



## Planejar para ensinar e aprender Matemática: abertura de um estudo de aula

### Planning to teach and learn math: opening of the lesson study

*Carolina Cordeiro Batista<sup>1</sup>*

*Rosa Monteiro Paulo<sup>2</sup>*

#### Resumo

O objetivo deste texto é trazer aspectos das aprendizagens do professor que se envolve com o planejamento de uma aula de matemática, elaborando tarefas para serem realizadas com o GeoGebra. O tema da aula é “posição relativa de retas” e o contexto do planejamento é o de um grupo de três professores de matemática de uma escola de Tempo Integral da rede pública estadual paulista que foi constituído para o desenvolvimento do estudo de aula, tema que se investigou em uma pesquisa de doutorado. As reuniões do grupo ocorreram semanalmente durante um ano e meio. Os professores analisaram as possibilidades de exploração do conteúdo com o GeoGebra e evidenciaram aprendizagens, como a compreensão de que, com o aplicativo, os alunos podem mobilizar conhecimentos para resolver as tarefas e constituir um modo próprio de entender as ideias matemáticas. Essa compreensão leva-os a reconhecer a importância de dar ao discente a oportunidade de fazer investigações tendo, no software, uma possibilidade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Formação de professores; GeoGebra.

#### Abstract

The objective of this text is to bring aspects of the teacher's learning that is involved with the planning of a mathematics class, preparing tasks to be carried out with GeoGebra. The theme of the class is “relative position of lines” and the planning context is that of a group of three mathematics teachers from a full-time school in the state public system of São Paulo, constituted for the development of lesson study, a theme that we investigated in a doctoral research. Group meetings took place weekly for a year and a half. The teachers analyzed the possibilities of exploring the content with the GeoGebra and evidenced learning, such as the understanding that, with the application, students can mobilize knowledge to solve tasks and constitute their own way of understanding mathematical ideas. This understanding leads them to recognize the importance of giving the student the opportunity to carry out investigations, having, in the software, a possibility.

**Keywords:** Mathematical Education; Teacher Education; GeoGebra.

---

**Submetido em:** 04/01/2021 – **Aceito em:** 12/11/2022 – **Publicado em:** 30/12/2022

<sup>1</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista – Unesp. Pós-doutoranda na Unesp, bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, Brasil. Email: carolina.batista@unesp.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0923-647X>

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista – Unesp. Docente do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá da Unesp, Brasil. Email: [rosa.paulo@unesp.br](mailto:rosa.paulo@unesp.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9494-0359>

## Introdução

O estudo de aula<sup>3</sup> é uma prática de desenvolvimento profissional de professores que se originou no Japão com o nome de *jugyokenkyuu* (Baptista, Ponte, Velez & Costa, 2014) em decorrência de mudanças no sistema educacional japonês durante o início do período conhecido como Revolução Meiji (Felix, 2010; Souza, Wrobel & Baldin, 2018).

Após seu início naquele país, tornou-se popular nos Estados Unidos no final da década de 1990 com a publicação do livro *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom* (Stigler & Hiebert, 1999). Posteriormente, expandiu-se pelo mundo sendo, atualmente, desenvolvida em diversos países como China (Han & Huang, 2019); África do Sul (Adler & Alshwaikh, 2019); Dinamarca (Winsløw, Bahn & Rasmussen, 2018); Portugal (Ponte, Quaresma, Mata-Pereira & Baptista, 2018); Chile (Estrella, Mena & Olfos, 2018) e Brasil (Felix, 2010; Souza *et al.*, 2018; Batista, 2017; Curi, 2018; Richit, Ponte & Tomkelski, 2019).

A proposta é que os professores se reúnam em pequenos grupos para discutir aspectos de suas próprias práticas e avançar em termos de conhecimento dos conteúdos e estratégias de ensino (Fiorentini, Morelatti & Bezerra, 2019). O tema das discussões pode ser eleito pelo próprio grupo, de acordo com o interesse da maioria. Estabelece-se, portanto, um cenário de trabalho colaborativo, no qual as ações a serem desenvolvidas pelos docentes têm como foco o aluno (Ponte *et al.*, 2015; Curi, 2018; Richit & Ponte, 2020), isto é, o tipo de raciocínio que pretendem desenvolver, os conhecimentos prévios, as estratégias presentes na resolução de tarefas, etc. Para Ponte *et al.* (2018), ter foco no discente e não na metodologia, por exemplo, é a principal característica que diferencia o estudo de aula de outras práticas de formação de professores.

O estudo de aula é organizado em “ciclos” (Lewis & Perry, 2015), cada um deles constituído por quatro etapas: o estudo dos conteúdos e dos materiais de ensino para definir uma questão ou tema de interesse comum ao grupo; o planejamento de uma ou mais aulas; o desenvolvimento da aula por um professor do grupo, com a participação dos demais membros como observadores; e a discussão dos aspectos da aula que se mostrarem relevantes (Ponte, Quaresma, Mata-Pereira & Baptista, 2016; Curi, 2018). Cabe destacar que o trabalho formativo não se esgota após o desenvolvimento da última etapa, pois a cada experiência vivida, novas ideias com outras possibilidades de trabalho podem surgir, dando início a novos ciclos. Desse modo, autores como Fiorentini *et al.* (2019, p. 2) consideram o estudo de aula um “processo [que] permite que ocorram ciclos sucessivos de ação e reflexão o que pode promover o desenvolvimento profissional do professor”.

---

<sup>3</sup> Optamos por utilizar o termo *estudo de aula* em português (Ponte, Quaresma, Mata-Pereira & Baptista, 2015). No entanto, o *jugyokenkyuu* também possui traduções em diversos idiomas, como em inglês – *lesson study* (primeira tradução) – e espanhol – *estudio de clases*.

Compreendendo o estudo de aula como um espaço formativo, constituímos um grupo com três professores de matemática de uma Escola de Tempo Integral da rede estadual de ensino em um município do interior de São Paulo. Formamos uma parceria com a escola para a formação desses professores, e o cenário do estudo de aula se constituiu no ambiente no qual os dados de uma pesquisa de doutorado (Batista, 2021) foram constituídos. Seguindo as etapas do estudo de aula, realizamos encontros quinzenais com o grupo durante o período de um ano e meio (de agosto de 2018 a dezembro de 2019). Nos encontros, discutiu-se o ensino de matemática com tecnologias, mais especificamente, com o software GeoGebra. Ademais, foi feito o planejamento das aulas para seis temas distintos que foram desenvolvidas pelos professores e discutidas no grupo.

