



Narrativas e Políticas Públicas: compreensões sobre o *Maths Hubs*¹

Narratives and Public Policies: understandings about the Maths Hubs

Emerson Rolkouski²

Resumo

O objetivo deste artigo é explorar as potencialidades de uma narrativa para a compreensão de uma política pública inglesa de formação de professores, denominada *Maths Hubs*. A narrativa foi constituída a partir de uma entrevista com um participante de um dos *Maths Hubs*, de acordo com os parâmetros metodológicos da História Oral. A análise se deu por meio do diálogo entre diferentes fontes orais (a entrevista concedida especificamente para essa pesquisa e vídeos de aulas disponíveis no sítio eletrônico do projeto) e escritas (materiais de formação, documentos oficiais e literatura pertinente). Os resultados apontam para a potencialidade de leitura de narrativas criar lacunas que podem ser preenchidas, ainda que parcialmente, por outras fontes escritas, bem como de preencher, também parcialmente, as lacunas que existem nos documentos oficiais. Adamaís indicam compreensões sobre a política pública em questão que se espera possam servir de reflexão para aqueles que se dedicam ao seu estudo, à sua implementação e à sua avaliação.

Palavras-chave: Educação Matemática, Formação de Professores, História Oral, Teaching for Mastery.

Abstract

This paper aims to explore the potentialities of a narrative for the understanding of an English public policy of teacher training, called Maths Hubs. The narrative was constituted from an interview with a participant of one of the Maths Hubs, according to the methodological parameters of Oral History. The analysis was undertaken through dialogues between different oral sources (the interview granted specifically for this research and video lessons available on the project's website), and written sources (training materials, official documents and relevant literature). The results point to the potential of the narratives to create gaps that can be filled by other written sources, as well as to fill in the gaps that exist in the official documents, in addition, bring insights about the public policy in question that can promote reflections for those who are dedicated to its study, implementation and evaluation.

Keywords: Mathematic Education, Teacher Training, Oral History, Teaching for Mastery.

Introdução

O Grupo de Pesquisa em História Oral e Educação Matemática – GHOEM – vem se dedicando, desde o ano de 2002, na possibilidade de usar a História Oral como recurso

Submetido em: 26/03/2019 – **Aceito em:** 04/12/2020 – **Publicado em:** 29/12/2020

¹ O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq por meio de bolsa de Pós-Doutorado, concedida no âmbito do Programa Nacional de Pós-Doutorado no Exterior.

² Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista – Rio Claro. Professor da Universidade Federal do Paraná, Brasil. Email: rolkouski@uol.com.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7961-4715>

metodológico. Diferentemente de outras formas de pesquisa qualitativa que se utilizam de entrevistas, ao seguir os parâmetros metodológicos da História Oral o pesquisador intencionalmente cria fontes históricas, que poderão ser utilizadas por demais pesquisadores.

Desde sua criação, essa opção metodológica tem sido utilizada para compreender diferentes questões na área de Educação Matemática, de modo geral no contexto brasileiro, a partir de um projeto, denominado Mapeamento da Formação e Atuação de Professores de Matemática no Brasil, Segundo Garnica et al. (2011), esse é um projeto de amplo espectro, no que diz respeito:

(a) à longa duração (o projeto foi iniciado no início dos anos 2000 e não tem previsão de encerramento); (b) à variedade de espaços geográficos e culturais considerados (os inúmeros subprojetos vinculados a este projeto de mapeamento procuram tecer narrativas sobre a formação e atuação de professores de Matemática de regiões distintas e de diversas matizes socioculturais ... (c) à opção por focar diversos momentos da História da Educação e da Educação Matemática (com ênfase na atualidade, dada a opção central – mas não exclusiva – pelo método da História Oral); (d) ao estudo e adoção de diferentes técnicas de composição narrativa; (e) à tematização de várias faces do processo educativo (estudam-se práticas de formação e atuação de professores, políticas – públicas ou não – de organização escolar, espaços arquitetônicos, materiais escolares etc); (f) à utilização de várias fontes, o que implica o cuidado com levantamento, recuperação e estudo de acervos escritos, orais e pictóricos, por exemplo, e (g) à participação, no projeto, de pesquisadores em diferentes níveis de formação (graduação, mestrado, doutorado, pós-doutorado). (pp. 240-241)

Alguns desses projetos, dentre eles os de Bagio (2014), Costa (2016) e Major (2018), versam sobre a criação, a implementação e a avaliação de políticas públicas de formação de professores, uma das muitas facetas da formação de professores no Brasil, Há ainda o trabalho de Menjívar (2018) que extrapola as fronteiras brasileiras, ao utilizar a História Oral para estabelecer diálogos entre o Curso de Formação Docente (CFD) em El Salvador e o Gestar II – Gestão da Aprendizagem Escolar no Brasil.

Na mesma direção desses trabalhos, o presente artigo busca ampliar a compreensão sobre uma política pública de formação de professores, a partir de uma narrativa elaborada segundo os pressupostos metodológicos da História Oral, tendo como campo de trabalho, outra realidade, a da Inglaterra.

Metodologia

A metodologia utilizada neste estudo é a História Oral, tal como vem sendo entendida no âmbito do GHOEM, e teorizada pelos seus integrantes. Conforme Garnica (2007), História Oral é “um método que ressalta a importância da memória, da oralidade, dos depoimentos, das vidas das pessoas julgadas essenciais ... para compreender os ‘objetos’ que as investigações pretendem focar” [ênfase no original] (p. 8).

Diferentemente de outras metodologias qualitativas, a História Oral tem como objetivo a constituição de fontes históricas com base na oralidade. Tal intencionalidade traz

para a pesquisa uma série de cuidados com e sobre as fontes produzidas. Segundo Garnica (2011), conduzir as pesquisas dentro dos princípios da História Oral significa:

optar por modos específicos de (a) fazer surgirem questões de pesquisa, (b) buscar por informações e registrar memórias – narrativas – que nos permitam tratar dessas questões; (c) cuidar desses registros de forma ética e trabalhá-los segundo procedimentos específicos, tornando-os públicos ao final desse processo; (d) analisar o arsenal de dados segundo perspectivas teóricas em sintonia com alguns princípios previamente estabelecidos; e (e) procurar criar formas narrativas alternativas às usualmente vigentes no meio acadêmico, constituindo os trabalhos produzidos nessa vertente mais como campos de experimentação que como arrazoados de certezas (pp.5-6)

No caso desta pesquisa, o propósito é tecer compreensões sobre uma política pública inglesa de formação de professores de Matemática em larga escala – *Maths Hubs* –, considerando-se o contexto em que ela ocorre, qual seja, a Inglaterra. Para tanto, buscamos entrevistar um professor, líder de um dos Grupos de Trabalho, além de consultar observações de encontros de professores, vídeos e materiais escritos disponíveis no sítio oficial do *Maths Hubs*. A entrevista se deu após a aprovação do Comitê de Ética³ da *University College of London* e a assinatura de cessão dos direitos autorais, como vem sendo compreendido pela *Oral History Society*⁴, além da possibilidade de o entrevistado suprimir ou alterar elementos da entrevista que considerasse inadequados.

Com vistas a cumprir com os objetivos da pesquisa, diálogos foram estabelecidos com literatura pertinente, observando que a leitura da narrativa constituída cria uma série de lacunas, que somente podem ser preenchidas, ainda que sempre parcialmente, recorrendo-se a outros documentos escritos, sejam os materiais de formação, seja a literatura pertinente ou qualquer outras fontes de dados, vídeos e observações realizadas. De outro lado, ao analisar os documentos escritos, percebemos lacunas que somente podem ser preenchidas, ainda que parcialmente, ouvindo-se os participantes.

Procedimentos Metodológicos

A pesquisa aqui relatada foi realizada no âmbito do pós-doutorado do pesquisador, iniciada em fevereiro de 2018, na cidade de Londres, Inglaterra. O interesse se voltou para a exploração da História Oral para compreender políticas públicas em contextos diferentes do brasileiro. Por se tratar de uma política pública voltada à formação de professores exclusivamente de Matemática e, sobretudo, pela escala a ser atingida, o *Maths Hubs* foi a escolhida.

