonóides – Hesperidina) e minerais (Potássio, Fósforo, Cálcio e Magnésio).</p> <p>O suco de laranja é o suco de fruta número 1 no mundo. É feito ao espremer a laranja fresca, podendo ser totalmente natural, ou pela concentração do suco e mais tarde acréscimo da água/açúcar/gelo ao concentrado.</p> <p>http://top10mais.org/top-10-bebidas-mais-consumidas-no-mundo/#ixzz4vTgRvBQ4</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>Problema:</p> </div>
--	--

Fonte: Arquivo da professora formadora.

As análises que realizamos se fundamentam em uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo que, segundo Garnica (1997, p. 111), segue “[...] uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador”.

A escrita como recurso para análise de uma experiência de atividade de modelagem matemática nos anos iniciais

Para o desenvolvimento da atividade de modelagem, a partir da apresentação da situação-problema, foi solicitado que os grupos utilizassem apenas a folha entregue para os registros, não utilizassem rascunho e anotassem todo o encaminhamento realizado. Além disso, foram disponibilizados alguns itens que poderiam ser utilizados no desenvolvimento da atividade, como laranjas, espremedores, copos com três capacidades diferentes, balança e copo medidor.

Partindo do entendimento que uma atividade de modelagem matemática é orientada

pela busca de uma solução para um problema definido e que essa orientação segue encaminhamentos que se configuram enquanto fases, como proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012), realizamos nossas análises.

Inteiração

Para se inteirarem do que poderiam estudar, a partir da situação inicial apresentada pela PF, os participantes discutiram em grupos as informações que lhes foram apresentadas (Figura 1). Para isso, a PF estava presente para esclarecer algumas dúvidas.



Figura 1 – Grupos conversando sobre as informações, orientados pela PF

Fonte: Arquivo da professora formadora

Uma primeira inteiração, que foi compartilhada pelos participantes do GP2 com o restante do grupo de estudos e que foi evidenciada nas gravações em vídeo, está associada ao entendimento de suco de laranja, conforme transcrição a seguir:

P1: Suco é puro, somente laranja!

P5: Sim, quando se adiciona água se torna refresco!

A inteiração é a fase em que o participante tem contato com a situação inicial que se pretende investigar. A partir de informações sobre uma determinada situação inicial define-se um problema a ser investigado e metas para sua solução. Compreender o que é suco de laranja, de certa forma, orientou o encaminhamento para a definição do problema a ser investigado, tal encaminhamento foi evidenciado na interação das professoras com a PF e registrada na gravação em vídeo, conforme transcrição:

P5: Ali tem quantas laranjas? Vinte?

PF: Não sei, se vocês quiserem contar, pode contar.

P5: Você comprou por quilo?

PF: Sim.

P5: Quantos quilogramas de laranjas você comprou?

PF: Não sei, só peguei lá... tem uma balança aqui dá para pesar.

P2: Comprou em um mesmo lugar?

PF: Sim, todas em um mesmo lugar.

A partir da sugestão da professora com relação a fazer uso dos itens levados no encontro, os participantes passaram a realizar coleta de dados. Isso se deve ao fato de que a inteiração implica em “cercar-se de informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 15). As professoras se inteiraram da situação medindo a massa de laranjas utilizando a balança, espremendo algumas delas com uso dos espremedores elétricos e coletando o suco por meio do copo medidor (Figura 2).



Figura 2 – Coleta de dados para o desenvolvimento da atividade de modelagem

Fonte: Arquivo da professora formadora

Com os dados coletados e as discussões iniciais, alguns problemas foram definidos pelos grupos. O que evidenciamos é que os grupos tomaram como ponto de partida sua prática pedagógica, voltando-se à turma na qual atuam, conforme transcrição de algumas observações:

P1: Gente eu estou trabalhando medidas de capacidade, nossa a gente é tão ligada a isso [risos].