O objetivo nas ações formativas do estudo de aula era dar ao docente a possibilidade de compreender-se sendo professor com tecnologia, vivenciando situações em que tarefas de conteúdo matemático fossem exploradas com um software: o GeoGebra. Essa ação formativa do estudo de aula foi gestada e conduzida para a pesquisa de doutorado em que se investigava: “como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?”.

Ao analisarmos as ações desenvolvidas com os professores, vimos que o “como” da interrogação, isto é, os modos pelos quais ele ia se dando conta da possibilidade de ensinar com tecnologia, evidenciava diferentes compreensões que estamos caracterizando como aprendizagens. Para este texto, focamos especificamente a etapa do planejamento, que nos oferta condições de expor: “quais aprendizagens do professor se mostram no planejamento de uma aula em que tarefas de matemática serão realizadas por meio do software GeoGebra?” .

## **O planejamento: abertura de possibilidades para ensinar e aprender**

Entendemos que as quatro etapas do estudo de aula se entrelaçam e potencializam aspectos distintos da prática letiva do professor. Portanto, destacar, no texto, uma dessas etapas para o diálogo, não significa isolá-la do processo e tampouco dar-lhe ênfase. Fazemos isso para falar da experiência vivida com os professores de nosso grupo e do que foi compreendido na etapa do planejamento.

Lewis e Perry (2014) dizem que essa etapa do estudo de aula auxilia os professores a conhecerem o modo como os conteúdos estão presentes nos materiais de ensino e favorece o desenvolvimento da habilidade de negociação de pontos de vista. Entendemos que isso se dá por ser o planejamento a etapa em que os docentes expõem sua prática, abrindo-se ao diálogo, discutindo ideias e modos de conduzirem as ações em sala de aula, sempre considerando a aprendizagem dos alunos.

O modo como a aula é planejada é fundamental para a abertura de possibilidades de constituição de conhecimento dos professores e tem influência nas etapas seguintes, podendo instigar os resultados e a própria participação dos integrantes do grupo no ciclo. Desse modo, é dada muita atenção a essa etapa no estudo de aula, o que justifica o maior número de encontros com o grupo ser destinado a ela (Ponte *et al.*, 2018; Fujii, 2016). Além disso, pesquisas apontam que os professores reconhecem que a valorização dada ao planejamento

faz com que ele seja desenvolvido de um modo diferenciado, pois, além da elaboração de tarefas, é dada a oportunidade para explorar as diferentes formas de trabalhar com um mesmo tema (Richit & Ponte, 2020). Assim, voltar-se para a etapa do planejamento é buscar compreender suas particularidades e ver como ela pode contribuir para o desenvolvimento profissional do professor.

É no planejamento que o grupo organiza as tarefas para trabalhar com o tema eleito, sempre levando em consideração que elas serão desenvolvidas por um dos professores em uma ou mais aulas. Fujii (2018) diz que, normalmente, as discussões se iniciam focando as tarefas: quais são mais adequadas aos conteúdos; quais habilidades podem ser desenvolvidas; etc. Porém, no decorrer das ações, o grupo direciona o diálogo para outras questões que extrapolam o “o que fazer” e caminham na direção de “como fazer” e “por que fazer”.

Richit e Ponte (2020, p. 22) afirmam que “o planejamento consiste em estabelecer um percurso de aprendizagem da matemática para os alunos”. Curi (2018, p. 21) enfatiza que, ao estabelecer esse caminho, os professores começam a compreender a importância de considerar a constituição de conhecimento dos alunos, criando estratégias para que eles se envolvam com as tarefas, levando em conta os conhecimentos prévios, que passam a ser elemento importante na condução da aula. Essa organização e planejamento das ações futuras orientam-se por práticas já desenvolvidas, pela experiência vivida desses professores no contexto da sala de aula.

Fujii (2016) lembra que o planejamento também é o momento de elaboração de um plano com descrição dos detalhes sobre o que será trabalhado na aula, assim como indicações de modos de expor o conteúdo, o que revela uma preocupação com o registro, que será relevante para o trabalho do professor na sala de aula.

O planejamento torna-se um importante espaço de diálogo e de preparação do docente para a prática em sua sala, mas, no contexto do estudo de aula, isso não o esgota. Considerando o planejar para além das preocupações com o “o que fazer” e “como fazer”, caminha-se na direção do “por que fazer”, colocando em destaque os horizontes da aprendizagem, não somente do aluno, mas também do professor. No estudo de aula, planejar é aprender, é explorar as possibilidades que se mostram nas tarefas elaboradas pelo grupo e que dizem do conteúdo a ser aprendido e da forma pela qual a aprendizagem pode se fazer deslançar<sup>4</sup>.

As discussões no grupo caminham na direção de fazer um levantamento das prováveis soluções que os estudantes apresentam para as tarefas propostas e “prever” possíveis respostas. Esse caminhar leva os professores a se voltarem para a turma como um todo, e para o aluno, individualmente. São considerados os ritmos de aprendizagem e as características

---

<sup>4</sup> Usamos aqui o termo “fazer deslançar” na tentativa de trazer a ideia de movimento na aprendizagem. Ou seja, tal qual a entendemos, ela se dá em um processo de atribuição de significados pelo sujeito e está, a cada compreensão, dando partida, (re)iniciando-se.

que influenciam os modos de os estudantes compreenderem o que lhes é proposto (Fujii, 2018).

Para Richit *et al.* (2019, p. 58), esse é “um trabalho colaborativo criterioso em que se busca prever os modos de pensar dos alunos, as suas estratégias de resolução de tarefas propostas, as suas dificuldades, aquilo que vão dizer durante as atividades da aula etc.”. É o momento em que os professores, de forma colaborativa, colocam-se a resolver as tarefas, levantando possíveis questionamentos e procurando ver o que levará os alunos a cometerem erros, identificando fatores que geram dificuldades para a resolução da tarefa ou favorecem a compreensão dos conteúdos tratados. Nisso, a experiência docente e a vivência no contexto da sala de aula são essenciais para o planejamento, enquanto o diálogo entre os professores pode trazer sugestões de estratégias bastante ricas.

