



Desenvolvimento do conhecimento didático de professores em Estatística: uma experiência formativa

Development of didactical knowledge of teachers in statistics: A teacher education experience

Bruna Mayara Batista Rodrigues¹

João Pedro Mendes da Ponte²

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar o desenvolvimento do conhecimento didático de professores em formação continuada, com foco nas representações e investigações estatísticas, dois aspectos fundamentais da Educação Estatística. A formação é relativa à disciplina de Estatística de um Curso de Especialização para professores de Matemática do Ensino Básico, com 13 participantes. Os dados foram recolhidos no decorrer das sessões através de um diário de bordo, gravações de áudio, recolha documental e entrevistas. A disciplina foi estruturada de modo a articular conhecimentos didáticos a partir de atividades direcionadas à prática letiva. Os resultados mostram que os professores aprofundaram seus conhecimentos sobre as representações estatísticas e sobre o modo de as ensinar. Em relação às investigações estatísticas, os professores destacam a importância da valorização destas atividades para a formação de cidadãos críticos capazes de lidar com a informação.

Palavras-chave: Estatística; Representações estatísticas; Investigações estatísticas; Conhecimento didático.

Abstract

This article aims to analyze the development of didactical knowledge of teachers attending an in-service course focusing on statistical representations and investigations, two fundamental aspects of statistics education. This is a statistics course in a specialization program for middle school mathematics teachers, including 13 participants. The data collected was obtained from sessions by a logbook, audio recordings, and document collection and by interviews. The course was structured to articulate didactic knowledge from activities directed to teaching practice. The results show that the teachers deepened their knowledge of statistical representations and how to teach them. With regard to statistical investigations, the teachers emphasize the importance of valuing these activities for the development of citizens who are critical and capable of dealing with information.

Keywords: Statistics; Statistical representations; Statistical investigations; Didactic knowledge.

Introdução

No mundo atual, a Estatística está diretamente ligada a atividades do dia a dia e a atividades profissionais, devendo seu ensino ser direcionado para desenvolver no aluno a capacidade de tomar decisões apropriadas diante das informações disponíveis. No entanto, apesar da importância do desenvolvimento da capacidade de lidar com dados quantitativos e

Submetido em: 30/09/2019 – **Aceito em:** 17/01/2020 – **Publicado em:** 25/01/2020

¹ Doutoranda em Educação, especialidade em Didática da Matemática, no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal.

² Doutor em Mathematics Education na University of Georgia, EUA e Professor Catedrático do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal.

qualitativos, a inclusão da Estatística no currículo de Matemática é relativamente recente.

No Brasil, somente em 1997, com a publicação dos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN), os tópicos de Estatística foram inseridos no currículo. No Ensino Fundamental (1.º e 2.º ciclos) isso concretizou-se através do bloco “Tratamento da Informação”, e no Ensino Médio (3.º ciclo) no eixo “Análise de Dados”. De acordo com Borba, Monteiro, Guimarães, Coutinho e Kataoka (2011), esta inclusão foi incipiente quando comparada com outros campos como a Álgebra e Geometria. Mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), publicada em 2018, enuncia a “*Probabilidade e Estatística*” como uma das suas cinco unidades temáticas. Neste documento, existe um incentivo para que os alunos sejam envolvidos, progressivamente, em atividades de natureza investigativa.

Por se tratar de um tema recente no currículo, muitos professores têm um conhecimento superficial de uma variedade de conceitos, representações e procedimentos usados em Estatística, o que pode resultar em uma hesitação quanto ao modo de ensinar. Tal como Borba et al. (2011) afirmam, as dificuldades que os professores enfrentam na abordagem dos conceitos estatísticos derivam de uma formação inicial e continuada incipiente na análise e uso prático dos materiais didáticos. Batanero, Godino e Roa (2004) consideram que os professores de Matemática que ensinam os conceitos estatísticos geralmente adequam as suas concepções sobre o ensino da Matemática ao ensino da Estatística, dando origem a um ensino alinhado à realização de cálculos e procedimentos. Consequentemente, ocorre o empobrecimento do significado dos conceitos estatísticos e o ocultamento da noção de incerteza inerente à interpretação dos dados própria da Estatística.

Deste modo, é importante refletir sobre os conhecimentos que os professores precisam articular para ensinar Estatística. Além disto, é necessário criar oportunidades de formação continuada e/ou especializada em que os docentes possam ampliar conhecimentos e mudar concepções sobre o ensino da Estatística a partir de suas experiências. No presente artigo apresentamos uma disciplina inserida em um curso de especialização para professores de Matemática de modo a constituir um processo formativo em Estatística, procurando identificar as aprendizagens realizadas por eles. *O nosso objetivo é compreender de que maneira os professores participantes de uma experiência de formação em Estatística desenvolvem o conhecimento didático sobre as representações e investigações estatísticas.*

Representações e investigações estatísticas

A Estatística é um tema incluído há relativamente pouco tempo nos currículos, que conta com um raciocínio distinto do que é feito em Matemática. Enquanto a Matemática utiliza procedimentos deterministas na resolução dos seus problemas, a Estatística engloba os conceitos de variabilidade e aleatoriedade, resultando em trabalhos de natureza distinta (Ponte & Fonseca, 2001). Embora existam diversas formas de ensinar e aprender Estatística, é importante que o aluno possa desenvolver a capacidade de lidar com as informações disponíveis de maneira crítica e significativa, tendo a literacia estatística um papel central

neste processo (Franklin et al., 2005). De um modo geral, entende-se que a literacia se reporta a um conjunto de princípios, ideias, aptidões e capacidades de interpretação e comunicação necessárias para tratar, com eficiência, informação que envolva dados de cariz quantitativo que surgem no dia a dia e em situações profissionais (Martins & Ponte, 2011; Steen, 2001). Neste processo de ensino-aprendizagem da Estatística com a valorização do desenvolvimento da literacia, evidenciam-se dois aspectos fundamentais: as representações e as investigações estatísticas.

Representações estatísticas

Tendo em vista que apresentam uma grande variedade de informações de forma compacta, as representações gráficas, tabelas e diagramas surgem em diversos contextos do cotidiano e no ensino da Estatística. Estas representações permitem a comunicação, classificação e comparação de dados, além de assumirem um carácter mediador no processo de interpretação dos dados (Curcio, 1989; Monteiro & Ainley, 2006). Martins (2018) afirma que os componentes de uma representação gráfica (especificadores, etiquetas, título e fundo do gráfico) interferem no tipo de leitura e interpretação que se faz desta representação. Para a autora, é possível que a leitura de uma representação gráfica seja baseada em conceitos formais da Matemática. Entretanto, muitas vezes os aspectos visuais e simbólicos inerentes à representação recebem maior importância. Para Carvalho, Monteiro e Campos (2010), existe um processo dinâmico na interpretação de um gráfico, sendo assim necessária uma interação entre aspectos conceituais e visuais, na qual experiências e conhecimentos são mobilizados e são construídos novos significados no domínio da interpretação.

