



À elite, uma terceira natureza de números na Coleção *Matemática 2º Ciclo*

To the elite, a third nature of numbers in the *Matemática 2º Ciclo* Collection

Heloisa da Silva¹

Camila Libanori Bernardino²

Resumo

Na linha de pesquisa do Grupo História Oral e Educação Matemática, que investiga livros didáticos escolares de Matemática como *formas simbólicas*, este artigo examina a abordagem dos números complexos na coleção “Matemática 2.º ciclo”, bem como as transformações e as adaptações nessa abordagem, ao longo de cinco edições publicadas entre 1944 e 1956. Dentre os resultados discutidos, destaca-se que a obra foi produzida em uma época em que o ensino secundário era um ramo do ensino quase exclusivamente voltado para as elites do País e sua abordagem aos números complexos está atrelada a um processo de reconceitualização da noção de número, a partir do estudo das soluções de equações do terceiro grau, ocorrida na Matemática no início do século XIX.

Palavras-chave: História da Educação Matemática; números complexos; livro didático; Hermenêutica de Profundidade.

Abstract

In the research line of the Oral History and Mathematics Education Group that investigates school textbooks of Mathematics as *symbolic forms*, this article examines the approach of complex numbers in the “Matemática 2.º ciclo” Collection, as well as the transformations and adaptations in this approach throughout the five editions published between 1944 and 1956. Among the results discussed, it is emphasized that: the work was produced at a time when High school was almost exclusively aimed at the elites of the country; and its approach to complex numbers is linked to a process of reconceptualization of the notion of number, from the study of the solutions of equations of the third degree, occurred in Mathematics in the early nineteenth century.

Keywords: History of Mathematics Education; Complex numbers; Textbook; Hermeneutics of Depth.

Introdução

Os textos escritos – livros e legislações – relacionados à Matemática escolar vêm sendo objetos de investigação do Grupo História Oral e Educação Matemática (Ghoem) há cerca de dez anos, ao lado de um expressivo fortalecimento do campo de estudo histórico sobre a

Submetido em: 19/12/2018 – **Aceito em:** 24/04/2019 – **Publicado em:** 26/04/2019

¹ Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp). Professora do Departamento de Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Unesp, Campus de Rio Claro, Brasil. E-mail: heloisa.silva1@unesp.br

² Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista, Brasil. E-mail: camila.libanori@gmail.com

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Matemática como disciplina escolar e, em especial, da cultura de Matemática e de Educação Matemática escolares no campo da História da Educação Matemática brasileira³. Com base no pressuposto de que o estudo das disciplinas escolares coloca em evidência o caráter proeminentemente criativo do sistema escolar, trazendo à tona não somente as práticas de aulas, mas também as finalidades que precedem sua constituição e o fenômeno de aculturação de massa que ela determina (Chervel, 1990), as investigações no Ghoem advertem que a análise histórica de textos didáticos de Matemática deve considerar, dentre outros aspectos, que:

- a Matemática escolar é uma prática [social] e, assim, qualquer compreensão sobre ela não pode negligenciar esse viés;
- a formação erudita e as atividades de pesquisa – *stricto sensu* – é uma das faces da Matemática escolar;
- a aculturação ou formação ideológica constitui, consciente ou inconscientemente, o solo sobre o qual os conteúdos de ensino estão estruturados [colchetes adicionados]. (Oliveira, 2008, p. 58)

Por sua vez, o livro didático de Matemática tem sido objeto relevante para a compreensão histórica da Matemática escolar brasileira, especialmente por sua função no processo educativo, pela popularidade do uso de algumas obras, bem como pela influência de autores sobre a constituição do currículo escolar.

As muitas iniciativas para a formação de professores no Brasil estiveram, em seu início, vinculadas às práticas dos colégios jesuítas e das escolas militares – estas voltadas a uma seleta parcela da sociedade. As dificuldades para atender às demandas de professores foram sempre uma constante no País, seja nas capitais ou no interior dos estados, onde a situação foi ainda mais problemática. Nesse cenário, as práticas do Colégio Pedro II serviram por tempo considerável para parametrizar o ensino nacional de acordo com a estrutura daquele colégio, baseado nos manuais didáticos escritos por seus professores⁴. Dos manuais aos livros didáticos, esses textos vieram a suprir muitas carências na formação de professores de Matemática do País e a nortear suas práticas em salas de aula. Sobretudo por esses aspectos, os livros didáticos corroboram características do ensino de Matemática daqueles tempos e por isso, são tidos como objeto relevante para a compreensão histórica da Matemática escolar (Oliveira, 2008; Prado, 2003).

Ao acessar a *comunidade de memória* dos autores de livros didáticos destinados a circular no interior dos espaços escolares, é possível estabelecer compreensões sobre a

³ O conjunto de estudos sobre a Matemática escolar tem sido produzido por vários grupos de pesquisa do País. Os grupos podem ser identificados no *site* do Grupo de Trabalho 15 – História da Educação Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-15>.

⁴ O Colégio Pedro II foi criado por decreto em 02/12/1837, e suas aulas tiveram início em 25/03/1838 no prédio do até então Seminário de Órfãos de São Pedro, na cidade do Rio de Janeiro, capital da República à época.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

produção da subsistência material e espiritual por eles organizada em relações institucionalizadas de trabalho para tal fim (Miguel & Miorim, 2004). As problematizações desse material devem, portanto, não perder de vista o caráter multidimensional desse artefato cultural e considerar o epistemológico, o social, o lógico, o ético, o político, o filosófico, etc. relativamente a ele. Assim, ao atentar para essas características e dimensões do livro didático, como um artefato cultural por meio do qual são intermediadas práticas sociais, de matemática e de educação matemática, *formas simbólicas* podem ser constituídas historiograficamente⁵.

O estudo de um livro didático ou uma coleção deles pode objetivar a análise da obra, como um todo e de suas edições, ou a abordagem de algum tema matemático ao longo do tempo. A investigação que ora apresentamos trata de parte dos resultados da pesquisa de mestrado de XXX, cujo objetivo foi tecer compreensões sobre a abordagem dos números complexos na série **Matemática 2.º ciclo**, bem como as transformações e as adaptações ao longo de cinco edições (1944, 1946, 1949, 1955 e 1956) do terceiro volume da série.

Os números complexos foram introduzidos nos programas de ensino brasileiros a partir da Reforma Capanema, em 1942⁶. Com sua primeira edição publicada logo após o decreto da Lei Orgânica do Ensino Secundário, em 1944, a série **Matemática 2.º Ciclo** se insere na lista dos livros didáticos de Matemática direcionados ao Ensino Secundário daquela época, tendo como um de seus autores Euclides Roxo – professor extremamente influente na elaboração do currículo de Matemática do ensino básico do País, principalmente no que tangeu às reformas Francisco Campos e Gustavo Capanema. Essa constatação, acrescida da importância de seus autores⁷ – professores do Colégio Pedro II e/ou do Instituto de Educação do Rio de Janeiro àquela época – chama a atenção para os estudos sobre a abordagem dos assuntos matemáticos na história da educação matemática brasileira, a partir dessa obra em especial.

A opção por investigar os números complexos foi motivada por ser esse tema considerado dispensável no Ensino Médio e de relevância reconhecida apenas em cursos mais avançados, como no Ensino Superior e na área de Ciências Exatas (Araújo, 2006). As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências

⁵ John B. Thompson (1995, pp. 182-193), usou a expressão formas simbólicas para se referir “a uma ampla variedade de fenômenos significativos, desde ações, gestos e rituais até manifestações verbais, textos, programas de televisão e obras de arte”.