No que diz respeito ao conteúdo, Ponte *et al.* (2018) destacam que o desenvolvimento de um planejamento no contexto do estudo de aula requer um trabalho significativo em termos de matemática, o que pode ser um desafio para o grupo, pois, para que possam prever possíveis estratégias de resolução de problemas, os professores precisam de uma compreensão mais aprofundada dos conteúdos matemáticos requeridos ao tema e, também, discussões que, para além do ensino e da aprendizagem do aluno, envolvam a própria aprendizagem do docente. Para subsidiar os estudos do grupo, considera-se diversos recursos, como: o currículo; os materiais que os professores utilizam para ensinar (livros didáticos, por exemplo); as pesquisas sobre o assunto; e outros meios que favoreçam o “aprender” conteúdos matemáticos (Ponte *et al.*, 2018). Tais recursos também podem ser significativos para que o grupo elabore tarefas mais desafiadoras, como as de resolução de problemas ou de investigação e exploração (Takahashi & McDougal, 2016; Ponte *et al.*, 2018; Richit & Ponte, 2020).

Essa abertura para que o professor possa voltar-se para os modos de pensar dos alunos para aprender conteúdos novos e elaborar tarefas mais desafiadoras faz com que o planejamento do estudo de aula seja diferente de outros modos de planejar uma aula. Mesmo que essa abertura não permita prever todas as situações que podem vir a acontecer na sala, há potencialidade para compreender os modos de as tarefas eleitas favorecerem a constituição de conhecimento dos discentes, uma vez que dá ao professor oportunidade de voltar-se para esse processo constitutivo.

Sendo assim considerado, o âmbito do planejamento no estudo de aula é um espaço de aprendizagem e organização de ações, o que dá importância para a presença de uma pessoa de fora do grupo que possa assumir a condução das “provocações”, isto é, alguém para fomentar as discussões, incentivar o diálogo, contribuir com materiais de estudo, esclarecer dúvidas dos professores ou propor caminhos para a busca de solução. Essa pessoa poderá estar em todos os ciclos do estudo de aula, no entanto, é fundamental que esteja nos momentos em que os diálogos são mais evidentes, como nas ações de planejamento. Essa pessoa pode ser alguém que conheça as etapas do estudo de aula por tê-las vivenciado em

experiências anteriores (Scheller, Ponte & Quaresma, 2019) ou um pesquisador-formador de uma universidade (Curi; 2018; Batista, 2017) que esteja bem familiarizado com a proposta.

Scheller *et al.* (2019) afirmam que esse formador pode desenvolver ações como: convidar, incentivando os professores a participarem da discussão; informar/sugerir complementando ou ampliando as ideias expressas; apoiar/guiar para que eles justifiquem as sugestões dadas ou as explicações feitas; e desafiar os professores para avançarem em termos de propostas e do próprio conhecimento do conteúdo.

A presença do formador pode contribuir para que se instaure, no grupo, uma atitude de reflexão que oportunize o desenvolvimento profissional. Neste texto, focamos o contexto do trabalho com um grupo de professores que, seguindo o modelo do estudo de aula, envolveu-se com o planejamento de uma aula para ensinar posição relativa de retas.

### **Procedimentos metodológicos e o contexto do grupo de formação**

Conforme mencionado, os dados discutidos neste texto são parte do que foi constituído para uma pesquisa de doutorado (Batista, 2021). Na pesquisa, foi assumida a abordagem qualitativa com uma postura fenomenológica para a condução das ações e análise dos dados. Essa perspectiva permite que se explorem as “nuanças dos modos de a qualidade mostrar-se e explicitam-se compreensões e interpretações de modo que não é possível generalizar ou transferir os dados constituídos para outros contextos” (Bicudo, 2011, p. 21), mas aclarar o compreendido na vivência das situações com os professores do grupo. O compreendido na pesquisa evidencia o sentido que, para nós, tem o interrogado: “como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia? ”.

Para dar conta do questionamento, isto é, para que fosse possível compreender o que perguntamos na pesquisa, o estudo de aula mostrou-se como um modo de os professores se disporem a desenvolver e discutir o ensino de matemática com tecnologias digitais. Na sequência deste texto, chamaremos os docentes que participaram do nosso grupo de: Euclides, Luciana e Leonardo<sup>5</sup>. Eles são professores de matemática de uma escola de Educação Básica, vinculada à Diretoria de Ensino de um município do interior do estado de São Paulo. Os encontros do grupo ocorreram semanalmente, às quintas-feiras, do início do segundo semestre de 2018 ao final do segundo semestre de 2019. A participação da pesquisadora-formadora se deu com periodicidade quinzenal. Na pesquisa, foram realizados seis ciclos de estudo de aula, sendo que cada um teve cerca de sete encontros, com, aproximadamente, uma hora e meia de duração, e quatro deles foram dedicados à etapa de planejamento da aula. Foram feitas filmagens em vídeo dos encontros com os professores e transcrevemos as gravações, que constituíram os dados da pesquisa.

Para este texto, trazemos um recorte do que se mostrou na etapa de planejamento do quarto ciclo. Relembramos que a intenção é explicitar: “quais aprendizagens do professor se mostram no planejamento de uma aula em que tarefas de matemática serão realizadas por

---

<sup>5</sup> Atribuímos nomes fictícios aos professores participantes do grupo para preservar as suas identidades.

meio do software GeoGebra?”. Entendemos que, na etapa do planejamento, enquanto o professor se dispõe para ensinar, considerando “o que” irá desenvolver em sala de aula e “como” isso será feito, ele igualmente se dispõe a aprender. No grupo, com o estudo de aula, há um compartilhar, há certo modo de estar junto – professor-professor, professor-pesquisador, professor-conteúdo – com foco na compreensão do que se faz e, no planejamento, o diálogo evidencia as aprendizagens.

Destaca-se que o software GeoGebra foi a tecnologia eleita pelo grupo para a elaboração das tarefas, pois os professores possuíam familiaridade com ele, uma vez que já haviam participado de cursos de formação oferecidos pela parceria entre a Universidade Estadual Paulista (Unesp) e a Diretoria de Ensino do município. O tema “posição relativa de retas” foi sugerido pelo professor Euclides, que tinha a intenção de realizar as tarefas com seus alunos do 3º ano do Ensino Médio, em uma atividade de recuperação.

### **O grupo em ação: o planejamento da aula**

O tema “posição relativa de retas” já havia sido trabalhado com as turmas de 3º ano do professor Euclides no 1º bimestre letivo de 2019. No entanto, ao analisar o resultado das avaliações bimestrais, o docente considerou que os alunos não haviam compreendido o tema. Portanto, a sugestão de trabalho no grupo de estudo de aula se deu com a intenção de elaborar um plano para a recuperação nessa turma. Os colegas concordaram com os argumentos de Euclides, e o tema foi definido. Eles se organizaram para iniciar os encontros de planejamento no mês de maio de 2019.

