



Abandono do Ensino de Geometria e a Matemática Moderna: uma revisão histórica

Abandonment of geometry teaching and Modern Mathematics: a historical review

Maria Célia Leme da Silva¹

Resumo

O presente artigo tem por objetivo apresentar a expansão do campo da HEM e alguns resultados de pesquisas desenvolvidas durante o século XXI sobre o ensino de geometria e o MMM, articuladamente, de modo a problematizar a representação construída no século XX. A representação de que o abandono do ensino de geometria seja uma das consequências do MMM pode ser revisada, a partir de novos aportes teóricos-metodológicos e fontes de pesquisa. Uma releitura indica a necessidade de rever o abandono, identificando um arrefecimento da geometria dedutiva, questionada nos anos 1950. As apropriações foram múltiplas, com destaque para propostas que buscaram uma abordagem mais didática e compreensiva. Argumentamos e defendemos com resultados de pesquisas que tal representação não é mais pertinente considerando os novos aportes da HEM. Entender a complexidade da trajetória do ensino da geometria no período do MMM, por aportes historiográficos, certamente nos permitirá uma reconsideração à representação de abandono da geometria.

Palavras-chave: História da Geometria Escolar; Ensino Secundário; Geometria das Transformações; Geometria Dedutiva

Abstract

This article aims to present the expansion of the HEM field and some research results developed during the 21st century on the teaching of geometry and the MMM, articulated, in order to problematize the representation built in the 20th century. The representation that the abandonment of geometry teaching is one of the consequences of the MMM can be revised, based on new theoretical-methodological contributions and research sources. A rereading indicates the need to review the abandonment, identifying a cooling of deductive geometry, questioned in the 1950s. The appropriations were multiple, with emphasis on proposals that sought a more didactic and comprehensive approach. We argue and defend with research results that such representation is no longer relevant considering the new HEM contributions. Understanding the complexity of the geometry teaching trajectory in the MMM period, through historiographical contributions, will certainly allow us to reconsider the representation of the abandonment of geometry.

Keywords: History of School Geometry; High school; Geometry of Transformations, Deductive Geometry.

Considerações Iniciais

A primeira edição da Revista Zetetiké, de 1993, publicou o artigo *O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências*, escrito pela educadora matemática Regina Pavanello. O artigo foi fruto de sua dissertação de mestrado defendida na

Submetido em: 31/03/2021 – **Aceito em:** 12/11/2022 – **Publicado em:** 30/12/2022

¹ Doutora em Educação (Currículo) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professora da Universidade Federal de São Paulo, Campus Diadema e dos Programas de Pós-graduação em Educação para Ciência na UNESP/Bauru e Programa de Pós-graduação em Educação Matemática na UNESP/Rio Claro, Brasil. Email: celia.leme@unifesp.br. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6029-0490>.

Universidade de Campinas, Unicamp, poucos anos antes, em 1989, intitulada *O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica*. O objetivo do estudo de mestrado foi abordar a trajetória do ensino de geometria em diferentes momentos históricos e particularizar em relação à realidade brasileira.

Outra pesquisa de mestrado de cunho historiográfico foi defendida no mesmo ano, em 1989, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, pela educadora matemática Elisabete Zardo Búrigo, intitulada *Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo de ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*, cujo objetivo foi estudar o movimento de renovação do ensino de matemática conhecido como o “movimento da matemática moderna” (MMM), surgido no Brasil no início dos anos 60, por meio do estudo da ação, do discurso e do pensamento dos protagonistas em relação ao contexto histórico.

Citamos igualmente, a tese de doutorado *The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education* de autoria da educadora matemática Beatriz Silva D’Ambrosio, defendida na Indiana University, EUA, em 1987, cujo objetivo foi descrever a dinâmica do movimento de reforma do MMM e suas consequências no ensino brasileiro².

As três pesquisas supracitadas representavam estudos pioneiros de um recente campo de investigação no Brasil, a Educação Matemática (EM)³. A tese de D’Ambrosio, apesar de ser desenvolvida nos EUA, teve como objeto de investigação o MMM no Brasil. Do ponto de vista do campo da História da Educação Matemática (HEM), a área de investigação ainda levaria alguns anos para iniciar sua organização, como veremos a seguir. De todo modo, os estudos tiveram relevante contribuição para a constituição de pesquisas iniciais por permitirem uma primeira representação sobre o ensino de matemática do passado e provocarem o ensejo de estudos mais aprofundados.

Os três estudos abordaram o período do MMM, porém a dissertação de Pavanello (1989) centrou seu foco de investigação especificamente no ensino de geometria e não propriamente no MMM. A representação de que esse ensino foi abandonado e que esse abandono teria sido um efeito do MMM foi uma assertiva enunciada por Pavanello, tanto na dissertação de 1989, como no artigo publicado pela Zetetiké em 1993. Logo depois, ainda no século XX, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), publicados em 1998, reiteraram a representação de que as propostas de ensino apoiadas no MMM teriam sido determinantes no comprometimento da aprendizagem da Matemática e conseqüentemente no ensino da Geometria, como se observa:

O ensino [influenciado pelo MMM] passou a ter preocupações excessivas com

² A tese foi publicada com o título *The modern mathematics reform movement in Brazil and its consequences for Brazilian mathematics education* pela Springer, em 1991.

³ O I Encontro Nacional de Educação Matemática (I ENEM) aconteceu na PUC/SP em 1987. No ano seguinte, em 1988, foi criada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). A tese de Pereira (2015) analisa e relata o processo de criação da SBEM.

formalizações, distanciando-se das questões práticas. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo, da Geometria e das medidas (MEC, 1998, p. 19-20).

Desta forma, inferimos que, no final do século XX, a emergente comunidade de educadores matemáticos compreendia que o MMM havia contribuído de maneira negativa para o ensino de geometria, levando ao seu abandono. Entretanto, no decorrer de duas décadas do século XXI observamos um processo de expansão e consolidação do campo de pesquisa da Educação Matemática Brasileira, assim como da área de investigação da História da Educação Matemática, com novos aportes teóricos, metodológicos, fontes de pesquisa, de modo a permitir a construção de outras representações sobre o passado do ensino de geometria.

O presente artigo tem por objetivo apresentar a expansão do campo da HEM e alguns resultados de pesquisas desenvolvidas durante o século XXI sobre o ensino de geometria e o MMM, articuladamente, de modo a problematizar a representação construída no século XX. Desta maneira, questionamos: Será que a geometria foi “abandonada” no MMM? Que geometria foi esta, “abandonada”? Será que temos indícios, fontes, análises interpretativas e estudos que reiterem esta representação construída no século XX? Argumentamos e defendemos que tal representação não é mais pertinente considerando as novas fontes e aportes da HEM.

O campo de pesquisa História da Educação Matemática

História da Educação Matemática no Brasil: Problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas foi o título do livro, publicado em 2014, que nas palavras de seu organizador Wagner Valente “reflete sobre toda a produção científica divulgada no I Enaphem – Encontro Nacional de Pesquisas em História da Educação Matemática”, realizado em Vitória da Conquista, Bahia, em 2012. A primeira reunião nacional de pesquisadores sobre a temática da História da Educação Matemática (HEM) representou um marco significativo na constituição de um campo de investigação nacional sobre o passado da educação matemática.

Desde então, a cada dois anos⁴, os investigadores sobre a HEM vêm se reunindo, discutindo e refletindo acerca da produção científica da nova área. A proposta de produzir de forma coletiva um livro síntese sobre a produção e debates que tiveram lugar em cada um dos eventos vem sendo mantida de modo que temos um registro sobre o processo de consolidação dessas discussões organizado em cinco livros: Valente (2014); Garnica (2016); Dassie e Costa (2018), Leme da Silva e Pinto (2020); Cury, Morais e Garnica (2022).

⁴ Em 2014, o II Enaphem aconteceu em Bauru/SP; em 2016, o III ENAPHEM teve lugar em São Mateus/ES; em 2018 ocorreu o IV Enaphem, em Campo Grande/MS; em 2020, o V ENAPHEM estava previsto para ser em Natal/RN, porém, devido à pandemia de COVID, foi realizado na modalidade virtual e em 2022, o VI ENAPHEM teve lugar em Florianópolis/SC.