A partir do mês de abril, por meio do sítio eletrônico do projeto⁵, o pesquisador tomou conhecimento das datas dos encontros de formação para os facilitadores, líderes de *Maths Hubs*. No dia 3 de maio, o pesquisador observou um desses encontros, na *Russel School*. Nesse mesmo encontro, a formadora, *Mastery Specialist*, Nicki Ashton, informou sobre os

3 Data protection registration number: Z6364106/2018/05/173.

4 http://www.ohs.org.uk/ethics/ohs_recording_agreement.pdf.

5 <http://www.mathshubs.org.uk>.

encontros para os professores na *Burntwood School*, coordenados pelo facilitador, líder do Grupo de Trabalho, Daniel Lewis. Nos dias 10 de maio e 14 de junho, o pesquisador observou os encontros para os professores. Em setembro do mesmo ano, o professor Daniel Lewis foi contatado por *email* e convidado a participar desta pesquisa, concedendo uma entrevista que ocorreu no dia 1 de novembro e teve a duração de 56 minutos.

Além dos dados constituídos a partir das observações e da entrevista, uma quantidade expressiva de materiais de formação foi consultada, bem como videoaulas⁶ foram assistidas. Documentos oficiais do *Department for Education*⁷, da Inglaterra, serviram de fontes para compreender o contexto e as estatísticas educacionais inglesas. Na próxima seção, será estabelecido o diálogo entre a narrativa do professor Daniel Lewis e as outras fontes, com vistas a compreender a política pública *Maths Hubs*.

Uma narrativa, múltiplas compreensões

No dia 1 de novembro, às 3 horas da tarde, o pesquisador chegou à *Burntwood School*, escola de porte médio no Sudoeste da cidade de Londres. Às 3h15, iniciou-se a entrevista com o professor Daniel Lewis, que possui 10 anos de profissão.

Após assinar o termo de concessão para a pesquisa, a entrevista começou com o pesquisador dispondo fichas com perguntas sobre a mesa que poderiam ser escolhidas livremente pelo entrevistado. As perguntas versavam sobre a vida profissional, a participação no programa *Maths Hubs* e as suas percepções.

O público-alvo do Maths Hubs: ser professor na Inglaterra

Originalmente eu queria entrar para o Royal NAVY (força de guerra naval britânica), mas eu descobri que não poderia, pois tinha asma. Acabei fazendo meu mestrado em Matemática Financeira e trabalhei durante um ano, na verdade nove meses, em um banco e então saí. Quando estava na Universidade, nos ofereceram uma oportunidade de trabalhar em escolas como professor assistente. Por um salário pequeno, mas, que para mim que tinha 21 anos, estava bom. E eu gostei muito de ser professor assistente e de trabalhar em escolas. Então, eu comecei meu PGCSE – Post Graduate Certificate in Secondary Education na Kings College of London em 2008, 2009. Fiquei trabalhando no meu primeiro PGCSE placement school por três anos e meio. Como eu não tinha muitas oportunidades de CPD – Continuous Professional Developing, decidi ir a uma agência de ensino, mas minha companheira estava trabalhando nessa escola e falou que era um bom lugar para trabalhar. Me foi oferecida uma oportunidade de finalizar o ano acadêmico e estou aqui desde 2013. Uma das razões de ficar aqui são as oportunidades de CPD: formações que faço em casa e cursos externos. (Entrevista com Daniel Lewis)

Ao procurar compreender o relato do professor, cabe conhecer, ao menos em linhas gerais, o sistema educativo da Inglaterra, em particular no que diz respeito à formação do professor. A formação inicial do professor de Matemática na Inglaterra é bastante difusa, havendo vários itinerários prováveis, sendo que não é possível traçar um equivalente ao

6 Trata-se de aulas filmadas e comentadas por especialistas e professores.

7 <https://www.gov.uk/government/organisations/department-for-education>.

percurso formativo brasileiro. Para iniciar a formação nas universidades, é necessário ter obtido notas mínimas em Inglês, Matemática e Ciências no *General Certificate of Secondary Education* (GCSE) (equivalente ao Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM)), se inscrever nos processos das universidades, que avaliam o currículo do candidato, aceitando-o ou não. Esse foi o caminho do professor, que optou pela Matemática Financeira e, ao decidir ser professor, procurou o *Post Graduate Certificate in Secondary Education* (PGCSE) em uma renomada instituição inglesa, a *Kings College*. Trata-se de um curso de dois anos de formação, em que é preciso apresentar um estudo, e trabalhar em uma escola (*placement school*), orientado pelos professores da Universidade. O PGCSE habilita o professor a trabalhar na *Secondary School* (de 11 a 16 anos de idade) e também nos *A's Levels* (16 a 18 anos), estudos avançados em disciplinas à escolha do aluno que podem ajudá-lo a ingressar na Universidade. Embora esse tenha sido a trajetória do professor, é importante considerar que não é necessário o PGCSE para iniciar o trabalho como docente no *Primary School* (5 a 11 anos), para tanto, basta passar em uma avaliação junto ao *Departamento for Education*, além de apresentar bons índices no GCSE.

Como podemos observar no relato do professor, o que o levou a reconsiderar o local de trabalho foram as oportunidades de *Continuous Professional Developing* (CPD), chances de Desenvolvimento Profissional. Como veremos na sequência, há sessões de CPD que têm sido utilizadas para o desenvolvimento da política pública *Maths Hubs*, apresentada na próxima seção.

Além de compreender a própria narrativa, temos elementos para traçar uma imagem mental do público-alvo do *Maths Hubs*. Professores que não possuem uma formação específica em Matemática aos moldes como a concebemos no Brasil e possuem horas de atividade destinadas ao seu desenvolvimento profissional.

Operacionalização do Maths Hubs

Aqui nessa escola, há o Departamento de Alunos. Esse departamento faz várias intervenções e nos auxilia. Há uma variedade de organizações que ofertam cursos de CPD sobre essas intervenções. Um deles era o Maths Hubs. No primeiro curso em que eu participei, aprendemos uma porção de coisas para usar em nossas aulas. Por exemplo: como elaborar questões para os alunos, e eu realmente gostei. Eu pude ver como usar aqueles conhecimentos diretamente na minha aula. Alguns meses mais tarde, eu recebi um e-mail que me foi encaminhado pelo meu líder me colocando em contato com o Maths Hubs, com a finalidade de iniciar um Grupo de Trabalho. Fiz então um curso sobre formação de professores. Eu não tinha ideia do que iria acontecer. Mas, como eu tinha realmente gostado do primeiro curso que fiz, eu queria me envolver. E assim eu passei a fazer parte formalmente do Maths Hubs como facilitador de um Grupo de Trabalho. (Entrevista com Daniel Lewis)

De acordo com o sítio eletrônico do *Maths Hubs*, cada *Maths Hubs* é uma parceria, liderada localmente por uma escola ou colégio com o objetivo de auxiliar no desenvolvimento profissional de professores de Matemática, baseado no conceito de *Teaching for Mastery*, o qual será abordado adiante.

O *Maths Hubs* é coordenado pelo *National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics* (NCETM) e financiado pelo Departamento de Educação da Inglaterra que fornece subsídios financeiros para cobrir despesas operacionais. O projeto também abre a possibilidade de estabelecer outras parcerias com universidades e instituições ligadas à Educação.

Embora possam ser visualizados vários projetos paralelos, o principal eixo de atuação é o *Teaching for Mastery Programme*. É a esse projeto que o professor se refere. Nele, dois professores de cada escola, chamados de facilitadores, participam de um grupo, denominado de Grupo de Professores Pesquisadores, que se reúne regularmente. Tal grupo é formado por seis ou sete escolas e coordenado por um *Mastery Specialist*. Os facilitadores, por sua vez, reúnem-se com os professores de seu *Maths Hubs*, composto por professores da mesma escola e de escolas próximas. O programa tem a periodicidade de dois anos, sendo que no primeiro ano o trabalho é orientado pelo *Mastery Specialist* e, no outro ano, se desenvolve de forma mais independente.

Podemos visualizar o funcionamento dos *Maths Hubs* no organograma da Figura 1:



Figura 1: Organograma do *Maths Hubs*

Fonte: Elaboração do autor

O *Mastery Specialist* recebe formação específica e é vinculado ao NCETM. Embora não tenha sido citado na fala do professor, segundo o sítio eletrônico do *Maths Hubs*, cada um dos facilitadores de escola é selecionado por um processo que envolve o *Department for Education* e o *National College for Teaching and Leadership*. Já os professores participam do programa por adesão e de forma voluntária.

