



Uma análise do estado da arte das pesquisas sobre transição na educação matemática

An Analysis of the State of the Art of Research on Transition in Mathematics Education

Sandro René Cunha¹

Márcia Maria Fusaro Pinto²

Resumo

Este estudo integra pesquisas sobre o tema “transição” na educação matemática a partir de análise referenciada em revisões sistemáticas da literatura como prática de investigação. O objetivo é identificar os contextos e os modos como o tópico vem sendo abordado, evidenciando a diversidade de tratamentos e traços em comum, ao comunicar ou conceituar e significar “transição” no campo de pesquisa. Assume-se como propósito compreender e destacar a importância do tema e das investigações sobre transições na educação matemática – em particular, no ensino nas universidades. Dos resultados, destaca-se a predominância de uma visão sobre a transição em ensino da matemática nas universidades, concebida como uma rede de processos pelos quais os indivíduos “atravessam fronteiras” ou percorrem “ritos de passagem” de uma cultura a outra, em uma mesma comunidade ou contexto social. Ao fazê-lo, esses indivíduos mudam o seu papel em tais ambientes.

Palavras-chave: Transição em ensino de matemática; Transição interna/externa; Revisão sistemática; Estado da Arte

Abstract

This study integrates the research on Transition in mathematics education as a result of an analysis supported by systematic reviews of the literature as research practice. The aim is to identify the different contexts in which the topic is inserted, and the diversity of approaches, and common features when communicating or conceptualizing the subject in the research field. The purpose is to understand and highlight the importance of this subject and of the investigations on transitions in the field of mathematical education, especially at universities. As results, the transition in teaching in such institutions seems to be conceived as a network of processes by which individuals are “crossing borders” or going through, as “rites of passage” from one culture to another in a community or social context. In doing so, individuals change their role in these environments.

Keywords: Transition in Mathematics teaching; Internal / External transition; Systematic Review; State of the Art

Introdução

Afinal, o que é transição?

Submetido em: 30/11/2020 – **Aceito em:** 15/12/2021 – **Publicado em:** 31/12/2021

¹ Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Brasil. E-mail: sandrorene@gmail.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9174-1001>.

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade de Warwick (UW). Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Brasil. E-mail: marciafusaro@gmail.com, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5308-0487>.

Nas pesquisas analisadas, transições são identificadas em momentos de transmissão de conhecimento ou de enculturações³ em práticas entre estágios de ensino diferentes, em que se destacam adversidades, resistência ou deficiência no processo de ensino-aprendizagem.

Aqui buscamos compreender, a partir do exame de trabalhos de pesquisa, os significados e os tratamentos dispensados ao tema “transição no ensino de matemática” adotados na área de educação. Focalizamos em particular as pesquisas sobre transições internas a uma mesma instituição de ensino superior de matemática, referentes ao conteúdo de cálculo⁴, fragmentado em diferentes disciplinas. Nessas, as transições estão identificadas entre práticas da matemática distintas, embora numa mesma comunidade ou contexto social.

Tais momentos de transição são menos estudados, porém não menos importantes que as questões que elaboramos, ao percebermos a diversidade de modos com que as pesquisas com este foco se referem à forma como o saber e o conhecimento são legitimados no âmbito das práticas abordadas. Esses temas são revelados com frequência por pesquisadores e professores, ao se depararem com situações marcadas pelas dificuldades dos alunos, ou por um desempenho em conflito com expectativas do professor durante estágios transitórios na educação. Em particular, apuramos as questões em aberto, na literatura de pesquisa relacionada, que revelassem como é entendido e tratado o fenômeno reconhecido como de transição no ensino de matemática na universidade.

Para promover reflexões a respeito, levantamos a literatura acadêmica sobre esse tópico na forma de *estado da arte*, adotando um modelo investigativo sistemático como metodologia para revelar o *status quo* do objeto especificado, a partir do alcance de material produzido sobre o assunto na área da educação matemática.

Este texto traz, na seção a seguir, o estado da arte como prática de pesquisa e o procedimento investigativo para revisar pesquisas produzidas sobre o tema, apontando modos de tornar sistemática a investigação sobre um mesmo objeto. Em seguida, incluímos o material consultado, organizando as informações e as inferências possíveis para analisar o assunto.

Uma pesquisa no formato de estado da arte

Que elementos são comuns e quais distinguem as noções de estado da arte, revisão de literatura e revisão sistemática?

³ O conceito de “Enculturação Matemática” em Bishop (1999) distingue os processos de enculturação e de aculturação, tendo o primeiro o objetivo de preservar, ou fortalecer, os valores culturais de uma determinada comunidade. O processo de aculturação é caracterizado pela transmissão induzida de elementos de uma cultura para outra, implicando a aceitação e/ou rejeição de determinados elementos culturais. Assim, a aculturação pode promover a desintegração de uma cultura, sobreposta por outra (Brandemberg, 2016, p.188).

⁴ Em nosso país o conteúdo de cálculo é trabalhado no ensino superior. Esta não é a prática compartilhada em outros países, que abordam o conteúdo em escolas correspondentes à nossa escola secundária. Comparações entre países devem, portanto, considerar tais diferenças. A opção foi por manter a centralidade da pesquisa no país, inserindo-a em âmbito internacional para comparações e diálogos possíveis.

Ao adotarmos a forma de estado da arte, recordamos que tais trabalhos “são também conhecidos como relatórios do estado da arte, ou ainda como *progress reports* ou relatórios de avanços em determinada área” (Figueiredo, 1990, p.134). Aproximamo-nos, assim, de uma revisão bibliográfica ou revisão de literatura, que designa uma representação do estado em que se encontra a pesquisa sobre um determinado objeto de estudo. Acrescentamos que a revisão de literatura

já é um passo em direção à solução de problemas teóricos na medida em que não se limita a fazer colagens das proposições constantes nos vários autores. A revisão, dessa maneira, procura um estatuto teórico que possa valer como referencialidade diante das várias/mesmas posturas descritivas, metodológicas e técnicas diante do objeto, por parte dos textos que compõem a literatura. (Barone, 1990, p.138)

Uma busca sistemática da literatura, na forma de Estado da Arte, contempla nossa necessidade de, enquanto pesquisadores, ao nos depararmos com um objeto de interesse na área, situarmo-nos diante de questões já levantadas; e de nos aprofundarmos, trazendo à tona outras considerações para um melhor entendimento das situações observadas.

Ao apurarmos o que já se sabe sobre o tema, averiguamos os entraves e as lacunas teóricas para compreender objeto pesquisado até o momento. Em suma, as pesquisas do tipo estado da arte, elaboradas segundo um mapeamento da produção acadêmica, permitem elaborações sobre discussões pertinentes ao tema. Assim,

também são reconhecidas por realizarem uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado. (Ferreira, 2002, p. 258)

Recorremos a tal formato de investigação, focando pesquisas que abordam a transição no ensino de matemática. Instigados pelas questões levantadas, organizamos um inventário da produção acadêmica à luz de categorias para mapeá-la, assinalando singularidades do objeto identificado e perspectivas teórico-metodológicas utilizadas, ou apontando as diferentes vertentes utilizadas ao abordar o tema.

Assegurado esse objetivo, nosso eixo transpassa os espaços latentes do termo “transição”, que nos parece assumir um *status* de fenômeno em educação matemática. Os resultados em pesquisas anteriores (artigos em periódicos científicos, trabalhos acadêmicos ou teses) foram dispostos e explorados como fontes de dados para uma produção investigativa, de modo a agregar informação ao nosso estudo, como em Creswell (2010, p.51).