Outro marco relevante foi a criação do Grupo de Trabalho 15 (GT 15), dedicado à História da Educação Matemática, no âmbito da Sociedade Brasileira da Educação Matemática (SBEM), no ano de 2016. Muitas outras ações, como a criação da Revista da História da Educação Matemática⁵ (Histemat) em 2015, inúmeros dossiês sobre HEM em revistas nacionais, como *Bolema* (2010) e *Zetetiké* (2019), assim como estudos (Mendes e Gonçalves, 2020; Leme da Silva, 2022) vêm reiterando o processo de expansão e consolidação do campo de investigação da HEM no Brasil, em particular durante a última década.

A breve apresentação da trajetória histórica de um movimento nacional de pesquisadores que se debruçaram nas duas últimas décadas para a criação e consolidação de um novo campo de pesquisa – HEM – indica o aumento e avanço expressivo de conhecimento científico do campo no período. Assim sendo, parece-nos pertinente revisitar e questionar representações pioneiras construída no final do século XX, como “o ensino de geometria ser abandonado pelo MMM”, diante de um novo momento de produção da comunidade científica. O artigo *Revisitações do passado: contribuições da História Cultural à crítica da pesquisa* reitera a necessidade de rever e readequar estudos anteriores diante da contribuição de novos aportes teóricos, como a História Cultural:

Um empreendimento coletivo desenvolvido a partir de 2005 pelos pesquisadores do grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT) em diálogo com outros pesquisadores da área, permitiu avançar na constituição de amplo repertório de fontes, e construir diferentes olhares para os protagonistas do movimento e suas práticas de difusão de propostas e materiais curriculares inspiradas na matemática moderna (Búrigo, 2017, p. 56).

O amplo coletivo mencionado por Búrigo (2017) corresponde ao Projeto de Cooperação Internacional, *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos*⁶ que produziu, entre inúmeros resultados sobre a compreensão do MMM no Brasil e em Portugal, um livro síntese cujo título *O Movimento da matemática Moderna: história de uma revolução curricular* (Oliveira, Leme da Silva e Valente, 2011) reforçou e destacou a complexidade de investigações históricas acerca de movimentos de âmbito internacional, como o MMM.

De outra parte, em 2015, Caldatto e Pavanello retomaram a temática no artigo *Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais*⁷, cujo

⁵ Entre os anos de 2000 e 2002, foram publicados volumes da Revista História & Educação Matemática.

⁶ O Projeto *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos*, desenvolvido na cooperação CAPES/GRICES nos anos de 2006 a 2009, foi coordenado do lado brasileiro pelo Dr. Wagner Rodrigues Valente e do lado português pelo Dr. José Manuel Matos. Reuniu dezenas de pesquisadores brasileiros de vários estados, com inúmeras produções, como dissertações, teses, livros e artigos em revistas qualificadas. Um dos subprojetos vinculados ao projeto maior foi *A trajetória da geometria escolar no Brasil e em Portugal e o Movimento da Matemática Moderna*, coordenado por Maria Célia Leme da Silva, a partir do qual foi possível produzir novas leituras e interpretações para as relações entre o ensino de geometria e o MMM.

⁷ O artigo não referencia nenhum dos inúmeros estudos e resultados produzidos pelo projeto CAPES/GRICES.

objetivo foi apresentar uma análise histórica do ensino da geometria no Brasil desde 1500 até o referido ano de publicação. Sobre o período do MMM, as autoras relativizaram e questionaram a representação afirmativa construída no século XX, ao colocarem a questão *O MMM e sua influência no ensino brasileiro: um incentivo ao abandono da geometria?* (p. 118). Ao analisarem o período do MMM, as pesquisadoras empregaram a mesma expressão do livro publicado em 2011, porém, retomaram as conclusões de Pavanello (1989):

Tratava-se de uma “revolução curricular” ainda bastante controversa nos bastidores da comunidade acadêmica. A brusca mudança na abordagem dos conteúdos no livro didático de Matemática naquele momento histórico trouxe, acima de tudo, uma grande resistência de seus principais usuários, os professores, que não se sentiam aptos a trabalharem a Matemática e, principalmente, a geometria de forma como a MMM propunha. (Caldatto & Pavanello, 2015, p. 120).

Importante destacarmos que o artigo de 2015, assim como Pavanello (1989, 1993), não tiveram por foco o MMM e sim um amplo período histórico, abarcando mais de quinhentos anos de ensino de geometria. Todavia, há um item específico para comentar e analisar o MMM e novamente, as representações do século XX são reiteradas, sem considerar e dialogar com pesquisas específicas sobre a temática desenvolvidas em tempos mais recentes. Por exemplo, o capítulo de livro *A geometria moderna de Osvaldo Sangiorgi* (Leme da Silva, 2008b) que analisou a obra de Sangiorgi – um dos principais representantes do MMM no Brasil e autor de livro didático destinado ao secundário considerado *best seller* do período – e identificou mudanças significativas nos livros didáticos do período.

Parece-nos evidente que a construção de representações sobre o MMM e especificamente sobre o ensino de geometria, demanda uma revisão atualizada a partir de estudos específicos, para a constituição e reconstituição de representações do passado. Neste sentido, o presente artigo, busca problematizar o “abandono” do ensino de geometria expondo resultados de pesquisas, construídos no século XXI, desenvolvidos pelo coletivo de pesquisadores do GHEMAT e validados pela comunidade de HEM no Brasil.

O que dizem as pesquisas de HEM sobre o ensino de geometria e o MMM?

Após a fase inicial contextualizada na introdução do artigo, outros estudos sobre o tema do MMM foram produzidos (Vitti, 1998; Stephan, 2000; Soares, 2001, por exemplo). Em 2006, o Projeto de Pesquisa desenvolvido por um coletivo de pesquisadores, realizou estudo sistemático de revisão bibliográfica sobre o tema; alavancou uma busca por novas fontes em diferentes estados brasileiros e em Portugal e ao longo de seis anos, produziu pesquisas, de Iniciação Científica, Mestrado, Doutorado e Pós-Doutorado no âmbito do projeto. Além disso, foi durante o referido projeto que o Grupo deu início à realização de Seminários Temáticos, como dinâmica de produção científica, envolvendo os diversos pesquisadores participantes para troca de experiências, debates, sistematizações parciais produzidas nos Anais e em livros publicados ao final das edições. Ao longo de seis anos,

foram realizados dez seminários temáticos⁸, cinco deles no Brasil, nas diferentes Universidades participantes do Projeto e cinco em Portugal.

Os resultados que trazemos para o debate dizem respeito aos estudos produzidos no âmbito deste coletivo. Como um grupo de pesquisa da HEM, a abordagem histórica foi sustentada no ferramental teórico-metodológico empregado pelos historiadores da educação para a produção de fatos históricos. Pode-se dizer que os fatos históricos são os elementos constitutivos da escrita da história, entretanto, é preciso diferenciar seu papel no ensino e na pesquisa: “Chegamos aqui, sem dúvida, à diferença maior entre o ensino e a pesquisa, entre a história que se expõe didaticamente e aquela que se elabora. No ensino, os fatos estão todos prontos, constituídos. Na pesquisa, é preciso construí-los” (Prost, 1996, p. 55 citado por Valente, 2007, p. 30).

Consideramos ainda que os fatos históricos estão sempre sujeitos à crítica e revisões, podem ser confrontados, refutados, questionados, seja pela ampliação das fontes historiográficas inventariadas, sempre difíceis de serem localizadas e armazenadas, seja pela mobilização de novos aportes teóricos e metodológicos. É neste sentido que o presente artigo propõe novas representações.

Como dito antes, o projeto macro reuniu diversos subprojetos, para aprofundar e investigar com mais especificidade o MMM. Entre eles, um subprojeto teve por objetivo compreender como se deu o ensino secundário⁹ de geometria ao tempo do MMM, em outras palavras, de que maneira as propostas emergidas do Movimento, no que diz respeito à geometria, foram ou não incorporadas ao seu ensino. Quais características relevantes na cultura escolar¹⁰ brasileira puderam ser identificadas ao se estudar os processos de apropriação de uma nova proposta para o ensino? Enfim, procuramos produzir fatos históricos sobre o ensino de geometria no período do MMM, o que significa encontrar justificativas sustentáveis e adequadas para a compreensão e fundamentação de uma representação sobre a trajetória desse ensino.