⁶ Segundo Dassie (2001) e Bernardino (2016), os tópicos de tais Programas foram idealizados por Euclides Roxo, então professor do Colégio Pedro II, e revisados por Gustavo Capanema, então Ministro da Saúde e Educação, e Arlindo Vieira, então professor do Colégio Militar Santo Inácio, no Rio de Janeiro.

⁷ Além de Euclides Roxo, são autores dessa obra: Harold Lisboa da Cunha, Roberto Peixoto e Cesar Dacorso Netto.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

da Natureza, Matemática e Tecnologias (Brasil, 2007) assim afirmam, especificamente sobre os números complexos:

Tradicionalmente, a Matemática do ensino médio trata da ampliação do conjunto numérico, introduzindo os números complexos. Como esse tema isolado da resolução de equações perde seu sentido para os que não continuarão seus estudos na área, ele pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas. (p.122)

Segundo Roque (2012), essa abordagem equivocadamente dada pela motivação da não solução real de uma equação binomial do segundo grau foi frequentemente utilizada para introduzir o tema dos números complexos em obras didáticas ou voltadas à escrita da história da matemática. A ênfase dada a esse tipo de abordagem, associada às finalidades do nível escolar a que hoje denominamos de Ensino Médio, parece ter motivado a exclusão definitiva desse tema da Base Nacional Comum Curricular, aprovada este ano, mas já divulgada em 2016, ano de finalização da pesquisa de Bernardino (2016).

A seguir, apresentaremos brevemente o referencial teórico metodológico da Hermenêutica de Profundidade, sobre o qual esteve pautada esta pesquisa para, em seguida, discorrermos sobre alguns aspectos resultantes das análises sócio-histórica e discursiva da coleção **Matemática 2.º Ciclo**.

De uma Hermenêutica de Profundidade do *Matemática 2.º Ciclo* à sua constituição como *forma simbólica*

As formas simbólicas, segundo Thompson (1995), se constituem por cinco aspectos: *intencional*, *convencional*, *estrutural*, *referencial* e *contextual*. Dentro dessa perspectiva, toda forma simbólica tem por *intenção* passar uma informação. Por sua vez, os sujeitos que interpretam essas intenções o devem fazer de forma que se assemelhe às intenções concebidas pelo autor: “[...] toda interpretação traz em si um desejo (que fracassa) de chegar à intenção do autor” (Andrade & Oliveira, 2014, p. 25). No caso do livro didático de Matemática, uma das intenções do autor é transmitir ao leitor informações a respeito de um conteúdo matemático. Em meio a esses conteúdos, o autor pode ter a intenção de transmitir sua opinião sobre algo além da Matemática. Esses movimentos podem acontecer por meio de exemplos, notas de rodapé ou até de figuras, mas nada garante que sua mensagem chegará ao leitor, uma vez que são singulares as maneiras como os indivíduos interpretam o mundo, seus objetos e fenômenos.

O aspecto *convencional* é caracterizado por regras, códigos e convenções que possibilitam a comunicação entre autor e leitor. Assim, para que um sujeito compreenda um livro didático estrangeiro, é preciso que ele tenha conhecimento da língua original do autor (Andrade & Oliveira, 2014). E para entender um livro didático de Matemática, é preciso que ele tenha conhecimento da linguagem matemática. O livro didático é *estruturado* por capítulos que tratam de diferentes conteúdos, que não são dispostos aleatoriamente. O material é organizado de forma que os pré-requisitos considerados necessários para trabalhar um

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

determinado capítulo, por exemplo, tenham sido trabalhados nos capítulos anteriores. Os exemplos, os exercícios propostos e as imagens também são convenientemente estruturados.

Segundo Andrade (2012), as formas simbólicas “[...] se constituem envoltas em um contexto, são produzidas sob determinadas condições sociais e históricas, conectadas a uma época, a um ‘mundo’ e a indivíduos específicos que compõem esse mundo e essa época” (p. 28). Compreender e discorrer sobre esse contexto é, assim, uma das maneiras de constituir historiograficamente a forma simbólica como tal. Negligenciar os contextos de produção, de transmissão e de apropriação pode tornar frágil a análise da obra.

Na perspectiva de Thompson (1995) e de Andrade e Oliveira (2014), uma análise mais profunda significa um olhar atento para os aspectos a que ela se refere. “Se o autor tem a intenção de dizer algo (aspecto intencional), certamente dirá algo sobre alguma coisa (aspecto referencial), objeto de sua produção” (Andrade & Oliveira, 2014, p. 27). O aspecto referencial do livro didático de Matemática é composto pela matemática, pelos aspectos didáticos e pedagógicos da obra. Pode-se assim, segundo Oliveira (2008), considerar a educação matemática como o objeto referencial do livro didático.

A constituição da série **Matemática 2.º Ciclo** como forma simbólica esteve atenta ao que, possivelmente, impulsionou os autores a escreverem tal obra, em que contexto ela foi escrita, produzida e comercializada. No que tange aos números complexos, questionou-se, por exemplo: “Qual importância dada a esse tema veio a impulsionar, na ocasião da reforma Capanema, sua introdução no currículo/livro didático dos cursos clássico e científico do ensino secundário? Como os autores introduziram o tema nessa coleção? Quais notações são utilizadas? Que importância é dada às formas algébrica e trigonométrica de um número complexo? As interpretações geométrica, exponencial e vetorial de um número complexo são tratadas? De que modo? Que tipo de problemas ou exercícios é proposto? As diferentes edições dessa coleção apresentam diferenças nas abordagens aos números complexos?”. Tais indagações deram-se com base nos cinco aspectos característicos de uma forma simbólica ora apresentados. Na apresentação que aqui se faz dessa investigação, busca-se constituir historiograficamente o terceiro volume da série **Matemática 2.º Ciclo** como forma simbólica, com base em um processo analítico do trabalho pautado na metodologia da Hermenêutica de Profundidade (HP).

A Hermenêutica de Profundidade foi desenvolvida pelo sociólogo britânico John B. Thompson em sua obra *Ideologia e cultura moderna* (1995), com o intuito de analisar meios de comunicação em massa. Segundo Andrade (2012), o termo “hermenêutica”

tem sua origem vinculada ao verbo grego *hermeneuiein* que significa “interpretar” e ao substantivo *hermeneia* que corresponde, mais usualmente, à “interpretação”, sendo que esses dois termos se remetem a Hermes (a quem os gregos atribuíam a descoberta da língua e da escrita) (p. 33).

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Dessa maneira, assumimos Hermenêutica como sendo “uma classe de teorias cujo objetivo é estudar e propor sistematizações (teóricas) sobre o que é interpretar e como se interpreta” (Andrade & Oliveira, 2014, p. 17). Segundo esses mesmos autores, a hermenêutica é mais do que uma mera atividade descritiva:

Toda informação leva a outra informação, toda descoberta induz novas descobertas, novos detalhes, outras “amarrações”. O contexto fala do texto, fixa o texto num lugar, num espaço; e o texto é essencial para indicar o contexto, para sugerir buscas. Essa talvez seja mais uma justificativa para essa hermenêutica carregar o adjetivo “de Profundidade”: ela aposta nas inúmeras possibilidades de compreender as tramas entre materialidade e ideologia quando entrelaçamos textos e contextos (Andrade & Oliveira, 2014, p. 31).

A HP é constituída por três dimensões, *Análise Sócio-Histórica*, *Análise Formal ou Discursiva* e *Interpretação/Reinterpretação*. Embora explicadas a seguir individualmente, durante o exercício hermenêutico essas dimensões são mobilizadas simultaneamente.