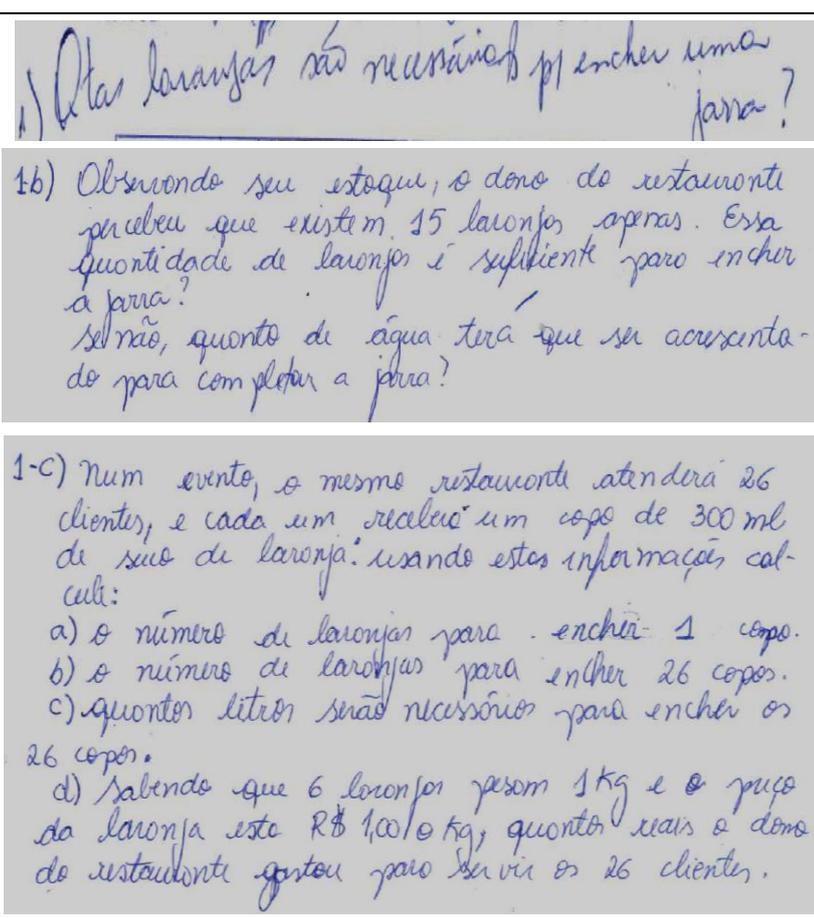
P5: Como para as crianças a gente também pode usar a dúzia!

P1: Trabalhar com as crianças, porque eles não têm muita noção disso, a gente tem... Eles não têm noção de quilograma e dúzia!

De forma a analisar a produção escrita dos participantes, com relação à definição do problema que pretendiam investigar, apresentamos o “modo” como cada grupo elaborou o problema no Quadro 3.

Quadro 3 – Problema elaborado pelos grupos

Grupo	Problema elaborado
GP1	<p>Problema: Na hora do lanche cada copo receberá um copo de 200ml de suco de laranja. Sabendo que cada jarra tem a capacidade de 1l, quantas jarra serão necessárias para atender 20 copos?</p>
GP2	<p>Problema: Medidas de Capacidade. Quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 litro de suco?</p>

GP3	 <p>1) Quantas laranjas são necessárias para encher uma jarra?</p> <p>1b) Observando seu estoque, o dono do restaurante percebeu que existem 15 laranjas apenas. Essa quantidade de laranjas é suficiente para encher a jarra? Se não, quanto de água terá que ser acrescentado para completar a jarra?</p> <p>1-c) Num evento, o mesmo restaurante atenderá 26 clientes, e cada um receberá um copo de 300 ml de suco de laranja. usando estas informações calcule: a) o número de laranjas para encher 1 copo. b) o número de laranjas para encher 26 copos. c) quantos litros são necessários para encher os 26 copos. d) sabendo que 6 laranjas pesam 1kg e o preço da laranja está R\$ 1,00/kg, quanto mais o dono do restaurante gastou para servir os 26 clientes.</p>
-----	--

Fonte: Relatório entregue pelos grupos.

Na produção escrita de GP1 para o problema a ser estudado, evidenciamos que o grupo decidiu por apresentar todos os dados do problema em que, para sua resolução, os alunos para os quais esses participantes ministram aulas teriam que fazer uso de alguma operação matemática. Essa abordagem vai de encontro ao entendimento de problema como uma situação em que o sujeito deseja fazer algo, mas desconhece, *a priori*, os procedimentos ou encaminhamentos necessários para obter a solução (Poggioli, 2001).

O que evidenciamos é que GP01 elaborou um problema de rotina, muito presente em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Polya (1995, p. 14) descreve que:

O problema que não se resolve por rotina exige um certo grau de criação e originalidade por parte do aluno, enquanto o problema de rotina não exige nada disso. O problema a ser resolvido sem rotina tem alguma possibilidade de contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno, enquanto que o problema de rotina não tem nenhuma.

Isso reflete a necessidade de apresentar situações-problema, que oportunizem a elaboração de problemas em que, para resolução, faz-se necessária a coleta de dados, como evidenciamos na produção escrita de GP2. Determinar a quantidade de laranjas necessárias

para se fazer 1 litro de suco não apresenta de antemão um encaminhamento a ser seguido.

A produção escrita de GP2 para um problema atende aos requisitos previstos pela proposta de modelagem e também àqueles voltados para a resolução de problemas, pois como enfatiza Pozo (1998), a solução de um problema baseia-se na apresentação de situações sugestivas, exigindo dos alunos uma participação ativa, em que se deve fazer um esforço para buscar a resolução do problema, fazendo com que o aluno tenha oportunidade de construir seu próprio conhecimento. Neste contexto, desenvolver a atividade de modelagem colocou o grupo (GP2)

na condição de quem faz matemática, de quem precisa elaborar um problema, elencar hipóteses, pensar num plano de ação que verifique (ou não) a validade dessas hipóteses, monitorar os encaminhamentos de resolução, enfim, de quem precisa pensar matematicamente mesmo em situações inicialmente não matemáticas (Veronez, Vertuan & Almeida, 2013, p. 1).