O planejamento da aula foi iniciado pela discussão do “tipo” de tarefa que seria viável para explorar o tema com o software GeoGebra. Como ponto de partida, o grupo decidiu analisar as habilidades que estavam descritas no currículo e definiu que o desenvolvimento da habilidade de reconhecer “condições que garantem o paralelismo e a perpendicularidade entre retas” (SEDUC-SP, 2011, p. 69) seria o objetivo a ser alcançado. O grupo também investigou o modo pelo qual o conteúdo era trabalhado no material dos alunos – Caderno do Aluno (SEDUC-SP, 2014) – e no livro didático, mas optou por não utilizar tarefas prontas ou iguais as desses materiais nas explorações que pretendiam propor. Ainda, antes de iniciar a preparação das tarefas, os docentes consideraram importante analisar as dificuldades que identificavam na avaliação que o professor havia realizado com seus alunos.

Os três professores participaram ativamente das discussões e assumiram posturas distintas. A pesquisadora-formadora auxiliou com as funcionalidades das ferramentas do software GeoGebra e sugeriu modos variados de explorar um mesmo conteúdo com as diferentes ferramentas. Algumas vezes, procurou desafiar os professores com perguntas que os levassem a analisar a viabilidade de suas sugestões para a tarefa. Os docentes organizaram a tarefa com autonomia para escolher as questões que desejavam propor e conjecturar sobre as possíveis dificuldades dos alunos e estratégias de solução.

No início, os professores ficaram exitosos, pois tinham dúvidas em relação ao modo pelo qual deveriam solicitar as primeiras explorações aos alunos. Depois, foram

compreendendo que isso seria definido pela experiência que tinham com a turma e o conhecimento dos discentes. Euclides sugeriu que começassem pela construção de retas paralelas usando a própria ferramenta do software: “Reta Paralela”. Luciana argumentou que poderiam pedir a construção de retas quaisquer, deixando os alunos livres para movê-las na tentativa de torná-las paralelas. Os dois professores apresentaram justificativas para as opções sugeridas, mas não conseguiram definir as explorações possíveis para cada uma das construções e nem concluir qual delas seria mais relevante para a compreensão do conteúdo. Vendo que os professores não conseguiam avançar, a pesquisadora-formadora interveio pela primeira vez na discussão, expondo seu modo de compreender cada uma das sugestões

Pesquisadora-formadora: Vamos supor, se você constrói uma reta paralela à outra reta dada, com a ferramenta “Reta Paralela”, elas têm a mesma inclinação. Você poderia, por exemplo, construir uma reta paralela ao eixo  $x$ , passando por um ponto  $A$  e outra [reta], paralela ao eixo  $x$ , passando por  $C$  [ponto], e aí medir a inclinação [das retas] /.../ Nesse caso, você vai mostrar que têm a mesma inclinação e que elas são paralelas. Agora, se você quiser uma construção que não seja por meio da [ferramenta] paralela, você já consegue mostrar para eles retas com inclinações diferentes. Por exemplo, essa aqui [construiu duas retas quaisquer e mediu o ângulo de inclinação das duas retas]! Pela inclinação você vê que não são retas paralelas.

A intenção era que os professores entendessem que a opção pela construção deveria ser orientada pelo conteúdo que desejavam explorar com os alunos. Ou seja, se o objetivo estivesse claro – reconhecer condições que garantam o paralelismo e a perpendicularidade entre retas –, a escolha da construção deveria ser a que melhor atendesse ao objetivo. Na situação considerada, a construção feita usando a ferramenta “Reta Paralela” permitiria explorar a igualdade da medida do ângulo de inclinação. Já a opção pela construção de retas quaisquer teria a igualdade entre os ângulos como condição. Isto é, poderiam ser exploradas as características das retas construídas para definir a sua posição relativa: paralelas ou concorrentes (incluindo a distinção para perpendiculares).

Na discussão, os docentes consideraram que a construção usando retas quaisquer seria mais viável para o objetivo, uma vez que, além de dar abertura para realizar mais explorações, também seria uma oportunidade para ver se os alunos tinham dificuldade em identificar as características que deveriam ser observadas na construção para que a posição das retas atendesse ao que era solicitado (neste caso, serem paralelas). Portanto, optaram por propor aos estudantes a construção de uma reta  $r$  passando por dois pontos dados  $e$ , na sequência, a construção de uma reta  $s$ , paralela a  $r$ , sem especificar o modo de construção.

Definido o ponto de partida da tarefa, os professores fizeram a construção no software para organizar as perguntas que fariam e conjecturaram modos de o discente resolver a tarefa. Por exemplo, Leonardo construiu duas retas quaisquer, uma passando pelos pontos  $A$  e  $B$  e outra passando pelos pontos  $C$  e  $D$  e começou a questionar o que os alunos fariam em uma situação assim.

Professor Leonardo: Aí, olha! O que ele [aluno] vai fazer. Se ele ficar fazendo isso aqui [movimentando as duas retas para uma posição em que as retas pareciam estar paralelas].



DOI: 10.20396/zet.v30i00.8663821

Professora Luciana: Ele vai fazer isso mesmo.

Professor Leonardo: Tá bom, mas será que é [uma reta] paralela? Aí você...

Professor Euclides: [Adiantando-se ao colega] Aí você olha [quis dizer clica] aqui na ferramenta “Ângulo”.

Professor Leonardo: Ou você vai fazendo isso aqui, olha [diminuindo o zoom]! Tá vendo? Começa a trazer mais para cá, olha [arrastou as retas para tornar visível na tela um ponto de intersecção]!

Pesquisadora-formadora: A gente já viu que não é [reta] paralela. Isso [diminuir o zoom] você [Euclides] pode fazer.

Professor Leonardo: Você vai fazendo até achar esse ponto de intersecção. Você acha um jeito de fazer ele ver que não era tão paralela assim [risos].

Leonardo considera que a primeira iniciativa dos alunos seria construir duas retas quaisquer e movê-las até uma posição em que “parecessem” paralelas, sugerindo que caberá ao professor criar estratégias que levem o discente a verificar se elas são “realmente” paralelas. Para ele, uma possibilidade seria a utilização do *zoom*, deixando visíveis mais pontos da reta até que fosse possível “ver” um ponto de intersecção. Na discussão que se seguiu no grupo, viu-se que esse ponto poderia ser encontrado por meio da ferramenta “Intersecção de dois objetos”, uma vez que, ao clicar nas duas retas, caso elas não fossem paralelas, o software criaria um ponto de intersecção.