O abandono do ensino de geometria

Retomamos a pesquisa de Regina Pavanello, cujo objetivo foi abordar a trajetória do

⁸ O I Seminário Temático aconteceu na PUC/SP, em São Paulo (Maio/2006); o II na UNL em Lisboa (Setembro/2006); o III em Curitiba, na PUC/PR (Março/2007); na UNL em Lisboa (Outubro/2007); o V na PUC/RS, em Porto Alegre (Março/2008), na UNL em Lisboa (Dezembro/2008); o VI na USFC, em Florianópolis (Julho/2009), na UNL em Lisboa (Dezembro/2009); o IX na UFJF, em Juiz de Fora (Julho/2010) e o X na UNL em Lisboa (Outubro/2011).

⁹ Importante destacar que as pesquisas citadas abordam o ensino secundário no Brasil, que compreendia o curso ginásial no período do MMM. Hoje corresponderia aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

¹⁰ O texto de Faria Filho, Vidal e Paulilo (2004) apresenta uma análise das diferentes acepções para o termo “cultura escolar”. Neste estudo, adotamos o conceito de Dominique Julia: “Um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos” (2001, p. 10).

ensino de geometria em diferentes momentos históricos e particularizar em relação à realidade brasileira. Segundo Pavanello (1989), a orientação decorrente das propostas modernizadoras para o ensino de matemática apresentadas nos livros didáticos publicados no Brasil a partir da década de 1960 centrou-se na utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos:

Se essa orientação, porém, pode ser facilmente posta em prática no tocante à álgebra e à aritmética, o mesmo não acontece com relação à geometria. Esta não pode mais ser trabalhada à maneira tradicional. Desta forma, num primeiro momento, opta-se por acentuar, nesses livros, as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjunto de pontos do plano, por adotar, para a geometria, a mesma simbologia usada para os conjuntos em geral, e por trabalhá-la segundo uma abordagem “intuitiva”. Esta abordagem se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização de teoremas como postulados, mediante os quais podemos resolver alguns problemas. Não existe, agora, uma preocupação em construir uma sistematização a partir das noções primitivas e empiricamente elaboradas (Pavanello, 1989, p. 163).

Em relação às propostas para o ensino de geometria de modo a manter coerência com o MMM, ou seja, propor um trabalho sob o enfoque das estruturas, o estudo apontou duas possibilidades: a geometria desenvolvida por planos vetoriais ou por transformações. Ao procurar como esses enfoques chegaram à legislação brasileira, Pavanello faz referência ao Guia Curricular de Matemática, elaborado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e publicado em 1975, que ressaltava as seguintes recomendações para o ensino de geometria:

- um curso de geometria intuitiva para as quatro séries iniciais do primeiro grau;
- um estudo de medidas, feito com muito mais propriedade e maior possibilidade de assimilação num curso de Ciências;
- o estudo, na 5ª série do 1º grau, de geometria servindo de veículo para a introdução da linguagem da Teoria dos Conjuntos;
- a introdução do estudo de Geometria pelas Transformações a partir da 7ª série do 1º grau (Pavanello, 1989, p. 164, grifo nosso).

Diante desse contexto, a pesquisadora inferiu que as recomendações propostas nas normas curriculares referidas não ganharam espaço nas salas de aula de Matemática, pois não contemplavam as particularidades dos professores:

A orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominantemente a álgebra – mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizara sua importância. A Lei 5692/71, por sua vez, facilita este procedimento ao permitir que cada professor adote seu próprio programa de acordo com as necessidades da clientela (Pavanello, 1989, p. 164-165).

Como já mencionado, a pesquisa de Pavanello (1989) não teve como objetivo focar o MMM, muito pelo contrário, apresentou uma retrospectiva ampla sobre os diferentes momentos da educação matemática no Brasil, em relação ao ensino de geometria. A normativa analisada por Pavanello foi do estado de São Paulo e do ano de 1975; no entanto o ideário do MMM circulava no Brasil, desde o início da década de 1960 e teve apropriações

distintas nos diferentes estados e contextos do país, como veremos a seguir. Em suas análises, Pavanello sustenta que a nova abordagem proposta, da Geometria pelas Transformações, não dominada pelos professores, tenha sido elemento determinante para o abandono do ensino de geometria no MMM. Poderíamos, contudo, perguntar, qual a geometria “abandonada”? Os professores dominavam a geometria antes do MMM?

Assim, passamos a apresentar os resultados produzidos no Projeto anteriormente mencionado sobre as propostas para o ensino de geometria no curso secundário, e também, depois de 1971¹¹, nos últimos anos do ensino de 1º. Grau. Iniciamos com resultados do ensino de geometria no período pré-moderno, na década de 1950, de modo a poder melhor compreender as mudanças decorrentes do MMM. Para tanto, tomamos como fontes de pesquisa as regulamentações, debates nos Congressos Nacionais de Ensino de Matemática, que iniciaram em 1955, artigos de revistas pedagógicas, livros didáticos, entre outras. Destacamos que as fontes analisadas foram ampliadas, tanto na sua natureza, como na sua diversidade regional, ao serem inseridos documentos de outros estados, além de São Paulo. O conjunto de fontes diversificado somente foi possível de ser inventariado justamente pelo esforço coletivo de um grupo de pesquisadores.

Tempos pré-modernos – a década de 1950

Antes de abordar a chegada das idéias modernizadoras do ensino da Matemática na educação brasileira, em particular a proposta para o ensino de geometria, no início da década de 1960, apresentamos um breve panorama da década anterior, nos anos de 1950, com o intuito de contextualizar o ensino de geometria antes do MMM.

Um marco na educação básica brasileira na década de 1950 na educação básica brasileira foi a Portaria nº. 966¹² de 1951. Seu objetivo foi estabelecer um programa mínimo a ser desenvolvido nas escolas, diante da expansão do ensino básico no Brasil e da impossibilidade de se manter o controle realizado pelo Colégio Pedro II até então. Alexandre Marques, ao analisar as instruções metodológicas da Portaria, destacou as seguintes considerações:

- Evidencia-se, nas instruções metodológicas, que a ideia de rigor não deverá ser exagerada, que o professor deve evitar o ensino via técnicas de simples mecanização e uso abusivo de definições. Sintetizando, as instruções metodológicas enfatizam que:
- cada assunto deve ser ilustrado com aplicações e exemplos;
 - a unidade da matemática deverá ser posta em evidência;
 - o ensino de matemática nos primeiros anos deve ter caráter prático e intuitivo;
 - deve-se despertar aos poucos e cuidadosamente o aluno para o método dedutivo;

¹¹ A Lei 5.692/71 inaugurou uma nova organização no ensino brasileiro. Os cursos primário e secundário foram extintos e foi criado o Ensino de 1º. Grau de oito anos de duração.

¹² A geometria é abordada, segundo a Portaria, nas 3ª e 4ª séries. Os conteúdos são: Figuras geométricas planas, reta e círculo; Linhas proporcionais, semelhança de polígonos, Relações trigonométricas no triângulo retângulo, tábuas naturais (3ª série) e Relações métricas nos polígonos e no círculo, cálculo de π e Áreas de figuras planas (4ª série) (Marques, 2005, p. 56).

- o rigor deve ser moderado (2005, p. 60-61).

Esta foi a orientação proposta na legislação vigente. Entretanto, nas salas de aula, sabemos que a metodologia adotada pelos professores nem sempre correspondeu ao caráter legal¹³. Segundo Búrigo (1989):

As aulas de Matemática eram expositivas, sendo que nem sequer a resolução de exercícios pelos alunos em sala de aula era uma prática generalizada. Quando era feita, o que se apresentava aos alunos eram exercícios padronizados, que deveriam ser resolvidos do mesmo modo que um “problema modelo”, com ênfase nos cálculos volumosos. As demonstrações dos teoremas eram expostas pelo professor e decoradas pelos alunos, para apresentação nas provas. Os recursos utilizados não iam além do giz, quadro-negro e livro-texto, se houvesse (p. 40).