Neste sentido, o grupo, por mais que tenha elaborado um problema e respondido pensando em sua prática, ou seja, para alunos do segundo ano do Ensino Fundamental, o problema pode ser desenvolvido em qualquer nível de ensino, visto que o ponto de partida para resolução irá depender da quantidade de suco presente em uma laranja, para então obter dados necessários para responder ao problema.

Já o GP3 elaborou três problemas para serem investigados, tomando como base a quantidade de suco presente em uma laranja, em que uma coleta de dados seria necessária, de maneira semelhante ao de GP1. Todavia, para o problema 1a (*Quantas laranjas são necessárias para encher uma jarra*) exige uma tomada de decisão por parte do resolvidor, visto que não é apresentada a capacidade da referida jarra, diferente do apontado no problema de GP1 (*Quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 litro de suco?*).

No problema 1b (*Observando seu estoque, o dono do restaurante percebeu que existem 15 laranjas apenas. Essa quantidade de laranjas é suficiente para encher a jarra? Se não, quanto de água terá que ser acrescentado para completar a jarra?*), GP3 elabora um contexto para além do que a própria atividade de modelagem matemática desencadeia, com vista à sua resolução. Além disso, nesse problema, GP3 insere a ideia de refresco na proposta de inserção de água, caso a quantidade de laranja não fosse suficiente, assunto abordado na fase de inteiração por integrantes do GP1.

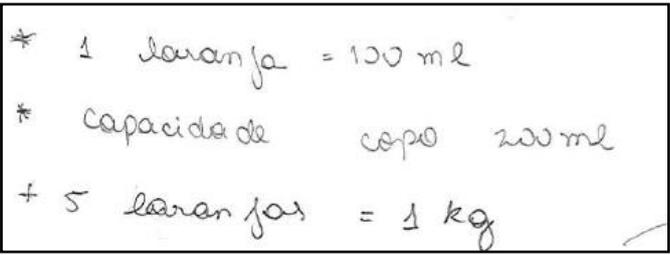
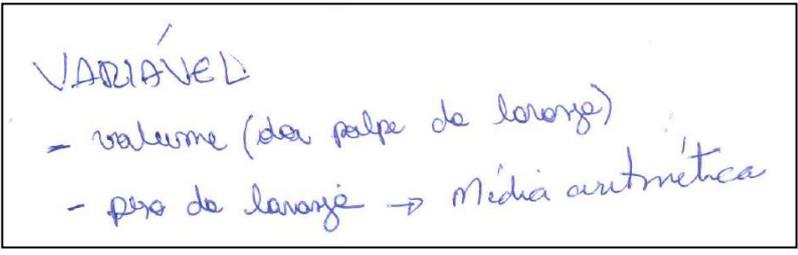
O problema 1c é dividido em quatro itens, nos quais evidenciamos uma ampliação nas discussões dos dados coletados empiricamente, considerando número de pessoas a serem servidas em um dado evento quando a capacidade dos copos é apresentada. Todavia, a abordagem gira em torno da quantidade de suco de uma laranja (100 mililitros). Além disso, no item d (*Sabendo que 6 laranjas pesam 1kg e o preço da laranja está R\$1,00 o kg, quantos reais o dono do restaurante gastou para servir os 26 clientes*) levou em consideração o valor do quilograma da laranja, devido aos encartes que a PF levou para o desenvolvimento da atividade. O que fica evidente é que GP3 levou em consideração todas as informações

circundantes para elaborar o problema a ser investigado.

Matematização

A transição da linguagem natural para a linguagem matemática, de forma geral, é realizada “a partir da formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 16). Esta fase é importante por analisar quais possíveis conceitos matemáticos serão necessários para a resolução do problema. No Quadro 4, apresentamos a matematização realizada pelos grupos em suas produções relativas às variáveis e hipóteses.

Quadro 4 – Matematização realizada pelos grupos

Grupo	Matematização
GP1	 <p>* 1 laranja = 100 ml * capacidade de copo 200 ml + 5 laranjas = 1 kg</p>
GP2	<p>Variáveis: \geq tamanho da laranja } não no caso de modelagem - só para \geq espessura da casca } a escolha da laranja \geq 1 laranja média \Rightarrow 100 ml \geq perdemos 40 ml ao espremermos 6 laranjas</p> <p>Hipóteses: \rightarrow meia dúzia de laranjas equivalem 560ml. $\frac{560}{42}$ 1 dúzia laranja 1,1 20 ml $\frac{1120}{1120}$ \rightarrow 1 laranja = 100 ml</p> <p>\rightarrow Foi espremido 1 laranja, deu 100ml e 6 laranjas deu 560ml há uma perda de 40ml.</p>
GP3	 <p>VARIÁVEL - volume (da polpa de laranja) - peso de laranja \rightarrow média aritmética</p>

Fonte: Relatório entregue pelos grupos.