Com esse entendimento para o estado da arte, conduzimos nosso estudo utilizando os recursos de banco de dados digital: reunimos os trabalhos acadêmicos relacionados ao tópico indicado e dialogamos com problemas vinculados a objetos de estudo de pesquisas em andamento.

Procedimentos metodológicos

Adotar os procedimentos de uma investigação sistemática inclui expor as etapas da pesquisa, de cunho qualitativo; a escolha dos termos a serem utilizados na consulta e a justificativa para a opção pela base de dados adotada; os critérios de seleção dos textos a serem considerados na revisão e na organização dos tópicos; os processos para a categorização dos assuntos e das abordagens utilizadas na descrição dos contextos; a síntese das informações contidas na literatura consultada; e a discussão dos resultados que integram o entendimento de transição no ensino de matemática, respondendo às questões colocadas.

Para o levantamento e a consulta da literatura que trata do tema “transição no ensino de matemática”, em particular da transição interna ao cálculo, organizamos os textos como em Creswell (2010, p.49). Consideramos ainda os procedimentos recomendados pelo *PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses)*, discutido em Silva (2020).

Tabela 1: Procedimentos metodológicos para a Revisão (sistemática) de Literatura

Metodologia	Procedimentos
Identificação do tópico	<ul style="list-style-type: none"> Definir a questão de pesquisa. Identificar palavras-chave (ou termos). Selecionar a base de dados para localização dos itens bibliográficos. Definir os critérios de inclusão/exclusão para a seleção de materiais. Levantar trabalhos em bancos de dados da base selecionada.
Coleta e organização de dados	<ul style="list-style-type: none"> Selecionar textos, aplicando os critérios de inclusão ou exclusão definidos.
Estruturação e análise das informações	<ul style="list-style-type: none"> Sumarizar a literatura, estruturar por temas similares para a organização do tópico e a categorização dos conceitos abordados. Elaborar o mapa de literatura, apresentando uma visão geral da literatura, após identificação de tópicos e subtópicos correlacionados ao estudo. Elaborar fichamento dos resumos e das discussões das pesquisas, colocando estudos em desenvolvimento em diálogo com os anteriores. Contribuir com as nossas impressões, analisando o tópico pesquisado, apontando lacunas e verificando possibilidades de ampliação.

Fonte: Elaborada pelos autores, 2020.

Tal opção pela metodologia de revisão sistemática alinha-se à necessidade de evitarmos um estudo parcial, tendencioso, compartilhando a posição de que

toda pesquisa é um processo extremamente versátil, possibilitando seguir inúmeros caminhos que conduzem a descobertas ou conclusões desejadas ou inesperadas, casuais ou planejadas, mas que também podem induzir o pesquisador a enganos (de boa-fé) ou a fraudes (de má-fé). (Fiorentini & Lorenzato, 2012, p.126)

Outra necessidade é não nos mantermos limitados a um conjunto restrito de referências, ou somente a uma revisão de estudos anteriores que não acrescentem novos elementos à pesquisa. Ao mesmo tempo, buscamos “identificar as convergências, as relações

e as aproximações existentes nas pesquisas, apresentando indícios e compreensões do conhecimento a partir dos estudos mapeados” (Otero-Garcia, 2011, p.41).

A revisão da literatura desenvolve-se em uma configuração metódica, segundo etapas descritas na Tabela 1, e apresenta características de uma sequência de procedimentos e objetivos, seguindo um critério de elegibilidade para a seleção dos textos.

O método pode ser reproduzido ou reestruturado para ser adaptado, adequando-se a outras situações.

A questão de pesquisa, a identificação de palavras-chave, os critérios de seleção de textos e a localização de materiais em banco de dados

Do contato inicial com a literatura, enunciemos as questões de pesquisa:

- i. De que modos é analisado o fenômeno de transição no ensino de matemática? Que questões continuam em aberto?
- ii. De que modos são entendidas as transições no ensino de matemática na universidade?

Tais questões emergem de reflexões iniciais em uma pesquisa sobre espaços institucionais diversos e sobre o fenômeno da transição no ensino superior de matemática – em particular sobre a transição do cálculo de uma variável para o de mais variáveis. Dessas reflexões despontam também os temas para a localização em bases de dados (principalmente no Google Acadêmico: <https://scholar.google.com/>). A opção por tal ferramenta de busca diz respeito à possibilidade de acessarmos de forma simples e ampla a literatura acadêmica, se comparada a outras bases (Silva, 2020, p. 55) e ao fato de podermos acessar publicações em vários formatos.

O Google Scholar identifica de forma eficaz documentos altamente citados. Dada sua cobertura exclusiva (sem restrições no tipo e na origem do documento), isso o torna uma ferramenta inestimável para uma análise bibliométrica (Martin-Martin et al., 2017, p.16). Assim, entendemos que a utilização do Google Acadêmico é suficiente para localizar a literatura destinada ao nosso propósito.

A seleção de artigos deve ser delimitada, ao mesmo tempo que demarca pontos relativos à questão norteadora da pesquisa. Adaptamos para isso os critérios de seleção de textos em Silva (2020):

- Inclusão somente de trabalhos sobre a transição no ensino de matemática.
- Inclusão de trabalhos disponíveis para consulta *on-line* de forma completa.
- Exclusão de trabalhos duplicados.
- Exclusão de trabalhos que não estejam disponíveis em inglês ou português.
- Exclusão de trabalhos que não sejam textos acadêmicos publicados.

Nossa busca foi realizada em agosto de 2020. Inicialmente, optamos por não restringir períodos de publicação dos artigos pesquisados, possibilitando que as consultas revelassem os períodos de interesse pelo tema.

Para a busca de trabalhos vinculados à ideia central – o fenômeno de transição no ensino de matemática na educação superior e transição do cálculo de uma variável para o de mais variáveis –, digitamos inicialmente as palavras-chave, respeitando a seguinte sintaxe lógica: “transição no ensino de matemática”, “educação superior” e “cálculo de várias variáveis”.

Para garantir maior diversidade na literatura, recorreremos aos conjuntos de termos:

- (1) “transição no ensino” e “educação matemática”;
- (2) “*transition in teaching*” e “*mathematics education*”;
- (3) “*transitions in mathematics education*” e “*Transition in mathematics teaching*”.

Ao retomar as questões enunciadas, identificamos na literatura uma variedade de investigações sobre o tema, trazendo diferentes abordagens, acepções e contextos. Um primeiro caso muito estudado é o da transição do ensino médio para o superior (cerca de 42% dos resultados obtidos), enquanto outros têm por foco as demais passagens de um nível a outro de ensino na formação dos estudantes.

Pesquisas cujo tema considerado é também a “transição” são aquelas que investigam a introdução de práticas ou metodologias que envolvem a transição de recepção passiva (como nas palestras) ao engajamento ativo na construção do conhecimento, usando, por exemplo, ferramentas da tecnologia da informação (Kingundu, 2014); ou ainda as que têm por objetivo estudar as transições entre formas de pensamento matemático durante a aprendizagem – por exemplo, o caso da passagem entre o pensamento aritmético e o algébrico.