Outra fonte de pesquisa importante na construção de uma representação sobre o passado do ensino de geometria foram a análise dos Anais dos Congressos nacionais que discutiam as novas tendências, os problemas diagnosticados e apresentavam possíveis soluções. Foi justamente na década de 1950 que aconteceram os primeiros Congressos Nacionais de Ensino de Matemática. As análises dos Anais dos três Congressos realizados em 1955, 1957 e 1959 foram apresentadas no capítulo de livro intitulado *A Geometria nos Congressos Nacionais de Ensino de Matemática*. A conclusão a que se chegou foi que os debates giravam em torno do dualismo entre a geometria intuitiva e geometria dedutiva:

Os problemas descritos, as sugestões apontadas remetem para as seguintes questões: O que se deve ensinar, a geometria intuitiva ou a geometria dedutiva? Em que momento fazer a passagem de uma para outra? O que significa a presença da geometria dedutiva a partir da terceira série ginásial, para alunos de 13 anos? A demonstração rigorosa de todos os teoremas que compõe a geometria euclidiana? (Leme da Silva, 2008a, p. 76)

As propostas de mudança de enfoque para o ensino de geometria estavam presentes nos Anais do II Congresso, ocorrido no Rio Grande do Sul, em 1957. As teses foram defendidas pelos professores Antonio Rodrigues¹⁴ e Benedito Castrucci¹⁵. Em ambas, identificamos pontos de convergência em relação às dificuldades da prática do ensino de geometria e às soluções sugeridas. Resumidamente, os professores propuseram simplificar o estudo da geometria dedutiva, reduzindo o número de teoremas a serem demonstrados e a inclusão da geometria experimental ou da demonstração intuitiva (Leme da Silva, 2008a, p. 74).

A análise de revistas pedagógicas que circularam no período, mais uma fonte de investigação diversificada, permitiu aos pesquisadores compreenderem os relatos e

¹³ O historiador Chervel (1990) distingue uma finalidade teórica de uma finalidade real, alertando para o fato de que propostas contidas em programas, textos oficiais constituem apenas uma finalidade teórica, e muitas delas não se tornam uma finalidade real.

¹⁴ Professor Catedrático de Geometria da Faculdade de Filosofia da URGS. Sua tese foi apresentada nos Anais no capítulo intitulado “O Ensino da Geometria Dedutiva”.

¹⁵ Professor Catedrático e Livre Docente da Faculdade de Filosofia da Universidade de São Paulo. Doutor em Matemática. Autor de livros didáticos específicos de Geometria.

discussões sobre as práticas docentes. Oliveira e Pietropaolo (2008) realizaram uma análise acerca dos artigos publicados na *Revista Escola Secundária*¹⁶, destacando aqueles referentes à geometria. De acordo com esses autores:

Cabe ainda ressaltar que todos esses textos¹⁷ discutem basicamente a questão da geometria dedutiva, deixando um espaço reduzidíssimo – quando o fazem – para a denominada geometria intuitiva, que inclui, fundamentalmente, nomenclaturas e medidas (áreas e perímetros). (Oliveira & Pietropaolo, 2008, p. 98).

Em síntese, os artigos da *Revista Secundária* concordavam com os programas prescritos de 1951 em que a geometria dedutiva deveria ser desenvolvida nas aulas, respeitando o ritmo, as necessidades e interesses dos alunos, desde que as práticas dos professores não se distanciassem muito da máxima: as demonstrações devem ser rigorosas, tendo em vista que a prova é crucial na cultura matemática (Oliveira & Pietropaolo, 2008, p. 105).

Para completar o cenário do ensino da geometria nos anos de 1950, analisamos uma coleção de livros didáticos de grande circulação na década, os livros publicados por Osvaldo Sangiorgi e que justamente nessa década ganharam reconhecimento. Na coleção *Matemática – curso ginásial*¹⁸, no prefácio do livro para a 3ª série ginásial¹⁹, Sangiorgi ressalta o papel da geometria:

Tem este terceiro volume, a nosso ver, grande responsabilidade na iniciação geométrica dedutiva dos alunos da escola secundária. De fato, é nesta fase do curso, que os conhecimentos geométricos devem ser aprofundados, de modo a permitir uma assimilação segura aos alunos, dentro de uma *técnica demonstrativa*, acessível e uniforme, tanto quanto possível. Com este objetivo, o processo demonstrativo que empregamos, é composto de partes numeradas, das quais a primeira vista, quase

¹⁶ Publicada pela Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (Cades), vinculada ao Ministério da Educação e Cultura) de 1957 a 1963. Em relação à matemática e ao seu ensino, em seus 19 números editados, a *Revista Escola Secundária* publicou 34 textos, entre artigos, relatórios e planos de ensino – todos elaborados por renomados professores da época (Oliveira & Pietropaolo, 2008, p. 96-98).

¹⁷ Os textos que discutem o ensino de geometria na *Revista Escola Secundária* analisados no estudo são de: Antonio Rodrigues, catedrático de Geometria da Faculdade de Filosofia da URGS e que apresentou tese a esse respeito no II Congresso Nacional de Ensino da Matemática, em 1957; Eleonora Lôbo Ribeiro, que participou do I Congresso Nacional de Ensino de Matemática, em 1955 e cuja tese está contemplada em artigo publicado na *Revista Escola Secundária*; Thales Mello Carvalho, catedrático de Metodologia do Cálculo do Instituto de Educação (Rio de Janeiro) e Malba Tahan, pseudônimo utilizado por Júlio César de Mello e Sousa, catedrático do Colégio Pedro II (Oliveira & Pietropaolo, 2008).

¹⁸ A coleção foi lançada no ano de 1953. Segundo Valente (2008a), nos três anos seguintes ao lançamento do volume para a primeira série do curso ginásial, teve grande aceitação. A tiragem não parou de subir atingindo, em 1957, para o primeiro volume, a marca dos 100 mil exemplares. A partir daí, permaneceu, anualmente, com essa tiragem, até 1963, ano em que, de acordo com os arquivos da Cia. Editora Nacional, foi publicada a 134ª edição do livro! Considerando que a população escolar de todo o ensino secundário no estado de São Paulo, da década de 1950 para 1960, como se viu anteriormente, dobrou, passando a 360 mil alunos, tem-se o quão expressivos foram os números alcançados pela coleção “Matemática - curso ginásial”, de Osvaldo Sangiorgi.

¹⁹ 3ª série ginásial (alunos de 13 anos de idade) em que se iniciava o ensino de geometria (Portaria nº.966 de 1951). O curso ginásial na década de 1950 era composto por quatro anos, após o curso primário. A terceira série ginásial corresponde atualmente ao oitavo ano do Ensino Fundamental.

sempre, às construções auxiliares necessárias à demonstração, acompanhadas de propriedades evidentes; a segunda envolve dedução, à base de raciocínios sucessivos, e a conclusão. Só, excepcionalmente, existe uma terceira parte com a finalidade de dividir um raciocínio muito extenso da segunda (Sangiorgi, 1964, p. 17, grifo nosso).

A geometria estava presente quase que na totalidade do terceiro volume para o curso ginásial, dos quatro capítulos, os três últimos tratavam do assunto. Iniciava-se no capítulo II, que na primeira página, explicitava seus objetivos:

Geometria intuitiva. Objetivos da Geometria dedutiva. O nosso primeiro contato consciente com a Geometria – denominada *intuitiva* ou *experimental* – foi no Curso primário. A observação e a experiência foram, nesse tempo, os meios empregados para realçar as propriedades relativas à forma e à extensão dos corpos. Agora, numa fase mais avançada, em que a Geometria passa a estudar estas mesmas propriedades dos corpos, fazendo uso somente da razão, recebe o nome de *dedutiva* ou *racional* e o objetivo da Geometria dedutiva fica sendo, precisamente, o de *estudar as propriedades geométricas dos corpos por meio de um encadeamento lógico de raciocínios*. (Sangiorgi, 1964, p.89).

Sangiorgi cumpriu o que colocou como objetivo, ou seja, apresentava logo no início os axiomas e a partir de então enunciava e demonstrava teoremas e propriedades. Não há exercícios de exploração, investigação, a chamada geometria intuitiva não era abordada. Seguiu, de modo geral, a sequência didática tradicional: definições, propriedades, teoremas e exercícios, estes sempre ao final de cada tópico.

A década de 1960 e a chegada do MMM no Brasil

Somente a partir da década de 1960 as propostas modernizadoras para o ensino da matemática ganharam espaço nas aulas de matemática da educação básica brasileira. Mais especificamente, para o curso ginásial, ela foi desencadeada com a publicação do livro *Matemática curso moderno*, volume 1, de Osvaldo Sangiorgi, em 1964²⁰. O ensino de geometria foi tratado no volume 3, e tem sua publicação no ano de 1966, dando sequência às séries anteriores²¹.