Na matematização realizada por GP1, os participantes utilizaram da coleta de dados, o

que denota que necessitaram retornar à inteiração, caracterizando a dinamicidade do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática como aponta Bassanezi (2002), bem como a não linearidade em que os envolvidos percorrem as fases, como afirmam Almeida, Silva e Vertuan (2012). Este grupo, todavia, não deixou explícita que variáveis consideraram na resolução do problema. No entanto, de acordo com o problema apresentado no Quadro 3, a variável jarra de suco depende da quantidade de copos de 200 mililitros servidos para as crianças. Mesmo apresentando a massa de cinco laranjas (1 quilograma), essa informação não foi considerada na definição do problema, havendo uma simplificação do mesmo.

Já GP2, apresentou de forma explícita as variáveis: tamanho da laranja, espessura da casca. No entanto, tais variáveis não estavam de acordo com o que seria utilizado a partir do problema definido pelo grupo – *Quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 litro de suco?* –, ou seja, a quantidade em mililitros de suco de laranja dependia da quantidade de laranjas. Na produção escrita de GP2 duas hipóteses também são apresentadas na relação de variáveis – 1 laranja média = 100 mL, perdemos 40 mL aos espremermos 6 laranjas – e são aquelas essenciais para resolver o problema. O que podemos inferir é que as professoras apresentaram dúvidas quanto ao que seriam variáveis e hipóteses.

Para dar continuidade ao desenvolvimento da atividade, ainda na matematização, ao analisarmos as gravações, uma das professoras de GP2 afirma conhecer e desenvolver atividades de modelagem matemática em suas aulas enquanto alternativa pedagógica, e destaca:

P7: Para comprovar a gente vai ter que espremer!

PF: Sim pode espremer.

P7: Não, porque tem que validar... Pra ser, Pra ser... modelagem tem que validar!

Diante das afirmações de P7, fica evidente que para o levantamento de hipóteses, o grupo considerou dados coletados empiricamente, *meia dúzia de laranjas equivalem a 560 mililitros*, conforme Figura 3.

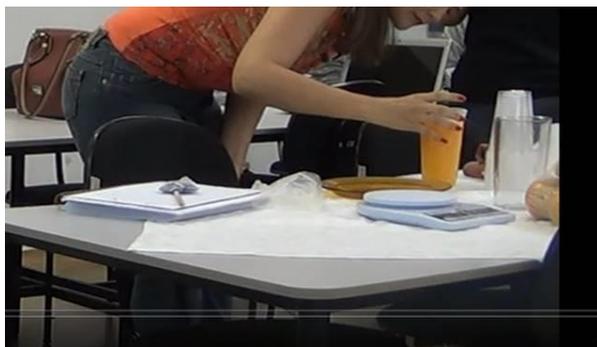


Figura 3 – Levantamento de hipóteses realizado por GP2

Fonte: Arquivo da professora formadora

Na produção escrita do que corresponde à fase de matematização, os participantes de GP3 não apresentaram hipóteses *a priori*, descrevendo as variáveis que relacionavam o volume da laranja (quantidade de suco) e o peso (massa) de uma laranja, sendo calculado a partir da média aritmética das medidas obtidas com a coleta de dados que realizaram. No entanto, ao analisar as gravações de vídeo, pudemos observar que o grupo decidiu coletar dados relativos à quantidade (em mililitros) de suco de laranja em uma laranja média. E quanto à discussão do que seria uma laranja média P4, afirma que: *Cada laranja tem um peso.*

Para determinar a laranja média, visualizamos nas gravações realizadas que o grupo GP3 considerou a massa de duas laranjas – de maior e de menor tamanho – e calculou a sua média, somando as duas massas e dividindo por dois (Figura 4a), bem como medindo a massa das duas e dividindo por dois (Figura 4b).



Figura 4 – Levantamento de hipóteses realizado por GP3

Fonte: Arquivo da professora formadora

Após esse procedimento, os participantes encontraram uma laranja que tivesse a massa mais próxima do cálculo da média e espremeram-na, obtendo o volume de uma laranja média – 100 mililitros. GP3 também compartilhou com os demais grupos o que haviam encontrado, conforme consta nas gravações:

P3: Pessoal, se vocês quiserem saber quanto deu o suco de uma laranja média, deu cem mililitros tá? Se for interessante para vocês!