Curcio (1987, 1989) enumera três níveis cognitivos para a leitura e interpretação das representações gráficas. O nível 1 (ler os dados), requer uma simples leitura dos dados, em que se leva em consideração apenas aquilo que está explicitamente representado. O nível 2 (ler entre os dados) envolve o uso de comparações, conceitos e técnicas relacionadas com a Matemática. O nível 3 (ler além dos dados) está associado com o uso de previsões ou inferências. Para Ayoama (2006 e 2007), o desenvolvimento da literacia estatística está associado a um nível no qual os estudantes são capazes de ler os valores e tendências evidentes nas representações gráficas, apresentando a compreensão dos significados contextuais de forma literal mediante o que é explícito na representação.

Investigações estatísticas

De acordo com o NCTM (2007), as investigações estatísticas desenvolvem no aluno a capacidade de formular questões que possam ser abordadas por meio de dados, de modo que seja possível recolher, organizar e representar dados de maneira relevante para resolver essas questões. Segundo este documento, o aluno deve ser capaz de selecionar métodos estatísticos adequados à análise de dados para que posteriormente possa realizar e avaliar inferências, assim como previsões baseadas em dados. O Relatório GAISE (Franklin et al., 2005) esclarece que as investigações estatísticas envolvem um ciclo composto de quatro etapas

principais: (i) formulação de perguntas; (ii) coleta de dados; (iii) análise de dados; e (iv) interpretação de resultados.

De acordo com o Relatório GAISE (2005, p. 11), “A formulação de uma questão estatística requer uma compreensão da diferença entre uma questão que antecipa uma resposta determinista e uma resposta baseada em dados que variam”. Pode aferir-se que a variabilidade compõe a base da investigação estatística. Na fase da coleta de dados, é necessário um planejamento para recolher dados apropriados, de forma a prosseguir com a organização e tratamento destes dados por meio de gráficos, tabelas e medidas estatísticas. Todo este processo permite a interpretação dos resultados, além da formulação de conclusões. As investigações, portanto, permitem promover a aproximação do aluno ao processo estatístico de modo que ele enxergue além dos dados, embora naturalmente no contexto de um conhecimento estatístico muito menos rebuscado do que o de um profissional do ramo. É de ressaltar, no entanto, que as investigações estatísticas dificilmente são abordadas na formação inicial do professor (Henriques & Oliveira, 2013).

O conhecimento didático e a formação do professor em Estatística

Diversos autores têm-se debruçado sobre a questão de quais conhecimentos devem ser ensinados pelo professor. No presente artigo teremos como foco o conhecimento direcionado, especialmente, para a ação do professor. Neste âmbito, Ponte (2012) considera quatro domínios principais: o conhecimento da Matemática para seu ensino; o conhecimento do currículo; o conhecimento do aluno e da sua aprendizagem e o conhecimento da prática educativa (Figura 1). De acordo com o autor, o que diferencia este modelo dos demais é o fato de assumir, de forma clara, a existência de um núcleo central: o conhecimento da prática educativa, mais conhecido na língua inglesa como *instructional knowledge*. Este núcleo central apoia-se nas outras três dimensões. Outra divergência é que neste modelo não há separação entre as dimensões de conhecimento, estando todos presentes ao mesmo tempo nas atividades docentes. Embora tenham como foco o ensino da Matemática, os domínios de conhecimento didático descritos por Ponte (2012) podem ser adaptados a diferentes áreas e temas, incluindo os estudos direcionados ao conhecimento relativo à Estatística (Quintas, 2017). Deste modo, relacionamos as dimensões do conhecimento didático propostos por Ponte (2012) às designações de Batanero (2002) para o conhecimento profissional do professor que ensina Estatística.

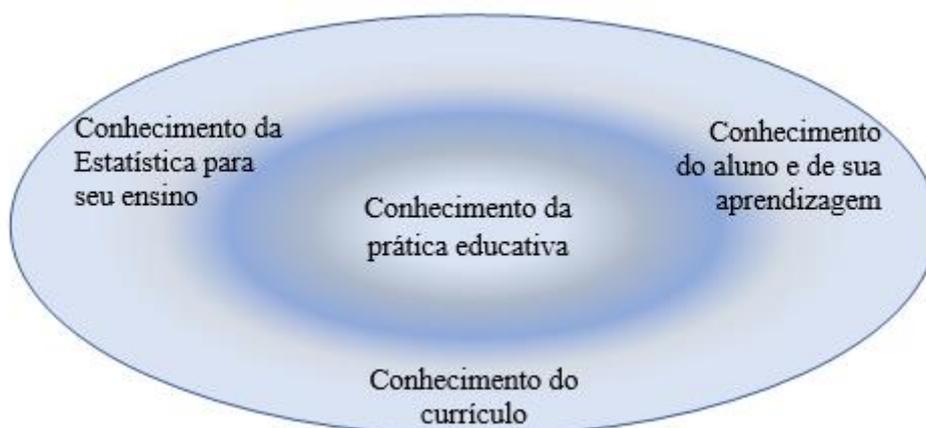


Figura 1 – Dimensões do conhecimento didático do professor em Estatística

Fonte: adaptado de Ponte, 2012

No que diz respeito à vertente relativa ao conhecimento da Matemática, Ponte (2012) afirma que seu modelo não abrange o conhecimento da Matemática enquanto ciência, mas sim a leitura que o docente faz da Matemática enquanto uma disciplina escolar, de modo a incluir noções das suas variadas representações e conexões internas e externas com diferentes conceitos. No âmbito do *Conhecimento da Estatística para seu ensino* há a necessidade de desenvolver a habilidade de refletir epistemologicamente sobre o significado dos conceitos, neste caso relacionando a natureza do conhecimento estocástico, seu desenvolvimento e evolução (Batanero, 2002).

Para Ponte (2012), no *conhecimento do aluno e de seus processos de aprendizagem* os alunos são vistos como pessoas dotadas de interesses, gostos, reações, valores e referências culturais. Além das limitações cognitivas dos alunos, todos estes pontos são considerados no processo de aprendizagem e são decisivos para a escolha das atividades propostas pelo professor. De acordo com Batanero (2002), é necessário desenvolver a percepção das dificuldades e limitações relativas à aprendizagem dos docentes, além de estratégias de resolução de problemas que orientem de maneira mais eficaz o trabalho de ensino e avaliação da aprendizagem.