Segundo Thompson (1995), “o objetivo da análise sócio-histórica é reconstruir as condições sociais e históricas da produção, circulação e recepção das formas simbólicas” (p. 366). Essa dimensão é constituída por cinco tipos específicos de análise: a do espaço-temporal, a dos campos de interação, a das instituições sociais, aquela referente à estrutura social e, por fim, a que se dirige aos meios técnicos de construção e transmissão. Nas análises *sócio-históricas* o pesquisador constitui a forma simbólica a partir de uma interpretação dos meios em que ela foi produzida, recebida, distribuída e divulgada.

A segunda dimensão da HP é a *análise formal ou discursiva*, em que se busca elencar “características estruturais internas, seus elementos constitutivos e inter-relações, interligando-os aos sistemas e códigos dos quais eles fazem parte” (Thompson, 1995, p. 370). No caso dos livros didáticos, tal análise direciona-se para a sequenciação, a apresentação dos conteúdos, os elementos linguísticos, os materiais de composição, dentre outros.

A terceira dimensão, a *Interpretação/Reinterpretação*, é o momento em que o pesquisador conecta todos os momentos da análise e elabora comentários gerais de todo o processo de interpretação e de constituição historiográfica do livro didático como forma simbólica. Esse momento de Interpretação/Reinterpretação “permite a produção de significados plausíveis, constituindo, assim, uma metodologia da interpretação das formas simbólicas” (Oliveira, 2008, p. 38).

Nos itens que se seguem serão abordados aspectos das análises sócio-histórica e formal realizadas sobre o terceiro volume da série Matemática 2.º ciclo, dado que foi nesse volume que os números complexos foram abordados.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Breve panorama histórico (da educação) – décadas de 1930 a 1950

A Revolução de 1930 acarretou a intensificação do capitalismo industrial e demandou a elaboração de uma nova política educacional para o Brasil. Passou-se a pensar na educação de forma centralizada. Com a proposta de desenvolver programas de educação em nível nacional, foi criado, em novembro de 1930, o Ministério da Educação e Saúde.

O período de 1930 a 1937 foi marcado por uma “efervescência ideológica” (Ghiraldelli Júnior, 1991): vários grupos se formaram para discutir e elaborar projetos, visando à melhoria da sociedade brasileira. Destacam-se, dentre eles os liberais, que apoiavam as ideias da Pedagogia Nova e eram constituídos em grande parte pelos propulsores das reformas estaduais; os católicos, que defendiam a Pedagogia Tradicional; a Aliança Nacional Libertadora (ANL), formada pelas classes populares que defendiam a democratização do ensino; e o governo presidido por Getúlio Vargas e representado, no âmbito educacional, pelo então Ministro da Educação e Saúde Pública (MESP), Francisco Campos, que, a princípio, transitava entre os liberais e os católicos.

Segundo Fausto (2001), “o Estado tratou de organizar a educação de cima para baixo, mas sem envolver uma grande mobilização da sociedade; sem promover também a formação escolar totalitária que abrangesse todos os aspectos do universo cultural” (p. 337). Ao tomar posse do cargo de ministro, Francisco Campos realizou diversas ações no campo educacional; no entanto, preocupava-se, essencialmente, com os ensinos secundário e superior.

A reforma Francisco Campos foi a primeira que atingiu profundamente a estrutura do ensino e, pela primeira vez, imposta a todo o território nacional (Romanelli, 2014). Tomou forma a partir de vários decretos instituídos ao longo dos anos de 1931 e 1932⁸. Com relação ao curso secundário, o objetivo voltava-se à “formação do homem para todos os grandes setores da atividade nacional”, e não simplesmente ao ingresso nos cursos superiores. A disciplina de Matemática estava presente nos cinco anos do ensino fundamental, no primeiro ano do curso complementar para os candidatos a faculdades de Medicina, Odontologia e Farmácia e nos dois anos do curso complementar para os candidatos aos cursos de Engenharia e Arquitetura. Segundo Romanelli (2014), tratava-se de “[...] um curso secundário que procurou dar, em seu ciclo fundamental, formação básica geral, e em seu ciclo complementar, buscou estruturar-se como curso propedêutico” (p. 138). Além de ser composto por um vasto currículo, o curso secundário era a única modalidade de ensino que dava acesso ao ensino superior. Essas

⁸ Ao total, foram seis decretos, dos quais decorreram: a criação do Conselho Nacional de Educação (Decreto 19.850 de 11 de abril de 1931); a organização do ensino superior no Brasil e a adoção do regime universitário (Decreto 19.851 de 11 de abril de 1931); a organização da Universidade do Rio de Janeiro (Decreto 19.852 de 11 de abril de 1931); a organização do ensino secundário (Decreto 19.890 de 11 de abril de 1931); a organização do ensino comercial e a regulamentação da profissão de contador, dentre outras providências (Decreto 20.158 de 30 de junho de 1931); a consolidação da organização do ensino secundário (Decreto 21.241 de 14 de abril de 1932).

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

condições, e o fato de a sociedade brasileira, à época, ser basicamente rural, evidenciam que o curso era destinado às classes sociais mais abastadas, ou seja, à elite.

Com o golpe de Getúlio Vargas e a implantação do Estado Novo, em 1937, as reformas educacionais só voltaram a ser pauta de discussões na década de 1940, e a regulamentação do ensino foi levada a cabo a partir de 1942, com a Reforma Capanema⁹. Entre os anos de 1942 e 1946, foram decretadas as Leis Orgânicas do Ensino, que reformaram alguns ramos do ensino: industrial, secundário, comercial, primário e normal. Os Decretos-lei desse período instituíram o Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI; organizaram o ensino secundário em dois ciclos: o ginasial, com quatro anos, e o colegial (clássico e científico), com três anos; estruturaram o ensino primário em nível nacional; organizaram o ensino Normal, responsável pela formação de professores para lecionar no ensino elementar; criaram o Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial – SENAC; e organizaram o ensino agrícola.

Na Lei Orgânica do Ensino Secundário, os cursos clássico e científico tinham por objetivo consolidar a educação ministrada no curso ginasial e também desenvolvê-la e aprofundá-la. Segundo Dassie (2001), para Gustavo Capanema, os dois cursos não constituíam rumos diferentes da vida escolar, pois ambos dariam o direito ao ingresso em qualquer modalidade de curso do ensino superior. No entanto, o curso clássico era focado no estudo das letras antigas¹⁰, enquanto o científico era marcado por um estudo maior das ciências. Como os cursos clássico e científico apresentavam enfoques diferentes, os programas de ensino de Matemática eram distintos.

As Leis Orgânicas de Ensino vigoraram por quase duas décadas, sendo extintas apenas com a implantação da Lei 4.024, de 20 de dezembro de 1961, que ficou conhecida como Lei de Diretrizes e Bases. Embora as características estruturais tivessem sido mantidas até a década de 1960, em 1951 o ministro Simões Filho expediu algumas portarias visando a novas alterações nos programas de ensino do curso secundário. Nas palavras do ministro,

O objetivo fundamental deste trabalho consistiu, pois, em eliminar dos programas atualmente em vigor, os excessos aludidos, reduzindo a prolixidade dos conhecimentos alinhados na estruturação de diversas disciplinas, que tornava penosa a tarefa didática. Ao mesmo tempo, verificava-se o flagrante desajustamento desses programas com o nível de assimilação da população escolar, cujas faculdades intelectuais, ainda mal desabrochadas, não a habilitavam a abranger a enorme soma de deveres e atividades de aprendizagem oferecidas ao seu conhecimento (INEP, 1952, p. 515, citado por Marques, 2005, p. 52).

⁹ Gustavo Capanema foi chefe de gabinete do presidente do estado, em 1930; secretário do interior de Minas Gerais, após a revolução de 1930; esteve à frente do Ministro da Educação e Saúde Pública durante o governo de Getúlio Vargas, entre 1934 e 1945, quando acaba promovendo ações culturais, educacionais e de saúde.