Com isso, evidenciamos o trabalho colaborativo do grupo com os demais grupos que desenvolveram a atividade de modelagem matemática. Tal grupo buscou, por meio da linguagem natural discutida entre os participantes, selecionar variáveis e hipóteses voltadas a conceitos matemáticos, como grandezas e medidas (capacidade e massa) e tratamento da informação (cálculo de médias). No entanto, isso não fica explícito na produção escrita do grupo, somente nas discussões empreendidas.

O que podemos evidenciar é que transição de linguagem não se refere ao que está escrito, mas também o que é falado. Isso vai ao encontro do que Almeida, Silva e Vertuan (2012) destacam como sendo a matematização, ou seja, a fase em que acontecem os processos de transição de linguagens, o momento em que se busca por meio da matemática “dar significado para organização da realidade” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 15).

Resolução

A fase relativa à resolução tem por finalidade responder ao problema investigado e, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões do mesmo. Para isso, se faz uso de um modelo matemático “para representar, explicar e “tornar presentes” situações (que podem não ser matemáticas)” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 13).

Com o objetivo de representar a situação conforme alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, GP1 se deteve à produção de P2 em que se fez uso de operações matemáticas, bem como de representação figural (Figura 5) para determinar a quantidade de jarras de suco de laranja para servir 20 alunos (que compõem a sua sala de aula).

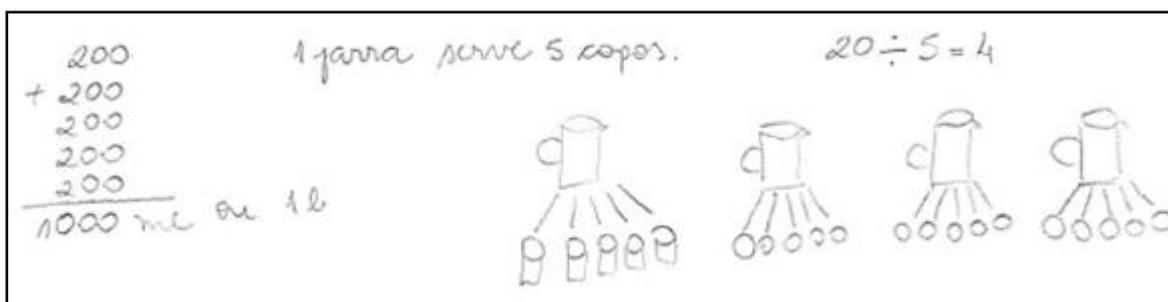


Figura 5 – Produção escrita de P2 para a resolução do problema de GP1

Fonte: Relatório entregue por GP1

O que podemos evidenciar pela produção escrita é que este grupo utilizou somas sucessivas ($200+200+200+200+200$) para encontrar 1000 mililitros ou 1 litro de suco de laranja, descrevendo que optou por partir dessa premissa, ao afirmar que seus alunos ainda não compreendem a multiplicação como soma de parcelas iguais (abordagem enunciada e obtida das gravações). A professora P2 também relatou ao grupo de estudos que, nesta fase escolar, seus alunos ainda realizam representações em forma de desenhos para responder às perguntas. Segundo Tortola (2016), incentivar que os alunos façam registros, pode contribuir com o uso da linguagem matemática, e coloca em evidência como os alunos interpretam a resolução de um problema, podendo o professor intervir, caso necessário.

Na resolução do problema proposto por GP2, a professora P1, apresentou a resolução utilizando relações de igualdade, partindo do que já havia destacado nas hipóteses em que consideraram também as perdas quando espremem as laranjas (Figura 6). Ao analisar os áudios e as gravações, é possível inferir que a professora utilizou relações que refletem na Figura 6 como sendo:

$$\begin{aligned}
 1 \text{ laranja} &= 100 \text{ mililitros} \\
 6 \text{ laranjas} &= 600 \text{ mililitros} \\
 600 \text{ mililitros} - 40 \text{ mL} &= 560 \text{ mililitros} \\
 12 \text{ laranjas} &= 1200 \text{ mililitros} \\
 1200 \text{ mililitros} - 80 \text{ mililitros} &= 1120 \text{ mililitros} \\
 11 \text{ laranjas} &= 1020 \text{ mililitros}
 \end{aligned}$$

1 =	100		
6 =	600	- perda	40 = 560
12 =	1200	- perda	80 = 1120
11 laranjas = 1020			

Figura 6 – Produção escrita de P1 para a resolução do problema de GP2

Fonte: Relatório entregue por GP2

As professoras também fizeram a relação que para 1 litro de suco de laranja, são necessárias 11 laranjas, com sobra de 20 mililitros, ou seja, apresentaram uma solução para o problema – *Quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 litro de suco?* –, principal objetivo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Ao analisar as produções escritas para a resolução dos problemas, os participantes do GP3 responderam ao problema 1a (*Quantas laranjas são necessárias para encher uma jarra*), como apresentado na Figura 7, apresentando as massas encontradas para três laranjas – 180g, 165g e 270g. Mas para determinar a laranja que definiram como média, nas hipóteses, utilizaram a menor e a maior medida, encontrando 205 gramas como a massa média, conforme já destacado na fase de *matematização*. Apresentaram também o volume de suco que continha na laranja média, ou seja, 100 mililitros. No entanto, não explicitaram nas hipóteses ou mesmo no problema que uma jarra teria a capacidade de 1 litro e 700 mililitros, informação confirmada nas gravações analisadas. A partir do valor médio de suco de uma laranja, determinaram a quantidade necessária, ou seja, 17 laranjas.