Professor Leonardo: Olha lá! Outra forma também de ver se as duas são paralelas ou não [...] a gente pode falar: o que são duas paralelas? Elas não se cruzam. Então eu usei essa ferramenta aqui, ó, pedi a intersecção dessa reta [AB] com essa reta [CD] para ver se aparece um ponto, se aparecer um ponto é porque elas não são paralelas. Opa! Então não é, concorda? Pode até falar para eles: concorda comigo? Que se as duas fossem paralelas não iriam se cruzar. E ali [na janela de álgebra] mostra a intersecção, quer dizer que em algum ponto elas se cruzam, então não são paralelas.

O professor ainda complementou sua explicação considerando que, no caso das retas serem paralelas, ao clicar sobre elas pedindo a intersecção, o GeoGebra não conseguiria encontrar um ponto. No diálogo, Euclides lembrou que a ferramenta “Ângulo” também poderia ser um meio para fazer a verificação do paralelismo entre as retas. Segundo seu argumento, com essa opção, os alunos poderiam medir os ângulos de inclinação das retas (em relação ao eixo x, por exemplo) e deixar as medidas expostas na tela para ir movimentando as retas e analisando a variação até obter retas cujos ângulos de inclinação tivessem a mesma medida. Leonardo, atento à fala do colega, demonstrou interesse pela exploração sugerida e clicou na ferramenta “Ângulo” para medir o ângulo de inclinação da reta AB (relativamente ao eixo x) e obteve como resultado o que é representado na Figura 1.

DOI: 10.20396/zet.v30i00.8663821

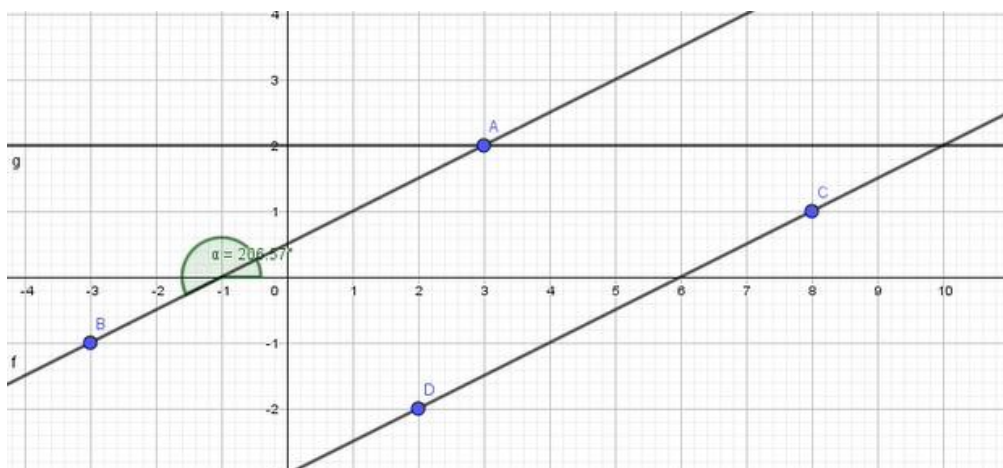


Figura 1: Retas AB e CD.

Fonte: *Print* de tela de figura elaborada pelo professor Leonardo.

Na discussão, eles notaram que não haviam medido corretamente o ângulo desejado, mas que, pela medida apresentada, seria possível encontrar o ângulo pretendido: “Então [...] como ele tá medindo, é só fazer a diferença, né? [...] da medida total daquele ângulo pegar 180 [graus] e tirar” (Professor Leonardo, 2019). Ou seja, aproveitando o equívoco cometido ao selecionar os pontos para medir o ângulo desejado, os professores notaram que, caso esse fosse também um procedimento feito pelo aluno, ao invés de lhe pedir para apagar e tentar novamente, seria possível desafiá-lo a encontrar o tamanho do ângulo desejado a partir da medida mostrada na tela. Considerando o exemplo da Figura 1, a intenção era levar os estudantes a observarem que, ao subtrair da medida total – 206.57 – a medida do ângulo raso (reta AB), eles teriam o ângulo desejado.

Enquanto analisavam a sugestão do professor Leonardo, Euclides e Luciana encontraram a ferramenta “Inclinação”, que indica a tangente do ângulo ou o coeficiente angular da reta. Clicaram para medir o ângulo de inclinação da reta AB (Figura 2) e ficaram surpresos com o valor encontrado. Entendendo o que a ferramenta estava lhes dando, iniciaram um diálogo sobre possíveis explorações, caso o aluno usasse essa opção para solucionar a tarefa proposta.

DOI: 10.20396/zet.v30i00.8663821

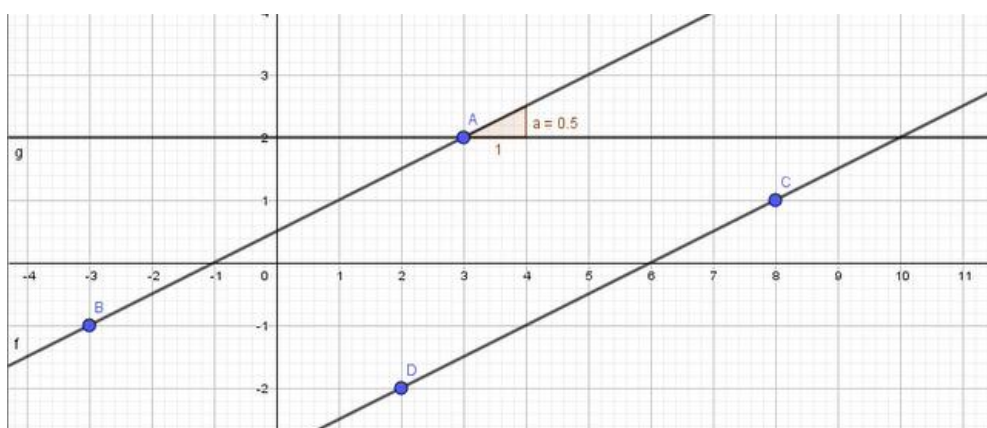


Figura 2: Medida da tangente do ângulo.

Fonte: *Print* de tela de figura elaborada pelo professor Leonardo

Professor Euclides: Pode ser que tenha aluno que vai encontrar essa ferramenta [inclinação] [...] Certo! Eu vou pedir para eles qual a relação que tem do coeficiente angular dessa reta [AB] para a outra reta aqui [CD] e eles fazem uma investigação. Seria um caminho também! Ou não?

Professora Luciana: Eles já viram coeficiente angular? Sabem calcular?

