

l

DOI: 10.20396/zet.v30i00.8657104



Consumo energético: análisis de una situación real para el estudio funcional de la matemática en la escuela secundaria

Energy consumption: analysis of a real situation for the functional study of mathematics in high school

Ana Rosa Corica¹

Resumen

La cultura actual de la información y las tecnologías exigen nuevos enfoques en educación acordes a las demandas de la sociedad. El currículo actual y las prácticas de estudios en secundaria no favorecen desarrollar estos requisitos, necesarios para cualquier ciudadano. En particular, en Argentina se reportan resultados desalentadores con relación al desempeño de los estudiantes en matemática. En este trabajo, con fundamento en la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se propone el análisis de una situación para el estudio funcional de la matemática. Esta propuesta se encuentra en correspondencia con el plan de renovación de la escuela secundaria argentina. En este trabajo se traza un posible recorrido de preguntas y respuestas en torno a una situación real, vinculada al ahorro energético. Se procura que se formulen preguntas en sentido fuerte, es decir que no solo demanden información como respuesta, sino del estudio de herramientas útiles para abordarlas y generar nuevas preguntas.

Palabras clave: Matemática, Teoría Antropológica de lo Didáctico, Secundaria.

Abstract

The current culture of information and technologies requires new approaches in education according to the demands of society. The current curriculum and the practices of studies in high school do not favor developing these necessary requirements for any citizen. In particular, in Argentina disappointing results are reported in relation to the performance of students in mathematics. In this work, based on the Anthropological Theory of the Didactic, an analysis of a situation for the functional study of mathematics is proposed. This proposal is in correspondence with the Argentinian high school renovation plan. In this work, a possible path of questions and answers is presented around a real situation. This is linked to the energy shortage. If you want to formulate questions in a strong sense, it is decided that on the ground they demand information as an answer, as well as the studio of useful tools to address them and generate new questions.

Keywords: Mathematics, Anthropological Theory of the Didactic, High School.

Submetido em: 11/10/2019 – Aceito em: 07/07/2022 – Publicado em: 10/08/2022

Zetetiké, Campinas, SP, v.30, 2022, pp.1-17 – e022017

¹ Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Córdoba en Argentina. Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática y Física por la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Investigadora Adjunta del CONICET. Investigadora del NIECyT. Profesora Adjunta de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil, Buenos Aires, Argentina. Email: acorica@exa.unicen.edu.ar. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3583-6081

ZETETIKÉ

DOI: 10.20396/zet.v30i00.8657104

Introducción

Estudios resientes en Argentina ponen de manifiesto que la enseñanza de la matemática requiere de urgente atención, siendo que los logros de los estudiantes argentinos no resultan ser alentadores (Secretaria de Innovación y Calidad Educativa, 2018). D'Amore, Godino y Fandiño (2008) identifican distanciamiento de los estudiantes hacia la matemática e indican que esto no se debe al saber en sí, sino por la forma en que este es presentado y la ausencia de interacción entre el mundo real y los saberes enseñados en el aula. Esto nos sumerge en la necesidad de modificar las formas de pensar y proceder en la clase, buscando involucrar a los estudiantes en una educación diferente, útil y funcional a los ciudadanos del siglo XXI (Chevallard, 2017; Pochulu, 2018).

En Argentina se puso en marcha un plan de renovación de la educación secundaria (Ministerio de Educación de la Nación, 2017). Este plan tiene como propósito la formación de ciudadanos en un estudio interdisciplinario de los saberes, siendo que se asume como principio que los problemas de la sociedad actual requieren ser estudiados a partir de la integración de saberes provenientes de distintas disciplinas. El aprendizaje integrado se ubica en contra del aprendizaje atomizado y enciclopedista, y se procura lograr a partir de un aprendizaje basado en proyectos (Dirección de Educación Secundaria de la Provincia de Buenos Aires, 2017). El estudio interdisciplinar tiene como objetivo superar la fragmentación de la enseñanza y del aprendizaje, proponiendo el diálogo, la articulación y la vinculación entre los saberes. Esto pone de manifiesto la necesidad de contar con dispositivo didácticos viables para ser implementados en la escuela secundaria actual que fortalezcan la vinculación de las disciplinas. Esto implica modificaciones en el sistema educativo vigente, siendo que por ejemplo, el plan actual de la provincia de Buenos Aires en Argentina se organiza en disciplinas disgregadas a cargo de un único profesor especialista de la disciplina. El nuevo enfoque de la escuela secundaria requiere modificación en relación a los tiempos didácticos, la forma en que se organiza el estudio y el lugar que ocupan los actores del sistema didáctico.

El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPr) que propone el nuevo enfoque de la escuela secundaria es un paradigma pedagógico en el que se procura que los estudiantes planeen, implementen y evalúen proyectos que tienen correlación con el mundo real más allá del aula (Blank, 1997; Dickinson et al, 1998; Harwell, 1997). Uno de los precursores americanos del ABPr fue William Heart Kilpatrick quien trazó las bases de la metodología por proyectos a principios del siglo XX. Kilpatrick aboga por una "filosofía experimental de la educación" en la que el conocimiento se adquiere a través de la experiencia (Kilpatrick, 1967b). Asimismo, critica la desfragmentación del conocimiento en materias, asignaturas o áreas, siendo que aprender aisladamente significa que "el alumno no ve o siente la utilidad o pertinencia de lo que se enseña para ningún asunto que le interesa en el presente, y por tanto no se adhiere inteligentemente a la situación actual" (Kilpatrick, 1967a, p. 49).