1A) 180g
165g
270g
 $\bar{x} = 205g$

$\bar{x}(\text{Volume}) = 100 \text{ mL}$
1L 700 mL
17
 $\frac{17 \times 100}{1.700}$ Logo, são necessárias 17 laranjas.

Figura 7 – Produção escrita de E1 para a resolução do problema de GP3

Fonte: Relatório entregue por GP3

Na resolução do problema 1b – *Observando seu estoque, o dono do restaurante percebeu que existem 15 laranjas apenas. Essa quantidade de laranjas é suficiente para encher a jarra? Se não, quanto de água terá que ser acrescentado para completar a jarra?* –, Figura 8, os participantes de GP3 utilizaram os dados coletados empiricamente (1 laranja tem 100 mililitros de suco) e realizaram a multiplicação: $15 \times 100 = 1500$, que corresponde a 1 litro e 500 mililitros de suco de laranja. Como no problema 1a, determinaram que a jarra tem a capacidade de 1700 ml, então fizeram a subtração ($1700 - 1500 = 200$), obtendo a quantidade de água a ser inserida para completá-la.

D) 15 laranças
 $15 \text{ laranças} \times 100 \text{ ml} = 1\text{L} + 500 \text{ ml de suco}$
 1700
 $- 1500$
 $\hline 200 \text{ ml}$

Logo damos um adicinal de 200 ml de água, para que o volume da janta seja completo.

Figura 8 – Produção escrita de E1 para a resolução do problema de GP3

Fonte: Relatório entregue por GP3

Para a resolução do problema 1c, o grupo também respondeu da mesma forma como nas duas letras anteriores, de forma mais objetiva, utilizando relações e operações diretas (Figura 9). Para esse problema, foram inseridos quatro itens nomeados como a, b, c, d.

No item a do problema 1c (*o número de laranças para encher 1 copo*), como determinaram a capacidade do copo no problema (300 mililitros) e, sabendo da quantidade de suco em uma laranja, determinado na inteiração empírica (100mililitros), utilizaram regra de três simples e obtiveram como solução 3 laranças. Com essa solução, puderam determinar o número de laranças para encher 26 copos (item b do problema 1c), ou seja, 78 laranças.

Como cada copo tem 300 mililitros e serão servidos 26 copos, o grupo chegou à solução do item c do problema 1c (*quantos litros são necessários para encher os 26 copos*), 7 litros e 800 mililitros, ou seja, aproximadamente, 8litros.

Com relação ao item d do problema 1c, fica implícito que os participantes determinaram a massa das 78 laranças, dividindo essa quantidade por 6, visto que seis laranças tem massa de 1quilograma, como determinado no enunciado (*Sabendo que 6 laranças pesam 1kg e o preço da laranja está R\$1,00 o kg, quantos reais o dono do restaurantes gastou para servir os 26 clientes?*). Com isso, os participantes do grupo chegaram a 13 quilogramas que equivalem a R\$13,00, devido ao valor do quilograma de laranças ser R\$1,00.

c) 26 clientes
300 ml (copo)
1 laranja - 100ml
3 laranças = 300 ml de suco

b) Para encher 26 copos
1 copo - 3 laranças
26 copos - n
78 laranças para preencher 26 copos

c) Quantos litros para encher 26 copos?
78 laranças - 26 copos
3 laranças = 300ml
26 copos x 300 ml = 7L e 800ml

d) 13 Kg . 1,00 real = 13

Figura 9 – Produção escrita de E1 para a resolução do problema de GP3

Fonte: Arquivo da professora formadora

Interpretação dos resultados e validação

A interpretação dos resultados consiste na análise de uma resposta para o problema. De certa forma, os grupos chegaram a uma solução para o problema e o validaram por meio

de observação empírica, seja para determinar quantas jarras de 1 litro são necessárias para encher 20 copos (GP1), como para determinar a quantidade de laranjas necessárias para fazer 1 litro de suco (GP2), como para determinar a quantidade de laranjas de uma jarra, de um copo de 300 mililitros, ou para encher 26 copos de suco e quanto se gastaria em reais para produzir suco para esta quantidade (GP3).