Professor Euclides: Sabem calcular pelos dois pontos e pela inclinação, quando tem uma medida do ângulo. Dá para eles investigarem, né?

Pesquisadora-formadora: Dá [...] Vamos pensar que somos o aluno fazendo. Quais seriam as possibilidades para a gente investigar?

Apesar da surpresa inicial, Euclides considerou que, caso os alunos encontrassem o valor da tangente ao invés da medida do ângulo, isso não seria um problema, pois ainda poderia solicitar que encontrassem a relação entre os coeficientes angulares das duas retas. Em resposta à fala do colega, Luciana questiona se o conteúdo “coeficiente angular”, que a princípio não estava previsto para ser discutido na aula, já havia sido trabalhado com os discentes. A pergunta da professora indica uma preocupação em identificar se os alunos possuem os pré-requisitos necessários para encontrar a relação sugerida pelo professor, tornando possível a tarefa proposta. Quando o docente confirma que os alunos possuem o pré-requisito e informa os modos pelos quais aprenderam a calcular o coeficiente angular da reta, a pesquisadora-formadora intervém sugerindo que eles analisem as possibilidades de investigação a partir dos conteúdos mencionados.

Após pensar por alguns instantes, Luciana sugeriu uma possibilidade de investigação: “se os coeficientes forem iguais e as retas forem paralelas, [os alunos] podem medir o ângulo de inclinação e mostrar que a tangente daqueles dois ângulos vale tanto e que esse valor é o coeficiente angular [da reta]. Pode pensar nisso também!” (Luciana, 2019). Para ela, essa seria uma oportunidade de o aluno ver que a tangente é o coeficiente angular da reta. Considerou que os estudantes poderiam comparar as equações de duas retas paralelas, uma vez que elas são exibidas na janela de álgebra do software, para encontrar o que essas equações têm em comum. Afirma: “Aí eles vão comparar as duas equações da reta e vão ver o que elas têm de igual: o coeficiente angular” (Luciana, 2019).

Seguindo com a discussão, Leonardo considerou que as ferramentas exploradas possibilitam a investigação de outras posições relativas entre retas e poderiam criar questões para os alunos à medida que eles fossem avançando na realização da tarefa.

Professor Leonardo: Podemos ir explorando as posições. Que reta que você fez? Ahh! Essas aí estão se cruzando. Como é que chama? São concorrentes. Aí você pode chegar nisso: ache o coeficiente de um e ache o coeficiente da outra [...] se todo mundo desenhar [retas] cruzando, aí você já mostra o que acontece com o coeficiente angular das duas quando elas são concorrentes [...] eu acho que a maioria vai fazer isso mesmo [...]

Professor Euclides: Aí também ele pode usar a ferramenta ângulo, né? Ahh! Deu 90 graus, então é perpendicular [...]

Pesquisadora-formadora: É, ou você vai perguntando para ele, mas como que você me garante que essa reta é perpendicular? Ele vai ter que pensar.

O diálogo no grupo mostra que os professores consideram que, mesmo não sendo possível prever exatamente o que será feito pelo aluno no decorrer da tarefa, se estiverem atentos, podem elaborar questões que permitam avançar com a exploração. Nota-se que os professores se envolvem nas explorações, avançam com o levantamento das possibilidades para tratar o tema, mas não voltam ao modo de construção mais trivial. Novamente há intervenção da pesquisadora-formadora.

Pesquisadora-formadora: Sempre pode ter um [aluno] que vai pela ferramenta “Reta Paralela” ou “Reta Perpendicular” [...] se ele quiser ir direto nessas ferramentas ele pode falar: Professor, é paralela porque tá falando aqui [GeoGebra] que é paralela [...] Nesse caso, acabou a exploração?

Os professores não responderam prontamente ao questionamento e permaneceram alguns minutos procurando uma resposta que não encerrasse as possibilidades de exploração previstas para a aula. Depois, consideraram que, caso isso ocorresse, deveriam solicitar aos alunos algumas explorações que os levassem a destacar as características dessas retas, isto é, pensaram em questionar o que permite classificar essas retas como paralelas ou perpendiculares. Consideraram, também, pedir para os discentes encontrarem outros modos de construção que não utilizassem a ferramenta “Reta Paralela” ou “Reta Perpendicular”, instigando-os a discutirem o que se mantinha nas diferentes construções.

No decorrer das discussões, a preocupação com o registro foi se tornando explícita. Euclides anotou em um caderno os “passos” das explorações levantadas pelo grupo e informou: “Estou fazendo esse roteiro aqui para levar para sala de aula” (Euclides, 2019). No entanto, ao avançarem com a elaboração das perguntas, entenderam que havia abertura para criar novos questionamentos no decorrer da atividade do aluno, e isso permitiu a pesquisadora-formadora lhes perguntar se seria útil um roteiro para orientar o trabalho com a tecnologia.

O grupo argumentou que a elaboração de um roteiro era um modo de deixar o professor mais seguro para conduzir a aula com a tecnologia. Porém, reconheceu que a preocupação em seguir o roteiro poderia tirar-lhes a atenção das explorações dos alunos, descaracterizando o propósito do trabalho que estavam vendo no estudo de aula, isto é, o foco

no discente. Ao longo da caminhada, a ideia do roteiro com a descrição dos passos das explorações foi substituída pela elaboração de um documento que os professores nomearam de “Plano de ação docente para recuperação intensiva – 2019”.

Estabeleceram que esse documento deveria conter: informações sobre a habilidade a ser desenvolvida – que eles consideraram como o objetivo da aula –; o tema/objeto de conhecimento; a data de realização da aula; as informações sobre as defasagens identificadas nas avaliações dos alunos; as dificuldades que poderiam surgir devido à exploração – por exemplo, ao usar a ferramenta “Inclinação” –; a meta da recuperação; e uma breve descrição das principais explorações levantadas pelo grupo. Também organizaram a aula em dois momentos: o primeiro com as explorações que levassem os alunos a compreender condições de paralelismo entre retas; e no segundo seriam sistematizadas as explorações para caracterizar as condições de perpendicularidade entre retas.

O professor Euclides comentou que tentaria cumprir o objetivo previsto para a aula, procurando não se “prender” ao que estava escrito no plano, mas solicitou que os outros professores ficassem atentos durante a observação da aula, chamando-lhe a atenção para explorações que não fossem percebidas por ele.

Após a finalização do planejamento, os professores decidiram que a aula seria desenvolvida no dia seguinte, na turma do 3º ano B, do professor Euclides que, segundo ele, era a que demonstrava maior dificuldade em relação ao tema.