¹⁰ Além do Português, eram ministradas as seguintes disciplinas: Latim, Grego, Francês, Inglês e Espanhol.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

A portaria n.º 966 estabelecia que os programas deveriam ser adotados em todos os estabelecimentos de ensino secundário do País e entrariam em vigor, progressivamente (uma série por ano), a partir de 1952. A elaboração de um Programa Mínimo deu autonomia para que cada estado elaborasse seu próprio plano; no entanto, os estados que não optassem pela elaboração deveriam seguir os planos do Colégio Pedro II.

Comparando o Programa Mínimo com os programas dos cursos clássico e científico da reforma Capanema, no que tange à Matemática, é possível notar que os tópicos de cada unidade do programa mínimo são mais detalhados. Outra informação relevante é que a diferença, bem acentuada na reforma Capanema, entre os conteúdos do curso clássico e do científico diminuiu. No programa mínimo, é apresentado um único programa para ambas as modalidades, pois Conteúdos como Determinantes e Matrizes e Números Complexos, que eram tratados apenas no curso científico, passaram a fazer parte do programa mínimo do curso clássico. Entretanto, alguns tópicos em negrito são referentes exclusivamente ao curso científico. A maioria do conteúdo sugerido na reforma Capanema se manteve no programa mínimo, porém a mudança se deu na distribuição dos conteúdos entre as três séries do secundário. O estudo das Progressões e dos Logaritmos passou da 2.ª série para a 3.ª; os Polinômios passaram da 1.ª série para a 3.ª série; os Corpos Redondos passaram da 2.ª série para a 1.ª e o estudo das Seções Cônicas passou da 3.ª para a 2.ª série. Alguns tópicos que eram apresentados em uma mesma unidade na reforma Capanema passaram a ser abordados em unidades distintas no programa mínimo, como é o caso da Análise Combinatória e do Binômio de Newton. Por outro lado, tópicos como Polinômios e Números Complexos, antes tratados em unidades distintas, passaram a ser trabalhados em uma mesma unidade.

O tema dos números complexos, antes abordado apenas no curso científico passou a ser ensinado em ambas as modalidades. Conseqüentemente, os livros da série **Matemática 2.º ciclo** passaram a ser utilizados tanto no curso clássico como no científico, com algumas abordagens mais aprofundadas.

As instruções incentivavam o desenvolvimento da imaginação e do senso estético do aluno, a utilização de exemplos e aplicações; levantavam a questão da unidade matemática, as inter-relações entre os conteúdos; realçavam a necessidade de um curso ginásial prático e intuitivo; e sugeriam um cuidado com o excesso de rigor, mesmo no segundo ciclo, apontando também a necessidade de atentar para o uso abusivo de definições e demonstrações longas. Com relação aos conteúdos, as instruções metodológicas destacam que “no curso ginásial não será introduzido o conceito de número imaginário”, o que ocorreria apenas na 3.ª e última série do segundo ciclo, “ao serem dadas as propriedades gerais das equações e dos polinômios”. Então seria apresentado “o essencial para a compreensão do assunto que se segue”. Por fim, as instruções aconselham o professor a observar a reação de cada turma, a fim de diagnosticar a velocidade e a profundidade com que deve abordar o conteúdo.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Sobre esse período, cabe ainda ressaltar, como já mencionado anteriormente, “o poder [hegemônico] dos professores do Colégio Pedro II, se considerarmos que eram eles quem decidiam, cada um na sua cátedra, o programa curricular e os compêndios adotados no Pedro II e, por conseguinte, nos exames preparatórios” (Gasparello, 2006, p. 02). A maioria desses professores (74%) “estava ligada ao mundo da escrita como autores de livros (didáticos ou não) e jornalistas, publicando em jornais e outros periódicos” (Gasparello & Villela, 2006, p. 55). O Colégio Pedro II e seus professores estiveram diretamente envolvidos na elaboração dos programas de ensino estabelecidos pela Lei Orgânica do Ensino Secundário. Mais adiante, a portaria de 1951 deixou a cargo da Congregação do Colégio Pedro II a elaboração dos programas mínimos do ensino secundário e suas respectivas instruções metodológicas. Embora, naquele momento, não fosse mais o padrão oficial a ser seguido pelos demais estabelecimentos de ensino, o Colégio Pedro II e seus professores continuaram influenciando a educação no País. Haroldo Lisbôa da Cunha e Euclides Roxo, dois dos autores da série **Matemática 2.º ciclo**, proeminentes na elite brasileira, tinham relação próxima com as autoridades e participaram da elaboração dos programas e das instruções metodológicas de Matemática em diversas reformas. Esse contato possibilitou que a série estivesse sempre de acordo com os programas de ensino vigentes.

Na próxima seção, destacaremos um dos autores da série **Matemática 2.º ciclo**, mais especificamente o responsável pelo conteúdo de álgebra do terceiro volume da série: Haroldo Lisbôa da Cunha.

O nome da Álgebra: Haroldo Lisbôa da Cunha¹¹

Haroldo Lisbôa da Cunha nasceu no dia 08 de março de 1909 na cidade do Rio de Janeiro. Em 1929, diplomou-se engenheiro geógrafo, profissão na qual pouco atuou, devido a sua propensão ao Magistério. Em 1934, tendo sido aprovado em primeiro lugar, assumiu a cátedra de Matemática do Colégio Pedro II.

Segundo Dacorso Neto ([199-]), Haroldo Lisbôa da Cunha buscava sempre se aprimorar. Em 1965, fez um curso de Administração de Universidades na Universidade de Houston nos Estados Unidos, onde pode ter tido contato com autores e matemáticos internacionais.

Ao longo de sua vida fez parte de comissões de educação e de administração, e ocupou cargos administrativos. Alguns exemplos:

¹¹ As informações desta seção foram encontradas na Revista *Temas e Conexões* (2013) no artigo intitulado “Professor Haroldo Lisbôa da Cunha: pequena biografia” escrito pelo também autor da série *Matemática 2º ciclo*, Dacorso Netto e disponibilizado pela Biblioteca Histórica do Colégio Pedro II. A versão digitalizada do documento pertence ao Núcleo de Documentação e Memória (NUDOM).

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Diretor do Departamento de Ciclos de Estudos da Escola Superior de Guerra, membro do Corpo Permanente da mesma Escola, da Comissão Nacional do Livro Didático (MEC, 1944 – 1959) e do Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura do Itamarati (ONU, 1946 – 1967) (Dacorso Netto, [199-], p. 03).

Diretor do Ensino Secundário do MEC (1947/51), Secretário de Cultura do Estado do Rio de Janeiro, então Distrito Federal (1945/55), Reitor da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, então U.E.G. (1960/67), Vice-Reitor Administrativo da Universidade Santa Úrsula (1977) e Diretor do Instituto de Educação – Rio de Janeiro (1954) e do Colégio Pedro II (1967/68). (Dacorso Netto, [199-], p. 01).

Dacorso Netto (ano) destaca algumas qualidades de Haroldo Lisbôa da Cunha, a quem chama de amigo: vocação para o Magistério, solidariedade, lealdade, conduta exemplar, clareza em suas aulas e busca por renovação.