La adopción de un ABPr (y cualquier otra innovación educativa) en la educación pública es una tarea compleja (Florensa, Bosch, Gascon & Winslow, 2018). Las escuelas primarias y secundarias se encuentran restringidas a un plan de estudios obligatorio del

estado y con la expectativa de que producirán un producto uniforme. La práctica habitual se estructura en bloques temporales específicos y se organiza en temas. En esta estructura no hay suficiente espacio para que los profesores sostengan el estudio de problemas que requieren de tiempos más prolongados que los habituales, distanciados de la enseñanza tradicional donde los problemas adquieren respuestas inmediatas y no invitan a nuevas indagaciones. El plan de renovación de la escuela secundaria Argentina (Ministerio de Educación de la Nación, 2017) propugna por un paradigma pedagógico, donde los objetivos educativos que promueve, los medios que considera útiles y los fenómenos a los que reacciona son genéricos, independientes de las disciplinas específicas. Sin embargo, esta propuesta no resulta suficiente para atender a la problemática de aprendizaje de la matemática. Se requiere de un paradigma didáctico, el cual depende de una disciplina escolar concreta y de una manera de organizar su proceso de estudio. En este trabajo, con fundamento en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevalard, 1999, 2007, 2013, 2017) se propone el análisis de una situación para el estudio funcional de la matemática y en correspondencia con el plan de renovación de la escuela secundaria argentina. La TAD propone introducir en los sistemas de enseñanza procesos de estudio funcionales, donde los saberes no constituyan monumentos que los profesores enseñan a los estudiantes, sino herramientas útiles para estudiar y resolver problemáticas. Se procura que durante el estudio se formulen preguntas en sentido fuerte, es decir que no solo demanden información como respuesta, sino del estudio de herramientas útiles para abordarlas y generar nuevas preguntas.

Marco teórico

En este trabajo se adopta como referencial teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999, 2013, 2017). Siguiendo las líneas de investigación que propone la teoría, se plantea la necesidad de introducir en los sistemas de enseñanza procesos de estudio funcionales, donde los saberes no constituyan monumentos que el profesor enseña a los estudiantes, sino herramientas materiales y conceptuales, útiles para estudiar y resolver situaciones problemáticas. Esto es característico de un paradigma emergente y opuesto al tradicional: en vez de estudiar saberes inmotivados, como respuesta a preguntas cuyo origen se desconoce o se oculta, se formulen preguntas umbilicales que requieran del estudio de herramientas materiales y conceptuales, útiles para estudiar y responder preguntas siempre de manera inacabada. Los Recorridos de Estudio e Investigación (REI) son dispositivos que permitirían enfrentar el proceso de monumentalización del saber y hacer vivir lo que Chevallard denomina enseñanza por investigación en la clase de matemática (Ladage & Chevallard, 2010). Llevar adelante la metodología que involucra los REI, requiere incorporar un conjunto de gestos didácticos, que implican modificaciones radicales con respecto a la enseñanza tradicional. Tiene como objetivo educativo crear nuevas posturas hacia el aprendizaje caracterizadas por la actitud de problematización, asociada al carácter herbartiano, procognitivo y exotérico (Chevallard, 2013). Esto es, herbartiano en el sentido de que el motor del aprendizaje es la actitud receptiva hacia la formulación de preguntas y problemas sin resolver; procognitivo en el sentido de considerar que el conocimiento está por

descubrirse y no a la revisión del conocimiento ya descubierto; exotérico en el sentido de inmerso en el estudio porque siempre hay lugar para nuevos conocimiento sobre una disciplina; y finalmente la actitud de problematización se caracteriza por formular preguntas, tal que algunas se conviertan en problemas para al menos un grupo de personas.

La implementación de una enseñanza por REI cambia radicalmente la relación entre el profesor, los alumnos y el saber. Esto implica cambios en relación a los tiempos didácticos, la forma en que se organiza el estudio y el lugar que ocupan los actores del sistema didáctico en la clase. Una enseñanza por REI presupone el estudio de preguntas que son acordadas por todos los integrantes de la comunidad de estudio. Esto demanda repartir responsabilidades y asignar tareas individuales, para luego retornar el proceso grupal de elaboración de respuestas. Las obras encontradas o reencontradas para elaborar las respuestas, serán estudiadas con cierto nivel de profundidad, para establecer su pertinencia. Así también surgirán nuevas preguntas, que la comunidad de estudio decidirá cuándo y cómo va a responder. Por lo que, la responsabilidad del estudio no recae en el individuo, sino en la comunidad productora, que sostiene y valida las respuestas que genera colectivamente.

En este trabajo se traza un posible conjunto de preguntas y respuesta factibles de ser recorridas a partir del análisis de una situación real, que tiene origen en el análisis del consumo energético mediante el empleo de lámparas de iluminaria. La gestión de esta propuesta permitiría realizar algunos gestos propios de una enseñanza por REI y en consonancia con la enseñanza que se proyecta para la escuela secundaria argentina.

Metodología

Los investigadores en el marco de la TAD utilizan metodologías específicas para diseñar, gestionar y describir el conocimiento de procesos de estudio. Uno de estos recursos es la Ingeniería Didáctica (ID). Se trata de una metodología de investigación para diseñar procesos de estudio en los que se involucran conocimientos específicos con el propósito de observar, estudiar y analizar fenómenos relacionados con el conocimiento involucrado; así también diseñar propuestas de enseñanza para superar los resultados insatisfactorios observados de las prácticas (Artigue, 2013). La ID permite a los investigadores diseñar, experimentar y analizar sistémicamente procesos de estudio (Artigue, 2008). Como herramienta central para gestionar y describir las diferentes fases de la metodología de la ID la TAD propone la noción de Mapas de Preguntas – Respuestas (Mapa P - R). Estos mapas son representaciones que en un proceso de indagación pueden ser empleados para hacer explícito las preguntas derivadas y dirigidas tanto por los estudiantes como por el profesor, así como las respuestas obtenidas. El uso de estos mapas también se ha propuesto como un modelo que emplean los profesores para comunicar y describir los procesos de estudio (Winsløw, Matheron & Mercier, 2013). En trabajos más recientes, tanto docentes como investigadores los han utilizado en fase de diseño y en la gestión y evaluación de Recorridos de Estudio e investigación (Barquero, Bosch & Romo, 2016; Jessen, 2014). En este trabajo se asume que la TAD y en particular la metodología de la ID y los Mapas P-R pueden mejorar la

selección inicial de proyectos y aportar herramientas para la gestión y comunicación de este tipo de procesos de estudio.