Vale observar o entendimento do termo “transição” conforme a perspectiva adotada nesses variados casos, revelado pelos modos como as transições no ensino de matemática são percebidas e investigadas. Para compreendermos sua abrangência como tema de pesquisa em educação matemática – incluindo o caso particular das transições internas a uma mesma instituição de ensino superior, caracterizadas entre práticas em uma mesma comunidade ou contexto social, e do ensino médio para o superior –, inserimos palavras-chave especificando casos, incluindo os termos correspondentes em inglês⁵. Após as sucessivas alterações, realizamos as buscas de acordo com as combinações de termos apresentados na Tabela 2. Nos arquivos identificados, fizemos a leitura resumida dos textos para a seleção do material.

⁵ A reprodução da pesquisa contendo termos em espanhol será divulgada em uma nova pesquisa.

Tabela 2: Termos utilizados nas buscas

Idiomas	Combinações de termos descritores utilizados	Resultados contidos	Resultados selecionados
Português	“Transição no ensino de matemática”, “educação superior” e “cálculo de várias variáveis”	01	01
Português	“Transição no ensino” e “educação matemática”	16	02
Inglês	“ <i>Transition in teaching</i> ” e “ <i>mathematics education</i> ”	19	04
Inglês	“ <i>Transitions in mathematics education</i> ”	79	04
Inglês	“ <i>Transition in mathematics teaching</i> ”	04	01
Português	“Transição interna do cálculo”	52	11
Português	“Transição do cálculo para a análise”	40	08
Português	“Transição do ensino médio para o superior”	148	20
Total	08	359	51⁶

Fonte: Elaborada pelos autores, 2020

Optamos por trabalhos que reconheçam e significavam a expressão “transição no ensino”⁷ como campo de investigação em educação matemática na passagem entre estágios na formação dos sujeitos durante o processo de ensino-aprendizagem.

Sumarização da literatura, estruturação e organização dos tópicos

Para estruturar por temas similares e organizar os tópicos e os conceitos abordados nos estudos sobre “transição”, reorganizamos os trabalhos listados, agrupando-os em subtópicos afins, em categorias (ou classes) mais específicas, para permitir comparar ou contrastar os resultados. A Tabela 3 resume os subtópicos correspondentes a casos de transições no ensino, além de aspectos ou atributos correlacionados; ainda, traz identificações de continuidade ou descontinuidade durante os processos de transição, apontados em trabalhos concluídos (Gualde et al., 2016).

Há atributos que configuraram certos casos, e estão presentes também nos demais, mas cada um deles atribui destaque maior a um tópico determinado. A primeira tentativa de sumarizarmos e categorizarmos os resultados bibliográficos sobre transição não é suficiente

⁶ Os 51 resultados selecionados e expostos na Tabela 2 foram obtidos dentre 359 trabalhos encontrados em 8 buscas realizadas. A redução se deve a: trabalhos repetidos em buscas distintas; publicações contendo discussões sobre transição ocorrida em outra área do conhecimento (biologia, por exemplo); trabalhos semelhantes, de mesmo autor, divulgados em *sites* diferentes; ou ainda casos que se deslocavam do nosso tema.

⁷ Os casos de transições foram incluídos na Tabela 3. Por exemplo, a formação de professores está incluída no subtópico Transição da universidade para a escola.

para evidenciarmos ou distinguirmos caso a caso o tópico central abordado; por outro lado, eles sinalizam direções para o prosseguimento dos estudos empíricos em relação ao tema.

Tabela 3: Subtópicos do tema “transição” no ensino de matemática

	Subtópicos	Traços/atributos
1	Transição do ensino médio para o superior	Discussões focadas nas dificuldades dos alunos, alternativas para minimizar tais dificuldades. Processo descontínuo, com rupturas ou lacunas identificadas
2	Transição do cálculo de uma a mais variáveis	Identificação de situações ou contextos que apresentam analogias e diferenças entre as formas de tratamento dos conceitos matemáticos. Processo aparentemente contínuo, incluindo etapas discriminadas
3	Transição do cálculo para a análise	Mudança de tratamentos dos conceitos matemáticos, construção do conhecimento matemático formal. Processo aparentemente contínuo, incluindo etapas discriminadas
4	Transição entre as formas (níveis) de pensamento matemático	Passagem para o raciocínio matemático formal, tratamento de conceitos e significados. Processo contínuo (ou discreto, mas composto por etapas a serem realizadas) ou descontínuo, com rupturas ou lacunas identificadas
5	Transição da universidade para a escola (formação de professores)	Mudanças nas crenças e nas práticas na universidade para a escolar. Segundo momento na dupla descontinuidade (Klein, 1908/1939).
6	Transição entre níveis (estágios) de escolaridade	(Por exemplo, transição da pré-escola para o ensino fundamental.) Descontínuo, com rupturas ou lacunas identificadas
7	Transição para a escola	Análise e estímulos para desenvolver as competências matemáticas das crianças. Descontínuo, com rupturas ou lacunas identificadas
8	Transição da universidade para a vida profissional	Mudança nas crenças entre as práticas dos estudos na universidade para a prática profissional. Descontínuo, com rupturas ou lacunas identificadas
9	Transição entre as práticas de ensino	Questões e desafios ao desenvolver novas práticas de ensino
10	Abordagens teóricas gerais (transitions in mathematics education)	Teoria e métodos de pesquisa no campo

Fonte: Elaborada pelos autores, 2020.

Tal organização em subtópicos permite entender como o estudo agrega, amplia ou reproduz uma pesquisa já concluída (Creswell, 2014, p.84). Uma revisão de literatura relacionando diferentes subtópicos e casos ou abordagens pode proporcionar a visão do tema – no caso, “transição” – com significado, por exemplo, para o ensino; ou mesmo propor novos campos semânticos para a noção de transição em educação matemática. A partir da organização na Tabela 3 e inspirados em Creswell (2010), elaboramos um mapa da literatura, alinhando o estudo específico sobre transições internas à disciplina de Cálculo a pesquisas conduzidas por outros autores, com objetivos semelhantes.

Mapa de literatura

Creswell (2014) argumenta que “para um estudo qualitativo, a revisão da literatura pode explorar aspectos do fenômeno central que está sendo tratado e ser dividida em tópicos”

(p.72). Um resumo da pesquisa incluiria: o problema que está sendo tratado; o objetivo central ou o foco do estudo; breves informações sobre a amostra, a população ou os indivíduos; os resultados fundamentais. Aqui o tópico geral e os demais subtópicos relacionados têm por foco o fenômeno de transição de matemática no ensino superior: a passagem do cálculo de uma variável para o de mais variáveis.

Um mapa de literatura possibilita uma visão geral descrita em tópicos e subtópicos (ou temas e subtemas) correlacionados ao estudo cujo desenvolvimento é proposto. Não se trata de um modelo hierárquico, como em um fluxograma; mas sim de uma estrutura que identifica tópicos de pesquisa, organizados segundo subtópicos que possibilitem um entendimento panorâmico do tema no campo de investigação.

Aos temas que emergiram dos destaques na Tabela 3 incorporamos aqueles organizadores da revisão que foi apresentada no último *International Congress on Mathematical Education – ICME –*, referente a pesquisas desenvolvidas internacionalmente sobre “*transitions in mathematics education*” (Gueudet et al., 2016, p.vii). Tais temas foram:

- Mudança conceitual e processos de aprendizagem como processos de transição.
- Transição da matemática universitária para o ensino de matemática no ensino médio e dupla descontinuidade.
- Transições institucionais.
- Transições entre matemática fora da escola e na escola.