Resultados e considerações finais

Na investigação apresentada neste artigo, procuramos compreender o modo como as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental pensam e como lidam com uma situação-problema em uma atividade de modelagem matemática. Isso se deve ao fato de que defendemos, assim como Souza e Luna (2014), a necessidade de ações de formação de professores dos anos iniciais em Modelagem Matemática com o intuito de que essa tendência da Educação Matemática seja implementada em sala de aula.

Seguindo as fases que caracterizam uma atividade de modelagem matemática, como propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), realizamos uma análise qualitativa da produção escrita das professoras. Embora tenhamos descrito linearmente essas fases em nossa análise, entendemos que estas não ocorrem em uma sequência, mas se fizeram presentes no encaminhamento da atividade.

Por meio das análises, evidenciamos a dinamicidade de uma atividade de modelagem, conforme afirma Bassanezi (2002) ao mesmo tempo em que pudemos problematizar as fases da modelagem caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012). A fase de *matematização*, por exemplo, não pode ser reduzida à transição da linguagem natural para a linguagem matemática. Ao contrário, entendemos que a ação de pensar ou raciocinar matematicamente acontece tanto mediante uso de linguagem natural como por meio de uma linguagem simbólica ou formal. Assim, no caso desta experiência, o processo de matematização foi evidenciado em todas as fases de desenvolvimento da atividade de modelagem experienciada pelas professoras. Na inteiração, por exemplo, houve um processo de matematização quando as professoras, para se inteirarem da situação-problema, tiveram que calcular a massa (ou volume médio de suco) de cada laranja, utilizando a balança como recurso. Nossa experiência evidenciou que a fase matematização, como denominam Almeida, Silva e Vertuan (2012), se configurou, na verdade, como uma fase de construção de um modelo matemático para a situação-problema, podendo este ser algébrico, gráfico ou aritmético, de acordo com o conhecimento matemático dos modeladores.

Entendemos que as fases orientam o modelador no desenvolvimento da atividade de modelagem, além de possibilitar a professores em formação uma vivência com o fazer modelagem. Essa abordagem vai ao encontro do que é destacado por Almeida e Dias (2004), que afirmam que, no período de formação, não basta o professor ter contato com a Modelagem Matemática apenas na teoria, é necessário que os professores desenvolvam atividades enquanto modeladores e que tais experiências sejam positivas ao passo de optarem por desenvolverem com suas turmas.

Considerando que a produção escrita subsidia uma compreensão sobre o

conhecimento daqueles que a produz (Ferreira, 2013), escolhemos fazer uso da análise da produção escrita das professoras. As produções escritas das professoras investigadas consistiram em um recurso para reflexão e sistematização das mesmas sobre suas experiências com a atividade de modelagem que poderia ser encaminhada em suas salas de aula, tanto que os problemas elaborados pelos diferentes grupos levou em consideração o encaminhamento com os alunos (Quadro 2).

O grupo GP1, partindo da situação-problema suco de laranja, propôs um problema relacionado à vivência de seus alunos “a hora do lanche”. No entanto, o problema foi elaborado apresentando todos os dados, não se configurando segundo caracterização de Poggioli (2001) que defende como problema uma situação em que o sujeito deseja fazer algo, mas desconhece, *a priori*, os procedimentos ou encaminhamentos necessários para obter a solução. O que podemos ponderar é que as professoras, de certa forma, lidam com a situação-problema, reduzindo-a a um problema de rotina, muito presente nos livros didáticos que fazem uso na sala de aula.

Para a resolução do problema, as professoras deste grupo apresentam um perfil voltado à prática pedagógica respondendo ao problema pensando como seus alunos o fariam. Isto se deve ao fato de que professores “podem buscar selecionar o texto adequado ao contexto no qual estão inseridos” (Luna & Barbosa, 2015, p. 350). Isso aponta para uma necessidade de reflexão em grupos de estudos, com vistas a lançar um olhar sobre o que consiste um problema no contexto de uma atividade de modelagem matemática. É importante que o grupo disponha de momentos em que cada participante exponha seus pensamentos em um ambiente de troca de experiências.

As professoras do grupo GP2 destacaram o fato de estar trabalhando com capacidades em determinada turma, para propor o problema que foi elaborado pensando no modo de resolver por meio da modelagem matemática. Porém, para sua resolução deixaram de representar como seus alunos responderiam ao problema. Este fato pode representar uma dificuldade por parte de muitos professores ao tentar elaborar problemas com situações sugestivas aos alunos, mas não representam diferentes formas de resolução de seus alunos. Isso também ocorreu com relação ao GP3 na elaboração das resoluções, cujas produções escritas revelam respostas objetivas, deixando de lado o modo como os alunos dos anos iniciais poderiam agir ao se depararem com problemas como estes.

O que podemos destacar para o propósito de nossa investigação é que a análise da produção escrita necessitou da complementação das falas e ações das professoras registradas por imagem e gravações em áudio e vídeo, visto que o encaminhamento da situação-problema, como lhes fora apresentado (Quadro 2), não requeria que as mesmas escrevessem seus raciocínios e ideias, seja de modo individual ou coletivo.