O *Maths Hubs* iniciou suas atividades em 2014 e conta atualmente com 35 *Maths Hubs* que envolvem duas mil escolas e tem a intenção de abranger dez mil, metade das escolas da Inglaterra, até o fim de 2023. O *Maths Hubs* está presente em todas as cidades inglesas e inclui todos os níveis de ensino.

Origens e concepção de Educação Matemática do Maths Hubs: Teaching for Mastery e as cinco Grandes Ideias

Eu havia ouvido sobre um curso de formação de professores baseado nas ideias de Xangai e eu tinha lido sobre a Educação Matemática em Cingapura. Esse curso era sobre modelo de barras para trabalhar razões, frações e porcentagens. Foi o primeiro curso que eu fiz do Maths Hubs.

Quando comecei o meu Grupo de Trabalho fui a um momento de formação em Birmingham. Primeiramente tivemos uma apresentação que nos deu uma vaga ideia de como implementar o Mastery Approach. ... No segundo dia tivemos uma breve apresentação das Cinco Grande Ideias, e uma interessante sessão de CPD observando práticas. Boas falas e boas discussões junto com outros Maths Hubs. (Entrevista com Daniel Lewis)

A razão para que as ideias baseadas em Xangai e em Cingapura tenham feito parte do repertório de lembranças do professor é o currículo inglês ter sofrido modificações em 2014, influenciado pelo currículo de Cingapura, Xangai e Hong Kong. A escolha dessa vertente se deve ao sucesso obtido pelo Sul Asiático no exame *Programme for International Student Assessment* (PISA).

Há um maciço e constante investimento para que o *Mastery Approach* seja adotado por todas as escolas da Inglaterra. Tal influência é anunciada em sítios eletrônicos oficiais, como podemos conferir na citação a seguir do *Department for Education* (2016).

O Mastery Approach do sul da Ásia para o ensino de matemática está prestes a se tornar um padrão nas escolas primárias da Inglaterra, graças a uma grande expansão anunciada hoje pelo ministro das Escolas, Nick Gibb.

Com a ajuda de até 41 milhões de libras de financiamento, mais de 8.000 escolas primárias – metade do número total na Inglaterra – receberão apoio para adotar a abordagem, que é usada por alguns dos principais especialistas em matemática do mundo, incluindo Xangai, Cingapura e Hong Kong.

O conceito de *Teaching for Mastery* está baseado em cinco grandes ideias que podem ser visualizadas no diagrama da Figura 2:

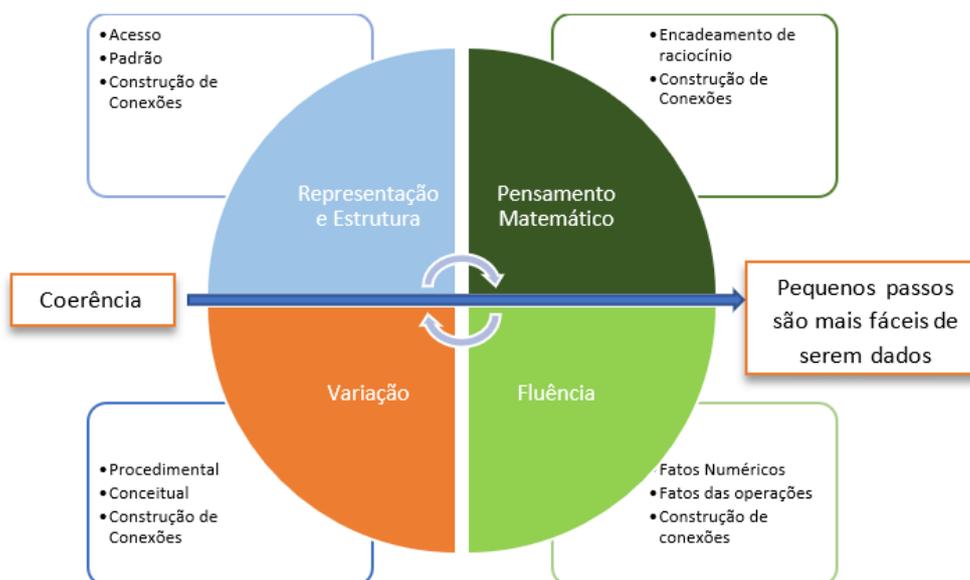


Figura 2: Cinco grandes ideias

Fonte: NCETM (2018^a)

A partir de elementos da narrativa, as ideias serão aprofundadas. A ordem com que elas serão aqui abordadas se remete à ênfase com que foram tratadas na narrativa.

Variação: procedimental e conceitual

A Variação é um dos conceitos-chave do *Teaching for Mastery*. Trata-se de algo que deve ser feito com cuidado, evitando-se a repetição mecânica e encorajando o pensamento matemático. Vejamos como a Variação é compreendida na narrativa do professor e quais as lacunas a serem preenchidas por outras fontes e pela literatura.

Acredito que Variação é uma das ideias que eu mais compreendo do Mastery Approach. Essa ideia foi parte dos trabalhos que precisei fazer entre dois módulos de um curso que fiz. Certamente eu uso mais variações que antes. Isso mudou completamente a maneira que eu apresentava os exemplos e as questões. E isso me fez pensar mais profundamente sobre a maneira de mudar de questão para questão. Antigamente eu corria, e colocava as questões no quadro. Agora eu penso: como eu posso mudar isso? Que efeitos podem ter E, para mim, me parece que os alunos estão percebendo as coisas com maior profundidade. Então eu penso: Como eu posso variar minhas questões? Eu penso em como ampliar o seu nível de dificuldade, muito mais do que fazia antes. Nos encontros de CPD, eu procuro fazer com que o Grupo de Trabalho pense mais profundamente sobre como eles podem exigir mais de seus alunos para que atinjam níveis mais profundos de entendimento. (Entrevista com Daniel Lewis)

Conforme já apresentado, o conceito de *Teaching for Mastery* tem suas origens na China. O interesse de pesquisadores no ensino e na aprendizagem de matemática na China não é recente e deveu-se em boa parte aos altos índices alcançados pelos estudantes chineses em avaliações internacionais. Esse interesse instigou que pesquisadores chineses acabassem compilando resultados de pesquisas e discussões teóricas no livro *How chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (Lianghuo et al., 2004). Assim como em relação a

outros conceitos, percebemos, no caso da ideia de variação, o diálogo que se estabelece com teorias de aprendizagem ocidentais. Gu et al. (2004), assim expõem as ideias de variação conceitual e procedimental:

A variação conceitual tem como objetivo auxiliar os estudantes a compreender os conceitos desde múltiplas perspectivas enquanto a variação procedimental auxilia os alunos a estabelecer conexões internas entre o que eles já sabem e os novos objetos de aprendizagem. Esses dois aspectos são críticos e complementares. De fato, os dois tipos de variações, são baseados em análises de experiências e experimentos com o ensino de matemática na China e podem ser compreendidos e interpretados por certas teorias ocidentais, como a teoria de aprendizagem matemática de Dienes (Dienes, 1973), a teoria de variação de Marton (Bowden & Marton, 1998; Marton & Booth, 1997), e a *scaffolding theory* (Bruner, 1985; Wood, Bruner & Ross, 1976). (p. 333)

Com o intuito de auxiliar a implementação das ideias do *Teaching for Mastery*, o NCETM (2018a) tem mantido uma série de publicações em que procura levar tais ideias ao conhecimento dos professores. A ideia de variação é assim apresentada:

Ensinar com variação conceitual envolve a comparação de modelos estáticos e imagens de um conceito matemático que possibilitam aos alunos comparar e identificar o que é igual e o que é diferente sobre os modelos e imagens, revelando o que é essencial e o que é não essencial ao conceito. Por exemplo, múltiplos exemplos de diferentes triângulos possibilitam aos estudantes generalizar que, para uma forma ser um triângulo, ela deve ser uma forma fechada com três lados retos e três vértices (ou seja, as características essenciais de um triângulo). As características não essenciais podem ser o tamanho dos lados, dos ângulos e a orientação em relação à linha horizontal. Ensinar com variação procedimental ... envolve ensinar um procedimento matemático em que o procedimento é gradualmente ‘desdobrado’ em uma sucessão de passos, cuidadosamente escolhidos, e permitem à criança determinar “que procedimentos permaneceram os mesmos” e “que procedimentos mudaram” em cada passo. Isso permite aos alunos identificar as características variantes e invariantes dos processos, vendo conexões entre os passos e levando a uma generalização que pode ser aplicada em todas as situações em que o processo é utilizado [ênfases no original].