Da análise das pesquisas apresentadas naquele congresso, Gueudet et al. (2016) argumentam que as mudanças transitórias podem (ou devem) ocorrer em diversos momentos ou lugares durante a formação dos indivíduos, ou seja, todo “o aprendizado pode ser descrito como um processo de transição” (p.ix). São percebidos como características ou atributos distinguíveis: “qualquer processo de mudança ou transição pode ser (ou parecer) contínuo (ou discreto, mas composto por etapas sucessivas a serem realizadas) ou descontínuo, com rupturas ou lacunas identificadas” (p.ix).

Para os autores, tais atributos se relacionam a duas categorias preliminares de tipos de transições, que reescrevemos como:

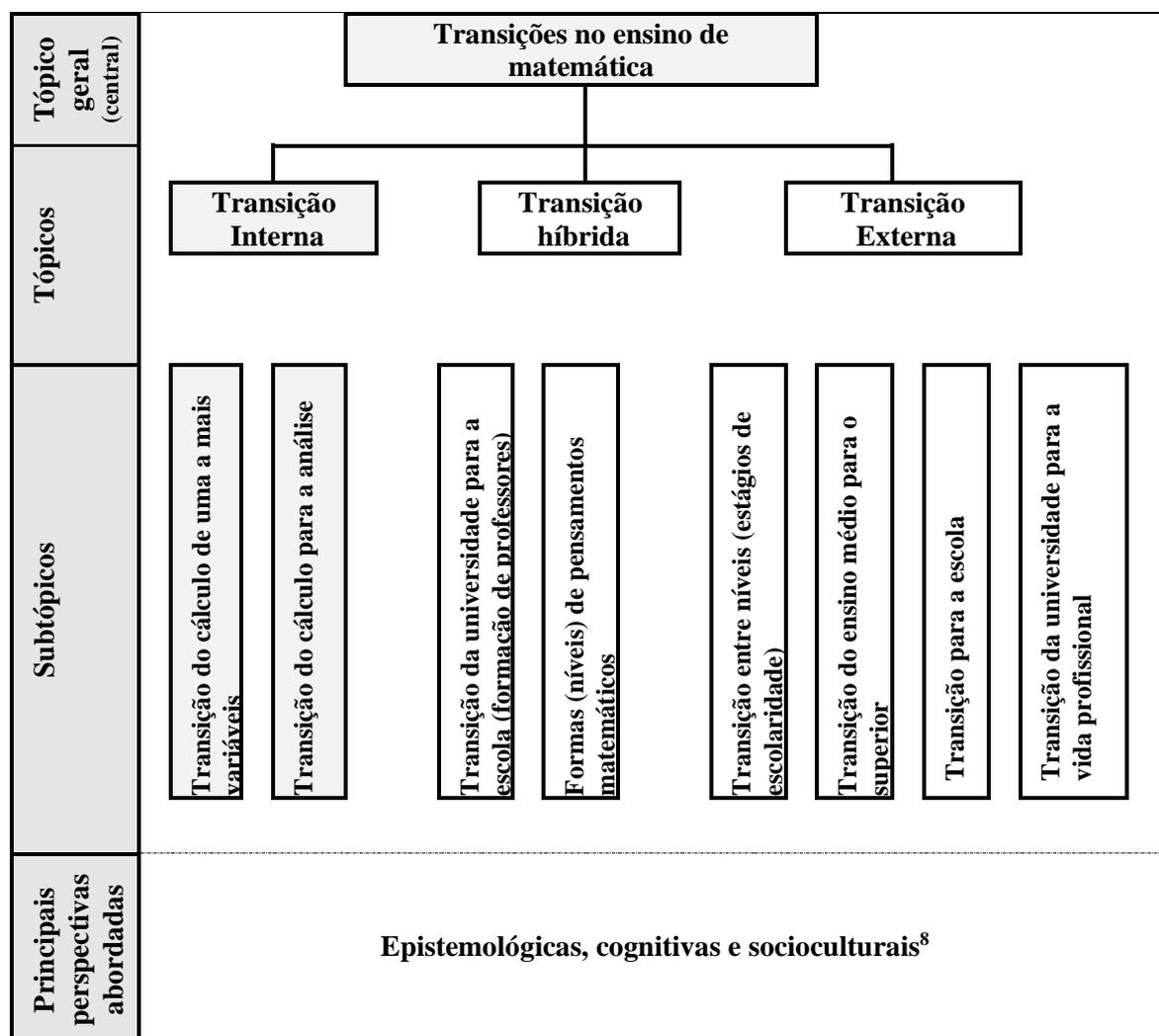
- i. Mudanças conceituais em etapas (ou nos processos) de aprendizagem.
- ii. Variação contextual nas práticas matemáticas entre grupos sociais.

O Quadro 1 (Mapa da literatura sobre transição) resulta da nossa revisão sistemática e incorpora as duas categorias acima, expondo a variedade de situações (e possíveis conexões) de transição pesquisadas, relacionadas ao tópico geral (central): transição em ensino de matemática.

Os tópicos gerados retratam enfoques atribuídos às temáticas de pesquisa, e os subtópicos discriminam os casos específicos investigados na área de educação matemática. As abordagens ou perspectivas que permeiam os estudos, descrevendo a transição no ensino

de matemática, são consistentes com os resultados em Gueudet et al. (2016, p.ix). A partir da síntese exibida no Quadro 1 a seguir, vamos descrever alguns modos de entender o fenômeno da transição.

Quadro 1 – Mapa da literatura sobre transição



Fonte: Arquivo pessoal

Dado o escopo desta revista, apresentamos apenas dois dentre os tópicos gerados na revisão realizada. Incluímos no primeiro os resumos e as discussões de pesquisas conduzidas por outros autores, estabelecendo um diálogo entre essas e os nossos estudos. Tal escolha contempla os múltiplos entendimentos sobre “transição no ensino”, evidenciados nos tratamentos e nas significações do fenômeno em todos os três casos de transições no ensino de matemática que identificamos na literatura de pesquisa. Entendemos, portanto, não haver perda na intenção original de identificar traços em comum, ao comunicar e tratar ou conceituar e significar “transição” no campo da educação matemática – em particular, da

⁸ São as principais perspectivas para descrever a transição no ensino de matemática presentes na revisão de literatura. (Gueudet et al., 2016, p.ix).

educação matemática no ensino superior.

Alguns modos de entender o fenômeno da transição nas universidades

O tema “transição em ensino de matemática” é abordado, e debatido, por pesquisadores e educadores da área há mais de quatro décadas (Gamoran et al., 1997). Há, inclusive, pesquisas que, embora não atendam aos critérios de inclusão utilizados para a revisão sistemática, poderiam ser incluídas neste tópico, tais como os estudos de casos de dificuldades na aprendizagem, decorrentes de problemas relacionados às mudanças de estágio em ensino e que afetam o desempenho do aluno em um curso posterior (Wisland et al., 2014), ou estudos que verificam os fatores que interferem na adaptação do estudante em um novo ambiente educacional, em abordagem psicossocial ou sociocognitiva (Azevedo & Faria, 2006; Seco et al., 2005).