En la siguiente sección se traza un posible Mapa P - R en torno a una situación real que tiene origen en el análisis de consumo energético con el empleo de lámparas de iluminaria. El estudio se inicia con el análisis de un artículo periodístico que se encuentra al alcance de cualquier ciudadano. La indagación sobre este artículo conduce a estudiar diferentes dispositivos de iluminación, la manera en que se factura el consumo energético y la forma de compra y pago de elementos de iluminaria.

Consumo energético: análisis de una propuesta para el estudio en la escuela secundaria

La situación tiene inicio con el análisis de un artículo periodístico que se refiere a una campaña del gobierno argentino que impulsa el empleo de lámparas led para el ahorro de energía (Anexo I). Una de las cuestiones esenciales que se puede derivar del análisis del artículo es:

*Q*₀: ¿Cómo iluminar ambientes de manera eficiente?

En esta pregunta, la iluminación de manera eficiente se refiere al empleo de lámparas que generen iluminación de calidad, a bajo costo y bajo perjuicio al medio ambiente. Q_0 es una cuestión con gran poder generador y abierta, que además de no proporcionar ningún dato numérico tampoco especifica cuáles son las variables que habría que tomar en consideración para describir el sistema. El estudio genera una arborescencia de preguntas cuyas respuestas no se encuentran inscriptas linealmente en libros de textos escolares. El estudio requiere realizar un análisis profundo en diferentes medias para dar respuesta, entre los que se incluyen páginas web, por ejemplo de empresas encargadas de fabricar lámparas, páginas de venta de lámparas, compañías proveedoras de energía eléctrica, etc. Esto resulta propicio para que los estudiantes indaguen y rompan con las estructuras tradicionales de la escuela, recurriendo a diferentes medias, favoreciendo un trabajo colaborativo y la elaboración de respuestas a partir de sus propias actividades de indagación.

A continuación se indican algunas preguntas que se pueden derivar de Q_0 :

 Q_0 : ¿Cómo iluminar ambientes de manera eficiente?

 Q_1 : ¿Cómo producir radiación luminosa?

 $Q_{1,1}$: ¿Cómo controlar la radiación luminosa?

 $Q_{1,1,1}$: ¿Cómo funciona una lámpara incandescente?

 $Q_{1,1,2}$: ¿Cómo funciona una lámpara bajo consumo?

 $Q_{1,1,3}$: ¿Cómo funciona una lámpara led?

 $Q_{1,1,4}$: ¿Cómo funciona una lámpara halógena?

Q2: ¿Cómo calcular el consumo energético generado por iluminarias?

 $Q_{2,1}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por diferentes lámparas?

Q_{2,2}: ¿Cómo las compañías proveedoras de energía facturan el consumo de los usuarios?

Q3: ¿Cómo minimizar los costos en la adquisición de iluminaria?

 $Q_{3,1}$: ¿Qué diferencia de costos implica adoptar diferentes medios de pago para la adquisición de iluminaria?

De manera sintética se proponen estas preguntas, cuyo estudio pueden generar otras preguntas. En particular, para el estudio de Q_0 se derivaron tres cuestiones esenciales: Q_1 : ¿Cómo producir radiación luminosa?, Q_2 : ¿Cómo calcular el consumo energético generado por iluminarias? y Q_3 : ¿Cómo minimizar los costos en la adquisición de iluminaria? A partir del estudio de Q_1 se gesta una arborescencia de cuestiones que conducen a un estudio esencialmente físico - matemático, que requiere indagar sobre los diferentes tipos de iluminarias que pueden ser accesibles a cualquier usuario y analizar su funcionamiento. Este estudio conduce a indagar cómo comparar las diferentes iluminarias centrando el estudio en sus componentes, su impacto en el ahorro energético y en el medio ambiente. A partir del estudio de Q_2 se gesta un conjunto de preguntas que conducen a un estudio económico - matemático, que se encuentra ligado a comparar el funcionamiento de las iluminaria consideradas y estudiar cómo las compañías proveedoras de energía facturan a los usuarios su consumo. Finalmente, de Q_3 se derivan preguntas vinculadas a un estudio económico - matemático que implica comparar diferentes sistemas de pagos para la adquisición de productos en el mercado. En particular, el análisis de Q_0 puede derivar en el desarrollo de proyectos donde el estudio interdisciplinario ocuparía un lugar destacado. Los proyectos podrían centrarse en indagar sobre el tipo de iluminaria que tienen las viviendas de los estudiantes, cuál es el costo que deben afrontar esas viviendas por el consumo que realizan, por qué tipo de iluminaria les convendría reemplazar las que tienen, en qué momento podrán percibir beneficios de los cambios analizando el ahorro del costo de energía y el costo de reemplazo de lámparas. Ese estudio también podría derivar en un análisis de formas de adquisición de iluminaria, y las posibilidades de reemplazo según las condiciones de los estudiantes. También se pueden generar proyectos de concientización a la población de reemplazos de lámparas en cuanto al impacto económico y ambiental, etc.

En este trabajo solo se profundizará en algunas de las preguntas propuestas, enfatizando las situaciones donde la matemática resulta útil para comprender el sistema que se analiza. En particular, se describe el estudio en torno a Q_2 , donde al considerar diferentes tipos de iluminaria, se puede derivar el siguiente conjunto de preguntas:

 $Q_{2,1,1}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara incandescente y por una lámpara bajo consumo?

 $Q_{2,1,2}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara incandescente y por una lámpara led?

ZETETIKÉ

DOI: 10.20396/zet.v30i00.8657104

 $Q_{2,1,3}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara incandescente y por una lámpara halógena?

 $Q_{2,1,4}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara bajo consumo y por una lámpara led?

 $Q_{2,1,5}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara bajo consumo y por una lámpara halógena?

 $Q_{2,1,6}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara led y por una lámpara halógena?