Além dessas publicações que ampliam a discussão teórica, o NCTEM elaborou uma ampla gama de recursos, disponibilizados no sítio eletrônico do *Maths Hubs*. Trata-se de materiais escritos e em vídeo (lições e estudos de caso em sala de aula). Um dos principais recursos é um conjunto de oito livros: seis para os anos 1 a 6 (*Primary School*), um livro para o *Secondary School* e um livro denominado de Guia de Cálculo. A leitura desses materiais possibilita compreender de que maneira a variação conceitual e procedimental é vista de acordo com o *Teaching for Mastery*, como observamos na sequência nas Figuras 3 e 4:

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8655048

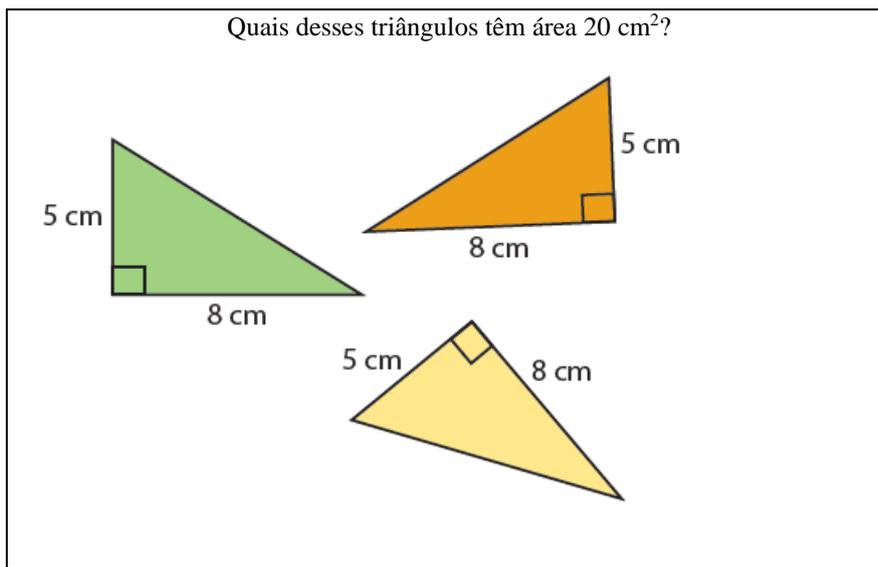


Figura 3: Exemplo de utilização de Variação conceitual

Fonte: Askew et al. (2015a, Year 6, p. 32)

Ramesh está explorando duas regras para gerar sequências.
 A Regra A é: comece com 2, e então adicione 5, e outro 5, e outro 5 e assim por diante.
 A Regra B é: escreva os números que estão na tabuada do 5, e então subtraia 2 de cada um dos números.
 O que é igual e o que é diferente em cada uma das sequências geradas pelas duas regras?

Figura 4: Exemplo de utilização de Variação procedimental

Fonte: Askew et al. (2015a, Year 6, p. 27)

Na Figura 3, a intenção é trabalhar com o conceito de área de triângulo retângulo. O aluno deve então decidir o que é essencial e o que não é essencial para que os triângulos retângulos tenham a mesma área, nesse caso a ênfase está no fato de que a cor e a posição não são características essenciais.

Construindo-se as sequências da Figura 4, obtém-se a sequência gerada pela Regra A, 2, 7, 12, 17... e a sequência gerada pela Regra B, 3, 8, 13, 18... Os alunos são instigados a observar que, embora os números 2 e 5 sejam os mesmos, variando-se os procedimentos a sequência é alterada, ainda que a diferença entre os termos permaneça a mesma.

Representações e Estrutura

No âmbito do *Teaching for Mastery*, as representações utilizadas devem expor a estrutura matemática com a finalidade de que os alunos possam, gradativamente, resolver problemas sem apoio das representações. Essa ideia é assim percebida pelo professor:

A Grande Ideia de Representações, das representações visuais, é um dos aspectos importantes do Maths Hubs Program. Uma das razões pela qual eu realmente fiquei interessado no curso de modelo de barras, meu primeiro curso no Maths Hubs, é porque eu ouvi sobre como as representações visuais podem realmente ajudar os alunos a entender, especialmente tópicos envolvendo razões, muito mais rapidamente, muito mais...

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8655048

Uma das coisas que eu realmente gosto são as representações para álgebra. Essas representações são muito ricas. Isso foi completamente novo para mim. Era realmente raro utilizar alguma representação visual, fora da Geometria ou de Gráficos, na escola, no College ou na Universidade. Representações em álgebra é realmente novo para mim. (Entrevista com Daniel Lewis)

Gu et al. (2004) se remetem ao trabalho sobre representações de Bruner (1964) e sobre o processo de Matemáticação, de Freudenthal (1990) para fundamentar a Grande Ideia de Representações, presente no *Teaching for Mastery*. Para os autores, o processo de Matemáticação consiste em partir de uma representação Inativa (concreta), passar a uma representação Icônica (semiconcreta), para chegar a uma representação Simbólica (abstrata). O processo inverso, qual seja, o de partir de uma representação simbólica para se chegar a uma representação concreta é denominado de Procurando Significados.

Como exemplo, os autores indicam uma situação em que é desenvolvido um trabalho com crianças que dispõem de sete feijões para serem distribuídos igualmente em três pratos. O processo de Matemáticação envolveria um primeiro estágio (Inativo) em que a criança distribui feijões manipuláveis em pratos, o segundo (Icônico) abrange a representação dos feijões por desenhos e/ou a distribuição mental dos feijões e o terceiro (simbólico) é a representação da situação por meio da expressão aritmética $7 \div 3 = 2$ resto 1. O processo inverso, denominado de Procurando significados, demandaria da criança recriar o contexto, baseada na expressão aritmética. A Figura 5 ilustra a situação.

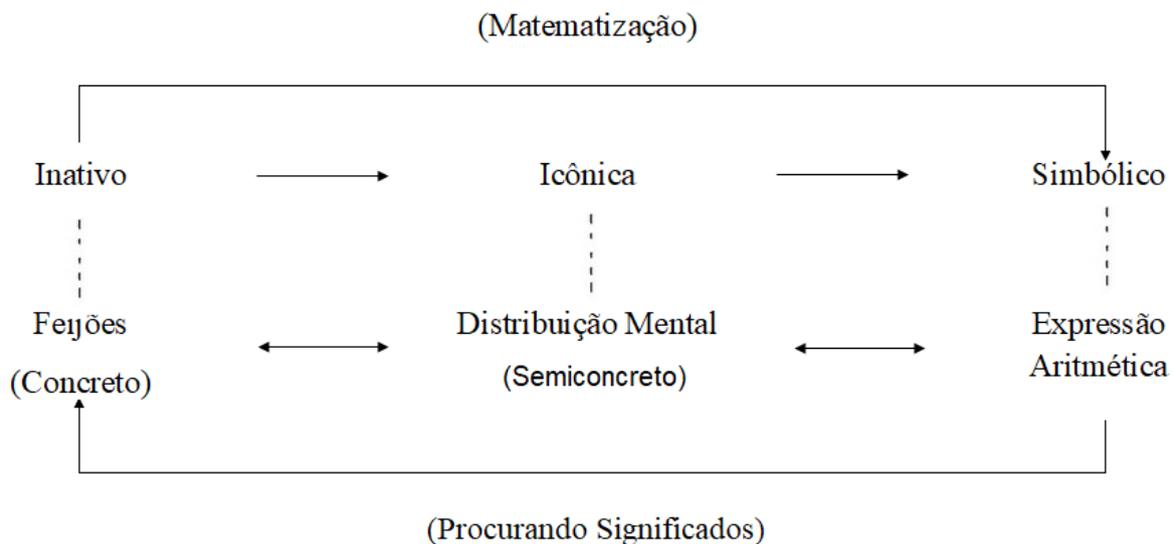


Figura 5: Distribuindo feijões e representações

Fone: Askew et al. (2015a, Year 6, p. 27)

O professor faz diversas referências ao uso do modelo de barras. Essa representação, situada no nível Icônico, é utilizada para o trabalho com diversos conceitos (operações básicas com inteiros e números decimais, razão, porcentagem, fração, etc.) nos materiais de formação disponibilizados pelo NCETM, e também nos vídeoaulas. Um dos destaques na narrativa do professor diz respeito ao uso do modelo de barras para o trabalho com razões.