Muitas foram as mudanças no que diz respeito ao ensino de geometria no livro *Matemática curso moderno*. Osvaldo Sangiorgi chamou a atenção dos alunos, logo no prefácio, sobre a nova proposta para o ensino de geometria:

Meu caro estudante, neste livro – terceiro da série do ensino moderno da Matemática no Ginásio – você entrará em contacto com uma porção de coisas novas (...). Finalmente, vem o “bom-bocado” do livro: o estudo da Geometria. Agora, não será mais preciso que você “decore” enfadonhos teoremas e mais teoremas, contra o que, erradamente, alguns colegas mais adiantados costumavam “preveni-lo”. E finaliza seu recado da seguinte maneira: “Seja, pois muito feliz nesta viagem ao maravilhoso país da Geometria, e até a quarta série.” (Sangiorgi, 1969, p. XV)

²⁰ Uma análise aprofundada sobre a coleção de livros didáticos que inaugura a presença da matemática moderna no Brasil pode ser lida em “Osvaldo Sangiorgi, um best seller” (Valente, 2008a).

²¹ Os livros modernos para o curso ginásial foram sendo publicados, um a cada ano: em 1965, o volume 2; 1966, volume 3, 1967, o volume 4, completando a coleção.

Vemos logo que a novidade anunciada pelo autor, na geometria moderna, não dizia respeito a novos conteúdos ou a uma nova geometria e sim à ênfase na demonstração dos teoremas que em tempos passados, induzia os alunos a decorarem. Leme da Silva²², ao realizar um estudo específico comparando os livros de Sangiorgi da década de 1950 com o livro moderno publicado em 1966, considerou que:

Quanto à abordagem metodológica, realizada no ensino da geometria, o livro “*Matemática Curso Moderno*” traz, para além de mudanças na linguagem, nos postulados, um desenvolvimento mais cuidadoso com os conceitos e propriedades geométricos. A nosso ver, tal alteração, juntamente com a tentativa de recuperar aspectos exploratórios no ensino da geometria, antes da formalização de conceitos e da axiomatização, representa mudança significativamente no ensino da geometria. Este aspecto, até então pouco discutido no ideário do MMM, representa indícios de uma preocupação com a didática do ensino da matemática, na tentativa de uma maior participação do aluno no processo de aprendizagem. Não é nosso objetivo julgar ou avaliar os resultados de tais mudanças metodológicas, mas sim reconhecer e identificar que os dois livros analisados se distinguem claramente na proposta didática, nas atividades, na relação que o autor estabelece com os alunos. Na obra de 1964 (antes do MMM), encontra-se uma postura acentuada na transmissão de conceitos prontos, definidos, sem análises. Já na abordagem moderna, de 1969, o autor conversa com o aluno, convida-o a pensar, a buscar caminhos próprios, a explorar situações antes de formalizar os conceitos. (Leme da Silva, 2008b, p. 91-92).

Uma leitura pertinente da opção de Sangiorgi em propor um ensino mais compreensivo, com a inclusão da geometria experimental, sem tanta ênfase nas demonstrações geométricas, pode ser feita como resposta às discussões dos Congressos realizados na década de 1950 e nos artigos da *Revista Escola Secundária*, nos quais se evidenciava as dificuldades de professores e alunos frente à geometria dedutiva.

Entretanto, o debate geometria experimental verso geometria dedutiva sempre permeou as discussões acerca do ensino de geometria em diferentes momentos históricos, incluindo o MMM, e não se caracterizou como o elemento central do ideário modernizador. O foco do ensino de geometria no MMM encontrava-se na polêmica acerca da geometria euclidiana. Discutimos a introdução de outras abordagens para o ensino de geometria, como a das transformações geométricas e com uma base teórica sustentada pela álgebra, em especial, a partir dos espaços vetoriais. Ao analisar a coleção moderna de Sangiorgi, em relação a sua apropriação²³ frente às propostas internacionais, concluímos:

Considerando as duas tendências descritas por Fehr, sobre o ensino da geometria, podemos dizer que Sangiorgi, no livro “*Matemática curso moderno*” se aproximou bem mais da tendência utilizada nos EUA e baseada em Birkhoff, do que da proposta do ensino da geometria pelas transformações geométricas, ligada a Klein. Entretanto

²² Um aprofundamento desse estudo pode ser lido no capítulo denominado “A geometria escolar moderna de Osvaldo Sangiorgi” do livro *Osvaldo Sangiorgi: um professor moderno* (2008b).

²³ Utilizamos o conceito de apropriação de Roger Chartier (1991), entendido como “uma história social dos usos e das interpretações, referida às suas determinações fundamentais e inscrita nas práticas específicas que as produzem. O essencial é compreender como os mesmos textos – sob formas impressas diferentes – podem ser diversamente aprendidos, manipulados, compreendidos” (p. 180-181).

não encontramos um posicionamento claro de Sangiorgi quanto ao ensino de geometria. Incorpora as medidas nos postulados e desenvolve a geometria dedutiva nesses moldes, mas não faz referência a Birkhoff e não destaca tal mudança como significativa nem na obra didática nem no “Guia para uso dos professores”. (Leme da Silva, 2008b, p. 90).

Certamente muitas devem ter sido as razões que justificaram a escolha de Sangiorgi em uma aproximação com a proposta americana para o ensino de geometria, mais do que com a da geometria pelas transformações, que ele incorporou, porém de maneira muito tímida, no apêndice do livro. De todo modo, como essa coleção ganhou destaque com ampla circulação nacional, a proposta para o ensino de geometria por ela apresentada criou escola.

Logo após a publicação do livro de Osvaldo Sangiorgi, muitas coleções foram lançadas com a abordagem moderna. Trazemos para análise a coleção de Benedito Castrucci e Alcides Bóscolo²⁴, em 1968. Castrucci, além de professor catedrático da Universidade de São Paulo, responsável pelas cadeiras de geometria da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras, foi junto com Sangiorgi, um dos fundadores do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática²⁵ e grande divulgador do MMM. No prefácio do livro moderno os autores explicitaram suas escolhas sobre o ensino de geometria:

Quanto à Geometria, os temas, embora expostos com frequentes apelos à intuição, estão apresentados numa sequência lógica essencial à boa formação dos estudantes. Como entendemos que a parte de Geometria não deve ser sacrificada, como infelizmente, sói acontecer, tentamos desenvolvê-la dentro de um esquema mínimo que pensamos deva ser integralmente lecionado. (Bóscolo & Castrucci, 1969, prefácio).

O ensino de geometria presente na coleção apresentou a mesma tendência de Sangiorgi, permaneceu com a geometria euclidiana, fez uso das medidas nas demonstrações, porém sem evidenciar as medidas como axioma e apresentou as transformações geométricas no apêndice. Duarte (2007), ao comparar a coleção moderna de Sangiorgi com a de Bóscolo e Castrucci, concluiu que a segunda seguiu os passos da primeira, sedimentando a nova vulgata²⁶.

²⁴ Licenciado em Matemática. Professor efetivo por Concurso do Magistério Secundário e Normal Oficial do Estado de São Paulo.

²⁵ Em 1961, é criado o GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática na cidade de São Paulo, e à frente do Grupo, na posição de liderança, está o professor Osvaldo Sangiorgi. Participaram do Grupo professores universitários, professores dos ensinos secundário e primário, autores de livros didáticos, todos com o objetivo de incentivar, coordenar, divulgar e atualizar a matemática, bem como seu ensino, nos cursos primário, secundário e normal. Em outras palavras, propor ações que subsidiassem a introdução da Matemática Moderna na educação básica. Cursos para professores, palestras de estrangeiros no Brasil, publicação de material, tradução de livros constituíram as principais atividades desenvolvidas pelo GEEM (Leme da Silva, 2008b, p. 69).

²⁶ Chervel (1990, p. 203) afirma que “em cada época, o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimento, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas” denominando este fenômeno de vulgata.

Entretanto, a coleção de Castrucci e Bóscolo não teve vida longa, devido à morte de Bóscolo. Outras coleções deram continuidade à produção didática de Castrucci para o curso ginásial pela editora FTD, publicadas na década de 1970, em conjunto com outros autores, em especial, com o professor José Ruy Giovanni²⁷.