La comparación que sugieren las preguntas formuladas requiere considerar lámparas que tengan características similares. Por ejemplo, consideremos la cuestión $Q_{2,1,1}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara incandescente y por una lámpara bajo consumo? El estudio de esta cuestión propicia un proceso de modelización algebraico funcional en el que el juego entre parámetros y variables adopta progresivamente un protagonismo esencial.

A modo de ejemplo se desarrolla el estudio para lámparas incandescentes y bajo consumo pero esto mismo se puede desarrollar para las demás lámparas consideradas. En principio, el estado argentino prohibió la comercialización de lámparas incandescentes y se realizaron campañas para su reemplazo por lámparas bajo consumo. Si bien, las lámparas incandescentes no se comercializan en la actualidad, no se descarta que en algunas viviendas sigan siendo usadas. Por lo tanto, resulta de interés analizar y comprender por qué las lámparas incandescentes no se encuentran en el mercado siendo que su comercialización perduró por más de 100 años. En particular, su consumo energético e impacto ambiental resultan contrastante con relación a las lámparas bajo consumo y led.

Al consultar el mercado por diferentes lámparas bajo consumo, la variedad resulta ser inmensa. Consideremos la siguiente lámpara para la que el vendedor establece las siguientes especificaciones:



Descripción

Lámpara Bajo Consumo Philips Marca: Philips Modelo: Mini Twister Consumo: 23W Equivalencia: Ilumina como 100W Lúmenes: 1455 Im Zócalo: F27 Conexión: 220V Requiere transformador: NO Temperatura de color: Cálida (2700K) Dimerizable: NO Vida útil: 10.000 h Temperatura de color: Luz Cálida (2700K-4000K):Este tipo de luz se utiliza para producir atmósferas traqnuilos, de descanso y relajantes, motivo por el cual resulta ser una excelente opción para iluminar dormitorios, livings, salas de estar, etc. Esta luz tiene un tono más amarillento. Luz Fría: (6000K-7000K): Este tipo de luz suele emplearse para generar ambientes dinámicos, mejorar las condiciones de visibilidad en el desarrollo de tareas específicas e incentivar la concentración. En virtud de lo anterior, es común observarla en espacios públicos y donde se realizan labores concretas. Se recomienda para oficinas, cocinas, baños, lavanderías, talleres y áreas de trabajo en general. Esta luz tiene un tono más azulado Philips Home Lighting TIENDA OFICIAL PHILIPS

Figura 1. Características de lámpara bajo consumo **Fuente:** Mercado Libre Argentina

Por otro lado, consideremos una lámpara incandescente con características similares de potencia a la lámpara bajo consumo. Aquí no podemos contar con el valor actual de la lámpara, pues han desaparecido del mercado, siendo que por la ley 26473/08 se prohíbe su comercialización. Las características esenciales de una lámpara incandescente cuya potencia es equivalente a la lámpara bajo consumo detallada en la Figura 1 se indican a continuación:



Figura 2. Características de lámpara incandescente

Fuente: http://www.hansaindustria.com.bo/product/iluminacion/incandescentes/lampara-incandescente-fantasia-100w/839/

El estudio de la ficha técnica de ambas lámparas conduce a formular las siguientes preguntas: $Q_{1,1,1}$: ¿Cómo funciona una lámpara incandescente? $Q_{1,1,2}$: ¿Cómo funciona un lámpara bajo consumo? Este estudio conduce a analizar las especificaciones indicadas por el fabricante: Potencia, flujo luminoso, temperatura del color, duración, propios de cada lámpara. Esta caracterización se involucra en el estudio de Q_1 y requiere de un análisis físico que excede este trabajo. En particular, para el estudio que se propone en este texto se continúa con el análisis de $Q_{2,1,1}$: ¿Cómo comparar el costo de energía eléctrica generado por una lámpara incandescente y por una lámpara bajo consumo? Para estudiar esta pregunta, se analizará la factura de consumo de energía de una ciudad particular (Figura 3).