Considerando a área de interesse – a transição do cálculo de uma a duas variáveis –, nas duas subseções a seguir discutiremos estudos incluídos em nosso mapeamento bibliográfico nos tópicos “transição interna” e “transição externa”, para contrastar e comparar os modos como são entendidas as transições no ensino de matemática e contemplar nosso interesse específico, que se enquadra no primeiro subtópico. Acreditamos que o tema “transição híbrida” requer que nos debruçemos sobre novas questões teóricas, que serão orientadoras de estudos futuros.

Nas duas próximas subseções estão os estudos incluídos como transição externa ou interna a uma instituição de ensino.

Transição externa

O tópico inclui cerca de 20 trabalhos relacionados a passagens (ou percursos) entre diferentes estágios do complexo sistema de ensino-aprendizagem de matemática, em que ocorrem mudanças ou alterações de pertencimento dos sujeitos de uma cultura institucional a outra. Traços comuns identificados são problemas, dificuldades ou baixo desempenho dos alunos entre os níveis transitórios (por exemplo, Gueudet, 2008; Lacaz, 2009; Nasser et al., 2017; Palis, 2010). A perspectiva é a de rompimentos, rupturas ou lacunas no sistema de ensino-aprendizagem (Gueudet, 2008; Meneghetti et al., 2017). A transição é interpretada, em muitos casos, como processo descontínuo durante a formação dos sujeitos, havendo estranhamentos ou confrontamentos dos sujeitos mediante alterações socioculturais, epistemológicas ou cognitivas, decorrentes de dissimilaridades normativas, saberes, costumes, hábitos ou crenças em uma nova instituição cultural. O caso típico de transição externa encontrado na literatura em educação matemática é o da transição do ensino médio para o superior.

Vale mencionar que Gueudet (2008) estuda esse caso do fenômeno de transição também a partir de uma análise de resultados obtidos em uma revisão de literatura, concentrando-se em três aspectos interligados à existência de um problema de transição: as dificuldades apresentadas pelos alunos, a ação didática desenvolvida e a concepção particular

de transição observada em cada perspectiva. Para a autora, a investigação mediante a associação e a comparação das diversas perspectivas, que incluem dimensões relativas ao indivíduo, sociais e institucionais, permite construir uma visão adequada do fenômeno de transição. Gueudet apresenta primeiro suas reflexões sobre os trabalhos focados nos modos de pensamento dos alunos, na organização do conhecimento durante os processos de transição da matemática elementar para o campo do pensamento matemático avançado (Tall, 1991) e na análise epistemológica conforme os entendimentos da teoria APOS (Edwards et al., 2005); enfoca ainda questões relativas às provas e à comunicação matemática (Nardi & Iannone, 2005; Weber & Alcock, 2004, por exemplo); em seguida, aborda uma perspectiva institucional, a partir da transposição didática (Chevallard, 1992) e da noção de contrato didático (Brousseau, 1997). Gueudet argumenta que o ensino médio e a universidade têm contratos didáticos diferentes, que a passagem de um contrato para outro pode gerar rupturas e que o discurso sobre o que se espera na universidade deve ser comparado com o que é realmente avaliado. Por fim, a autora destaca as rupturas que dizem respeito ao conteúdo matemático, acrescentando aqui os modos como seu ensino é didaticamente organizado.

Transição interna

O tópico inclui os trabalhos em que identificamos a percepção de mudanças epistemológicas, cognitivas ou conceituais durante a formação dos sujeitos, embora imersos em (aparentemente) uma mesma cultura institucional. No âmbito de um mesmo curso universitário, parece natural conjecturarmos um processo contínuo em nível institucional; mas há rastros de frestas, ou fronteiras ocasionadas durante a formação do conhecimento, identificadas entre etapas discriminadas, internamente, no sistema de ensino-aprendizagem. Subtópicos mais frequentes encontrados na literatura de pesquisa da área ocorrem em trabalhos sobre transições entre as diversas disciplinas de cálculo e do cálculo para a análise real.

Transição do cálculo para a análise

Garcia e Cammarota (2013) reexaminam Otero-Garcia (2011), que mapeou pesquisas brasileiras em ensino de análise, considerando o estado do conhecimento do ensino de análise a partir da noção de cognição inventiva⁹. Os autores exploraram as condições para a aprendizagem inventiva no ensino de análise e a formação matemática do professor como um problema vinculado às “políticas cognitivas”.

Já a dissertação de Amorim (2011) para a aprendizagem de limites de funções reais como reconstrução conceitual trata da transição do cálculo para a análise a partir das

⁹ A cognição inventiva não é o mesmo que a cognição espontânea. Pode-se dizer que a cognição espontânea é aquela que funciona de acordo com a atitude natural. Embora falemos de uma invenção que não é privilégio de grandes artistas ou cientistas, mas que é distribuída por todos e por cada um, ela depende de cultivo. A invenção não vai por si. Envolve treino aplicado e uma dose de disciplina. Este aprendizado depende, de saída, da suspensão da atitude natural, que é aquela da atitude recognitiva e da consciência intencional (Kastrup, 2004, p. 13).

referências teóricas de pensamento matemático avançado (Dreyfus & Hubert, 1991; Gray et al., 1999) e das noções de imagem e definição conceitual (Tall & Vinner, 1981). A mesma autora faz uso dos resultados e recomenda para o curso de análise uma proposta de ensino baseada nas imagens conceituais dos alunos, pois acredita contribuir para que o trabalho do professor situe o momento de aprendizagem dos alunos, identifique imagens conceituais equivocadas e explore situações que favoreçam ideias coerentes com as definições formais, direcionando construções matemáticas formais consistentes.

Alves (2012) e Oliveira (2016), por sua vez, utilizam o *software* dinâmico no ensino de análise. O primeiro explora noções topológicas que podem auxiliar na transição do cálculo para a análise, acreditando que explorar gráficos com o uso do computador e identificar limitações do *software* pode provocar a percepção intuitiva de propriedades fundamentais e fornecer a significação necessária para o entendimento de algumas definições formais. Já a segunda pesquisa tem por foco a construção do conceito de integral de Riemann. Ressalta possibilidades para a discussão entre professores e alunos sobre a construção e a resignificação do conceito de integral de Riemann na passagem entre o cálculo e a análise.

Reis (2001) objetiva compreender como acontece a relação tensional entre rigor e intuição e suas manifestações no ensino de cálculo e análise. A análise de manuais didáticos e de entrevistas semiestruturadas com quatro professores-autores mostrou que essa relação é, quase sempre, desigual e dicotômica nas abordagens dos manuais didáticos. As posições defendidas pelos depoentes apontam a necessidade de romper com o ensino formalista atual, tendo em vista, principalmente, a formação de um professor de matemática com multiplicidade e flexibilidade de conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares.

Em outra vertente, mas que também trata a problemática da transição do cálculo para a análise, destacamos os textos de Pinto (1998, 2001, 2009). A autora, a partir de investigações sobre o ensino e a aprendizagem de cálculo e de análise, torna compreensível que, no caso do ensino de cálculo, as ideias inicialmente propostas podem ser amparadas por uma abordagem “ingênua” (ou intuitiva) com respeito às definições e demais proposições; porém, em análise real, os conceitos recebem (intencionalmente) um tratamento formal desde o início. A suas observações, acrescentamos que

enquanto no cálculo são enfatizados aspectos computacionais e de manipulação simbólica visando obter uma resposta final, a análise fundamenta-se em princípios axiomáticos e sistemáticos, com definições formais. Essa diferença acarreta um grande impacto na transição do cálculo para a análise (Garcia & Cammarota, 2013, p.240).