No domínio relacionado ao *conhecimento do currículo* são incluídos os objetivos, a organização dos conteúdos, a habilidade com os diferentes materiais e o conhecimento de diversas maneiras de realizar uma avaliação. As decisões sobre os conteúdos e o tempo necessário para geri-los, assim como do que priorizar e de que forma, também fazem parte deste conhecimento. Ao considerar que as perspectivas curriculares estão em constante transformação, é importante que o professor acompanhe estas mudanças. Assim, é necessário analisar as transformações do conhecimento para a adaptação a variados níveis de ensino de modo que possa haver uma reflexão sobre os diferentes níveis de compreensão possíveis relacionados ao mesmo conhecimento, incluindo a avaliação do nível e a reflexão sobre como um determinado conceito pode ser ensinado a uma determinada pessoa (Batanero, 2002).

O campo do conhecimento didático designado por *Conhecimento da prática educativa* constitui um domínio fundamental do conhecimento didático, pois abrange a planificação de cada aula, a concepção das tarefas e todas as outras questões que envolvem as aulas, considerando o antes, o durante e o depois de cada momento de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, Batanero (2002) destaca a observação dos vários recursos metodológicos direcionados à melhoria das suas práticas, assim como a análise de currículo e de situações de aprendizagem.

O conhecimento didático do professor é elaborado desde os primeiros momentos de sua formação. Entretanto, a realidade de cada docente, repleta de complexidades e dúvidas acerca do ensino, é que determina os rumos que este toma no decorrer da sua atividade docente. Em outras palavras, suas técnicas, abordagens e análises dependem do contexto em que atua.

Um processo formativo centrado na transmissão de conceitos não é suscetível de gerar no professor a habilidade de promover uma aprendizagem ativa dos alunos, especialmente no que diz respeito à Estatística. Assim, destacam-se os processos formativos em que as situações autênticas de sala de aula configuram um material repleto de significados capazes de propiciar um ambiente de reflexões e interações entre os docentes (Day, 2001). Um exemplo de atividade para este tipo de processo formativo é enunciado por Smith (2001), que destaca a seleção adequada de tarefas a utilizar em sala de aula como um forte exercício de reflexão sobre os objetivos a atingir, bem como sobre os conhecimentos prévios e necessários aos alunos. Especificamente na formação para o ensino de Estatística, diversos cursos de graduação mostram que é possível uma formação centrada na posição ativa do participante, em que o conteúdo, a pedagogia e a avaliação sejam focos de discussão (Groth & Xu, 2011; Quintas, 2017).

Metodologia

O presente estudo segue uma abordagem qualitativa e interpretativa, tendo em vista conhecer o significado que os participantes atribuem às suas experiências num contexto em que é observado o processo e não somente os resultados (Bogdan & Biklen, 1994). Procuramos verificar como os professores desenvolvem os conhecimentos e significados diante dos trabalhos realizados, com especial atenção às suas interpretações e perspectivas relativas a uma mesma situação (Cohen, Manion & Morrison, 2001). Desta forma, examinamos as situações e o desenvolvimento dos conhecimentos dos docentes através das suas visões, interações e reflexões ao longo de uma experiência de formação. A identificação destes fatores tem como suporte o conhecimento teórico sobre o ensino da Estatística, o conhecimento estatístico para ensinar, bem como a formação de professores que ensinam Estatística.

Esta experiência de formação se deu num curso de pós-graduação (especialização) para professores de Matemática do Ensino Básico, na disciplina de Estatística. O curso é oferecido por uma faculdade localizada na Zona Oeste do Rio de Janeiro, reconhecida por ter

como foco a formação inicial e continuada do docente. A estrutura do curso contemplava 8 disciplinas de 36 horas relacionadas com Matemática, além de 4 seminários relacionados com didática e a elaboração de uma monografia. Nas disciplinas relativas à Matemática, a proposta curricular era centrada na abordagem aprofundada de conceitos do currículo do Ensino Básico. Neste caso, o programa da disciplina foi estruturado de modo a possibilitar a articulação entre o conteúdo e a didática da Estatística.

O grupo de formandos era composto de 13 professores de Matemática que atuavam em sua maioria no segundo ciclo do Ensino Fundamental, com exceção de Giulia³, que não estava atuando como professora, e de Diana, que atuava como professora do 1.º ciclo do Ensino Fundamental. A primeira autora deste artigo foi a docente nesta experiência de formação e já conhecia os participantes de unidades curriculares anteriormente concluídas no curso.

Na fase inicial da disciplina de Estatística, a maioria dos participantes informou que sentia dificuldades em trabalhar este tema. Nesse sentido, diversos professores relataram que na sua formação inicial não tinham analisado o desenvolvimento da literacia estatística nem o papel das investigações estatísticas no quadro de uma aprendizagem significativa. Relataram também que o modo de ensinar conceitos estatísticos geralmente não é tratado nos seus contextos profissionais, sendo “um assunto deixado de lado”. Por isso, a disciplina de Estatística foi formulada com base nas necessidades indicadas pelos participantes, considerando-se as dificuldades que apontavam, valorizando-se especialmente aspectos de cunho didático que os docentes não haviam visto na sua formação inicial nem em outros processos de desenvolvimento profissional.

Com foco no desenvolvimento da literacia estatística no ambiente escolar, o trabalho realizado com os professores englobou momentos de análise de materiais didáticos e de uso de respostas de alunos às tarefas para a promoção de discussões coletivas, além de investigações estatísticas que permitissem aproximar o aluno ao trabalho estatístico de modo a apreciar sua importância e dificuldades a partir de temas do seu interesse. Todas as sessões foram gravadas em áudio, sendo também utilizada recolha documental e registro em diário de bordo ao final de cada sessão de formação.

Com os dados recolhidos, foi feita uma análise de conteúdo que consistiu em três fases: (i) pré-análise; (ii) exploração do material; e (iii) tratamento dos resultados, inferência e interpretação (Bardin, 1977). Inicialmente, foram definidas as categorias de análise (Quadro 1), que têm por base as dimensões do conhecimento didático do professor enunciadas por Ponte (2012). No segundo momento, foram definidas as unidades de análise de cada categoria com base nas especificações do conhecimento relativo à Estatística destacadas por Batanero (2002) e nos estudos sobre as representações e as investigações estatísticas mencionados no quadro teórico. Na última fase foi feita uma análise qualitativa e foi elaborada uma explicação.