3700487		09836	58001		Zona 3	Tarifa 1R	02/19		
				Datos	del Consu	mo			
	Lectura A	Anterior	Lectura Act	ual				Perd. Trans	
Medidor 3700487	Fecha 23/11	Estado 61544	Fecha 24/12	Estado 61702	Difere	ncia Mult. 158 1	Parcial 158	o Tanq. Agu 0	
							Consur	mo Total kWi	
Detalle de Consumos		Cuadro Tarifario Anterior Cuadro Tarifario Actual				rio Actual	TOTAL		
	Dias				3	31		31	
	kWh				15	58		158	
Energía Incr. Co:	ijo 109, 2,8796 :	Compra D		r			45 4	0,97 4,98 7,40 613,35	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA	ijo 109, 2,8796 : sto May.	18 / 30,5 x 158 Compra D		r	BASE	IMPON 613,35	45 4	4,98 7,40	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA I.V.A. (2 Imp. Pro	ijo 109, 2,8796 : sto May. ENERGIA IMPOSITI 21,000%) v. Ley 7.	18 / 30,5 x 158 Compra D IVA 290 (0,00	istribuido 00%)	r	BASE	613,35 613,35	45 4 5 12	4,98 7,40 613,35 8,80 0,00	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA I.V.A. (2 Imp. Pro Imp. Pro	ijo 109, 2,8796 : sto May. ENERGIA IMPOSITI 21,000%) v. Ley 7. v. Ley 9.	18 / 30,5 x 158 Compra D IVA 290 (0,00	00%) 00%)		BASE	613,35 613,35 613,35	45 4 5 12	4,98 7,40 613,35 8,80 0,00 0,00	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA I.V.A. (2 Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro	ijo 109, 2,8796 : sto May. ENERGIA IMPOSITI 21,000%) v. Ley 7. v. Ley 9. v. Ley 11	18 / 30,5 x 158 Compra D IVA 290 (0,00 038 (0,00 1769 Art.7	00%) 00%) 00%)	0%)	BASE	613,35 613,35 613,35	45 4 5 12 5 5 3	4,98 7,40 613,35 8,80 0,00 0,00 6,80	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA I.V.A. (2 Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro	ijo 109, 2,8796: sto May. ENERGIA IMPOSITI 21,000%) v. Ley 7. v. Ley 9. v. Ley 11 v. Ley 11	18 / 30,5 x 158 Compra D IVA 290 (0,00 038 (0,00 769 Art.7 769 Art.7	00%) 00%) 00%) 15 (6,000 14 (0,001 15 (5,000	0%) 1%) 0%)	BASE	613,35 613,35 613,35	45 4 5 12 5 5 3	4,98 7,40 613,35 8,80 0,00 0,00	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA I.V.A. (2 Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Ord. Mui	ijo 109, 2,8796: sto May. ENERGIA IMPOSITI 21,000%) v. Ley 7. v. Ley 9. v. Ley 11 v. Ley 11 v. Ley 11	18 / 30,5 x 158 Compra D IVA 290 (0,00 038 (0,00 769 Art. 7 769 Art. 4 505 y mod	00%) 00%) 55 (6,000 4 (0,001 5 (5,000 dif. (6,10	0%) 1%) 0%)	BASE	613,35 613,35 613,35 613,35 613,35 613,35	45 4 5 5 5 5 3 3 3 3	4,98 7,40 613,35 8,80 0,00 0,00 6,80 0,01 0,67 7,41	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA I.V.A. (2 Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Ord. Mui Ord. Mui	ijo 109, 2,8796: sto May. ENERGIA IMPOSITI 21,000%) v. Ley 7. v. Ley 9. v. Ley 11 v. Ley 11 nicipal 2.	18 / 30,5 x 158 Compra D IVA 290 (0,00 038 (0,00 769 Art. 7 769 Art. 7 505 y moo 791 y moo	00%) 00%) 55 (6,000 4 (0,001 5 (5,000 dif. (6,10	0%) 1%) 0%) 00%)	BASE	613,35 613,35 613,35 613,35 613,35 613,35	45 4 5 6 6 7 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	4,98 7,40 613,35 8,80 0,00 0,00 6,80 0,01 0,67 7,41 4,53	
Energía Incr. Co: TOTAL I CARGA I.V.A. (2 Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Imp. Pro Ord. Mui Ord. Mui Ord. Mui Ord. Mui	ijo 109, 2,8796: sto May. ENERGIA IMPOSITI 21,000%) v. Ley 7. v. Ley 11 v. Ley 11 v. Ley 11 nicipal 2. nicipal 2.	18 / 30,5 x 158 Compra D IVA 290 (0,00 038 (0,00 769 Art. 7 769 Art. 4 505 y mod	00%) 00%) 5 (6,000 4 (0,001 5 (5,000 dif. (6,10 dif. (4,00	0%) 1%) 0%) 00%)	BASE	613,35 613,35 613,35 613,35 613,35 613,35	45 4 5 5 5 5 5 3 3 5 3 3 5 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4,98 7,40 613,35 8,80 0,00 0,00 6,80 0,01 0,67 7,41	

Figura 3. Factura de energía de un usuario de la ciudad de Tandil **Fuente:** Factura de energía de un usuario

La factura se compone de dos partes: Conceptos de Energía y Carga Impositiva. La primera parte se refiere a los costos según los mil watts por hora (kwh) consumidos por el usuario (Cargo fijo, Energía e Incr, Costo May. Compra Distribuidor) y la segunda parte se compone de: IVA, impuestos provinciales y ordenanzas municipales; cada uno resulta de obtener un porcentaje del costo de energía consumido por el cliente. El costo de energía eléctrica se puede calcular mediante la siguiente expresión, reconstruida a partir del análisis de la factura y consultar la página web de la compañía proveedora de energía:

$$C(t, w) = E(t, w) + I(t, w)$$
 (1)

Aquí t indica el período de medición en días; w indica mil watts por hora (kwh) consumidos por el cliente en el período considerado; E(t,w) corresponde a la expresión de una función que permite calcular el costo de energía e I(t,w) corresponde a la carga impositiva. En particular, E(t,w) resulta ser:

$$E(t, w) = \frac{P(R)}{30.5}t + k(R)w + qw$$
 (2)

Esta expresión se compone de un conjunto de parámetros que dependen de los kwh consumidos por el usuario y en particular, el valor de algunos de ellos depende de una categoría R asignada al cliente, según el consumo de kwh en el período que se realiza la medición:

P(R) representa el cargo fijo.

k(R) es el costo por kwh consumido en el período.

q representa el incremento costo mayorista y establecido por una resolución del Ministerio de Energía. Se trata de una diferencia de precio que es destinado al productor de energía y para la factura que se indica en la Figura 3 corresponde al valor 0,3 según una resolución del Organismo de Control de la Energía Eléctrica (Res. 216/18).

Por otro lado, la expresión de carga impositiva I(t, w) resulta ser una función de la forma: $i(x) = k_1 x + k_2 x + k_3 x + \dots + k_n x$ donde k_i representa el porcentaje sobre el consumo de energía de los diferentes impuestos establecidos para el mismo. Así, I(t, w) resulta de componer a E(t, w) con i(x), es decir, $I(t, w) = i^{\circ}E = i(E(t, w))$.

En particular, C(t, w) es una función de dos variables del tipo polinomial de grado 1. Las variables independientes resultan ser t y w pero además el valor de w determina los valores de los parámetros de la expresión. Este estudio resulta ser diferente al que habitualmente vive en la escuela secundaria. Según Ruiz (2010), Ruiz-Munzón, Bosch y Gascon (2011) en la enseñanza secundaria los símbolos literales juegan casi únicamente el papel de incógnitas (en las ecuaciones) o el papel de variables (en el lenguaje funcional). En general, el papel de los parámetros está prácticamente ausente. Esta situación se prolonga a lo largo de toda la enseñanza secundaria y dificulta enormemente el paso del trabajo con las expresiones analíticas de funciones elementales al estudio de familias de funciones y al uso de estas familias como modelos de sistemas en los cuales aparecen relaciones entre magnitudes.