Em sua análise, Pinto (1998, 2001, 2009) destaca a percepção dos estudantes, vinculada às experiências que lhes foram significativas. Um exemplo disso é o caso do aluno Chris, que relaciona os conteúdos da disciplina a partir de múltiplas representações produzidas para os objetos matemáticos, ao construir e comunicar conhecimentos matemáticos na forma axiomática-formal.

Transição (interna) do cálculo

Os trabalhos de Alves (2011) sobre a transição do cálculo de uma variável para o cálculo a várias variáveis incluem-se no tópico “transição interna”. Em sua tese, *Aplicação da sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no cálculo a várias variáveis*, o autor identifica e descreve categorias para o raciocínio intuitivo, referenciando-se em Fishbein (1987). Ainda no aporte teórico, Alves (2011) faz uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995). Em sua revisão de literatura, Alves (2011) identifica que ainda há poucos estudos no Brasil e no exterior sobre o ensino e a aprendizagem do cálculo diferencial e integral a várias variáveis, principalmente com ênfase na descrição interna em Cálculo, ou seja, com foco nos entraves na condução entre as disciplinas de cálculo.

O autor verificou empiricamente dificuldades dos estudantes, quando se deparavam com argumentos lógico-formais, assumindo, com isso, a importância da percepção e da visualização nos processos de ensino e aprendizagem de conceitos em cálculo. Ele argumenta que “a compreensão intuitiva ensejada pela visualização é necessária à compreensão, mas não é suficiente para a evolução de um raciocínio conceitual posterior relacionado ao mesmo objeto matemático” (Alves, 2011, p.51).

Já as ações didáticas em Alves (2012, p. 5) incluem atividades que envolveram um grupo de alunos selecionados em uma intervenção. O pesquisador conclui que “podemos discutir situações do Cálculo de Várias Variáveis que admitem uma interpretação imediata no contexto do Cálculo de Uma Variável, e possíveis ligações conceituais evidenciadas pelo CAS Maple”. A expectativa é a de que o apoio da representação gráfica possa orientar uma abordagem didática que promova o entendimento do conceito de funções tratadas em Cálculo I e em Cálculo II. A partir dos resultados observados durante atividades propostas envolvendo a formação de registros gráficos com os alunos, o autor considera que a percepção obtida por meio da visualização e da descrição geométrica dos objetos conceituais em Cálculo é promissora em uma transição interna às duas disciplinas de cálculo.

Na mesma direção, Ríó (2016) retoma fundamentos teóricos para argumentar a favor da visualização no sistema gráfico do Geogebra 3D como uma ferramenta para ensinar e aprender cálculo diferencial e integral. Os tópicos investigados incluíram sólidos de revolução, funções de duas variáveis e cálculo de limites. Em sua intervenção didática, apontamentos ilustrados serviram para auxiliar os alunos nas construções geométricas, como forma de colaborar com o processo de aprendizagem durante a compreensão de conceitos considerados difíceis, devido à grande dificuldade de representá-los somente usando lápis e papel. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica formulada por Raymond Duval (2006) é referência para a autora, ao argumentar contra uma compreensão do conteúdo, restrita à manipulação algébrica, constatando que as construções possíveis no ambiente de geometria dinâmica podem ser incluídas nas propostas didáticas, como forma de melhorar a compreensão dos conceitos em cálculo diferencial e integral – embora Ríó não conclua que os problemas associados ao ensino e à aprendizagem desses tópicos estarão resolvidos.

Discussão

Da análise produzida a partir de uma busca sistemática da literatura de pesquisa emergiu uma “estrutura para estabelecer a importância do estudo e um indicador para comparar os resultados de um estudo com outros resultados” (Creswell, 2007, p.46). Ela permitiu, em nosso estudo, apreender a transição em ensino como um fenômeno educacional, ou seja, como objeto e conceito próprios subjacentes ao complexo *sistema ensino-aprendizagem* na área de educação. Tal sistema se constitui como uma rede de processos (cognitivos, epistemológicos, sociais ou culturais) identificados nos textos revisados e pelos quais, de alguma forma, os sujeitos (alunos ou professores) modificam o seu papel quando em ambientes, cenários e espaços sociais distintos.

Dos resultados desses trabalhos produzimos uma análise sobre os modos com que o fenômeno da transição no ensino de matemática nas universidades vem sendo entendido, a partir da rede de pesquisas selecionadas, referentes ao tópico central.

Primeiro, a problemática inferida da dinâmica da transição no ensino de matemática, que na literatura permanece usada como uma expressão comum, refere-se a dificuldades de entendimento sobre um conceito em matemática, quer decorrentes de diferenças em abordagens dos assuntos prévios, quer pelo despreparo de alunos ou professores. Predominam nas pesquisas estudadas tópicos relacionados a processos de ensino-aprendizagem na formação dos sujeitos, entendidos como descontínuos, marcados por rupturas e percebidos na forma de dificuldades ou deficiências de entendimentos de conceitos matemáticos durante a passagem de um a outro estágio de transmissão de conhecimento ou prática de ensino – como “fronteiras”, que precisam ser atravessadas.

Estágios são em geral identificados e teoricamente referenciados em abordagens cognitivas, epistemológicas e socioculturais. Em abordagens cognitivas, destaca-se a expectativa de neutralidade do pesquisador como observador não participante e o foco na aprendizagem dos sujeitos, assumindo distanciamento dos participantes para garantir isenção na análise, com foco no desenvolvimento individual. Embora a transição em ensino busque revelar fenômenos de mudanças e desenvolvimento conceitual dos indivíduos no contexto educacional, tal contexto é, por vezes, desconsiderado na unidade de análise da pesquisa, e também pouco descrito e pouco retomado na análise dos obstáculos enfrentados pelos sujeitos. Alves (2011), Amorim (2011), Garcia e Cammarota (2013) e Ríó (2016) são alguns dos casos apresentados. Nossa interpretação é a de que, entre outras possíveis razões relacionadas e/ou inerentes a tais abordagens, os pesquisadores compartilham uma visão sobre ensino de matemática como universal e homogêneo, especialmente nas universidades. Essa visão inclui não só a universalidade do conteúdo a ser ensinado, como também a homogeneidade nas relações entre alunos e professores no espaço da sala de aula. As pesquisas com enfoques epistemológicos por vezes se articulam em ações didáticas; e predominam as pesquisas de intervenção em sala de aula, planejadas e desenvolvidas pelo próprio pesquisador (ver, por exemplo, Gueudet, 2008; Koichu & Pinto, 2019; Palis, 2010).

Já as abordagens socioculturais, em menor número e mais recentes, sugerem entender a própria formação educacional dos sujeitos como um processo de transição contínuo; ou

melhor, o aprendizado pode ser entendido como reunindo uma diversidade de processos de transição. Azevedo e Faria (2006); Corriveau e Bednarz, (2017); Sousa e Diogenes (2016) são alguns dos estudos que podem ser incluídos aqui. Exemplificando, de forma simples, com momentos nas transições em séries iniciais, temos que a transição para a escola corresponde a um período de adaptação da criança, que até então só reconhecia o lar como ambiente social, e precisa agora conviver e interagir com um novo universo cultural; durante a transição do ensino médio para o superior, muitos jovens iniciam uma nova fase em suas vidas, com mais independência, mas que exige também autonomia, disciplina e novos compromissos – um ciclo de amadurecimento, que inclui outra praxis referente à integração no espaço acadêmico, conforme etapa que configura a própria condição incipiente do estudante frente ao decurso no ensino superior: como em um “ritual de iniciação” ou “rito de passagem”¹⁰.