³ Todos os participantes têm nomes fictícios.

Examinamos os dados em três momentos distintos da formação: análise de materiais didáticos; resolução de tarefas e análise de respostas dos alunos; e a realização de uma mini-investigação estatística pelos professores e discussão sobre a realização de investigações em sala de aula.

Quadro 1 – Categorias e unidades de análise

Categorias	Unidades de análise
<i>Conhecimento do currículo de Estatística</i>	- Quais aspectos do currículo priorizam; - Como relacionam os materiais didáticos à proposta curricular.
<i>Conhecimento de Estatística</i>	- Os significados que atribuem às representações estatísticas; - Como realizam as diversas etapas do ciclo investigativo.
<i>Conhecimento da prática educativa em Estatística</i>	- Percepções sobre tarefas relativas às representações; - Conhecimento sobre o modo de conduzir investigações em sala de aula.
<i>Conhecimento dos alunos e da aprendizagem</i>	- Como preveem as respostas dos alunos. - Como compreendem as respostas e erros dos alunos.

Fonte: Quadro elaborado pelos autores.

Resultados

A seguir, apresentamos os resultados da pesquisa.

Análise de materiais didáticos

Nesta etapa da formação foram feitas discussões sobre as potencialidades de tarefas presentes em materiais didáticos no tocante ao desenvolvimento da literacia estatística tal como indicado nas orientações curriculares, com o suporte das indicações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para a abordagem do bloco de Tratamento de Dados⁴. A turma se dividiu em grupos, sendo cada grupo responsável por analisar o material direcionado a um dado ano de escolaridade (do 6.º ao 9.º). Os participantes optaram pela análise dos materiais divulgados pela Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro⁵ no 1.º Bimestre de 2017, por fazerem referência à rede de ensino em que a maioria deles trabalha.. Os grupos tiveram um momento de discussão e depois apresentaram suas observações a toda a turma. Foram analisadas as interações que os professores estabeleceram, e a partir daí

⁴ No momento da realização da formação a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ainda não havia sido publicada.

⁵ Esta rede de educação pública atende 461.002 alunos no Ensino Fundamental. Os materiais didáticos utilizados por esta rede estão disponíveis em: <http://www.rioeduca.net/>.

discutimos as suas considerações sobre a tarefa direcionada ao 7.º ano apresentada na Figura 2.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Você sabia?

No Brasil, o consumo de água, por pessoa, pode chegar a mais de 200 litros/dia. Gastar mais de 120 litros de água por dia é jogar dinheiro fora e desperdiçar nossos recursos naturais.

<http://goo.gl/8uGEO>

CONSUMO DE ÁGUA

Item	Porcentagem
Chuveiro	48%
Outros	28%
Vaso sanitário	12%
Cozinha	14%

1 - Este gráfico representa um exemplo do consumo de água em uma residência de quatro moradores.

a) Qual dos itens consome mais água? _____

b) O que pode ser realizado para reverter o gasto com o chuveiro? _____

c) Considerando o gráfico acima e que 120 litros de água é o consumo médio diário de cada um dos moradores, quanto esses quatro moradores, juntos, consomem de água:

- na cozinha? _____
- no vaso sanitário? _____
- no chuveiro? _____
- no banheiro (considerando apenas chuveiro e vaso sanitário)? _____
- em outros setores da casa? _____

ESPAÇO CRIAÇÃO

2 - Que tal realizar uma entrevista com seus colegas?

a) Considere 4 modalidades esportivas e verifique a preferência do grupo:

Esporte A = Voleibol
Esporte B = Ciclismo
Esporte C = Natação
Esporte D = Futebol

b) Entreviste seus colegas, pelo menos 20 deles, e verifique qual a preferência em relação a estas quatro modalidades. Cada colega só poderá optar por uma modalidade esportiva.

c) Represente, abaixo, o resultado encontrado, por meio de um gráfico de colunas.

ESPORTE PREFERIDO

Figura 2 – Tarefa do 7.º ano analisada pelos participantes

Fonte: Secretaria Municipal do Rio de Janeiro.

Como já foi dito, este material foi formulado para o 1.º Bimestre nas turmas de 7.º ano, sendo as tarefas acima as únicas direcionadas ao Tratamento de Dados. Tal fato gerou incômodo nos professores:

Norberto: É uma abordagem muito sintética...

Augusto: Resumir em dois exercícios, não dá! Precisa de mais coisas.

Formadora: Que coisas?

Norberto: Pode ser com exercícios da mesma linha.

Augusto: Acho que poderiam explorar mais as tabelas. Acho que, com tabelas, os alunos entendem bem. Poderiam também aproveitar para incluir logo exercícios sobre média aritmética. Os alunos desse nível já conseguem entender [...]. Eles já aprenderam frações no outro bloco.

Embora Augusto aponte para a real necessidade da inclusão de outras tarefas, especialmente requerendo a construção de tabelas, é importante ressaltar que existe também uma preocupação em tratar “logo” de outros conceitos, como a média aritmética. Nesse sentido, a fala de Augusto não inclui muitas apreciações sobre a qualidade das tarefas, o que mostra que o professor não tem noção de que são necessárias tarefas variadas para a promoção da literacia estatística.

Giulia e Diana, no entanto, demonstram se importar com um ensino capaz de explorar o senso crítico do aluno (tal como sublinhado em Franklin et al., 2005). Além disso, argumentam que uma abordagem da Estatística focada apenas em cálculos mecânicos é pobre e não favorece o desenvolvimento da literacia estatística:

Giulia: Eu achei a primeira questão interessante e interdisciplinar, mas perde o foco nas estatísticas e no senso crítico fazendo só contas. As contas podem ser feitas em outro momento.

Diana: Parece que o objetivo é só esse e não fazer com que os alunos interpretem informações.

Apesar do cuidado com a promoção de uma aprendizagem associada ao desenvolvimento do senso crítico dos alunos, as professoras apresentam considerações superficiais a respeito das tarefas, pois não discernem inicialmente características importantes do ciclo investigativo incluídas na segunda tarefa, como a formulação de questões, coleta de dados, organização destes dados e sua posterior interpretação.

Giulia: A pesquisa proposta no segundo exercício é legal para os alunos.

Diana: Aqui as crianças só vão construir as colunas... É uma atividade muito simples para alunos do 7.º ano.

Formadora: Mas será que é só isso? Pense um pouco sobre o que eles precisam fazer até construir o gráfico.

Diana: Realmente, precisam interagir, coletar as informações, organizar...