Finalmente, resulta que el costo de energía eléctrica que factura la compañía según la factura de la Figura 3, viene dada por la siguiente expresión:

$$C(t, w) = 1,4560 \left(\frac{P(R)}{30,5} t + k(R)w + qw \right)$$
 (3)

Para nuestro caso, podemos corroborar que el consumo de la factura de energía para 158 kwh y por un período de 31 días, resulta ser C(t,w) = \$ 893,04. Este valor fue redondeado a dos decimales, tal como todos los valores indicados en la factura. Se detecta una pequeña diferencia con relación al valor de facturación, pues si se realizan los cálculos mediante la expresión empleando una calculadora o software, las operaciones son efectuadas con más de dos decimales. En cambio, en la factura todos los cálculos se encuentran redondeados a dos decimales. Este tipo de tarea resulta interesante, siendo que requiere del

estudio de redondeo y truncamiento de números decimales y a la estimación del error de los cálculos.

De manera general, la ecuación (3) se puede escribir del siguiente modo:

$$C(t,w) = A\left(\frac{P(R)}{t_p}t + k(R)w + qw\right) \tag{4}$$

 t_p indica el período de medición teórico por la empresa de energía. Mientras que w condiciona los parámetros P(R) y k(R), pues para el rango de watts consumido por el cliente se establece el valor de los parámetros. Finalmente, A dependerá de los impuestos que se establezcan.

La expresión (4) puede ser transformada de tal manera que permita comparar el costo de energía por cada hora de consumo según la lámpara que se emplee, resultando de la siguiente manera:

$$C(t,w) = A\left(\frac{P(R)}{732}t + k(R)wt + qwt\right) \quad (5)$$

En particular, para un usuario de la categoría 1R, que es la categoría que corresponde al usuario de la factura de la Figura 3, el cuadro tarifario que establece la compañía proveedora de energía resulta ser:

Cuadro Tarifario Vigente para consumos a partir del 1º de Octubre de 2018

	TARIFA	UNID.				
1R - Residencial - Tarifa Plena						
Cargo Fijo 1			71,35	\$/mes		
Cargo Variable 1	(Consumo	≤ 100 KWh - mes)	2,6744	\$/KWh		
Cargo Fijo 2			109,18	\$/mes		
Cargo Variable 2	(100 < Consumo	≤ 200 KWh - mes)	2,8796	\$/KWh		
Cargo Fijo 3			148,90	\$/mes		
Cargo Variable 3	(200 < Consumo	≤ 400 KWh - mes)	3,0327	\$/KWh		
Cargo Fijo 4			184,83	\$/mes		
Cargo Variable 4	(400 < Consumo	≤ 500 KWh - mes)	3,1573	\$/KWh		
Cargo Fijo 5			296,41	\$/mes		
Cargo Variable 5	(500 < Consumo	≤ 700 KWh - mes)	3,3350	\$/KWh		
Cargo Fijo 6			479,86	\$/mes		
Cargo Variable 6	(700 < Consumo	≤ 1400 KWh - mes)	3,5230	\$/KWh		
Cargo Fijo 7			585,77	\$/mes		
Cargo Variable 7	(Consumo	> 1400 KWh - mes)	3,8309	\$/KWh		

Figura 4. Cuadro tarifario de la compañía proveedora de energía

Fuente: Compañía proveedora de Energía

De esta manera, la función costo de energía electrica para una lámpara incandescene $(C_I(t))$ y para una lámpara bajo consumo $(C_{BC}(t))$ con las características consideradas en la Figura 1 y Figura 2 correspondiente, resulta ser:

$$C_{I}(t) = \begin{cases} 0,57t & si & 1 \leq t \leq 1000 \\ 0,68t & si & 1001 \leq t \leq 2000 \\ 0,78t & si & 2001 \leq t \leq 4001 \\ 0,87t & si & 4001 \leq t \leq 5000 \\ 1,11t & si & 5001 \leq t \leq 7000 \\ 1,51t & si & 7001 \leq t \leq 14000 \\ 1,77t & si & t \geq 14001 \end{cases}$$

$$C_{BC}(t) = \begin{cases} 0,24t & si & 1 \leq t \leq 4347 \\ 0,32t & si & 4348 \leq t \leq 8695 \\ 0,41t & si & 8696 \leq t \leq 17391 \\ 0,48t & si & 17392 \leq t \leq 21739 \\ 0,71t & si & 21740 \leq t \leq 30434 \\ 1,08t & si & 30435 \leq t \leq 60869 \\ 1,30t & si & t \geq 60870 \end{cases}$$

$$(7)$$

CI(t) y CBC(t) son dos funciones definidas a trozos para la categoría 1R. Si se compara la función costo para cada lámpara se puede observar una mayor pendiente para el empleo de lámparas incandescentes considerando el mismo rango de watts consumidos. La variación del costo entre el empleo de una lámpara u otra radica en la "rapidez" del consumo para el cambio de rama de la función según el rango de consumo. Esto hace que varíe la categoría del consumidor, y de esta manera se aumente los costos de consumo de energía.

Las expresiones que permiten calcular el consumo en función del tiempo de cada lámpara corresponden a funciones de proporcionalidad directa, donde resulta notoria la diferencia en la pendiente. Así, para cada lámpara resulta que los watts consumidos por cada hora puede ser calculado del siguiente modo:

$$L_{BC}(t) = 0.023t$$
 (8)
 $L_{I}(t) = 0.1t$ (9)

A partir de estas expresiones se puede verificar que si tenemos la lámpara bajo consumo encendida las 24horas del día, transcurrido 181 días (4348 horas) el consumo será superior a 100kw. Mientras que para la lámpara incadescente al transcurrir 1000hs, se produce el consumo de 100kw, lo que equivale a tener la lámpara encendida durante las 24 horas del día durante 42 días. De esta manera, se puede verificar que el consumo de la lámpara incandescente resulta ser más de cuatro veces que el de la lámpara bajo consumo. Así, para el cambio de categoría del cliente según su consumo, resulta que pasadas las 1000 horas de uso de lámpara incandescente, el consumo alcanza los 100kwt lo que hace que se tenga que considerar otra rama de la función $C_I(t)$. En cambio esta variación en la lámpara bajo consumo ocurre pasada las 4348 horas de empleo. Además, en esta instancia se debería reemplazar la lámpara incandescente porque según las indicaciones del fabricante la vida útil promedio de la lámpara es de 1000hs. Así resulta evidente una gran ventaja con relación al empleo de lámparas bajo consumo y lámparas incandescentes de potencia equivalente. Para cada lámpara el consumo de watts por hora puede ser representado gráficamente del siguiente modo:

ZETETIKÉ

DOI: 10.20396/zet.v30i00.8657104

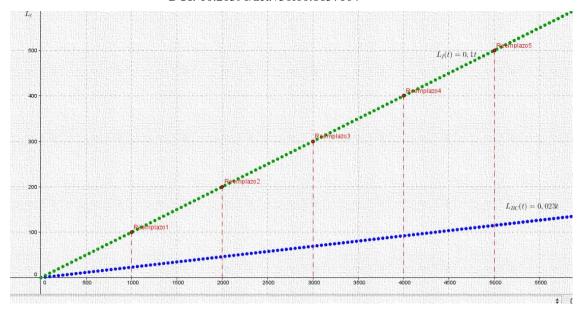


Figura 5. Representación gráfica de $w_{BC}(t)$ y $w_I(t)$

Fuente: elaboración propia.

En la gráfica de la Figura 5 se representa el consumo en watts para cada una de las lámparas según transcurre el tiempo $(L_{BC}(t) \text{ y } L_I(t))$. En el gráfico se observa mayor crecimiento de $L_I(t)$ con relación a $L_{BC}(t)$, lo que evidencia mayor consumo en el mismo periodo de tiempo. Así también, se destaca con rojo las instancias en la que se debería reemplazar la lámpara incandescente, antendiendo al tiempo de empleo de la misma. Esto implica un costo adicional del usuario que emplea lámparas incandescentes, en relación al que emplea lámparas bajo consumo.

Conclusiones

En este trabajo se esboza parte del análisis de una situación real y actual que puede resultar engendradora de un conjunto de preguntas que podrían derivar en el desarrollo de proyectos compatibles con el plan de renovación de la escuela secundaria argentina. En particular, la actividad se centró en identificar una situación problemática y delimitar el sistema, formulando preguntas cuyas respuestas requieren de un proceso de indagación. Las respuestas deben ser elaboradas por la comunidad de estudio, siendo que no se encuentran inscriptas textualmente en ningún media. Así también, el estudio conduce a seleccionar ciertos aspectos del sistema que se simbolizan como variables y establecer relaciones matemáticas entre las variables del sistema. En particular, el desarrollo que se ha propuesto permite reencontrar la utilidad de distintas nociones matemáticas (función polinómica, función de una y dos variables, función definida a trozos, variable, parámetro, estimación por redondeo y truncamiento, composición de funciones) y vincularlas para estudiar una situación real.

El mapa de preguntas y respuestas pone de manifiesto que la gestión de un estudio a partir de la situación propuesta, facilita el desarrollo de actitudes propias de una enseñanza en

el paradigma del cuestionamiento del mundo. El estudio requiere de una actitud receptiva hacia la formulación de preguntas y problemas sin resolver, y que el conocer requiere de indagación y elaboración y no de la revisión del conocimiento ya descubierto.

Se destaca que la gestión de la propuesta requiere que el rol del profesor se ubique en dar espacio a los alumnos para indagar y proponer las situaciones que les interese estudiar. Así también, la gestión del estudio requerirá que el profesor tome las decisiones necesarias para evitar que la situación inicial se desvanezca, buscando mantener viva la problematización de la misma. Estudios previos desarrollados en la paradigma del cuestionamiento del mundo (Corica, 2018; Corica & Otero, 2019) indican la necesaria incidencia del profesor en este sentido, siendo que los estudiantes también tiene que encontrarse predispuestos a cambiar el rol que la enseñanza tradicional le ha asignado como espectadores, por un rol más comprometido con el estudio.

Referencias

- Artigue, M. (2008). Didactical Design in Mathematics Education. En: *Nordic Research in Mathematics Education*, 8. Copenhagen: Proceedings from NORMA08. (pp. 7-16.). Copenhagen: Sense Publishers, 21–25 Apr.2008.
- Artigue, M. (2013). La educación matemática como un campo de investigación y como un campo de práctica: Resultados, Desafíos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 43-59.
- Barquero, B., Bosch, M., & Romo, A. (2016). A study and research path on mathematical modelling for teacher education. En: Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 9. 2015. Prague. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. (pp. 809-815). Prague: Charles University in Prague.
- Blank, W. (1997). Authentic instruction. Tampa: University of South Florida.
- Chevallard, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En Ruiz-Higueras, L., Estepa, A. & Javier Garcia, F. (Ed.). *Sociedad, Escuela y Mathemáticas*. (p.705-746). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico: Universidad de Jaén.
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a favor de un contraparadigma emergente. *REDIMAT*, 2 (2), 161-182.
- Chevallard, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *La Gaceta de la RSME*, 20 (1), 159–169.
- Corica, A. (2018). Análisis de la gestión de un dispositivo didáctico formulado en el marco de la TAD. *REVEMAT*. 13(2), 54-71.
- Corica, A., & Otero, M. (2019). Análisis de la gestión de un dispositivo didáctico por un estudiante de profesorado en matemática. *BOLEMA*, 33(63), 226-247.