De modo afim, na transição do cálculo para a análise, inferimos que há uma expectativa de que o aluno de graduação se expresse com autonomia, modificando, portanto, seu papel no ambiente educacional, e que desenvolva outras percepções e habilidades cognitivas, epistemológicas ou conceituais que modificam seu conhecimento para a formação matemática, como um despontar para o pensamento científico e para a atividade de pesquisa.

Em relação aos problemas de ensino-aprendizagem nos estágios de transição identificados na literatura e organizados em subtópicos, utilizando traços e atributos correspondentes em cada caso, incluímos as questões de continuidades ou discontinuidades nos espaços educativos, conforme os tipos de transições encontrados. Em nossa análise, entendemos que o foco em discontinuidades não precisa associar-se à ideia de dificuldade ou obstáculos intransponíveis, como evidenciado com frequência nas pesquisas selecionadas. Argumentamos que podem estar relacionados a etapas que correspondem a momentos de mudança nos processos (cognitivos, epistemológicos, sociais ou culturais), de forma que modifiquem o entendimento dos sujeitos quanto ao seu papel ou conduta nos ambientes, cenários e espaços sociais. Ou seja, os sujeitos estão em processo de se reconhecer em novos caminhos (cognitivos, epistêmicos, sociais ou culturais) a percorrer, ainda desconhecidos, e que por esse motivo demandam outros esforços. Dito de outra forma, caminhos aparentemente contínuos podem apresentar etapas discriminadas, como trilhas diferenciadas para seguir.

Uma vez que os mesmos efeitos transitórios são percebidos em diferentes momentos da formação dos indivíduos, ou seja, propagam-se em nossas práticas educacionais, entre ou internamente às instituições culturais, nossa organização dos subtópicos a partir da literatura selecionada possibilitou identificar estes tópicos: transição interna, externa e híbrida, contendo características ou atributos distinguíveis. Torna-se possível perceber os traços das transições em ensino como provenientes de causa ou efeito constituinte e internos à própria formação da instituição, e, distinguindo caso a caso as mesmas transições, são geradas

¹⁰ Os “ritos de passagens” podem ser entendidos como “conjuntos cerimoniais que acompanham, facilitam ou condicionam a passagem de um dos estágios da vida a outro ou de uma situação social a outra” (Van Gennep, 1981, p.155).

possibilidades para estudá-los mais amplamente a fim de compreendermos melhor o sentido de cada um deles no campo da educação.

O subtópico de “transição do cálculo de uma para mais variáveis”, assim como o de “transição do cálculo para a análise”, foi incluído no tópico de “transição interna”, pois as mudanças ocasionadas em cada um desses casos podem ser entendidas como imersas em uma mesma cultura institucional. Todavia, as pesquisas evidenciam diferenças epistemológicas, cognitivas e conceituais durante o percurso de formação dos sujeitos. A compreensão dessas possíveis mudanças conceituais nos processos de aprendizagem e as variantes contextuais ocasionadas nessas práticas demandam mais estudos na área.

Considerações finais

Colocar em prática o projeto de um sistema educacional que reconheça os fenômenos de transições em ensino de matemática parece requerer um entendimento de formas de diálogos em ensino que contemporizem espaços de produção de conhecimentos nos locais de transições educacionais. Por exemplo, o estudo do conhecimento do ensino de Análise em Otero-Garcia (2011), investigações cuja proposta do trabalho do professor situa-se no momento de aprendizagem dos alunos (Amorim, 2011), ou o debate da importância de experiência tornadas significativas à compreensão dos estudantes (Pinto, 1998), são estudos em que o fenômeno de transição pesquisado compreende uma transição em ensino-aprendizagem em matemática. Em particular, que caminhos tecer nas transições internas entre as disciplinas de Cálculo? Respostas a tais questões podem ampliar nossa compreensão do fenômeno educacional de transição como professores e pesquisadores da área de ensino de matemática, para desenvolver situações que motivem o engajamento dos estudantes.

Tratar o tema transição como significado próprio em educação matemática, assente nos processos identificados a partir da pesquisa de literatura na área, revela e evidencia momentos ou locais em que os elementos conceituais ou curriculares presentes na organização didática de uma determinada ou de certa cultura institucional tornam-se elegíveis ou preponderantes em relação a elementos de outras culturas, que emergem em espaços entendidos como fronteiras, percebidos a partir dos sujeitos (alunos e professores), o que parece promover a desintegração ou o desprezo por objetos evocados ou trazidos de outros domínios, ao invés de compô-los, reconectá-los ou recontextualizá-los. Como percebidos em nossa revisão de literatura (por exemplo, nas pesquisas de Gueudet, 2008; Meneghetti et al., 2017; Wisland et al., 2014), os tratamentos do fenômeno da transição nas pesquisas fornecem evidências de uma verticalização do conhecimento como traço comum dos ambientes investigados, em que o objetivo principal do ensino estaria somente subordinado a um saber matemático legítimo, no qual o que importa é o domínio da teoria formal, e a análise é entendida como um conteúdo a ser retido na estrutura cognitiva dos sujeitos (Otero-Garcia & Cammarota, 2013, p. 241).

Revela-se, nessas rachaduras, a presença de mais epistemologias, digamos educacionais, porém tornadas conflitantes e sem importância perante uma única e soberana

epistemologia da matemática.

Nesse sentido, parece que no sistema ensino-aprendizagem mantido institucionalmente não se utilizam ou possibilitam contextos, modos ou tratamentos outros referentes às formas ou contextos originários ou acreditados como preexistentes ao conteúdo matemático, mas assume-se uma posição de rejeição a eles ou de rompimento com eles, acarretando um fenômeno educacional que produz os espaços transitórios revelados – a transição em ensino-aprendizagem da matemática.

Contudo, refletir sobre a noção de fronteiras, ao conceituar transição, apresenta-se como uma potencialidade para repensar outras formas de compreender as transições em ensino e aprendizagem, segundo espaços de diálogos interculturais e decoloniais entre saberes, a partir de formulação de perguntas e da produção de questionamentos para superar afirmações de uma organização didática que sustenta uma única constituição de Matemática para o ensino.