Os livros didáticos analisados constituíram indícios significativos do passado para a compreensão de como o ensino de geometria, destinado ao curso ginásial da década de 1960, por serem as primeiras produções didáticas que incorporaram o ideário do MMM. A coleção de Osvaldo Sangiorgi foi reconhecidamente uma obra de sucesso editorial de vendagem, com distribuição nacional, tornando-se um *best seller*²⁸. Fora isso, tem a figura de Sangiorgi como símbolo da divulgação do MMM no Brasil, seja pela sua atuação como presidente do GEEM, na mídia impressa e televisiva, na organização e participação de Congressos nacionais e internacionais, na atuação em comissões de Educação entre outras relações que o legitimaram como líder do Movimento. A coleção de Castrucci e Bóscolo, mesmo sem dados sobre sua vendagem, se justificava por ser de autores que mantiveram ligação estreita com as discussões acerca do MMM, em especial, Benedito Castrucci, que era responsável pela cadeira de Geometria na Universidade de São Paulo.

A pesquisa de Elisabete Zardo Búrigo (1989), mesmo sem analisar o ensino de geometria, entrevistou várias lideranças do MMM no Brasil. Dentre os matemáticos entrevistados, constava Benedito Castrucci. Ao comentar sobre os motivos que poderiam ter levado o Movimento ao denominado “fracasso”, ele disse: “E o fracasso para mim foi na Geometria” (Castrucci, 1988 citado por Duarte, 2007, p. 277). Ou seja, para o professor Castrucci, a Geometria teria sido a grande vilã do MMM, todavia, no livro didático de sua autoria, a Geometria das Transformações constava como apêndice da obra.

O panorama do ensino de geometria, representado pelas coleções didáticas comentadas, não excluiu a existência de outras propostas modernizadoras para o ensino de geometria, em caráter experimental, na década de 1960. Entretanto, acreditamos que as experiências que incorporam as transformações geométricas no ensino de geometria não puderam ser consideradas como representativas nessa década. Podemos classificar esse momento como inicial, das primeiras apropriações do MMM no ensino da geometria escolar no Brasil.

A década de 1970: um segundo momento do MMM

A década de 1970 iniciou com alteração significativa na legislação educacional brasileira. A Lei nº 5692/71 propôs uma nova estrutura para educação básica, que passou a ser: o ensino de 1º grau, com oito anos de escolaridade e o ensino de 2º grau, com três anos.

²⁷ Foi bacharel e licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). É autor de livros didáticos de Matemática pela Editora FTD até hoje.

²⁸ *Best seller* é a expressão utilizada por Valente (2008a) ao relatar detalhadamente a trajetória da primeira coleção de livros didáticos destinados ao ginásio com a nova proposta modernizadora para o ensino de matemática, elaborada por Osvaldo Sangiorgi e publicada pela Companhia Editora Nacional.

No que diz respeito ao ensino de matemática, a década foi marcada por avaliações e críticas ao MMM. A tradução do livro de Morris Kline²⁹, publicado em 1973 nos Estados Unidos e traduzido em 1976 para o português com o título *O Fracasso da Matemática Moderna* reforçou o arrefecimento do Movimento no Brasil. O próprio Osvaldo Sangiorgi, em artigo do Jornal do Estado de São Paulo, de 1975, apontou o que considerava ser os principais efeitos do MMM no ensino de matemática:

1. Abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo mais tabuada em plena 5º e 6º séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos,
2. Deixa-se ensinar frações ordinárias e sistema métrico decimal – de grande importância para toda a vida – para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno,
3. Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por exemplo “transformações geométricas”,
4. Não se resolvem mais problemas elementares – da vida cotidiana – por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como: “O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?”, proposto em livro de 5º série. (Sangiorgi citado por Soares, 2001, p. 116, grifo nosso).

Como observamos, Osvaldo Sangiorgi reforçou a avaliação de que no ensino de geometria, práticas antigas foram substituídas por novos conceitos, novo vocabulário, entre elas, o destaque para as transformações geométricas. Mas, será que as transformações geométricas foram incorporadas ao ensino de geometria, no antigo curso ginásial, que depois de 1971, passa a ser denominado 5ª a 8ª séries do ensino de 1º grau de ensino? Será que as transformações geométricas abandonaram a posição de apêndice dos livros didáticos para se integrarem à proposta central dos manuais? E de que maneira elas foram incorporadas?

A coleção de Castrucci e Bóscolo, apesar de ter curta duração, ganhou nova configuração, já que Benedito Castrucci permaneceu na FTD e passou a publicar novas coleções de livros didáticos com outros autores. Em uma dessas coleções, denominada *Matemática*, Castrucci juntamente com Ronaldo Peretti e José Ruy Giovanni, expressaram suas considerações sobre o estudo da geometria, na apresentação do livro da 7ª série:

Permitimo-nos aqui chamar a atenção para o estudo da geometria. Infelizmente, como o ensino de geometria, fonte de inspiração e de raciocínio, tem sido abandonado, procuramos nesta parte, dar uma apresentação bastante intuitiva, com poucas demonstrações, lembrando que o importante nessa área, é o despertar para a criatividade e o desenvolvimento da fantasia. Nesta fase, em segundo lugar, vem o conhecimento do raciocínio dedutivo, ferramenta básica em qualquer atividade intelectual. Por isso, há pequenas demonstrações dispostas em duas colunas: asserção e razão. Seguem-se outras demonstrações incompletas para que o aluno as termine.

²⁹ Professor de Matemática do Instituto Courant de Ciências Matemáticas da Universidade de Nova York. O livro apresentava severas críticas ao MMM.

(Castrucci, Peretti & Giovanni, 1976, grifos nossos).

O livro de Castrucci, Peretti e Giovanni foi editado em São Paulo, pela FTD, após a publicação do *Guias Curriculares para o ensino de 1º grau*, elaborado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, em 1975 e analisado por Pavanello (1989). O destaque dos autores, para o ensino de geometria, foi, uma vez mais, retomar a geometria intuitiva, valorizando a criatividade. A dedução deveria ficar em segundo plano e as transformações geométricas, que constavam dos itens de conteúdos elencados no Guias Curriculares do Estado de São Paulo não apareceu, nem nas considerações, nem ao longo do livro. A geometria proposta no livro foi a geometria euclidiana, que os autores denominam de geometria elementar, apontando em nota de rodapé a correspondência com a geometria de Euclides (Castrucci, Peretti & Giovanni, 1976, p. 135). Ela foi desenvolvida nas oito unidades finais do livro e no apêndice, constavam as construções geométricas.

Há ainda uma outra coleção de livros didáticos, também da FTD, de autoria de Castrucci e Giovanni (s/d), intitulada *Matemática (São Paulo). De acordo com os Guias Curriculares*. Não foi possível identificar a data dessa publicação, mas certamente foi após 1975, pela menção aos Guias Curriculares. Na apresentação da obra da 7ª série, não há nenhuma consideração específica ao ensino de geometria. O índice seguiu praticamente o mesmo da coleção citada anteriormente (*Matemática*), a geometria também foi desenvolvida nas nove unidades finais. A diferença significativa foi a unidade de número 14, denominada: “*Transformação – Simetria e translação*”. De modo geral, os autores apresentam os conceitos de mediatriz de um segmento, simetria axial, eixo de simetria de uma figura, simetria central, segmento orientado, segmentos equipolentes e translação, nas 11 páginas destinadas ao tema. No livro da 8ª série, o desenvolvimento dos conceitos geométricos seguiu a mesma ordem da coleção *Matemática*, nas últimas unidades do livro e sem nenhuma referência às transformações geométricas.

Parece estar evidente que a coleção destinada especificamente para São Paulo teve a inclusão de uma unidade com o tema transformações geométricas, em relação ao ensino de geometria, de modo a atender a normatização estabelecida pela normativa do referido estado. A inclusão de uma unidade, entretanto, não revelou uma mudança na proposta do ensino de geometria, já que ela não se articulou com as demais unidades, assim como não alterou a estrutura do ensino de geometria, nem na metodologia, nem nos conteúdos. Tudo indica que para Castrucci e Giovanni (s/d) a publicação dos Guias Curriculares não significou uma mudança na proposta, uma inovação para o ensino de geometria.