- D'Amore, B., Godino, J., & Fandiño, M. (2008). *Competencias y matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Dickinson, K., Soukamneuth, S., Yu, H., Kimball, M., D'amico, R., Perry, R., et al. (1998). Providing educational services in the Summer Youth Employment and Training Program (Technical assistance guide). Washington, DC: Department of Labor, Office of Policy & Research.
- Dirección de Educación Secundaria de la Provincia de Buenos Aires. (2017). Saberes coordinados y aprendizaje basado en proyectos: hacia una enseñanza compartida para lograr aprendizajes integrados. Documentos de actualización curricular. Buenos Aires: Gobierno de la provincia de Buenos Aires.
- Florensa, I., Bosch, M., Gascon, J., & Winsløw, C. (2018). Study and Research Paths: A New tool for Design and Management of Project Based Learning in Engineering. *International Journal of Engineering Education*, 34(6), 1848–1862.
- Harwell, S. (1997). Project-based learning. In W.E. Blank & S. Harwell (Eds.), *Promising* practices for connecting high school to the real world (pp. 23–28). Tampa: University of South Florida.
- Jessen, B. (2014). How can study and research paths contribute to the teaching of mathematics in an interdisciplinary settings? *ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES*, 19, pp. 199 224.
- Kilpatrick, W. (1967a) La teoría pedagógica en que se basa el programa escolar. En W. Kilpatrick, H. Rugg, G. Washburne & F. Bonner (Eds), *El nuevo programa escolar* (pp. 39-72). Buenos Aires: Editorial Losada.
- Kilpatrick, W. (1967b) La filosofía de la educación desde el punto de vista experimentalista. En W. Kilpatrick, F. Breed, H. Horne & M. Adler (Eds), *Filosofía de la Educación* (pp. 15-74). Buenos Aires: Editorial Losada.
- Ladage, C., & Chevallard, Y. (2010). *La pédagogie de l'enquête dans l'éducation au développement durable*. Recuperado el 11 de Octubre de 2019 de: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=180
- Ley n° 26.473, de 17 de diciembre de 2008 (2008). Prohibe a partir del 31 de diciembre de 2010, la importacion y comercializacion de lamparas incandescentes de uso residencial general en todo el territorio de la republica argentina. Presidencia de la Nación Argentina.
- Ministerio de Educación de la Nación. (2017). *Marco de Organización de los Aprendizajes* para la Educación Obligatoria Argentina (MOA). Anexo Resolución CFE Nro 330/17. Buenos Aires: Presidencia de la Nación.
- Pochulu, M. (2018). La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María: GIDED.
- Ruiz-Munzón, N. (2010). La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional. Tesis de doctorado. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Ruiz-Munzón, N., Bosch, M., & Gascón, J. (2011). Un modelo epistemológico de referencia del algebra como instrumento de modelización. En M. Bosch et al. (Eds.), *Un panorama de la TAD* (p. 743-765). Barcelona, España: Centre de Recerca Matemàtica.

- Secretaría de Innovación y Calidad Educativa. (2018). *Marco Nacional para la Mejora del Aprendizaje en Matemática*. Buenos Aires: Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología.
- Winsløw, C., Matheron, Y., & Mercier, A. (2013). Study and research courses as an epistemological model for didactics. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 267–284.



Anexo I

Lunes 28 de Wayo de 2018

Para pagar menos luz: habrá lámparas LED en cuotas y con Precios Cuidados

El Gobierno lanzó la campaña "Cambiá el foco" para impulsar el uso eficiente de la energía. Las lámparas LED estarán incluidas en el Ahora 12. Y hay una calculadora online para que cada usuario estime cuánto menos puede pagar en sus boletas.





En medio de la discusión que se está dando en el Congreso por el ajuste tarifario, el Gobierno lanzó la campaña "Cambiá el foco" para impulsar el uso eficiente de la energía mediante el recambio de bombillas halógenas y de bajo consumo por támparas LED, que producen un ahorro promedio del 80% respecto de las tradicionales y duran quince veces más.



Se trata de una iniciativa de los ministerios de Producción y de Energía y Minería para promover un consumo responsable, favorecer la eficiencia y ahorrar energía. Según informó la cartera que dirige Francisco Cabrera, la primera etapa del plan, inspirado en una campaña de Chile, incluirá el financiamiento para el recambio tecnológico con los programas Ahora 12 y Precios Cuidados, y una página web que les permitirá a los consumidores calcular cuánto ahorrarian de energía si cambiasen las lámparas. Hoy apenas el 15% son LED y todavía queda un 32% de halógenas en los hogares argentinos, informó Producción.

"Con esta iniciativa, estamos impulsando el consumo responsable de energía, y el ahorro en las facturas de luz a fin de mes. El uso de tecnología LED es tendencia en el mundo, no sólo por el ahorro energético que genera, sino también por sus beneficios para el medio ambiente", afirmó Cabrera, quien agregó que "la difusión del ahorro para los hogares, comercios, pymes y la baja de los costos del recambio son dos pitares fundamentales para lograr la eficiencia en el uso energético".

Para facilitar la compra de estas lámparas, la secretaria de Comercio las incluirá en el programa Ahora 12 para compra en 3, 6 o 12 cuetas fijas con tarjeta de crédito. Además, el Gobierno acordó con Philips — proveedor de esta tecnología— que los productos LED estén Incluídos en Precios Cuidados y continúa negociando con las cadenas de supermercados para facilitar su venta.



Calculadora



La campaña también incluye una calculadora entine, disponible para que los consumidores puedan hacer su cálculo de ahorro. En la página se deben llenar los siguientes casilleros: cuántas lámparas se quiere cambiar; cuántas horas están encendidas al día; y qué tipo de lámparas tiene el hogar ahora (bajo consumo, incandescente o halógena).

A partir de estas preguntas, la calculadora estima el ahorro (mensual, anual y en 5 años) para cada hogar.

Según precisó el subsecretario de Defensa del Consumidor, Fernando Blanco Muiño, los hogares que cuentan con 12 lámparas, de cambiar el 100% a LED, podrían aborrar hasta 5 4,000 aeuales. "Una casa puede aborrar entre 10% y 15% de la factura al hacer el recambio total de sus lámparas", indicó el funcionario, al remarcar que pese a la suba de tarifas, el consumo de electricidad creció 8% en abril, por lo que es necesario avanzar en un "cambio cultural" que le permita a la Argentina tener consumidores responsables y tener una planificación más seria como país.

Fuente: https://www.cronista.com/negocios/Para-pagar-menos-luz-habra-lamparas-LED-encuotas-y-con-Precios-Cuidados-20180528-0090.html