## Considerações Finais

A experiência vivida com esses professores no decorrer do planejamento de aula mostrou que eles se envolveram nas discussões e trabalharam de modo colaborativo para elaborar tarefas e analisar possibilidades de exploração do conteúdo matemático com o software GeoGebra. Diante do que foi discutido, para explicitar a questão: “quais aprendizagens do professor se mostram no planejamento de uma aula em que tarefas de matemática serão realizadas por meio do software GeoGebra?”, evidencia-se o modo pelo qual os professores vão destacando os conteúdos que lhes chamam a atenção em decorrência da opção de construção no software. Esses conteúdos são tanto ideias matemáticas quanto aspectos do ensino dessa disciplina. Eleger a “melhor forma” de construir no software passa a ser uma questão menor, uma vez que, seja ela qual for, abre possibilidades de explorações. Essa é uma aprendizagem que se anuncia: o professor compreende que, ao dar à sua turma a liberdade de construir, abrem-se diversas frentes e ele deve estar atento para ser capaz de encaminhar as discussões.

Mostra-se também que, ao planejar a aula, há de se ter um objetivo definido, pois é ele que orienta as ações. Desejando-se que o aluno seja capaz de caracterizar o paralelismo entre retas, deve-se ter claro quais são as condições, pois isso dará subsídios para encaminhar as explorações dos estudantes. Os conhecimentos prévios, embora sejam invocados como requisito para certa tarefa, na discussão, ganham outra perspectiva, haja vista que podem estar “juntos”, sendo aprendidos no fazer exploratório.

Para compreender as possibilidades de exploração, os professores fazem, eles mesmos, as construções no software. Esse processo foi importante, levando-os a entender o porquê, no estudo de aula, chama-se tanto a atenção para os procedimentos adotados pelos alunos (Ponte *et al.*, 2015; Curi, 2018; Richit & Ponte, 2020). Viram que, à medida que exploram as possibilidades de construções no software, ideias diferentes se mostram. Essas ideias, compartilhadas no grupo, permitem levantar prováveis questionamentos, analisar potenciais respostas e considerar estratégias de resolução que os discentes possam vir a mobilizar. Envolvidos com o planejamento de uma aula na qual se estimula que sejam consideradas as ações dos alunos, os docentes puderam negociar encaminhamentos que lhes pareciam relevantes para discutir o conteúdo matemático envolvido na construção.

Foi possível, ainda, compreender que na exploração das construções feitas os conhecimentos são explícitos, tanto em relação aos conteúdos quanto às funcionalidades do software. Os modos de ensinar e de aprender em um ambiente no qual se está com o software são vivenciados e analisados pelos docentes. Mostra-se um modo de conduzir a aula que se diferencia das ações já vividas, provocando-os a novas atitudes e novos olhares para a postura dos alunos e para seu envolvimento com a tarefa proposta. Esse modo de ser professor torna possível compreender que a tecnologia poderá ser relevante para a construção de estratégias, bem como para a busca por soluções matemáticas.

Além disso, a presença da pesquisadora-formadora, que esteve junto desenvolvendo ações, apoiando-os nas decisões, solidarizando-se com as dificuldades manifestadas e contribuindo com explicações e sugestões, fez com que eles se sentissem mais seguros para o trabalho com os alunos. Participar das explorações e enfrentar os desafios propostos fez com que os docentes pensassem nos conhecimentos prévios dos alunos, nas habilidades potencializadas pela tarefa elaborada e na possibilidade de surgirem questões não previstas, mas que poderiam ser enfrentadas no decorrer da aula. O apoio de todos fortaleceu o grupo e os fez engajados nas discussões, contribuindo para avançar na elaboração de tarefas e desenvolvê-las com os estudantes.

Finalizando este texto, desejamos expor que, considerando a dinamicidade da atividade do aluno ao estar com o software, o planejamento de uma aula com tecnologia, por mais cuidadoso que ele seja, não é capaz de prever os “passos” a serem seguidos pelo professor na caminhada de toda uma aula. Isso foi compreendido pelo grupo e, apesar disso ou motivado por isso, eles viram a relevância de, no estudo de aula, haver a etapa de planejamento cujo objetivo não é prever exatamente as ações dos discentes, mas garantir o sucesso da prática do professor, entendido como a possibilidade de levar o aluno a pensar sobre o feito, a interrogar, a compreender e ser capaz de expor o que está sendo feito.

Assim, ao encontro do que destacam Richit e Ponte (2020), percebe-se a importância do planejamento em um processo formativo no qual os professores se dão conta de que uma aula com tecnologias não pode ser desenvolvida por meio de instruções a serem seguidas pelos alunos como um roteiro procedimental. O planejamento tem por objetivo a disposição do professor para aprender com o aluno, acessar novas possibilidades de investigação da

arefa, permitindo a produção de conhecimento dos conteúdos que, no processo de exploração, vão se despontando. Não se trata de um momento sem o controle do docente; é uma aula em que a liberdade da investigação vai dando ao professor a oportunidade de explorar matemática com seu aluno. Talvez, essa seja a aprendizagem que se queira para todo o processo formativo.

## Referências

- Adler, J., & Alshwaikh, A. (2019). Case of Lesson Study in South Africa. In R. Huang, A. Takahashi & J. P. Ponte (Eds.), *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics* (pp. 317-342). Suíça: Springer. Retirado em 10 de julho, 2020, de: [https://www.researchgate.net/profile/Jehad\\_Alshwaikh](https://www.researchgate.net/profile/Jehad_Alshwaikh).
- Baptista, M., Ponte, J. P., Velez, I., & Costa, E. (2014). Aprendizagens profissionais de professores dos primeiros anos participantes num estudo de aula. *Educação em Revista*, 30(4), 61-79. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/edur/v30n4/04.pdf>.
- Batista, C. C. (2017). *O Estudo de Aula na Formação de Professores de Matemática para ensinar com tecnologia: a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento dos alunos*. 109f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”. Retirado em 23 de janeiro, 2020, de: [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152467/batista\\_cc\\_me\\_rcla.pdf?sequence=3](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152467/batista_cc_me_rcla.pdf?sequence=3).
- Bicudo, M. A. V. (2011). A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Pesquisa qualitativa segundo uma visão fenomenológica* (pp. 11-28). São Paulo: Editora Cortez.
- Curi, E. (2018). Grupo de Pesquisa Colaborativo: espaço para promoção do desenvolvimento profissional docente. In E. Curi, J. C. P. Nascimento & J. P. Vece (Orgs.), *Grupos Colaborativos e Lesson Study: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores* (pp. 17-33). São Paulo: Alexa Cultural.
- Estrella, S., Mena, A., & Olfos, R. (2018). Lesson Study in Chile: A Very Promising but Still Uncertain Path. In M. Quaresma, C. Winslow, S. Clivaz, J. P. Ponte, A. N. Shúilleabháin & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Methodological Issues* (pp. 105-122). Suíça: Springer. Retirado em 9 de julho, 2020, de: [https://www.researchgate.net/publication/323960799\\_Lesson\\_Study\\_in\\_Chile\\_A\\_Very\\_Promising\\_but\\_Still\\_Uncertain\\_Path](https://www.researchgate.net/publication/323960799_Lesson_Study_in_Chile_A_Very_Promising_but_Still_Uncertain_Path).
- Félix, T. F. (2010). Pesquisando a melhoria de aulas de Matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (lesson study). Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos. Retirado em 23 de junho, 2020, de: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4412?show=full>.
- Fiorentini, D., Morelatti, M. R. M., & Bezerra, R. C. (2019). Apresentação Dossiê: Lesson Study em Matemática. *Revista Educere et Educare*, 14(32), 1-5. DOI: 10.17648/educare.v14i32.23708. Disponível em: <http://e-revista.unioeste.br/index.php/educereteducare/article/view/23708>.