A Figura 6 mostra a indicação da resolução de um problema, envolvendo razões com

uso do modelo de barras.

Sam e Tom têm figurinhas de futebol na razão de 2 para 3. Juntos eles têm 25 figurinhas. Quantas figurinhas tem cada um?

Solução:

Juntos Sam e Tom possuem 25 figurinhas:



Como a razão é de 2 para 3, precisamos de cinco partes. Divide-se a barra em cinco partes, das quais duas representam a quantidade de figurinhas que Sam possui; e três, a quantidade de figurinhas que Tom possui.

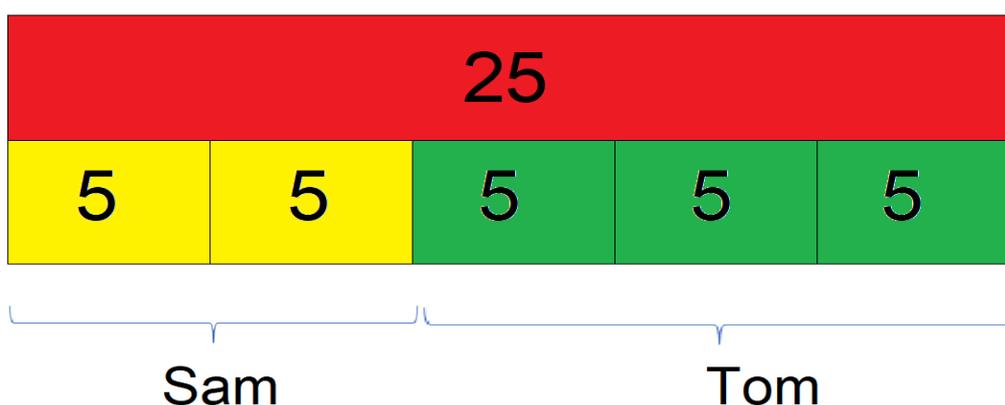


Figura 6: Exemplo de utilização do modelo de barras

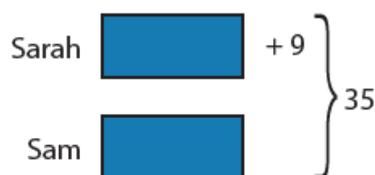
Fonte: NCETM (2018b)

As representações em álgebra também foram motivo de destaque na narrativa do professor. Observamos a sua utilização no exemplo ilustrado na Figura 7.

Sam tem 9 doces a menos que Sarah. Juntos eles possuem 35 doces. Quantos doces Sam tem?

Solução:

O problema pode ser representado da seguinte maneira:



A partir da visualização do problema, o aluno poderá observar que $(35 - 9) \div 2 = 13$ representa o valor de cada caixa azul, concluindo que Sam possui 13 doces.

Figura 7: Exemplo de utilização de modelo de barras

Fonte: NCETM (2018b).

O processo Procurando significados é frequentemente levado a termo, solicitando ao aluno que construa um problema de palavras, a partir de um modelo de barras ou expressão aritmética dada. Como exemplificado na Figura 8:

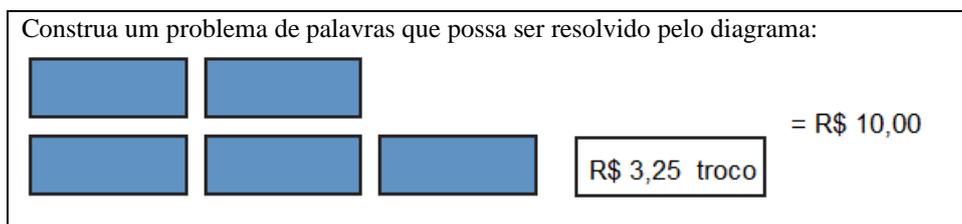


Figura 8: Exemplo de processo Procurando significados, a partir de um modelo de barras

Fonte: Askew et al. (2015a, Year 6, p. 23)

As representações ocorrem desde o ano um (5 a 6 anos) e são indicadas também para o *Secondary*. No entanto, o professor relata dificuldades para o seu uso em idades mais avançadas e como ocorre o processo Procurando significados.

Quando nós falamos isso para os alunos, eles acham que desenhar diagramas é infantil, eles não percebem a potencialidade dos diagramas. A não ser quando trabalhamos com um problema de Geometria ou com um problema sobre Gráficos em que você tem que ter a figura. Mas quando envolve razão ou outro assunto é mais difícil. Por exemplo, no ano nove, quando eu introduzo razão eu digo: — Nós podemos desenhar um diagrama. E eles dizem: — Não. Eu preciso fazer isso? E é preciso mostrar para eles que o entendimento que eles tinham era fraco, muito fraco. Então, os alunos precisam explicar o que o diagrama está mostrando, o que cada número do diagrama significa, o que cada número significa. E percebe-se um crescimento muito, muito rápido, não é? (Entrevista com Daniel Lewis)

O potencial dessas representações para a educação brasileira é algo que ainda precisa ser estudado com mais profundidade. Os estudos sobre o uso de modelos de barra no Brasil são raros, dentre eles podemos citar os de Cintra (2017), Góis (2014) e Queiroz (2014), dissertações de mestrado defendidas na Universidade Federal de São Carlos e orientadas pela professora Doutora Yuriko Yamamoto Baldin.

Coerência

No âmbito do *Teaching for Mastery*, a ideia de Coerência indica que novas ideias devem estar conectadas a conceitos já compreendidos e dominados. Os passos dados devem ser pequenos para garantir o domínio e as conexões. Na narrativa do professor, podemos avançar nessa compreensão.

A ideia de Coerência é uma das coisas que eu realmente me preocupo. Por meio do Maths Hubs Program, eu passei a pensar como posso manter o foco de minha aula mais restrito com vistas a alcançar um aprendizado mais profundo sobre um mesmo ponto. É realmente um desafio desenvolver atividades nesse sentido.

Com isso eu posso analisar como fazer Conexões entre diferentes áreas da matemática, não é? Porque se eu mantenho o foco, é melhor para fazer as conexões. A ideia é que os alunos adquiram um domínio sobre aspectos básicos. Atualmente eu consigo fazer conexões muito melhor do que antes e procuro ajudar meus alunos a começar a fazer essas conexões também. E eles estão começando, eles estão se

acostumando a fazer isso. Além do que, alguns procedimentos passaram a ficar mais automáticos.

Vou dar um bom exemplo. Eu estava trabalhando com um grupo misto de alunos. E, outro dia estávamos trabalhando com divisão, pelo método mental. Nós usamos a aula inteira com isso e ficamos explorando. Nós percebemos que precisamos de tempo para explorar múltiplos métodos para fazer coisas. E precisamos dar tempo para que os alunos expliquem o que eles estão fazendo. Eles têm que explicar o que estão fazendo para qualquer um. Eles gostam, porque eles se sentem capazes de falar, de explicar. Então, eles devem explicar, porque alguns cálculos têm o mesmo resultado, como podemos modificar uma divisão para que ela seja mais fácil de fazer. Isso é propriamente entender o trabalho com os números. (Entrevista com Daniel Lewis)

A ideia de Coerência implica em considerar que os passos dados entre os conceitos devem ser pequenos e que se deve manter o foco durante as aulas. Trata-se de um construto que encontra pouca relação com teorias ocidentais e, como pode ser observado na narrativa, é um contraponto no processo de ensino e aprendizagem, comumente realizado na Inglaterra, que, dentre outras tradições, mantinha o cumprimento rigoroso de um extenso currículo⁸, voltado a testes de larga escala. Os princípios da Coerência são assim descritos pelo NCETM:

O Mastery Approach inclui a crença de que todas as crianças são capazes de compreender e fazer matemática, dando-se suficiente tempo.