O que temos realizado em nossos encontros do GEAMAI está em consonância com os apontamentos de Silva e Klüber (2012) quando sugerem pesquisas que foquem o trabalho do professor no processo de formação continuada “quando se aproximam da Modelagem

Matemática na Educação Matemática” (Silva & Klüber, 2012, p. 240). A pesquisa de Gomes (2018) descreve o processo de formação das professoras do GEAMAI em Modelagem Matemática.

Deste modo, podemos inferir que as professoras puderam trocar experiências, ao passo que haviam vivenciado a atividade no GEAMAI. Para tanto, promover a formação de professores em Modelagem Matemática, no contexto de formação continuada, pode proporcionar um ambiente de colaboração e reflexão práticas, onde possam discutir e compartilhar significados, de forma a constituir conhecimentos matemáticos e confiança nas suas próprias capacidades para aprender sobre matemática e seu ensino.

Entendemos também que, para além de desenvolver uma atividade de modelagem enquanto modeladoras, as professoras precisam vivenciar e discutir experiências com atividades de modelagem enquanto orientadoras em suas turmas, ou seja, ensinar usando modelagem. Trata-se de investigações futuras que pretendemos desenvolver.

Referências

- Almeida, L. M. W. & Dias, M. R. (2004) Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, 17(22), 19 – 35.
- Almeida, L. M. W. & Ferruzzi, E. C. (2009). Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. *Alexandria*, 2(2). 117-134. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37952>.
- Almeida, L. W.; Silva, K. P. & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto.
- Almeida, L. M. W.; Tortola, E. & Merli, R. F. (2012). Modelagem Matemática – Com o que estamos lidando: Modelos diferentes ou Linguagens diferentes. *Acta Scientiae*, 14(2). 200-214. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/230>.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Barbosa, J. C. (2004). Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como?. *Veritati*, 4, 73-80.
- Barbosa, J. C. (1999). O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática?. *Zetetiké*, 7(11). 67-85. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646835>.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Buriasco, R. L. C. (2004). Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - *Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*, 2004, v.3, Curitiba. Anais... Curitiba: Champagnat, p. 243-251.

- English, L. D. & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with Young children. *The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 335-342). Bergen: PME. Retirado em 26 de janeiro, 2018, de: https://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR142_English.pdf.
- Ferreira, P. E. A. (2013). *Enunciados de tarefas de matemática: um estudo sob a perspectiva da educação matemática realística*. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Fiorentini, D. (2004) Pesquisar Práticas Colaborativas ou Pesquisar Colaborativamente? In: Borba, M. C.; Araujo, J. L. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Garnica, A. V. M. (1997). Algumas notas sobre Pesquisa Qualitativa e Fenomenologia. *Interface, Comunicação, Saúde, Educação*, 1(1), 109-122. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/icse/v1n1/08.pdf>.
- Gomes, Joice Caroline Sander Pierobon. (2018). *Práticas de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática*. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina –Pr. 205p
- Luna, A. V. A. & Barbosa, J. C. (2015). Modelagem matemática e os textos produzidos em um programa de formação continuada. *Zetetiké*, 23(44), 347-376. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646543>.
- Mendonça, L. O. & Lopes, C. E (2017). Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. *Zetetiké*, 25(2), 305-323. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648493>.
- Nacarato, A. M.; Mengali, B. L. S. & Passos, C. L. B. (2011). *A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Poggioli, L. (2001). Estratégias de resolución de problemas. *Serie Enseñando a Aprender. Caracas: Polar*. Retirado em 22 de abril, 2012, de: <http://www.paideavirtus.cl/mce/PDFS/Ensenando.pdf>.
- Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência.
- Pozo, J. I. (1998). Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: Pozo, J. I. (org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42.
- Santos, E. R. (2008). *Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática*. 2008. Dissertação (Mestrado em

Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

- Silva, V. S. & Klüber, T. E. (2012). Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(2), 228-249. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/394/199>.
- Souza, E. & Luna, A. V. A. (2014). Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 9, 57-73. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9nespp57>
- Tortola, E. (2016). *Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Tortola, E. & Almeida, L. M. W. (2014). Modelagem matemática: uma alternativa pedagógica para as aulas de matemática nos anos iniciais. In L. W. Almeida; M. T. Cyrino & A. M. Savioli (Orgs.), *Educação Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e práticas de alunos* (p. 185-206). Londrina: UEL.
- Tortola, E. & Almeida, L. M. W. (2013). Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*. 94(237), 619-642. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S2176-66812013000200014&script=sci_abstract.
- Veronez, M. R. D.; Vertuan, R. E & Almeida, L. M. W. (2013). Quando a elaboração de problemas acontece em uma atividade de modelagem: uma análise. *Anais da 8ª Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática* (p. 1-11). Santa Maria: Unifra.