Formadora: E você acha que esse trabalho pode se desdobrar para outros maiores?

Diana: Sim... Podem incluir coisas do convívio deles e identificar o trabalho de coleta feito por eles nas pesquisas mostradas nos jornais e revistas.

A intervenção da formadora foi suficiente para que Diana identificasse as potencialidades da tarefa. Apesar de nesta fase ainda não discernir a proposta de investigação estatística de forma global (este tema ainda não tinha sido abordado), a professora identificou aspectos do ciclo investigativo, como a coleta e organização das informações, e mostrou-se sensível a um trabalho capaz de conectar o contexto dos alunos e o processo estatístico, ressaltando a importância de um trabalho voltado para questões do interesse dos alunos e relacionadas ao mundo em que vivem. A interação e a experiência compartilhada puderam fortalecer o *Conhecimento do currículo de Estatística* dos docentes, de modo que puderam associar as tarefas às propostas curriculares e aos respectivos objetivos.

Resolução de tarefas e análise de respostas de alunos

Nesta etapa, os professores dividiram-se em quatro grupos e realizaram tarefas de cunho exploratório relacionadas com a leitura e interpretação de gráficos, discutindo coletivamente as suas resoluções. Em seguida, cada grupo analisou as respostas de alguns alunos em relação às mesmas tarefas. Estas tarefas haviam sido anteriormente feitas em uma *Zetetiké*, Campinas, SP, v.28, 2020, p.1-20-e020002

turma de 9.º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal na Zona Oeste do Rio de Janeiro, da qual a primeira autora era a professora. Após as discussões em grupo, os docentes apresentaram as suas reflexões a toda a turma. Analisamos os conhecimentos estatísticos, além das interações e reflexões que os professores realizaram acerca das respostas dos alunos no tocante à tarefa “Pizza preferida” (Figura 3).

Na discussão sobre a resolução dessa tarefa ficaram evidentes algumas dificuldades dos docentes, a saber, na compreensão dos *significados* inerentes a diversas representações gráficas. Alguns professores não conseguiram perceber inicialmente que, sem o número total de meninos e de meninas, não seria possível responder às questões colocadas. Em outras palavras, eles tiveram problemas em distinguir frequência absoluta e relativa, além de não compreenderem as especificidades da informação veiculada pelo gráfico de setores. Na discussão coletiva sobre a tarefa, os professores explicam:

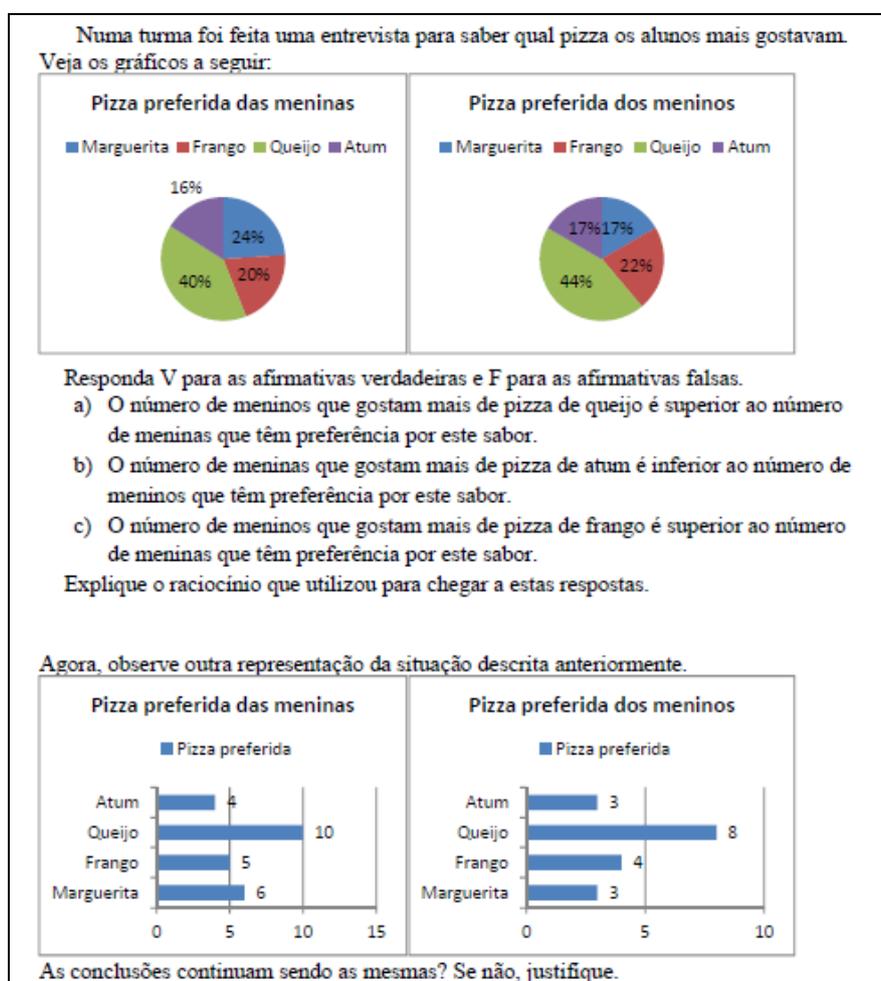


Figura 3 – Pizza preferida

Fonte: tarefa adaptada de Martins e Ponte, 2011.

Hugo: As porcentagens já estão mostrando que as afirmativas são verdadeiras.

Diana: É... Só comparar os *setores*...

Vicente: É verdade! A atividade é até meio boba...

Formadora: Será que é só isso? Vamos ver numa outra representação...

Após a apresentação da segunda parte da tarefa, os participantes fizeram reflexões mais profundas acerca do significado dos gráficos:

Formadora: E agora?

Márcia: Às vezes a gente não enxerga que cada *gráfico serve para evidenciar coisas diferentes, né?*

Augusto: Pois é... O gráfico de setores mostra a porcentagem e o outro gráfico mostra a quantidade exata...

Vicente: É verdade... Seria necessário [saber] a quantidade de meninos e de meninas.

Hugo: Só poderíamos comparar diretamente se a quantidade de meninos e de meninas fosse igual.

Os gráficos contidos na tarefa estão entre os mais populares nos diferentes meios de comunicação e ilustram o que é evidenciado na maior parte dos materiais sobre Tratamento de Dados. Portanto, não se trata de representações novas para os professores. O erro inicial foi prova de que estes se atentaram aos aspectos visuais do gráfico e não ao seu significado. A superação deste obstáculo ocorreu através da realização da própria tarefa, que viabilizou uma reflexão coletiva sobre os conceitos estatísticos envolvidos nas duas representações gráficas.