Um trabalho que investigou o ensino de geometria no Paraná foi a dissertação de mestrado de Ferreira (2006), cujo objetivo foi analisar a proposta pedagógica de geometria elaborada pelo Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino de Matemática (NEDEM). A investigação utilizou como fontes históricas arquivos do Colégio Estadual do Paraná, sede das experiências paranaenses de implementação do MMM. Foi analisada a coleção de livros didáticos *Ensino Moderno de Matemática* destinada às 5ª a 8ª série do 1º grau, escrita pelo NEDEM, tendo como liderança o professor Osny Antonio Dacol.

A pesquisa mostrou que a principal inovação da proposta foi acrescentar uma noção mais avançada de homologia, a linguagem da teoria dos conjuntos, demonstrações de teoremas utilizando proposições lógicas e o cálculo vetorial. A introdução dos vetores foi um diferencial da proposta paranaense em relação a de outros estados. Entretanto, a proposta não permaneceu por muito tempo no currículo da Escola Estadual do Paraná, sendo substituída em 1974. A análise realizada por Ferreira (2006) revelou que a proposta para o ensino de geometria do livro *Ensino Moderno de Matemática* não chegou a ser incorporada ao currículo paranaense, ou seja, não foi aceita pela cultura escolar e assim sendo, acabou sendo colocada de lado.

Ao analisar ensino de geometria e transformações geométricas, no período em questão, é preciso chamar ao debate a experiência baiana liderada pela professora Martha de Souza Dantas³⁰. Martha junto com Omar Catunda³¹, Eliana Costa Nogueira, Eunice da Conceição Guimarães, Neide Clotilde de Pinho e Souza, Norma Coelho de Araújo e Maria Augusta Araújo Moreno conduziram o projeto “Desenvolvimento de um Currículo para o Ensino atualizado da Matemática”, com objetivo de introduzir a Matemática Moderna no ensino secundário.

A equipe liderada por Dantas, entre outras ações, elaborou materiais didáticos com a nova proposta para o ensino de matemática e utilizou esses materiais no Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia, em caráter experimental. Segundo Martha:

Finalmente, procedeu-se a redação de textos que tornassem os programas elaborados exequíveis, permitindo introduzir no curso secundário os conceitos então recomendados. A redação dos novos textos foi viável porque contamos, para isso, com a colaboração de Omar Catunda que aceitou, inclusive, a proposta que lhe fizemos de usar, na abordagem da geometria, as transformações geométricas, recomendação centenária – feita por Felix Klein no século passado. (Dantas *apud* Leme da Silva & Camargo, 2008, p. 707).

Essa experiência, iniciada no Centro de Ciências da Bahia (CECIBA), foi um exemplo de incorporação das transformações geométricas ao ensino de geometria. Os materiais produzidos passaram por diversas reformulações, denominações diferentes, mas diferentemente do caso paranaense, o projeto seguiu em frente e continuou nas décadas de 1970, 1980 e 1990. Um estudo aprofundado sobre o ensino de geometria, presente nas diferentes edições do material didático produzido por essa equipe, foi desenvolvido na dissertação de mestrado de Camargo (2009).

Uma outra coleção de livros didáticos que também estava sendo utilizada como fonte de pesquisa para investigar o ensino de geometria durante o MMM foi a coleção *Curso*

³⁰ Martha Dantas (1923-2011). Professora da Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia, desde 1945. Em 1955, organizou o I Congresso Nacional de Ensino de Matemática no Curso Secundário, em Salvador. Coordenou o setor de Matemática do CECIBA de 1965 a 1969. (Leme da Silva & Camargo, 2008).

³¹ Omar Catunda (1906-1986). Professor da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP. Ao aposentar-se, em 1962, vai para Salvador e assume o cargo de Diretor do Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia.

Moderno de Matemática para o Ensino de 1º grau, publicados a partir de 1972 pelo Grupo de Ensino de Matemática Atualizada (GRUEMA). O grupo foi formado pelas professoras Lucília Bechara Sanchez³², Manhúcia P. Liberman³³, Anna Averbuch³⁴ e Franca Cohen Gotlieb³⁵, com supervisão e revisão de L.H. Jacy Monteiro³⁶. As autoras tiveram papel de destaque durante o MMM, em especial, nos cursos para formação de professores realizados pelo GEEM. Os livros para as 7ª e 8ª séries da coleção trabalhavam com o conceito de transformações geométricas; Rios (2010) analisou em sua pesquisa de mestrado a proposta de ensino de geometria presente na referida coleção.

Pelos estudos ora expostos, acreditamos que a década de 1970 representou um segundo momento do MMM no qual o ensino de geometria se configurou de maneira distinta. Algumas experiências isoladas que se iniciaram na década de 1960 foram reformuladas, e junto com a cultura escolar já sedimentada configuraram o ensino de geometria em um outro contexto. Tratou-se de um momento de amadurecimento, de avaliação de experiências-piloto, de difusão de livros didáticos modernos, de críticas e de acomodação e até de resistência da cultura escolar frente às novas propostas.

Considerações finais

Como dito no início, o artigo teve o objetivo expor a expansão e a consolidação do campo da HEM e sintetizar estudos desenvolvidos depois do final do século XX. Além disso, os resultados sintetizados foram produzidos em projeto coletivo, de âmbito internacional, em um momento de inserção de novos aportes teóricos sobre como produzir a HEM e a reunião de um conjunto mais representativo de fontes históricas. A intenção não foi de refutar os estudos de Pavanello (1989, 1993), pelo contrário, pretendeu-se valorizá-los no sentido de abrir portas e trazer representações sobre o passado num momento inicial da Educação Matemática brasileira.

Além disso, a inserção da pesquisa num projeto de cooperação internacional, com Portugal, obrigou o grupo de pesquisadores a restringir-se a determinados contextos, no caso, o olhar do ponto de vista brasileiro e para um determinado segmento educacional, no caso o ensino ginásial, hoje anos finais do Ensino Fundamental. A experiência de transitar por culturas diferentes, seja em Portugal, ou nos diferentes estados brasileiros, trouxe ganhos no processo de produção da história:

Fazendo-se estrangeiro em meio a uma outra cultura que se quer conhecer, o

³² Lucília Bechara. Mestre e Doutora em Educação pela USP, sócia fundadora do GEEM.

³³ Manhúcia Liberman (1927-2017). Bacharel e Licenciada pela UFRJ, sócia fundadora do GEEM.

³⁴ Anna Averbuch (1928-2004). Licenciada e Bacharel em Matemática pela UFRJ, professora da Universidade Santa Ursula (RJ), sócia fundadora do GRUPO de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática – GEPEM.

³⁵ Licenciada e Bacharel em Matemática pela UFRJ, professora da Universidade Santa Ursula (RJ), sócia fundadora do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática GEPEM.

³⁶ Jacy Monteiro (1921-1975). Professor da Universidade de São Paulo, membro do GEEM.

pesquisador relativiza, reconstrói o saber que tinha tão familiar, de elementos da cultura escolar que lhe era tão próxima em seu próprio país, da *sua* cultura. Aí parece assentar a ideia de experimentar. Ao testar no campo do outro, elementos presentes na cultura que é a sua, fica-se a saber mais de sua própria cultura, à medida do encontro de estranhamentos, diferenças e assimetrias que, num primeiro momento, tornam inexplicáveis o que era familiar. (Valente, 2008b)

Talvez ainda seja cedo para a produção de novos fatos históricos sobre o ensino de geometria e o MMM no Brasil, mas tudo indica que há evidências suficientes para sustentar que o ensino de geometria no MMM não deve estar somente atrelado à presença das transformações geométricas ao rol de conteúdos de uma proposta curricular. O conceito de transformações geométricas foi tratado em experiências isoladas, e tudo leva a crer que ele não penetrou nas aulas de matemática, a menos em contextos particulares, como foi o caso da Bahia. Focar as discussões do ensino de geometria e o MMM sobre as transformações geométricas, sem olhar para como essa proposta foi inserida na cultura escolar, muitas vezes nos impede de compreender realmente a trajetória do ensino de geometria em tempo do MMM. Os argumentos apresentados, considerando os novos aportes da HEM, indicam não ser pertinente a representação de abandono da geometria pelo MMM.