Modelar chefe de família e cidadão de exemplar conduta pública e de edificante desempenho profissional, sua personalidade explende nas virtudes de educador que sempre foram o esteio comum de seus atos e realizações. As suas aulas de Matemática, colocadas sempre ao nível médio ou superior do curso a que se destinassem, primavam pela clareza e esmero de exposição, desde a perfeição da linguagem na enunciação dos termos apresentados até a cuidadosa arrumação no quadro negro das fórmulas, das equações e das figuras geométricas quando fosse o caso. Dotado de acentuada capacidade de transmitir e de despertar o interesse do auditório, realizava as suas preleções com naturalidade pessoal e equilíbrio emocional que, no entanto, não escondiam o seu entusiasmo pela matéria versada. Estudioso permanente dos assuntos matemáticos, mantinha constante revisão e atualização desse tipo de conhecimento especializado bem como procurava sempre modernizar as técnicas de ensino correspondentes. Apesar do seguro domínio dos fatos matemáticos concernentes à área de sua responsabilidade, não se descuidava nunca do preparo antecipado das suas lições, dosando os temas a serem expostos, analisando a sua coordenação lógica, selecionando os exemplos adequados à ilustração da aula e assinalando o setor de aplicações teóricas ou práticas, dos assuntos expostos. Não se conformava com a rotineira reprodução de aulas anteriormente ministradas e, por isso, embora fossem os mesmos conteúdos, diversa era a forma de apresentação como renovados eram os processos didáticos utilizados em cada lição. (Dacorso Netto, [199-], p. 06)

No que tange à sua busca por conhecimento e modernização, podemos destacar as inúmeras obras que compõem o acervo da Coleção Professor Haroldo Lisbôa da Cunha. Sob os cuidados da Biblioteca Histórica do Colégio Pedro II, encontram-se 1.049 obras que pertenciam ao acervo pessoal do autor.

Tanto Dacorso Netto como Adão ([199-], p. 09) enfatizam que Haroldo Lisbôa da Cunha “foi um exemplo de idealista”. Levando em consideração a escassez de informações a respeito do autor, essa característica, em especial, diz muito sobre os pensamentos e os ideais de Haroldo Lisbôa da Cunha, uma vez que os idealistas desempenharam um papel bastante importante na consolidação e na modernização da educação, como vimos anteriormente.

O Professor Haroldo Lisboa da Cunha soube ser mestre competente, tanto admirado por sua excelente cultura como respeitado por seu primoroso potencial didático, foi,

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

ainda, o criador de uma respeitável escola formadora de docentes discípulos seus, que hoje continuam as tradições pedagógicas do ilustre educador e mantêm o culto de respeito e reconhecimento à obra do eminente intelectual. Os seus ensinamentos continuam na lembrança de quantos tiveram privilégio de testemunhar e, mesmo, de acompanhar as realizações sempre inspiradas num acentuado espírito de autêntica solidariedade humana e guiadas por um elevado e nobre idealismo (Dacorso Netto, [199-], p. 06)

Haroldo Lisbôa da Cunha faleceu no dia 06 de abril de 1990, após ampla atuação “em benefício da cultura nacional” (Dacorso Netto, [199-], p. 01).

Professor por vocação, faleceu como queria. Deu aulas enquanto se aguentou de pé; quando já não podia mais lecionar, pois a doença cruel o estava corroendo internamente, é que desistiu.

Deu sua última aula 15 dias antes de sua morte. Depois da aula, baixou a cabeça, sonolento em sua mesa; estava oferecendo suas últimas forças à carreira a que tanto se devotou. Apenas a morte o afastava dela. (Adão, [199-], p. 09)

As posições ocupadas por Haroldo L. da Cunha mostram-se, no mínimo, oportunas para a produção de uma série como a *Matemática 2.º ciclo*, bem como para o sucesso de divulgação e venda. Além disso, indicam fortes indícios de inspirações trazidas do exterior.

A seguir, passaremos a discorrer sobre aspectos da análise formal da obra que aqui analisamos, buscando detalhar mais especificamente o terceiro volume, em que foi publicado o tema dos números complexos.

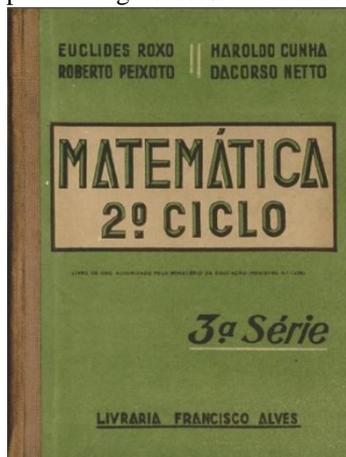
A abordagem dos números complexos na série Matemática 2.º Ciclo

A série **Matemática 2.º ciclo** foi escrita no início da década de 1940 por Euclides Roxo, Haroldo Lisbôa da Cunha, Roberto Peixoto e Cesar Dacorso Netto. Na ocasião, foi editada pela livraria Francisco Alves, idealizada para os cursos clássico e científico e apresentada em três volumes, sendo um livro para cada série do ciclo.

A obra foi editada para ser comercializada em nível nacional e tinha como público-alvo, principalmente, os jovens provindos de famílias com grande poder aquisitivo, que, à época, eram os maiores frequentadores do ensino secundário.

Esta pesquisa esteve apoiada nas edições de 1944, 1946, 1949, 1955 e 1956 do terceiro volume da série¹².

¹² Vale ressaltar que não tivemos acesso à edição completa de 1946, no entanto suas páginas iniciais (capa, número da edição, folha de rosto, advertência) nos ajudaram a entender o caminho trilhado pela obra nessas duas décadas.
Zetetiké, Campinas, SP, v.27, 2019, p.1-23 – e019017 ISSN 2176-1744

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>Figura1: *Matemática 2.º ciclo* (1956)

Por meio de uma advertência presente na edição de 1944 (que foi sendo alterada nas edições seguintes), os autores frisam que a série segue a tendência dos programas da época. Os conteúdos são apresentados de forma fragmentada; os capítulos referentes à álgebra, por exemplo, não se intercalam com os de geometria, são discutidos de forma separada; é como se o volume da terceira série, por exemplo, fosse, na verdade, a junção de três livros: álgebra, geometria e geometria analítica.

Na urgência da elaboração e da publicação da coleção, Euclides Roxo estabeleceu uma parceria com outros três autores que estudavam áreas distintas da matemática. O quadro 1 mostra a distribuição das subáreas da Matemática que compõem a série **Matemática 2.º ciclo** entre os quatro autores.

Quadro 1 – Autores responsáveis por cada subárea da série *Matemática 2.º ciclo*

		C. D. Netto	E. Roxo	R. Peixoto	H. L. da Cunha
1ª série	Aritmética e Álgebra				
	Geometria				
2ª série	Álgebra				
	Geometria				
	Trigonometria				
3ª série	Álgebra				
	Geometria				
	Geometria Analítica				

Fonte: Série *Matemática 2.º ciclo*

No que diz respeito à estrutura do livro, cada uma das subáreas (Aritmética e Álgebra, Geometria, Álgebra, Trigonometria e Geometria Analítica) é dividida em unidades

Ao descobrirmos que a edição de 1946 era a segunda edição do terceiro volume da série *Matemática 2.º ciclo*, concluímos que a edição de 1944, que encontramos nas bibliotecas na Unicamp, era a primeira edição da obra.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

(capítulos) que, por sua vez, são subdivididas em seções. Todas as divisões são numeradas e possuem títulos, os quais denominaremos “intertítulos”. Por exemplo, na unidade dos números complexos, o intertítulo “Forma Trigonométrica” faz sentido para alguém que está acompanhando o desenvolvimento da teoria. Esse leitor perceberá que o intertítulo indica, possivelmente, uma nova forma de representar o número complexo. No entanto, para alguém que tenha lido apenas a capa do livro, esse *paratexto* (Genette, 2009) pode não existir ou não fazer sentido. Esses paratextos – intertítulos – anunciam o conteúdo que será abordado na sequência.