Por terem resolvido a tarefa anteriormente, os docentes puderam identificar possíveis equívocos que os alunos poderiam cometer ao analisarem as próprias respostas:

Norberto: Se nós (professores) fomos enganados, imagine os alunos...

Henrique: É, estes tipos de atividade não costumam estar nos materiais escolares [...]. Esta atividade tem uma “pegadinha” e depois traz a reflexão. Acho que a maioria vai errar e depois alguns podem refletir com o outro gráfico.

Na sequência da discussão relacionada com as dificuldades e pensamentos dos alunos através das suas respostas, analisamos a resposta de um aluno (Figura 4) que demonstrou equívocos na primeira parte da tarefa, ao não associar o gráfico de setores à ideia de frequência relativa. No entanto, na segunda parte da tarefa, o aluno apresentou a seguinte resolução:

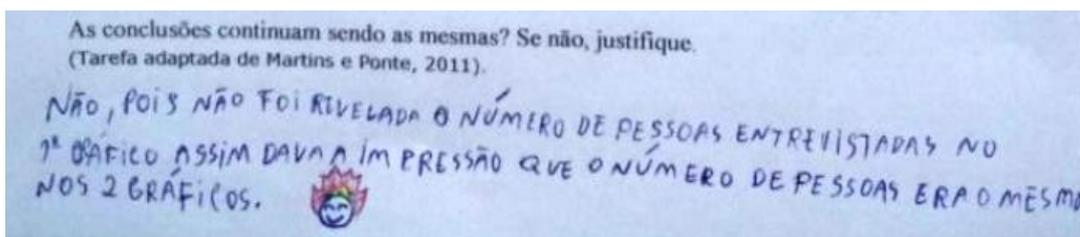


Figura 4 – Resposta de um aluno na tarefa “Pizza favorita” (Fonte: Dados da pesquisa).

O raciocínio do aluno suscitou alguns comentários dos professores:

Márcia: O que ele quis dizer é que ele só fez isso porque quando começou a ler, a interpretação era de que os grupos tinham o mesmo número de pessoas. Se ele achasse que não era igual, ele não responderia dessa forma. Acho que na próxima atividade desse tipo, a primeira coisa que ele vai fazer é verificar se o número é igual...

Norberto: Eu daria certo para esse aluno, apesar de ter errado a primeira parte.

Formadora: E por qual motivo, Norberto?

Norberto: Pra mim, o aluno deu a resposta que é o *resumo da aula*. Na primeira parte da questão ele *responde o que vê*.

Diana: No final, eu acho que é necessário sempre fazer momentos de discussão entre os alunos... Acho que assim eles aprendem com os erros...

O comentário de Márcia denota uma tentativa de colocar-se no lugar do aluno, ao inferir que este interpretou que o número de meninas e meninos era o mesmo. Norberto faz referência ao “perigo” da leitura baseada em aspectos visuais do gráfico, justificando que o aluno “responde o que vê”. Diana, por sua vez, valoriza o potencial das reflexões coletivas para que os alunos possam ressignificar suas ideias por meio dos erros. É importante ressaltar que os professores se mostraram motivados a considerar o raciocínio que os alunos demonstraram e não somente o fato de responderem corretamente ou não.

Este momento da formação evidenciou traços significativos do *conhecimento de Estatística* dos docentes, a saber, no que diz respeito às *representações estatísticas*. Na resolução da primeira parte da tarefa “Pizza favorita” (Figura 3), ficou claro que eles inicialmente fizeram apenas a *leitura dos dados* (Curcio, 1987, 1989) de forma superficial. Não associaram a leitura ao conceito de porcentagem, que só permitiria a comparação em termos absolutos entre os dois grupos (meninos e meninas) se houvesse a informação sobre o número de membros de cada grupo. Assim, constatamos que os professores começaram por focar os aspectos visuais dos gráficos, não explorando os seus significados, e não perceberam a necessidade de considerar a noção de frequência relativa (Martins, 2018). Após a intervenção inserida na própria tarefa, que propõe um novo gráfico que expõe a frequência absoluta para cada categoria, os docentes reconheceram o seu erro e o respectivo motivo. Logo, foi necessária a mediação proposta na segunda parte da tarefa para que os professores

passassem a *ler entre os dados*, utilizando comparações e conceitos de Matemática, a fim de interpretar adequadamente as informações inseridas nas duas representações.

As discussões sobre materiais didáticos e sobre as respostas de um aluno evidenciam o *Conhecimento do currículo da Estatística*, bem como o *Conhecimento dos alunos e da aprendizagem*. Inicialmente, alguns docentes mostram que não têm noção da necessidade de propor tarefas variadas para que os alunos desenvolvam a literacia estatística. Embora alguns professores ainda demonstrem preocupações com a quantidade em relação à qualidade das tarefas propostas, é notório o seu desconforto ao perceberem que as tarefas sobre Tratamento de Dados não são devidamente valorizadas nos materiais. Com a reflexão e pequenas intervenções da formadora, os docentes foram capazes de identificar características importantes das tarefas, incluindo a valorização de aspectos relativos ao contexto dos alunos. No episódio em que se discutiu a resolução de um aluno, os professores destacaram a valorização dos erros dos alunos como ponto de partida para a aprendizagem (Cury, 2008).

Realização de uma mini-investigação estatística pelos professores e discussão sobre a realização de investigações em sala de aula

Após o estudo de conceitos estatísticos⁶ e da leitura de artigos relacionados com as investigações⁷, foi proposto que os grupos realizassem uma *mini-investigação* estatística. Pretendia-se que fizessem uma investigação muito simples que seguisse a estrutura habitual das etapas deste processo. Os professores foram orientados a escolher temas que lhes interessavam para fazerem a investigação e a turma foi dividida em três grupos, cada um com três ou quatro participantes. Ao final, discutimos os aspectos relevantes da realização de investigações estatísticas no contexto escolar. Deste modo, analisamos a condução das etapas da investigação estatística que os docentes efetuaram, além das suas percepções sobre a realização de atividades desta natureza com os seus alunos.

Na mini-investigação feita pelos professores em um laboratório de informática, buscou-se compreender o perfil dos estudantes de pós-graduação da instituição. Os docentes decidiram utilizar seus próprios dados para delimitar este perfil por questões de logística, assim configurando três grupos para a realização da investigação:

Diana: Decidimos investigar como as pessoas fazem para vir para a faculdade em termos do transporte...

Giulia: Aproveitamos também para ver quanto tempo os colegas demoram para chegar à faculdade, e se moram perto ou longe... E também relacionamos com as pessoas que trabalham...