Referências

- Alves, F. R. V. (2011). *Aplicações da sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis*. Tese de Doutorado em Educação Brasileira. Ceará: Universidade Federal do Ceará. Retirado em 26 de setembro, 2020, de: <http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/3166>
- Alves, F. R. V. (2012). Exploração de noções topológicas na transição do Cálculo para a Análise Real com o GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 1(1), 1-14. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/8239>
- Amorim, L. I. F. (2011). *A (re)construção do conceito de limite do cálculo para a análise: um estudo com alunos do curso de licenciatura em matemática*. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto. Retirado em 26 de setembro, 2020, de: <https://repositorio.ufop.br/handle/123456789/2981>
- Azevedo, Â. S., & Faria, L. (2006). Motivação, sucesso e transição para o ensino superior. *Psicologia*, 20(2), 69-93.
- Barone, F. (1990). A revisão de literatura em Biblioteconomia e Documentação: uma prática pedagógica. *Revista Brasileira de Biblioteconomia e Documentação*; 23 (1), 136-146.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Iberica Ediciones.
- Brandemberg, J. C. (2016). Enculturação, Formação de Professores e Ensino de Matemática: Uma Discussão sobre Visão Ampliada dos Valores Culturais e Conhecimento Aprofundado do Conteúdo. *Revista Margens Interdisciplinar*, 9(12), 186-202.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics 1970–1990*. Dordrecht: Kluwer.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique (Fundamental concepts of didactics: Perspectives opened

- by an anthropological approach). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 77–111.
- Corriveau, C., & Bednarz, N. (2017). The secondary-tertiary transition viewed as a change in mathematical cultures: an exploration concerning symbolism and its use. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 1-19.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Thousand Oakes: Sage.
- Creswell, J. W. (2010). *Projeto de Pesquisa: Métodos Qualitativo, Quantitativo e Misto*. Porto Alegre: Artmed.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oakes: Sage.
- Dreyfus, H. L., & Hubert, L. (1991). *Being-in-the-world: A commentary on Heidegger's Being and Time, Division I*. Cambridge: Mit Press.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Edwards, B. S., Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2005). Advanced mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 15-25.
- Ferreira, N. S. D. A. (2002). As pesquisas denominadas “estado da arte”. *Educação & Sociedade*, 23(79), 257-272.
- Figueiredo, N. (1990). Da importância dos artigos de revisão da literatura. *Revista Brasileira de Biblioteconomia e Documentação*, 23(1), 131-135.
- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2012). *Investigações em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Fischbein, H. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht: Kluwer.
- Gamoran, A., Porter, A. C., Smithson, J., & White, P. A. (1997). Upgrading high school mathematics instruction: Improving learning opportunities for low-achieving, low-income youth. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 19(4), 325-338.
- Garcia, S. C. O., & Cammarota, G. (2013). Releituras de um estado do conhecimento do ensino de análise a partir da noção de cognição inventiva. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 6(1), 235-260.
- Gray, E., Pinto, M., Pitta, D., & Tall, D. (1999). Knowledge construction and diverging thinking in elementary & advanced mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 111-133.
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 237-254.
- Gueudet, G., Bosch, M., Kwon, O. N., & Verschaffel, L. (2016). *Transitions in mathematics education*. Hamburg: Springer Nature.

- Kastrup, V. (2004). A aprendizagem da atenção na cognição inventiva. *Psicologia & Sociedade*, 16(3), 7-16.
- Kigundu, S. (2014). Engaging e-learning in higher education: issues and challenges. *International Journal of Educational Sciences*, 6(1), 125-132.
- Klein, F. (1908/1939). *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint. Part I: Arithmetic, Algebra, Analysis. Part II: Geometry*. Translated by E. R. Hedrick and C. A. Noble. New York: Dover Publications
- Koichu, B., & Pinto, A. (2019). The Secondary-Tertiary Transition in Mathematics. What are our current challenges and what can we do about them?. *EMS Newsletter*, 6(112), 34-35.
- Lacaz, T. M. V., Fernandes, J. A. S., & Carvalho, M. T. L. (2009). Contribuições da Educação Matemática para a análise das dificuldades dos alunos na aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I. In *Anais do Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional-CNMAC* (pp. 1073-1079). Cuiabá: Universidade Federal de Mato Grosso. Retirado em 26 de setembro, 2020, de: <http://arquivo.sbmac.org.br/cnmac.php>
- Martin-Martin, A., Orduña-Malea, E., Harzing, A. W., & López-Cózar, E. D. (2017). Can we use Google Scholar to identify highly-cited documents?. *Journal of Informetrics*, 11(1), 152-163.
- Meneghetti, C. M. S., do Amaral Rodriguez, B. D., & Poffal, C. A. (2017). Gráfico de função polinomial: uma discussão sobre dificuldades de aprendizagem no Ensino Superior. *Ciência e Natura*, 39(1), 156-168.
- Nardi, E., & Iannone, P. (2005). To appear and to be: acquiring the «genre speech» of university mathematics. In *Bosch, M. (Ed.), Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 4*.
- Nasser, L., Sousa, G., & Torraca, M. (2017). Desempenho em cálculo: investigando a transição do ensino médio para o superior. *Boletim Gepem*, 70(1), 43-55.
- Oliveira, J. L. D. (2016). *A utilização de softwares dinâmicos no Ensino de Análise Real: um estudo sobre a construção do conceito de Integral de Riemann*. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto. Retirado em 26 de setembro, 2020, de: <https://repositorio.ufop.br/handle/123456789/6643>
- Otero-Garcia, S. C. (2011). *Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista. Retirado em 26 de setembro, 2020, de: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91029>
- Palis, G. (2010). A transição do Ensino Médio para o Ensino Superior. In *Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp.10-21). Salvador: Universidade Federal da Bahia. Retirado em 12 de dezembro, 2015, de: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/PA/Palestra4.pdf>.
- Pinto, M. M. F. (1998). *Students' understanding of real analysis*. Tese de Doutorado em Filosofia. Coventry: University of Warwick. Retirado em 26 de setembro, 2020, de: <https://oatd.org/oatd/record?record=oai%5C:pqdtoai.proquest.com%5C:3491803>

- Pinto, M. M. F. (2001). Discutindo a transição dos Cálculos para a Análise Real. In M. M. F. Pinto (Org.), *A Prática Educativa sob o Olhar de Professores de Cálculo* (pp. 123-145). Belo Horizonte: Fumarc.
- Pinto, M. M. F. (2009). Re-visitando uma teoria: o desenvolvimento matemático de estudantes em um primeiro curso de análise real. In M.C.R. Frota & L. Nasser (Orgs.), *Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates* (pp. 27-4). Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Reis, F. D. S. (2001). *A tensão entre Rigor e Intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Tese de Doutorado em Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas. Retirado em 26 de setembro, 2020, de: <http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/253451/>
- Río, L. S. D. (2016). Enseñar y aprender cálculo con ayuda de la vista gráfica 3D de GeoGebra. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 17(1), 1-13.
- Seco, G. M. D. S. B., Casimiro, M. C. S. M., Pereira, M. I. A. R., Dias, I. S., & Custódio, S. M. R. (2005). *Para uma abordagem psicológica da transição do ensino secundário para o ensino superior: pontes e alçapões*. Leiria: Instituto Politécnico de Leiria.
- Silva, F.G.S. (2020). *Ensino de Estatística na Educação Básica em Países da América Latina: Uma revisão sistemática*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro. Retirado em 11 de outubro, 2020, de: http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/mest_teses2020.htm
- Sousa, M. A. D., & Diogenes, G. M. D. S. (2016). Juventudes e escola: os sentidos de transição no ensino médio. *Revista Encontros Universitários da UFC*, 1(1), 2148.
- Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking*. Hingham: Kluwer Academic Publ.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Van Gennepe, A. (1981). *Les Rites de Passages*. Paris: A. Picard.
- Weber, K., & Alcock, L. (2004). Semantic and syntactic proof productions. *Educational Studies in Mathematics*, 56(2-3), 209-234.
- Wisland, B., Freitas, M. D. C. D., & Ishida, C. Y. (2014). Desempenho acadêmico dos alunos em curso de engenharia e licenciatura na disciplina de cálculo I. *Iberoamerican Journal of Industrial Engineering*, 6(11), 94-112.