Além da teoria, são apresentados, ao longo da unidade, exemplos, exercícios resolvidos e propostos. A única diferença entre os exemplos e os exercícios (resolvidos) é a nomeação, uma vez que ambos apresentam o enunciado e a resolução do problema proposto. No terceiro e último livro da série, os exercícios relativos à Álgebra (diferentemente dos de Geometria e Geometria analítica) são apresentados ao final de cada unidade, o que diferencia a estrutura apresentada por Haroldo Lisbôa da Cunha da atribuída pelos demais autores. Esse é um indício de que a obra consiste numa junção de textos pensados separadamente por cada autor, e não uma obra inteiramente desenvolvida pelos quatro, embora os autores busquem justificar a fragmentação da obra, ressaltando que essa escolha se deu devido aos programas de ensino compostos por partes distintas.

Ao desenvolver o conteúdo dos números complexos, que compõe a parte de aritmética, o autor, Haroldo Lisbôa da Cunha, deixa evidente sua preferência pela unificação das matemáticas. Em vários momentos ao longo do capítulo indica, via nota de rodapé, que alguns conceitos, pré-requisitos, podem ser consultados no capítulo de trigonometria, no 2.º volume da série. Esse, a nosso ver, é um exemplo de sua defesa de que as “matemáticas distintas” poderiam ser tratadas em uma mesma disciplina.

Ao longo das edições, ocorreram algumas modificações no conteúdo dos números complexos. A primeira delas aconteceu entre a primeira e a segunda edição. De acordo com advertência presente no próprio livro, os autores, levando em consideração a opinião de professores de todo o País e suas próprias experiências, excluíram alguns conteúdos do capítulo, tais como: funções hiperbólicas, interpretação geométrica da multiplicação e da divisão, raízes primitivas da unidade, cálculo de raízes n -gésimas em geral por intermédio das raízes primitivas, aplicação aos problemas gerais da multiplicação e divisão de arcos. Apesar dos cortes, o capítulo continuou sendo fiel ao enxuto programa expedido na Lei Orgânica do Ensino Secundário para o curso científico. Entre a terceira (1949) e a quarta edições (1955), ocorreram novos cortes de conteúdo, impulsionados pela publicação dos Programas Mínimos de Ensino em 1951. Os números complexos passaram a ser tratados concomitantemente ao tema dos polinômios. As instruções metodológicas expedidas junto com os Programas Mínimos afirmavam que os números complexos deveriam ser discutidos de maneira sucinta, apenas para que o leitor/aluno fosse capaz de compreender o assunto seguinte. Os assuntos

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

tratados na sequência eram: decomposição de um polinômio em fatores binômios; número de raízes de uma equação, raízes múltiplas e raízes nulas; raízes complexas conjugadas; decomposição de um polinômio em fatores reais; indicação sobre o número de raízes reais contidas em um intervalo; teorema de Bolzano.

Os números complexos são tratados na quarta unidade de álgebra das edições de 1944 e 1949 do livro destinado à 3.^a série dos cursos clássico e científico. Nas edições de 1955 e 1956, o conteúdo apresenta-se na terceira unidade, em que é abordado concomitantemente ao tema dos polinômios. Embora o livro seja destinado a ambos os cursos, o conteúdo dos números complexos, até 1950, estava presente apenas no programa de ensino do curso científico. Com as modificações ocorridas em 1951 nos programas de ensino, passou a fazer parte de ambos os cursos. Na edição de 1944, tal unidade apresenta-se na seguinte sequência: definição; representação trigonométrica e exponencial; operações fundamentais; aplicação à resolução de equações binômias.

Os itens destacados em cinza no Quadro 2 estão presentes na edição de 1944, porém foram retirados da edição de 1949. Segundo os autores, os conteúdos foram excluídos devido a sugestões de professores que atuavam no ensino secundário e à própria experiência dos autores.

Com as mudanças ocorridas nos programas de ensino em função da portaria de 1951, a qual instituiu os programas mínimos, nas edições de 1955 e 1956 o capítulo dos números complexos foi ainda mais reduzido e acoplado ao capítulo de polinômios. Nelas, o capítulo estrutura-se como apresentado no Quadro 3. Nota-se que a interpretação vetorial e a representação exponencial não são mais abordadas nessas edições. A presença dos capítulos *Vetor* e *Projeções* no segundo volume da série pode justificar a exclusão da interpretação vetorial. Estando o conteúdo discutido no segundo volume, os autores devem ter achado desnecessário continuar levantando essa discussão no terceiro volume da série. Devido à exclusão da representação exponencial dos números complexos, as funções hiperbólicas também deixaram de fazer parte das edições de 1950.

Quadro 2 – Seções da unidade IV

DEFINIÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS	132 - Módulo da soma e da diferença
114 – Considerações preliminares	133 – Multiplicação e divisão
115 – Definição de Números Complexos	134 – Módulo e argumento do produto e do quociente
116 – Observação	135 – Observação
117- Número i	136 – Interpretação geométrica da multiplicação e da divisão
118 – Forma Binomial	137 – Potenciação. Fórmula de Moivre
119 – Observação	138 – Radiciação
120 – Norma e Módulo	139 – Interpretação geométrica; divisão da circunferência
121 – Complexos conjugados; números opostos	140 – Extensão da fórmula de Moivre ao caso de expoente racional
122 – Interpretação geométrica; argumento	141 – Raízes n-ésimas dos números reais
123 – Interpretação vetorial	142 – Observação

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

REPRESENTAÇÃO TRIGONOMÉTRICA E EXPONENCIAL	143 – Raízes n-ésimas da unidade
124 – Representação trigonométrica	144 – Raízes primitivas da unidade
125 – Observação	145- Cálculo das raízes n-ésimas em geral, por intermédio das raízes primitivas
126 – Representação exponencial; fórmula de Euler	146 – Observação
127 – Funções hiperbólicas	147 – Observação
128 – Observação	148 – Aplicação aos problemas gerais da multiplicação e da divisão de arcos
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS	RESOLUÇÃO AS EQUAÇÕES BINÔMIAS
129 – Operações sobre Números Complexos	149- Equações binômias
130 – Adição e subtração	150 – Observação
131 – Interpretação vetorial da adição e da subtração	EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Fonte: *Matemática 2.º ciclo*, 1944

Quadro 3 – Números Complexos na edição de 1955

116 – Noções preliminares	129 – Interpretação geométrica da adição e da subtração
117 – Resolução das equações algébricas	130 – Módulo da soma e da diferença
118 – Raízes ou zeros de um polinômio	131 – Multiplicação e divisão
119 – Conceitos elementares de número complexo. Considerações preliminares	132 – Observação
120 – Número i	133- Módulo e argumento do produto e do quociente
121 – Fórmula binomial; números complexos; igualdade	134 – Observação
122 – Módulo	135 – Potenciação. Fórmula de Moivre
123 – Complexos conjugados; números opostos	EXERCÍCIOS PROPOSTOS
124 – Interpretação geométrica; argumento	136 – Decomposição de um polinômio em fatores binômios
125 – Representação trigonométrica	137 – Número de raízes de uma equação; raízes múltiplas e raízes nulas.
126 – Observação	138 – Raízes complexas conjugadas
127 – Operações sobre números complexos	139 – Decomposição de um polinômio em fatores reais
128 – Adição e subtração	140 – Indicação sobre o número de raízes reais contidas em um intervalo; teorema de Bolzano Consequências

Fonte: *Matemática 2.º ciclo*, 1955

A partir de algumas considerações preliminares, Haroldo L. da Cunha disserta, nas quatro edições analisadas, sobre como, até naquele momento da coleção, não havia sido atribuído significado às expressões contendo raízes de números negativos (no caso de índices pares). Ressalta que, até então, as equações do 2.º grau com discriminante negativo não tinham raízes ou elas não eram definidas no contexto dos números reais. Enfatiza ainda que o conjunto dos números reais não permite uma interpretação completa dos resultados da álgebra e que essa afirmação é evidente desde o século XVI, quando surgiram os primeiros estudos metódicos sobre resolução das equações do terceiro grau.