Diana: É, professora, nós tentamos pesquisar tudo isso, mas não conseguimos organizar estes dados no computador. Então fizemos a nossa representação mesmo

⁶ Representações gráficas, medidas de tendência central e de dispersão.

⁷ Utilizamos o artigo “Investigações estatísticas no 6.º ano”, de Sousa (2002).

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656882

[...] Sei que não é ideal, mas como temos dificuldades no computador, resolvemos fazer assim mesmo [Figura 5]. Nunca fizemos estas atividades antes (na graduação).

Giulia: Nós percebemos que, mesmo morando perto do trabalho e sem transporte público, as pessoas demoram muito para chegarem ao trabalho. Claro! Com este trânsito...

	1	2	3	4	5	6	7	8
1.	longe	perto	longe	longe	perto	-	-	perto
2.	3 h	15min	5h	2h	30min	-	-	30 min
3.	onibus	a pé	onibus trem metrô	carro	carro	-	-	carro
4.	mediana	ruim	mediana	péssimo	péssimo	-	-	bom
5.	sim	não	sim	sim	sim	-	-	não
6.	sim	Razoável	sim	sim	sim	-	-	não

Figura 5 – Representação de Diana e Giulia

Fonte: Dados da pesquisa.

As decisões dos grupos revelaram aspectos importantes sobre o conhecimento de Estatística, a saber, na condução do ciclo investigativo. A inexperiência com o suporte tecnológico, aliada à dificuldade em associar a coleta adequada à questão formulada, originou uma organização de dados inconsistente, que não viabilizaria a interpretação de dados se a população fosse maior. As professoras verificaram que mesmo que o indivíduo tenha transporte próprio, sua qualidade de locomoção continua sendo desfavorável. No entanto, como é perceptível na representação feita, as respostas ao questionário não permitem chegar a esta conclusão, já que não têm um critério claro do que é ser “perto” ou “longe”.

Um outro episódio ocorrido na mini-investigação estatística realizada pelos professores partiu de um grupo que investigou a formação acadêmica dos participantes na disciplina. Este grupo foi capaz de formular questões coerentes, demonstrando compreender as complexidades existentes no processo da investigação estatística, no sentido de efetuar o processo de coleta de dados usando variáveis prioritariamente quantitativas:

Luíz: Decidimos formular questões que gerem dados de variáveis quantitativas.

Norberto: É que assim é mais fácil para tratar os dados...

Fábio: Buscamos relacionar a idade dos professores com o tempo que passaram em formação como graduações e pós-graduações e também com o tempo de trabalho em sala de aula. Também buscamos saber se os professores que têm mais tempo de serviço passaram mais tempo em formações.

Norberto: Nós achamos mais fácil organizar os dados numa tabela. Não pensamos em outra representação.

Manuel: A representação que construímos sobre o tempo de estudos ao longo da formação acadêmica e o tempo de trabalho é interessante porque levanta outras questões. Outra coisa que vimos é que o homem de 60 anos estudou menos, mas qual é o contexto disso? Isso leva em conta o período em que nasceu, a família, as condições financeiras...

Os professores coletaram as informações organizando-as em tabelas no Excel e concluíram que as experiências não são proporcionais à idade, dado que os mais novos são mais qualificados e experientes na docência. Além disso, verificaram que os mais novos estiveram mais tempo envolvidos em cursos de formação (especialização e aperfeiçoamento). Embora estes docentes tenham demonstrado maior habilidade ao formular as questões de acordo com as variáveis com que preferiam trabalhar, houve uma limitação na utilização das ferramentas estatísticas. Se os dados fossem muito numerosos, eles teriam dificuldades em tirar conclusões, o que foi evidenciado pela fala de Norberto, que relatou que não conseguiram utilizar uma representação para dados bivariados (como um diagrama de dispersão) para relacionar a idade dos professores ao tempo em formações e ao tempo de atuação em sala de aula. Em contrapartida, é importante ressaltar, pela afirmação de Manuel, que este professor compreende que o processo de tratamento de dados associado a um contexto permite que novas questões sejam formuladas, dando continuidade ao processo investigativo.

No que se refere à realização de investigações estatísticas no contexto escolar, Norberto e Henrique mostram percepções limitadas acerca das potencialidades do ciclo investigativo, nas suas diferentes etapas:

Norberto: Ao meu ver, a investigação é muito importante porque podemos explorar muitos gráficos e medidas.

Formadora: Então, é só isso?

Henrique: Ah, eu acho que basta definir o tema e a amostra, elaborar perguntas e colocar tudo numa tabela.

Norberto trouxe à tona a possibilidade de explorar diferentes representações estatísticas como os gráficos e medidas e Henrique destacou parte do ciclo investigativo, incluindo a escolha de uma amostra relativa a determinada população. No entanto, existem muito mais aspectos importantes nas investigações estatísticas.

Outros professores foram mais longe e revelaram, em seus argumentos, a preocupação em atender às necessidades dos alunos, além do intuito de fornecer tarefas atrativas e conectadas ao contexto social no qual estes vivem:

Diana: Eu acho que o que é mais importante é conectar o aluno a sua realidade, aos problemas da sua comunidade...

Giulia: Eu também acho. Isto traz significado ao que eles fazem na escola.

Cláudio: Eu acho legal a ideia de trabalhar numa turma, num universo micro e tentar fazer na série ou na escola... A gente não vai fazer a pesquisa no universo todo da escola... Mas sim fazer como nas pesquisas que aparecem na televisão, que entrevistam 2.000 pessoas representando o Brasil inteiro... O macro pra eles seria a própria escola, né... Criando uma pesquisa para eles, eles pegariam 1, 2 alunos de cada turma, fazendo alguma pergunta... E assim eles iam vivenciar o que acontece em pesquisas tipo Datafolha, pesquisa em época de eleição... Eu acho que é uma coisa que todo o mundo vive... Inclusive as crianças, né?... Quando estamos com elas, elas sempre estão perguntando “o que significa esse percentual?”, “como é que representa o Brasil inteiro se só foram entrevistados 1.000 ou 2.000 e poucas pessoas?”. A gente levando para eles fazerem ou criarem dentro da escola é uma oportunidade para eles sentirem, fazerem a coleta das informações, organizar... E ver o resultado que eles conseguiram e criar pergunta em cima dos resultados.