O Teaching for Mastery Approach é um conjunto de práticas pedagógicas que mantém a classe trabalhando junta no mesmo tópico, ao mesmo tempo em que visa a que todos os alunos dominem os tópicos curriculares com grande profundidade e compreensão. O desafio é mais a compreensão profunda do que a apresentação de um novo tópico. O ensino é focado e rigoroso, para garantir uma aprendizagem que seja sustentável ao longo do tempo. As lacunas de longo prazo na aprendizagem devem ser evitadas pela rápida intervenção do professor. Mais tempo é dispensado em ensinar os tópicos para assegurar a aprendizagem. Aulas bem planejadas promovem uma jornada conceitual pela matemática, engajando os alunos a raciocinar e pensar matematicamente. (Askew et al, 2015a, Year 6, p. 6)

Observamos na citação o apelo para que todos os alunos estejam trabalhando o mesmo tópico. É uma tentativa de mudar a tradição inglesa de divisão dos alunos em grupos de acordo com habilidades, mesmo em uma mesma sala. Além disso, notamos referências à necessidade de revisões constantes para assegurar uma aprendizagem sustentável. Essas ideias, representadas no esquema da Figura 9, mostram o padrão de ensino na China:

⁸ O currículo foi alterado em 2014.

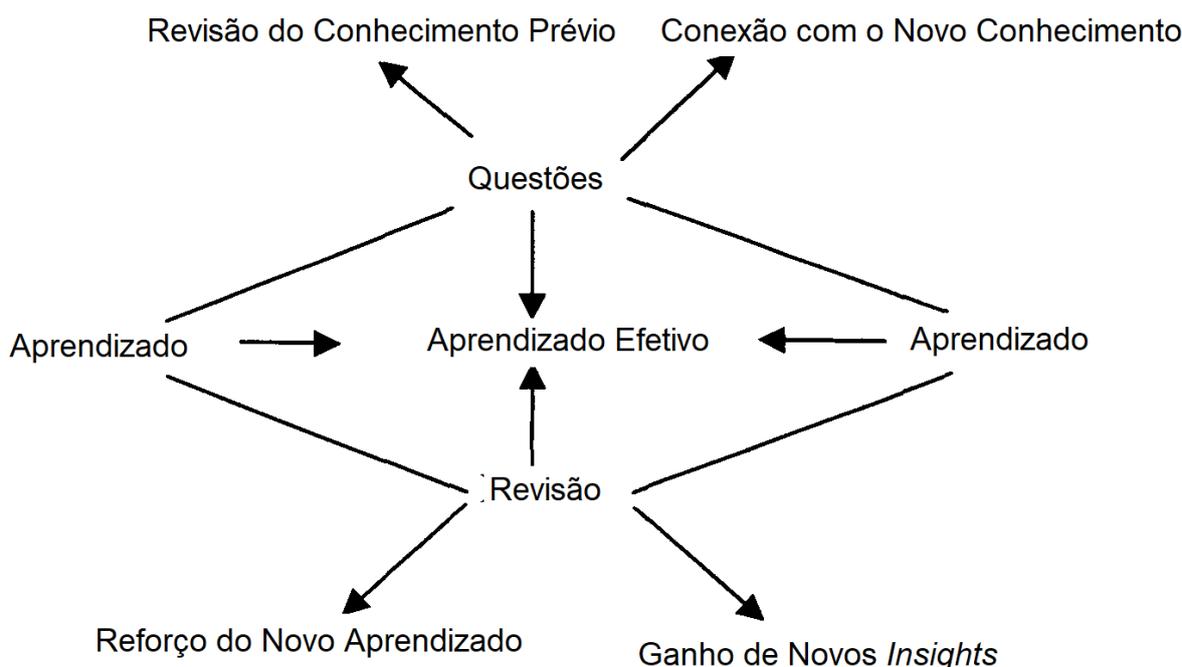


Figura 9: Padrão de Ensino na China

Fonte: Na (2004, p. 466)

De acordo com An (2004), a Educação Matemática na China tem seguido esse padrão de ensino e aprendizagem por séculos. Para ajudar os estudantes a construir conhecimento, os professores colocam questões em que os alunos precisam rever seus conhecimentos prévios e construir conexões com os novos conhecimentos. Além disso, os professores lançam questões para auxiliar os alunos a pensar matematicamente e adquirir novos *insights* acerca dos conhecimentos.

Fluência

A fluência é compreendida como rapidez e eficiência na recordação de fatos e procedimentos e a flexibilidade para se movimentar entre diferentes contextos e representações matemáticas. Ao se referir à fluência, o professor relata também o uso das *stem sentences*, tratadas na sequência.

Eu entendo as stem sentences como um conjunto de definições a que eu posso me referir a todo momento. Por exemplo: – Se tenho uma divisão de potências de mesma base, o que fazemos com as potências? - Vejam a definição. - Você tem que subtrair as potências. Um exemplo: - (x^y/x^w) . - As bases são as mesmas? - Sim, são. - Que operação é? - Divisão. - O que faço com as potências? - Subtraio. E isso feito várias vezes, repetindo, repetindo, repetindo. E se alguém faz alguma coisa errado, você pode voltar na definição, de forma automática. Se for isso que estou entendendo, eu gosto, porque você tem uma referência. Você está dando aos alunos uma referência. (Entrevista com Daniel Lewis)

As *stem sentences* são afirmações que têm como objetivo auxiliar os alunos a desenvolver a habilidade com a linguagem e com a estrutura matemática e adquirir fluência em procedimentos. Um exemplo de *stem sentence*, obtido em uma das observações realizadas

pelo pesquisador, encontra-se na Figura 10:

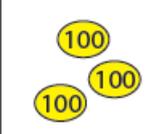
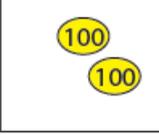
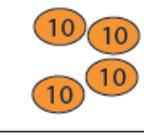
_____ e _____ são fatores de _____ porque _____ x _____ = _____
Um exemplo de uso dessa <i>stem sentence</i> é:
4 e 6 são fatores de 24 porque $4 \times 6 = 24$.

Figura 10: *Exemplo de stem sentence* (Material de formação)

Fonte: Elaboração do autor

Os alunos devem repetir a sentença tal qual ela se apresenta. Há um conjunto com uma grande variedade de sentenças que cobrem boa parte do currículo. O conceito de fluência vai além do aspecto relacionado à recordação de aspectos, pois pretende que o aluno transite entre diferentes contextos e representações. A seguir temos um exemplo na Figura 11, que demanda o trânsito entre duas representações:

Resolva a adição, usando o quadro de valor lugar e o método colunar, explicando os passos realizados:

Hundreds place	Tens place	Ones place
		
		

325
+ 247

Figura 11: *Exemplo de trânsito entre diferentes representações*

Fonte: Askew et al. (2015c, Year 3, p. 15)

A fluência vai além da memorização de fatos básicos, mas não prescinde dela. Na videoaula do ano 3^o, podemos observar a professora Sue Nattall trabalhando com multiplicações em que é notável a repetição de sentenças e a correção da linguagem.

Pensamento matemático

A grande ideia de pensamento matemático está assim apresentada nos materiais de formação: se as ideias a serem ensinadas devem ser compreendidas profundamente, os alunos não podem receber informações passivamente e, sim, participar ativamente: pensando, raciocinando e discutindo com outros. No excerto a seguir, o professor faz referência ao desenvolvimento da articulação matemática e à necessidade de solicitar aos alunos que expliquem e discutam o que estão fazendo:

O nível de articulação, a habilidade de explicar coisas foi visivelmente ampliada. Eles não usam mais uma terminologia matemática pobre, usam uma terminologia

⁹ <https://www.ncetm.org.uk/resources/48211>

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8655048

matemática precisa. Eles corrigem uns aos outros. Eles estão cada vez melhores em explicar as coisas. Porque antigamente somente em algumas lições era solicitado que explicassem e, agora, na maior parte das lições é solicitado: expliquem isso. E eles se sentem felizes com isso, porque se um grupo não deu uma explicação boa, o outro grupo diz que a explicação não é boa o suficiente. (Entrevista com Daniel Lewis)

O desenvolvimento do pensamento matemático atravessa boa parte da narrativa do professor, assim como a necessidade de construir conexões entre diferentes conceitos e está presente nos materiais de formação. Um dos recursos utilizados é o Capitão Conjectura. O Capitão faz afirmações com que os alunos devem concordar ou não e explicar o raciocínio utilizado, como ilustrado na Figura 12:

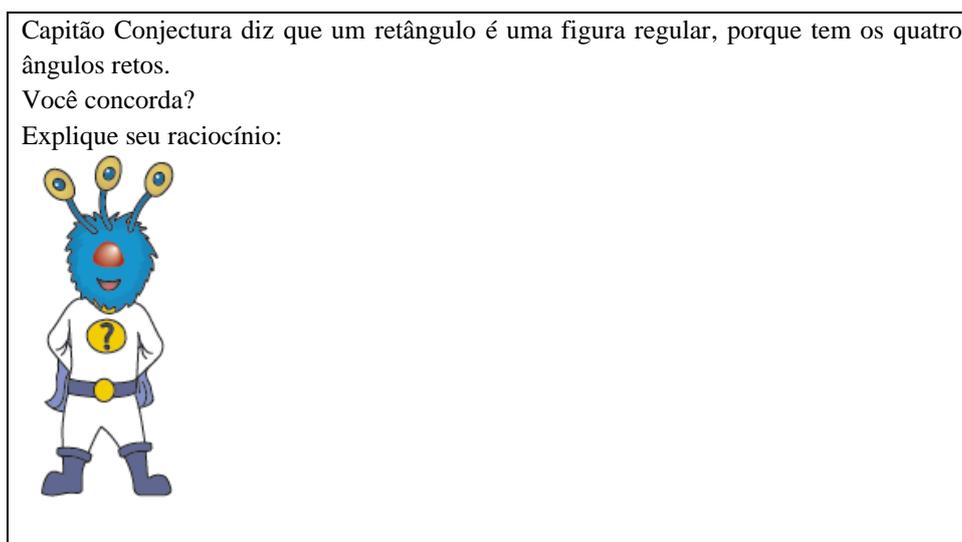


Figura 12: Exemplo de desenvolvimento do pensamento matemático

Fonte: Askew et al. (2015b, Year 4, p. 25)

As perguntas “E se...?” “Por quê?” e a solicitação para se explicar o raciocínio utilizado são constantes, e recomendadas recorrentemente.

Sobre as potencialidades do Maths Hubs

Para além dos aspectos referentes aos princípios do *Teaching for Mastery*, o professor conta, em sua narrativa, acerca dos aspectos sobre as diferenças entre o *Maths Hubs* e outros cursos que realizou:

Foi o primeiro curso que eu fiz do Maths Hubs. E a razão para eu realmente ter gostado é que... em termos de similaridades a maior parte dos cursos que eu fiz foram bons, porque nós temos uma porção de pessoas trabalhando juntas, trabalhando com matemática ao mesmo tempo, assim como o Maths Hubs. Mas no caso desse curso, eu pude ver coisas que iria utilizar diretamente na minha sala de aula. Por exemplo, se comparar com um curso que havia feito um tempo antes, era sobre Resolução de Problemas. Os problemas eram muito interessantes, mas nada que realmente pudesse ser utilizado em sala de aula. (Entrevista com Daniel Lewis)

O que eu realmente gosto desses cursos de CPD é “como eu posso usar isso em minha sala de aula”. Eu participei de um evento chamado Sessão para Professores de Matemática, aos sábados, talvez na UCL – University College London. A mesma que eu já comentei, mas eu não vi como usar aquilo em minha sala de aula. Eles

nunca discutem como usar isso em sala de aula. No entanto, todo Maths Hubs CPD que eu tenho ido, nós temos discussões, criamos atividades. (Entrevista com Daniel Lewis)

A falta de referência à prática também é uma das observações negativas que outros professores fazem no contexto brasileiro, como podemos notar em Major (2018). O *Maths Hubs*, ao instigar os professores a criar atividades baseadas nos princípios do *Teaching for Mastery*, indica a percepção de um percurso formativo de imediata utilidade. O mesmo constatamos, quando o professor menciona as atividades que leva ao Grupo de Trabalho que coordena:

No Grupo de Trabalho que eu lidero, tendo em vista que é um grupo que tem como objetivo implementar algo, não é propriamente um curso. Eu o faço junto com as sessões de CPD. Eu apresento o que é Variação, variação procedimental, variação conceitual, e dou alguns exemplos relacionados. Mas a parte principal é fazer com que as pessoas descubram e criem coisas por si próprias. Criem um conjunto de questões que utilizem Variação, variações conceituais, variações procedimentais, definições formais, e compartilhem isso. Nós podemos ver que, dado um tópico particular, as pessoas vão descobrindo diferentes coisas. Mas a chave é justificar o que eles estão fazendo, não é? Eu estou fazendo isso porque tenho esse objetivo. O que eu quero com o meu conjunto de questões? Então nós voltamos, nós compartilhamos as atividades, nós olhamos as atividades. (Entrevista com Daniel Lewis)

No mesmo excerto, verificamos que o compartilhamento do conhecimento produzido nos encontros é algo a ser perseguido. Nas duas sessões em que o pesquisador participou, finalizada a sessão, o facilitador enviava a todos as ideias de planos de aulas que haviam sido construídas no encontro.

O professor ainda se refere à construção de uma *network*, que foi possibilitada pelo trabalho no *Maths Hubs*.

Uma das professoras que participava do meu Grupo de Trabalho agora está fazendo o Mastery Specialist Program. Então, com essas pessoas, nós começamos a fazer uma network. Uma network com outros professores e vamos algumas vezes a outros cursos de CPD. Você começa a construir uma grande network com outras pessoas, com outros profissionais. (Entrevista com Daniel Lewis)

A criação de uma *network* é algo fundamental no desenvolvimento profissional do professor. Uma rede de relações profissionais somente é possível de ser construída com uma regularidade de contatos a médio e longo prazos e trabalhos coletivos.

Considerações finais

O presente artigo buscou explorar as potencialidades de uma narrativa constituída, segundo os pressupostos metodológicos da História Oral com a intenção de ampliar a compreensão sobre uma política pública inglesa de formação de professores, o *Maths Hubs*. Para tanto, foi realizada uma entrevista com um participante da política pública mencionada, e diálogos foram estabelecidos com a literatura pertinente e com materiais de formação disponíveis no sítio eletrônico do programa.

Para compreender como ocorre uma política pública de formação de professores, outras metodologias poderiam ter sido utilizadas, todavia, neste artigo, optamos pelas potencialidades da utilização de uma narrativa. Naturalmente, ao ler uma narrativa, criamos lacunas que convidam ao diálogo com a literatura, com outros materiais escritos ou não. O exercício de diálogo foi realizado com uma série de materiais escritos, disponíveis no sítio eletrônico do programa, documentos oficiais e literatura pertinente. Esses diálogos ampliaram a compreensão sobre as concepções de Educação Matemática presentes na abordagem da política, preenchendo, ainda que sempre de forma parcial, alguns espaços vislumbrados pelo pesquisador. Assim, temas como a formação de professores na Inglaterra e as ideias do *Mastery Approach* foram abordados e discutidos. Tais temas, por abrangerem aspectos gerais de formação de professores e, mais especificamente, relativos ao ensino e à aprendizagem de matemática, podem contribuir tanto para os interessados na área de formação de professores que ensinam matemática quanto no ensino e na aprendizagem.

Em outra direção, é natural que, ao nos debruçarmos sobre os documentos escritos referentes às políticas públicas, emergiram lacunas. Como ocorrem os cursos, quais as limitações, quais as potencialidades para além das apresentadas? Nesse sentido, observamos que a narrativa nos ajuda a perceber que a adesão à política se dá pela imediata aplicabilidade dos conhecimentos que circulam durante os momentos de formação. A reivindicação por aspectos práticos em processos formativos ocorre também em trabalhos brasileiros, como, por exemplo, em Major (2018). Cabe um olhar atento a essa demanda, mas cuidadoso, pois o apelo prático pode ocultar a complexidade do processo de ensino e de aprendizagem que, em longo e médio prazo, pode trazer frustrações. Para além desses conhecimentos, destacamos na narrativa a potencialidade da política pública na criação de *network*, o que auxilia a diminuir o isolamento característico da profissão do professor.