Segundo Roque (2012), a equação $x^2 + 1 = 0$ é utilizada com frequência por professores e livros didáticos para justificar a necessidade de definir os números complexos. Como se, a partir dessa equação e da impossibilidade de solucioná-la, os matemáticos tivessem instituído um novo tipo de número. A autora acrescenta ainda que

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

a construção dos diferentes conjuntos numéricos a partir de extensões sucessivas: primeiro os naturais, depois os inteiros, os racionais, os reais e os complexos... embora didática, não possui fundamento histórico, além de fornecer uma imagem da evolução da matemática tal qual um edifício estruturado, erigido sobre bases sólidas. (Roque, 2012, p. 404)

Ainda que os primeiros estudos sobre o tema tenham surgido no século XVI – como afirma Roque (2012): “até o final do século XVIII as raízes negativas e imaginárias de equações eram consideradas quantidades irrealis” (p.409) –, termos como “falsas”, “fictícias”, “impossíveis” ou “imaginárias” eram atribuídos aos números complexos.

Embora o autor tenha mencionado que, até o momento da coleção, não atribuía significado às expressões com raízes negativas, compreendemos que, a partir desse momento, Haroldo L. da Cunha enfoca o conteúdo de maneira diferente dos textos didáticos modernos, no que se refere à motivação dada ao tema. Afirma que, a partir do estudo sobre a resolução de equações do terceiro grau¹³, viu-se que “a essas raízes de números negativos, no caso de índices pares, consideradas antes como meros símbolos de impossibilidade operatória, poderia e *deveria* ser atribuído um significado numérico definido” [ênfase no original](p. 137).

Na sequência do capítulo, nas edições de 1944, 1949, 1955 e 1956, Haroldo L. da Cunha enfatiza que os estudos de Bombelli¹⁴ sobre a equação $x^3 - 15x - 4 = 0$ desempenharam um papel importante¹⁵. Diz que, pela aplicação da fórmula de Cardano (para uma equação do tipo $x^3 + px + q = 0$), tem-se

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

de onde surgiu a notável relação¹⁶:

¹³ Como afirma Roque (2012), o estudo do número de raízes de uma equação evidenciou a necessidade de considerar raízes irracionais, negativas e imaginárias.

¹⁴ Matemático e engenheiro hidráulico italiano. Contribuiu de forma notável para a resolução das equações cúbicas. Segundo Roque (2012), “ele reconhecia a existência das raízes negativas e seguia adiante, afirmando que essas expressões eram mais ‘sofísticas’ que reais (a qualificação de ‘sofísticas’ para essas quantidades indica que elas produzem sofismas)” (p. 431).

¹⁵ Nesse momento, o autor apresenta uma nota de rodapé enfatizando que essa equação, cuja raiz inteira 4 era conhecida e foi tratada por R. Bombelli (1526 – 1573) em sua *Algebra* (Bolonha, 1572), é classicamente conhecida sob a denominação de “caso irreduzível do 3.º grau”.

¹⁶ Segundo essa mesma nota de rodapé, essa fórmula é devida, de fato, a Ferro (1515) e Tartaglia (1535).

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

$$4 = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

cujo sentido, segundo o autor, não podia ser facilmente percebido. Após estabelecer algumas convenções, Bombelli concluiu que cabia escrever:

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} = 2 + \sqrt{-1}$$

$$\sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} = 2 - \sqrt{-1}$$

Isto é

$$4 = 2 + \sqrt{-1} + 2 - \sqrt{-1}$$

Isso implicava considerar $\sqrt{-121}$ e $\sqrt{-1}$ como verdadeiros números, sobre os quais Bombelli operara aritmeticamente de forma correta. Haroldo L. da Cunha ressalta que, pouco antes de Bombelli, o próprio Cardano tivera, sem dúvidas, essa intuição. Ao discutir o “caso irreduzível”, concluiu, afirmando que $\sqrt{-9}$ não tem a mesma natureza de 3 nem de -3 , “*sed quaedam tertia natureza abscondita*” (traduzido, em nota de rodapé, pelo autor como “mas alguma terceira natureza desconhecida”).

Essa afirmação, segundo o autor, tornava imprescindível, portanto, introduzir uma ideia mais ampla de número. Como afirma Roque (2012), até então a concepção de número estava vinculada ao conceito de quantidade. Segundo a autora, “essa associação, a partir de certo momento, passou a bloquear o desenvolvimento da matemática” (p. 407). Além disso, “a matemática não era a ferramenta central de uma busca especulativa pela verdade” (p. 416), era apenas um elemento da engenharia. A partir da virada do século XVIII para o XIX ocorreu uma transformação na noção de rigor, uma vez que os matemáticos estavam se baseando em “crenças e técnicas que não eram mais capazes de resolver os problemas que surgiam no interior da própria matemática” (p. 407). Essa transição do conceito de número contribuiu para o “desenvolvimento de uma matemática baseada em conceitos abstratos que passou a ser designada ‘pura’” (p. 422). Foi a partir dessa nova matemática que as quantidades negativas e imaginárias passaram a ser aceitas, e é com base nela que todo o capítulo dos números complexos da obra **Matemática 2.º ciclo** (3.ª série) foi desenvolvido. Antes de introduzir o conceito de números complexos, o autor explicita que está seguindo os resultados mais

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

importantes estabelecidos no século XIX e cita nomes como Gauss¹⁷, Hamilton¹⁸ e Weierstrass¹⁹. Embora apresente todas as considerações até aqui mencionadas, nas edições de 1955 e 1956 o autor excluiu esse comentário da obra.

Além disso, como consta no Quadro 3, a edição de 1955 sofreu muitas alterações. Com a junção do capítulo dos números complexos com o que trata dos polinômios, antes de introduzir os conceitos relativos aos números complexos, o autor discorre a respeito de algumas noções preliminares sobre o estudo de equações: forma canônica, resolução de equações algébricas, a resolução imediata das equações de 1.º e 2.º grau, a complexidade de resolver equações do 3.º e 4.º grau; comenta sobre as equações de 5.º grau que não possuem solução algébrica; e, fazendo um paralelo histórico com o conteúdo, comenta que Abel demonstrou essa afirmação em 1824. Só então, após as noções preliminares sobre o estudo das equações, é que as considerações preliminares sobre os números complexos são apresentadas, como na descrição anterior.

Reinterpretações

O estudo da abordagem dos números complexos na série **Matemática 2.º Ciclo** (edições de 1944, 1946, 1949, 1955 e 1956 do terceiro volume) por meio da HP permitiu uma análise profunda, ramificada, com possibilidades de uma compreensão ampla da obra, de forma a estabelecer relações próximas com as políticas educacionais e os currículos da época de sua divulgação; e possibilitou notar as medidas e o alcance dessa divulgação.

Ficou evidente que a obra foi produzida em uma época em que o ensino secundário era um ramo do ensino quase exclusivamente voltado para as elites do País. Por conta disso, grande parte das reformas educacionais privilegiaram o ensino secundário e o superior. Outra característica elitista era que o secundário era o único nível de ensino que dava acesso ao ensino superior. A população que, em certo momento, teve esperança de ascensão social a partir da educação, teve seu sonho abortado com a criação das escolas técnicas. Por ser uma modalidade com um período menor de duração, que facilitava a entrada no mercado de trabalho, passou a ser a opção da grande maioria da classe média, o que contribuiu para que se mantivesse a desigualdade social.

Foi notável um movimento de centralização da educação no período de divulgação da obra. As propostas educacionais passaram a ser implementadas em nível nacional. O Colégio

¹⁷ Embora Euler tenha sido o primeiro a utilizar a letra i para representar a unidade imaginária, a representação só passou a ser utilizada sistematicamente por Gauss (Silva, 2005).