Embora Norberto e Henrique tenham atribuído a importância da investigação à capacidade de organizar informações, eles limitaram a abrangência da literacia estatística aos variados aspectos a serem trabalhados. Cláudio, Diana e Giulia, por sua vez, demonstraram que compreendem diversos elementos presentes nas investigações. Entre eles, é notável a associação ao contexto real. Além disso, Cláudio expressou, em suas palavras, a importância de cada processo do ciclo investigativo e a relação entre a escolha de amostras e o processo inferencial.

É importante ressaltar que existem diferentes níveis de compreensão do ciclo investigativo por parte dos professores. No trabalho empreendido por Diana e Giulia foi notável a busca pela diversidade de variáveis. No entanto, foi baixa a coerência entre as perguntas e alternativas, não tendo os docentes adequado as ferramentas estatísticas à realização da tarefa proposta. Em contrapartida, os dados apresentados na investigação de Luiz, Norberto, Fábio e Manuel apontam para uma compreensão parcial do processo de investigação, mostrando coerência entre os dados coletados e as questões formuladas. Em ambos os casos nota-se o uso reduzido das ferramentas estatísticas, revelando a insegurança dos professores em utilizar uma maior variedade de representações. Com o trabalho realizado, tornou-se mais evidente aos docentes a articulação entre os diversos processos que integram o ciclo investigativo.

No *conhecimento da prática educativa, a saber, no ciclo investigativo*, é notória alguma reserva por parte de vários professores, cuja preocupação principal era “fazer muitos gráficos e tabelas”. O ambiente de reflexão conjunta e de debate fez com que os docentes ressignificassem as suas concepções acerca do ciclo investigativo em sala de aula, relacionando este processo não só à oportunidade de exercitar a construção de diferentes representações mas também de desenvolver diversas habilidades associadas à literacia estatística.

Conclusão

Este estudo relata como os professores desenvolveram o seu conhecimento para o ensino de Estatística, a saber, as representações e as investigações estatísticas, por meio das tarefas propostas e pela realização de momentos de discussão coletiva. No tocante aos conhecimentos de Estatística, tanto nas representações como nas investigações estatísticas, sobressaíram equívocos e limitações associados ao reduzido trabalho feito neste campo na formação inicial e continuada (Henriques & Oliveira, 2013). Quanto à didática da Estatística, os docentes inicialmente não percebiam a importância de trabalhar com representações distintas e de envolver os alunos em investigações estatísticas.

As atividades efetuadas na disciplina mostraram potencial para complementar o conhecimento dos professores, tanto em termos da Estatística como da sua didática. Já a análise de materiais didáticos possibilitou a construção de uma visão global sobre o trabalho a realizar em Estatística, assim como das potencialidades e limitações destes materiais (Borba et al., 2008). Além disso, a resolução de tarefas e a análise de respostas dos alunos permitiu uma melhor compreensão dos conceitos por parte dos docentes, representações e processos estatísticos considerados, bem como do trabalho dos alunos na sua resolução (Batanero, 2002). Outrossim, na análise sobre o conhecimento do ensino e aprendizagem da Estatística, o fato de os professores terem cometido erros semelhantes aos dos alunos conferiu mais significado à discussão sobre o raciocínio dos últimos. Por fim, a realização de uma mini-investigação estatística e a discussão feita sobre investigações estatísticas permitiu que os professores ganhassem consciência da importância desta atividade para a aprendizagem dos alunos, bem como dos aspectos a serem considerados na sua realização. Portanto, este processo formativo ajudou a compreender o conhecimento dos docentes sobre Estatística e o seu ensino bem como o modo como as atividades propostas podem contribuir para o desenvolvimento discente.

Referências

- Aoyama, K. (2006). Investigating a hierarchy of students' graph interpretation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute.
- Aoyama, K. (2007). Investigating hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 298-318.
- Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1).
- Batanero, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas. En C. Penalva, G. Torregrosa & J. Valls (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 95-120). Universidad de Alicante.

- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Borba, R. E. S., Monteiro, C. E., Guimarães, G. L., Coutinho, C., Kataoka, V. Y. (2011). *Educação estatística no ensino básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula*. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. 2(2).
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. MEC. Brasília, DF.
- Carvalho, L. M. T. L., Monteiro, C. E. F., & Campos, T. M. M. (2010). Refletindo sobre a interpretação de gráficos como uma atividade de resolução de problemas. In C. E. Lopes, C.Q.S. Coutinho & S. A. Almouloud (Orgs.), *Estudos e reflexões em Educação Estatística* (pp. 213-227). Campinas: Mercado de Letras.
- Cazorla, I. M., & Castro, F. C. (2008). *O papel da estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico*. Revista Publicatio CiênCias Humanas Linguística, Letras e Artes. 16 (1) (pp. 45-53). Ponta Grossa, PR.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2001). *Research methods in education*. London: Routledge Falmer.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension: Elementary and middle school activities*. Reston, VA: NCTM.
- Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores: os desafios da aprendizagem permanente*. Porto: Porto Editora.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., et al. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) Report*. Alexandria, VA: ASM.
- Friel, S. N., Bright, G. W., Frierson, D., & Kader, G. D. (1997). A Framework for assessing knowledge and learning in statistics (K-8). In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.) *The assessment challenge in statistics education* (pp. 55-63), IOS Press.
- Groth, R. E., & Xu, S. (2011). Preparing teachers through case analyses. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education (A Joint ICMI/IASE Study)* (pp. 371-382). New York, NY: Springer.
- Henriques, A., & Oliveira, H. (2013). O conhecimento de futuros professores sobre as investigações estatísticas a partir da análise de episódios de sala de aula. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do III EPEE*. Braga: CIE, UM.
- Kader, G., & Perry, M. (1994). Learning statistics with technology. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 130-136.
- Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2007). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC.

- Martins, M. N. P. (2018). *Atitudes face à Estatística e escolhas de gráficos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental* (Tese de doutoramento, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa).
- Monteiro, C., & Ainley, J. (2003). Developing critical sense in graphing. In *Proceedings of the Third Conference of European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1-10). Bellaria, Italy.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2011). Preparing teachers to meet the challenges of statistics education. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (pp. 299-309). New York, NY: Springer.
- Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística: Análise comparativa de três países. *Quadrante*, 10(1), 93-132.
- Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona: Graó.
- Quintas, S. M. O. (2017). O conhecimento didático em estatística de duas professoras do ensino secundário a partir das suas práticas. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistic learning and reasoning. In F. K. Lester (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1049). Greenwich, CT: NCTM.
- Sousa, O. (2002). Investigações estatísticas no 6.º ano. In Grupo de Trabalho de Investigação (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 75-97). Lisboa: APM.
- Smith, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Steen, L. (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Princeton, NJ: NCTM.