Os resultados dos estudos do projeto coletivo apontaram que a proposta de geometria dos anos 1950 enfatizava a geometria dedutiva, os teoremas e demonstrações, e foram objeto de debate e preocupação nos Congressos Nacionais. Assim, a partir da década de 1960, durante o MMM no Brasil, identificamos um arrefecimento da geometria dedutiva, caracterizada em tempos pré-modernos. Uma outra representação a ser defendida poderia ser que as propostas modernizadoras tentaram revigorar o ensino de geometria propondo-lhe uma abordagem mais experimental e intuitiva, em conformidade com o desejo expresso pelos debates presentes nos Congressos Nacionais. Entretanto, essa tentativa num momento de ênfase na algebrização, de valorização da teoria dos conjuntos, talvez tenha feito com que a efetiva proposta para o ensino de geometria acabasse despercebida pela comunidade.

Em verdade, os termos de abandono ou de fracasso, na produção histórica podem ser interpretados como juízo de valores. Os historiadores da educação nos alertam que o papel da produção histórica está em cotejar as fontes na busca por uma explicação plausível mais próxima possível da verdade e não de julgar, como destaca Marc Bloch:

Existem duas maneiras de ser imparcial: a do cientista e a do juiz. Elas têm uma raiz comum, que é a honesta submissão à verdade. Chega um momento, porém, em que os caminhos se separaram. Quando o cientista observou e explicou, sua tarefa está terminada. Ao juiz resta ainda declarar sua sentença. (Bloch [1994], 2001, p. 125)

Talvez seja preciso reconhecer e entender porque o percurso do ensino de geometria parece ter sido distinto de outros conceitos matemáticos, como por exemplo, as estruturas algébricas, que mesmo sem domínio dos professores sobre o assunto, foram inseridas diretamente nos manuais didáticos, nos cursos de formação de professores. Entender a complexidade da trajetória do ensino da geometria, associado ao período do MMM e as apropriações que autores de livros didáticos, professores e alunos, certamente nos permitirá um olhar mais crítico frente ao ensino atual.

Referências

- Bloch, M. (2001). *Apologia da História ou O ofício de historiador*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.
- Bóscolo, A., & Castrucci, B. (1969). *Matemática: curso moderno*. v.3. São Paulo: FTD.
- Búrigo, E. Z. (1989). *Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*. Dissertação de Mestrado em Educação. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Búrigo, E. Z. (2017). Revisitações do passado: contribuições da História Cultural à crítica da pesquisa. *Revista de História da Educação Matemática*, 3 (2), 56-76.
- Caldatto, M. E., & Pavanello, R. M. (2015). Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. *Quadrante*, 24 (1), 103-128.
- Camargo, K. C. (2009). O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. São Paulo: Universidade Bandeirantes.
- Castrucci, B., & Giovanni, J. R. (s/d). *Matemática (São Paulo)*. De acordo com os Guias Curriculares. 7ª série. São Paulo: FTD
- Castrucci, B., & Giovanni, J. R. (s/d). *Matemática (São Paulo)*. De acordo com os Guias Curriculares. 8ª série. São Paulo: FTD.
- Castrucci, B.; Peretti, R. G. & Giovanni, J. R. (1976). *Matemática: 7ª série*. São Paulo: FTD.
- Castrucci, B.; Peretti, R. G. & Giovanni, J. R. (1976). *Matemática: 8ª série*. São Paulo: FTD.
- Chartier, R. (1991). O mundo como representação. (Tradução: Andréa Daher e Zenir Campos Reis). *Estudos Avançados*, 11 (5), 173-191.
- Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177-229.
- Cury, F. G., Morais, M. B., & Garnica, A. V. M. (Orgs.). (2022). *História da educação matemática: desenvolvimento e consolidação de um campo de pesquisa*. São Paulo: Editora da Física.
- D'Ambrosio, B. S. (1987). *The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education*. PhD in Education. Bloomington: Indiana University.
- Dassie, B. A., & Costa, D. A. (Orgs.) (2018). *História da educação matemática e formação de professores*. São Paulo: Editora da Física.
- Duarte, A. R. S. (2007). *Matemática e Educação Matemática: a dinâmica de suas relações ao tempo do Movimento da Matemática Moderna no Brasil*. Tese de Doutorado em Ensino de Matemática. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Faria Filho, L. M., Vidal, D., & Paulilo, A. L. (2004). A cultura escolar como categoria de análise e como campo de investigação na história da educação brasileira. *Educação e Pesquisa*, 30 (1), 139-159.
- Ferreira, A. C. C. (2006). *Propostas Pedagógicas de Geometria no Movimento Paranaense*

- de Matemática Moderna*. Dissertação de Mestrado em Educação. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná.
- Garnica, A. V. M. (Org.). (2016). *Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil: sob o signo da pluralidade*. São Paulo: Livraria da Física.
- Julia, D. (2001). A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, 1, 9-43.
- Kline, M. (1976). *O fracasso da matemática Moderna*. Trad. Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA.
- Leme da Silva, M. C. (2008a). A geometria nos congressos nacionais de ensino de matemática. In: E. Z. Búrigo, M. C. B. Fischer & M. B. Santos (Orgs.), *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos*. (pp. 69-93). Porto Alegre: Redes Editora, 69-80.
- Leme da Silva, M. C. (2008b). A geometria escolar moderna de Osvaldo Sangiorgi. In: Valente, W. R. (org.). *Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno*. São Paulo: Editora Annablume, 69-93.
- Leme da Silva, M. C. (2022). Um breve panorama sobre a História da educação matemática no Brasil. *Revista de História da Educação Matemática*, 8, 1-17.
- Leme da Silva, M. C., & Camargo, K. C. (2008). Martha Dantas: o ensino da geometria na Bahia. *Revista Diálogo Educacional*, 8 (25), 701-714.
- Leme da Silva, M. C., & Pinto, T. P. (Orgs.). (2020). *História da Educação Matemática e Formação de Professores: aproximações possíveis*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Marques, A. S. (2005). Tempos pré-modernos: a matemática escolar dos anos 1950. [Dissertação de Mestrado]. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- MEC – Ministério da Educação e Cultura (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries): Matemática*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental.
- Mendes, I. A., & Gonçalves, F. D. S. (2020). Caracterização da pesquisa brasileira em Dissertações e Teses sobre História da Educação Matemática (1990-2010). *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5, 55-69.
- Oliveira, M. C. A., & Pietropaolo, R. C. (2008). Revista Escola Secundária: instrumento na formação continuada de professores de matemática. In: E. Z. Búrigo, M. C. B. Fischer & M. B. Santos (Orgs.), *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos*. (pp. 95-106). Porto Alegre: Redes Editora.
- Oliveira, M. C. A., Leme da Silva, M. C., & Valente, W. R. (Org.). (2011). *O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular*. Juiz de Fora: Editora UFJF.
- Pavanello, R. M. (1989). *O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica*. Dissertação de Mestrado em Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.
- Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, 1, 7-17.
- Pereira, D. J. R. (2005). *História do Movimento Democrático que criou a Sociedade*

- Brasileira de Educação Matemática – SBEM*. Tese de Doutorado em Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.
- Rios, M. S. B. (2010). A proposta de ensino da geometria nos livros do GRUEMA. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. São Paulo: Universidade Bandeirantes.
- Sangiorgi, O. (1964). *Matemática para a terceira série ginásial*. (78ª Edição). São Paulo: Companhia Editoria Nacional.
- Sangiorgi, O. (1969). *Matemática curso moderno – 3º volume para os ginásios*. (6ª Edição). São Paulo: Companhia Editoria Nacional.
- SEDUC-SP. (1975). *Guias Curriculares para o ensino de 1º grau*. São Paulo: SEDUC-SP/CERHUPE.
- Soares, F. S. (2001). *Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou Retrocesso?* Dissertação de Mestrado em Educação. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- Stephan, A. M. (2000). *Reflexão histórica sobre o Movimento da Matemática Moderna em Juiz de Fora*. Dissertação de Mestrado em Educação. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Valente, W. R. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 22, 28-49.
- Valente, W. R. (2008a). Osvaldo Sangiorgi, um *best seller*. In W. R. Valente (Org.), *Osvaldo Sangiorgi – um professor moderno*. (pp. 13-41). São Paulo: Editora Annablume.
- Valente, W. R. (2008b). *For a comparative history of mathematics teaching*. (Palestra proferida no ICME 11). Monterrey: Universidade de Monterrey.
- Valente, W. R. (Org.) (2014). *História da Educação matemática no Brasil: Problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas*. São Paulo: Livraria da Física.
- Vitti, C. M. (1998). Movimento da matemática Moderna: Memória, Vaia e Aplausos. Tese de Doutorado em Educação. Piracicaba: Universidade Metodista de Piracicaba.