- Fujii, T. (2016). Designing and adapting tasks in lesson planning: A critical process of lesson study. *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 411–423. Retirado em 23 março, 2020, de: [https://www.researchgate.net/publication/298213782\\_Designing\\_and\\_adapting\\_tasks\\_in\\_lesson\\_planning\\_a\\_critical\\_process\\_of\\_Lesson\\_Study](https://www.researchgate.net/publication/298213782_Designing_and_adapting_tasks_in_lesson_planning_a_critical_process_of_Lesson_Study)>.
- Fujii, T. (2018). Lesson Study and Teaching Mathematics Through Problem Solving: The Two Wheels of a Cart. In M. Quaresma, C. Winslow, S. Clivaz, J. P. Ponte, A. N. Shúilleabháin & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues* (pp. 1-11). Suíça: Springer.
- Han, X., & Huang, R. (2019). Developing Teachers' Expertise in Mathematics Instruction as Deliberate Practice through Chinese Lesson Study. In R. Huang, A. Takahashi & J. P. Ponte (Eds.), *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics* (pp. 59-82). Suíça: Springer.
- Lewis, C., & Perry, R. R. (2014). Lesson Study with mathematical Resources: A Sustainable Model for Locally-led Teacher Professional Learning. *Mathematics Teacher Education and Development*, 16(1), 22-42. Retirado em 19 de dezembro, 2020, de: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1046670.pdf>>.
- Lewis, C., & Perry R. R. (2015). A Randomized trial of Lesson Study with Mathematical Resource Kits: Analysis of Impact on Teachers' Beliefs and learning Community. In J. Middleton, J. Cai & S. Hwang (Eds), *Large-Scale Studies in Research in Mathematics Education*, (pp. 133-158). Suíça: Springer. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-07716-1\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-07716-1_7).
- Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2015). Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. *Quadrante*, 24(2), 111-134. Disponível em: [http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024\(2\)%202015.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024(2)%202015.pdf).
- Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. *Bolema*, 30(56), 868-891. Retirado em 19 de dezembro, 2020, de: [https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2016000300868&script=sci\\_abstract&tlng=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2016000300868&script=sci_abstract&tlng=pt).
- Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2018). Fitting Lesson Study to the Portuguese Context. In M. Quaresma, C. Winslow, S. Clivaz, J. P. Ponte, A. N. Shúilleabháin & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues* (pp. 87-104). Suíça: Springer. Retirado em 9 de julho, 2020, de: [https://www.researchgate.net/publication/323960988\\_Fitting\\_Lesson\\_Study\\_to\\_the\\_Portuguese\\_Context](https://www.researchgate.net/publication/323960988_Fitting_Lesson_Study_to_the_Portuguese_Context).
- Richit, A., Ponte, J. P., & Tomkelski, M. L. (2019). Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 100(254), 54-81. Retirado em 10 de julho, 2020, de: [https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S2176-66812019000100054&script=sci\\_arttext](https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S2176-66812019000100054&script=sci_arttext).
- Richit, A., & Ponte, J. P. (2020). Conhecimentos Profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de Professores Participantes. *Educação em Revista*, 36, 1-29.



- Retirado em 10 de julho, 2020, de:  
[https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-46982020000100201](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982020000100201).
- Scheller, M., Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2019). O Formador na Condução de Sessões de um Estudo de Aula. *Revista Educere et Educare*, 14(32). Retirado em 10 de julho, 2020, de  
[https://www.researchgate.net/publication/337772913\\_O\\_FORMADOR\\_NA\\_CONDUCAO\\_DE\\_SESSOES\\_DE\\_UM\\_ESTUDO\\_DE\\_AULA](https://www.researchgate.net/publication/337772913_O_FORMADOR_NA_CONDUCAO_DE_SESSOES_DE_UM_ESTUDO_DE_AULA).
- SEDUC-SP - Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. (2011). *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias*. Secretaria da Educação: São Paulo. Disponível em: <https://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>.
- SEDUC-SP - Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. (2014). *Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo: Caderno do Aluno – Matemática, Ensino Médio, 3ª série*. Secretaria da Educação: São Paulo.
- Souza, M. A. V. F., Wrobel, J. S., & Baldin, Y. Y. Lesson Study como Meio para a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática – Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. *Boletim Gepem*, (73), 115-130. Retirado em 5 de maio, 2020, de: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2018.020>.
- Stigler, J., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: The Free Press.
- Takahashi, A., & Mcdougal, T. (2016). Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 48, 513-526. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs11858-015-0752-x.pdf>.
- Winsløw, C., Bahn, J., & Rasmussen, K. (2018). Theorizing lesson study: two related frameworks and two Danish case-studies. In M. Quaresma, C. Winslow, S. Clivaz, J. P. Ponte, A. N. Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics Lesson Study Around the World: Theoretical and Metodological Issues* (pp. 123-142). Suíça: Springer. Retirado em 10 de julho, 2020, de: [https://www.researchgate.net/publication/323960989\\_Theorizing\\_Lesson\\_Study\\_Two\\_Related\\_Frameworks\\_and\\_Two\\_Danish\\_Case\\_Studies](https://www.researchgate.net/publication/323960989_Theorizing_Lesson_Study_Two_Related_Frameworks_and_Two_Danish_Case_Studies).