¹⁸ Foi Hamilton que representou um número complexo pelo par ordenado de números reais (a,b) (Eves, 2005).

¹⁹ Weierstrass introduziu o simbolismo das duas barras verticais para identificar o valor absoluto (Silva, 2005).

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Pedro II esteve diretamente vinculado com as reformas educacionais do País. Seus professores participavam da elaboração dos programas de ensino e das instruções metodológicas e tinham o poder de instituir, para todo o País, programas que eram trabalhados no colégio. Muitos desses professores eram autores de livros didáticos de grande circulação nacional. Haroldo Lisbôa da Cunha e Euclides Roxo, dois dos autores da série **Matemática 2.º ciclo**, tinham relação muito próxima com as autoridades do País e participaram da elaboração dos programas e das instruções metodológicas de Matemática em diversas reformas. Isso justifica o fato de as edições da obra analisada seguirem, sem exceção, os programas de ensino da época.

Pode-se, assim, afirmar que a série foi produzida por personagens influentes no sistema educacional brasileiro. Foi editada para ser comercializada nacionalmente e tinha como público-alvo, principalmente, os jovens provindos de famílias com grande poder aquisitivo, que, à época, eram os maiores frequentadores do ensino secundário.

Uma leitura menos atenta pode indicar que a série **Matemática 2.º ciclo** apresenta a matemática de maneira unificada, suas diferentes subáreas em um mesmo livro. No entanto, ao nos atentarmos para a distribuição dos conteúdos, notamos que se trata de uma junção de três livros (Álgebra, Geometria e Geometria Analítica). Cada uma dessas subáreas é apresentada separadamente, sob a responsabilidade de um único autor. Outro indício de que a obra é uma junção de partes é o estilo próprio de escrita de Haroldo Lisbôa da Cunha, que apresenta notações e símbolos não comumente utilizados em outros capítulos. Essa estrutura parece decorrer da agilidade com que os autores colocaram sua obra em circulação, com a intenção de despontar no mercado editorial. Em virtude dessa necessidade, a série não teria sido pensada em seu todo pelos quatro autores: ela é a junção dos trabalhos individuais de cada autor.

O capítulo dos números complexos é marcado pela grande quantidade de temas discutidos, em alguns momentos de forma superficial, muitas notas de rodapé e poucos exemplos e exercícios, se comparado aos outros capítulos da mesma obra. A partir de um estudo paralelo de Roque (2012), revelou-se que a abordagem que introduz os números complexos na série analisada diferencia-se daquela apresentada em livros didáticos modernos e em alguns livros voltados à escrita da história da Matemática. Na série **Matemática 2.º Ciclo** a criação dos números complexos se justifica pela introdução de uma noção mais ampla de número na Matemática, ou seja, por um processo de reconceitualização da noção de número (a partir do estudo das soluções de equações do terceiro grau), relacionada ao desenvolvimento de uma matemática baseada em conceitos abstratos (uma matemática “pura”), que dessem conta dos problemas internos a ela. Entretanto, sua abordagem, nos livros didáticos modernos, baseia seu surgimento no fato de não haver solução real de uma equação binomial do segundo grau.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Referências

- Adão, H. P. [199-]. Professor Haroldo e a Cooperativa. In C. Dacorso Netto, *Professor Haroldo Lisboa da Cunha: pequena biografia*. Rio de Janeiro: COOPFAHUPE.
- Andrade, M. M. (2012). *Ensaio sobre o ensino em geral e o de matemática em particular, de Lacroix: análise de uma forma simbólica à luz do referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade*. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- Andrade, M. M., & Oliveira, F. D. (2014). Referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade na Educação Matemática: reflexões teóricas. In A. V. M. Garnica, & M. E. Martins-Salandim. (Orgs.), *Livros, leis, leituras e leitores: exercícios de interpretação para a história da Educação Matemática* (pp. 17-42). Curitiba: Appris.
- Araújo, N. B. F. (2006). *Números complexos: uma proposta de mudança metodológica para uma aprendizagem significativa no ensino médio*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Natal: Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Bernardino, C. L. (2016). *Números complexos: um estudo histórico sobre sua abordagem na coleção Matemática 2º Ciclo*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- Brasil. (2007). Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília (DF).
- Chervel, A. (1990). A história das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, (2), 177-229.
- Dacorso Netto, C. [199-]. *Professor Haroldo Lisboa da Cunha: pequena biografia*. Rio de Janeiro: COOPFAHUPE.
- Dacorso Netto, C. (2013). Professor Haroldo Lisboa da Cunha: pequena biografia. *Temas e Conexões*, 1(1).
- Dassie, B. A. (2001). *A Matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.
- Eves, H. (2005). *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 844p.
- Fausto, B. (2001). *História do Brasil*. 9. ed. São Paulo: EDUSP: FDE.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

- Gasparello, A. M. (2006). Traduções, apostilas e livros didáticos: ofícios e saberes na construção das disciplinas escolares. In *Anais do 12.º Encontro Regional de História* (pp.1-10). Rio de Janeiro: Anpuh Rio.
- Gasparello, A. M., & Villela, H. (2006). O Colégio Pedro II e a construção da escola secundária brasileira. In C. Nunes, & N. P. Sá (Orgs.). *Instituições educativas na Sociedade Disciplinar Brasileira* (pp. 37-59). Cuiabá: EdUFMT.
- Genette, G. (2009). *Paratextos editoriais*. Cotia: Ateliê Editorial.
- Ghiraldelli J. P. (1991). *História da Educação*. São Paulo: Cortez.
- Marques, A. S. (2005). *Tempos pré-modernos: a matemática nas escolas dos anos 1950*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Miguel, A., & Miorim, M. A. (2004). *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Oliveira, F. D. (2008). *Análise de textos didáticos: três estudos*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- Prado, R. C. (2003). *Do engenheiro ao licenciando: os cursos à cátedra do Colégio Pedro II e as modificações do saber do professor de Matemática do Ensino Secundário*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Romanelli, O. O. (2014). *História da Educação no Brasil* (40a ed.). Petrópolis: Vozes.
- Roque, T. (2012). *História da Matemática – uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Roxo, E., Cunha, H. L. da, Peixoto, R., & Dacorso Netto, Netto, C. D. (1944a). *Matemática 2.º ciclo – 1ª série*. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
- Roxo, E., Cunha, H. L. da, Peixoto, R., & Dacorso Netto, Netto, C. D. (1944b). *Matemática 2.º ciclo – 3ª série*. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
- Roxo, E., Cunha, H. L. da, Peixoto, R., & Dacorso Netto, Netto, C. D. (1946). *Matemática 2.º ciclo – 3ª série* (2a ed.). Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
- Roxo, E., Cunha, H. L. da, Peixoto, R., & Dacorso Netto, Netto, C. D. (1949). *Matemática 2.º – 3ª série*. (3a ed.). Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
- Roxo, E., Cunha, H. L. da, Peixoto, R., & Dacorso Netto, Netto, C. D. (1955). *Matemática 2.º ciclo – 3ª série* (4a ed.). Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.

DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654316>

Roxo, E., Cunha, H. L. da. Peixoto, R., & Dacorso Netto, C. D. (1956). *Matemática 2.º ciclo – 3.ª série*. (5a ed.). Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.

Silva, M. I. A. de A. M. (2005). *Os números imaginários: (um estudo sobre) a sua “realidade”*. Dissertação de mestrado em Matemática. Portugal: Departamento de Matemática, Universidade do Minho. Retirado em 13 de maio, 2015, de <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/3464/1/escrita%20da%20tese.pdf>.

Thompson, J. B. (1995). *Ideologia e cultura moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*. Petrópolis: Vozes.