Do ponto de vista metodológico, destacamos uma leitura particular do uso de narrativas para a pesquisa sobre formação de professores. Tal mobilização se une ao trabalho de outros pesquisadores que vêm se valendo de narrativas na Educação Matemática. Ao leitor interessado, destacamos o trabalho de Marinéia dos Santos Silva, “O que podem as narrativas na Educação Matemática brasileira”, em que a autora entrevista oito pesquisadores, em sua maioria líderes dos grupos de pesquisa que se utilizam de narrativas nos estudos e nas pesquisas na Educação Matemática. Os resultados da pesquisa aqui empreendida corroboram as considerações da pesquisadora, quando aponta que

a potência do trabalho com as narrativas em processos de formação de professores está vinculada a uma política de narratividade, que compreende uma dimensão ética, porque respeita a visão de mundo dos sujeitos; estética, no sentido de que propõe um estilo de escrita; e política porque diz respeito aos processos de subjetivação e empoderamento pessoal (Silva, 2020, p. 21).

Já no que concerne à formação de professores e, particularmente, às políticas públicas de formação de professores, este trabalho se une a esforços de reflexão e problematização desses processos. Há mais de uma década, o pesquisador Dario Fiorentini (2008) publicou o artigo “A pesquisa e as práticas de formação de professores de Matemática em face das

Políticas Públicas no Brasil”. Nesse artigo, ele enfatiza que, naquele momento, embora reconhecesse que pesquisadores em educação matemática participem de ações de forma isolada, havia

a necessidade da SBEM mobilizar a comunidade de educadores matemáticos, tentando estabelecer parcerias com outras entidades científicas e instituições congêneres, de modo a participar e intervir com responsabilidade e compromisso na concepção e gestão das políticas educacionais do Brasil. (p. 43)

Observamos que ainda hoje a SBEM não possui tal protagonismo, agravado pela tensão com fundações de diferentes naturezas. O *Maths Hubs* é uma política pública de formação de professores, integralmente assumido pela NCETM. Resguardadas as características de cada país e de cada entidade, desejamos e ansiamos por semelhante protagonismo no contexto brasileiro, pois, apesar da dimensão continental de nosso país, temos uma SBEM altamente capilarizada e diversas experiências em âmbito nacional, como, por exemplo o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa que atingiu a quase totalidade dos 5.570 municípios brasileiros.

Sem dúvida que outras lacunas foram criadas pela leitura da narrativa e não foram aqui tratadas, bem como há espaços abertos nos documentos que necessitariam de outras entrevistas com diferentes atores do processo. A este artigo coube a apresentação da perspectiva de um pesquisador, limitada pelas suas leituras e suas experiências prévias e conduzidas de acordo com seu entusiasmo, que esperamos sejam compartilhados por outros pesquisadores e interessados em políticas públicas de formação de professores e que desses conhecimentos possam se beneficiar.

Agradecimentos:

Agradeço ao professor Daniel Lewis, colaborador dessa pesquisa, pela entrevista concedida e ao CNPq pela bolsa de Pós-Doutorado concedida no âmbito do Programa Nacional de Pós-Doutorado no Exterior.

Referências

- An, S. (2004). Capturing the chinese way of teaching: the learning-questioning and learning-reviewing instructional model. In F. Lianghuo, W. Ngai-Ying, C. Jinfa, & L. Shiqi (Eds.), *How chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 462-482). World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Askew, M., Bishop, S., Christie, C., Eaton, S., Griffin, P., Morgan, D., & Wilne, R. (2015a). *Teaching form mastery: questions, tasks and activities to support assessment – Year 6*. Oxford University Press.: <https://www.ncetm.org.uk/resources/46689>.
- Askew, M., Bishop, S., Christie, C., Eaton, S., Griffin, P., & Morgan, D. (2015b). *Teaching form Mastery: questions, tasks and activities to support assessment – Year 4*. Oxford University Press. <https://www.ncetm.org.uk/resources/46689>.

- Askew, M., Bishop, S., Christie, C.; Eaton, S., Griffin, P., & Morgan, D. (2015c). *Teaching form Mastery: questions, tasks and activities to support assessment – Year 3*. Oxford University Press. <https://www.ncetm.org.uk/resources/46689>.
- Bagio, V. A. (2014). *Da escrita à implementação das DCE/PR de Matemática: um retrato feito a cinco vozes e a milhares de mãos*. [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática]. Universidade Federal do Paraná. <http://www.exatas.ufpr.br/portal/ppgecm/dissertacoes/>
- Bowden, J., & Marton, F. (1998). *The university of learning*. Kogan Page.
- Bruner, J. S. (1964). Some theorem on instruction illustrated with reference to mathematics. In E. R. Hilgard (Ed.), *Theories of learning and instruction* (pp. 306- 335). University of Chicago Press.
- Bruner, J. S. (1985). Vygotsky: A historical and conceptual perspective. In J. V. Wertsch (Ed.), *Culture, communication and cognition: Vygotsky perspective* (pp. 21-34). Cambridge University Press.
- Cintra, C. C. (2017). *Um estudo do ensino de frações para 7º ano: desde um diagnóstico à aprendizagem mediada por Modelo de Barras*. [Dissertação de Mestrado Profissional]. Universidade Federal de São Carlos.
- Costa, E. X. C. (2016). *Narrativas de professores alfabetizadores sobre o PNAIC de Alfabetização Matemática*. [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática]. Universidade Federal do Paraná. <http://www.exatas.ufpr.br/portal/ppgecm/dissertacoes/>
- Department for Education - UK. (2016). *South Asian method of teaching maths to be rolled out in schools*. <https://www.gov.uk/government/news/south-asian-method-of-teaching-maths-to-be-rolled-out-in-schools>.
- Dienes, Z. P. (1973). A theory of mathematics learning. In F. J., Crosswhite, J. L. Highins, A. R. Osborne, & R. J. Shunway (Eds.), *Teaching mathematics: Psychological foundation* (pp. 137- 148). Charles A. Jones Publishing Company.
- Florentini, D. (2008). A pesquisa e as práticas de formação de professores de Matemática em face das Políticas Públicas no Brasil. *Bolema*, 21(29), 43-70. <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221870004.pdf>
- Freudenthal, H. (1990). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publishers.
- Garnica, A. V. M. (2007). *Manual de História Oral em Educação Matemática: outros usos, outros abusos*. SNHMat-SBHMAT.
- Garnica, A. V. M. (2011). História Oral e História da Educação Matemática: considerações sobre um método. *Anais do I Congresso IberoAmericano de História da Educação Matemática* (pp. 1-12). Covilhã: Portugal. http://www.apm.pt/files/177852_C32_4dd79e66be182.pdf.
- Garnica, A. V. M., Fernandes, D. N., & Silva, H. (2011). Entre a amnésia e a vontade de nada Esquecer: notas sobre regimes de historicidade e história oral. *Bolema*, 25(41), 212-250. <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/73000>.
- Góis, R. C. (2014). *O efeito do material concreto e do modelo de barras no processo de*

- aprendizagem significativa do conteúdo curricular de frações pelos alunos de 7º ano do ensino fundamental*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas]. Universidade Federal de São Carlos.
- Gu, L., Huang, R., & Marton, F. (2004). Teaching with variation: A chinese way of promoting effective mathematics learning. In F. Lianghuo, M. Ngai-Ying, C. Jinfa, & L. Shiqi (Eds.) *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 309-347). World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Lianghuo, F., Ngai-Ying, W., Jinfa, C., & Shiqi, L. (Eds.) (2004) *How chinese learn mathematics: Perspectives from insiders*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Major, M. C. (2018). *Histórias sobre a formação continuada de professores de matemática dos anos finais do EF da RME de Curitiba*. [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática]. Universidade Federal do Paraná. <http://www.exatas.ufpr.br/portal/ppgecm/dissertacoes/>
- Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and awareness*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Menjívar, J. C. C. (2018). *CFD e Gestar II: compreensões sobre a formação continuada de professores que ensinam matemática a partir de um estudo comparado*. [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática]. Universidade Federal do Paraná. <http://www.exatas.ufpr.br/portal/ppgecm/dissertacoes/>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM). (2018a). *Teaching for Mastery*. www.ncetm.org.uk/resources/50042.
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM). (2018b). *Primary Magazine*, 74. www.ncetm.org.uk/resources/46773.
- Queiroz, J. M. S. (2014). *Resolução de problemas de pré-álgebra e álgebra para Fundamental II do Ensino Básico com auxílio do Modelo de Barras*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas]. Universidade Federal de São Carlos.
- Silva, M. S. (2020). *O que podem as narrativas na Educação Matemática brasileira*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática]. Universidade Estadual Paulista. <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/193252?show=full>
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17(2), 89-100.