



Proposta de um Modelo Didático para o desenvolvimento do Pensamento Criativo em Matemática

Proposal of a Didactic Model for the development of Creative Thinking in Mathematics

Teodora Pinheiro Figueroa¹

Saddo Ag Almouloud²

Resumo

Diante das diversas questões mundiais, os resultados de pesquisas relatam que a criatividade é de fundamental importância nas relações pessoais e interpessoais com objetos de estudo em meio a processos de construção de conhecimentos para a obtenção de possíveis respostas. De modo a contribuir com este cenário, o objetivo deste trabalho refere-se à construção de um Modelo Didático para o Desenvolvimento do Pensamento Criativo em Matemática (MD-PCM), a partir das investigações a respeito da criatividade e sua dimensão em processos de ensino e aprendizagem em matemática. Essas investigações possibilitaram análises e interconexões com elementos fundamentais da didática, em particular com a Teoria Antropológica do Didático e, de forma mais específica com o percurso de estudo e pesquisas. O MD-PCM é um construto teórico que abre um leque de possibilidades para a investigação a respeito de fenômenos didáticos tendo como vertente a criatividade

Palavras-chave: Criatividade; Modelo didático; Pensamento criativo em matemática; Percurso de estudo e pesquisa.

Abstract

In view of the various global issues, research results report that creativity is of fundamental importance in personal and interpersonal relationships with objects of study during knowledge construction processes to obtain possible answers. To contribute to this scenario, the objective of this work refers to the construction of a Didactic Model for the Development of Creative Thinking in Mathematics (DM-CTM), based on investigations regarding creativity and its dimension in teaching and learning processes in mathematics. These investigations have enabled analysis and interconnections with fundamental elements of didactics, with the Anthropological Theory of Didactics and, more specifically, with the path of study and research. The DM-CTM is a theoretical construct that opens a range of possibilities for research on didactic phenomena having creativity as its aspect.

Keywords: Creativity; Didactic model; Creative thinking in mathematics; Study and research path.

Introdução

Este artigo de cunho teórico, tem como objetivo apresentar um Modelo Didático para o Desenvolvimento do Pensamento Criativo em Matemática (MD-PCM), baseando-se em

Submetido em: 17/12/2022 – **Aceito em:** 31/07/2023 – **Publicado em:** 30/11/2023

¹ Doutora em Engenharia Mecânica pela Universidade de São Paulo, Professora Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Brasil. E-mail: teodora.pinheiro@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-8680-5202>

² Doutor em Matemática e Aplicações pela Universidade de Rennes I (França), Professor da Universidade Federal da Bahia, Brasil. E-mail: saddoag@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-8391-7054>

resultados de autores que produziram entendimentos sobre a noção de “criatividade” e, na Teoria Antropológica do Didático – TAD - (Chevallard, 1999, 2006).

No que diz respeito à TAD, os construtos teóricos organização praxeológica (ou simplesmente praxeologia), Percursos de Estudo e Pesquisa (PEP), *milieu*, sistema didático, universo cognitivo, entre outros, são fundamentais em nossa proposta de MD-PCM. Estes construtos teóricos, apesar de alguns aparecerem logo no início deste artigo, serão retomados e caracterizados em diferentes partes do texto e na seção reservada à discussão sobre a TAD.

A criatividade é um tema importante na formação dos estudantes como cidadãos do amanhã, pois ser capaz de apreender a complexidade de nosso mundo mobilizando plenamente suas faculdades criativas parece ser uma condição essencial para assumir os desafios individuais e sociais que cada um de nós encontra em suas vidas.

Para apresentar compreensões sobre a noção de criatividade, tecemos algumas reflexões na próxima seção. Essas compreensões sustentam nossa problemática e a caracterização de nosso objetivo da pesquisa.

Problematização

Cada vez mais notamos a urgência e emergência de pessoas criativas em todas as áreas da sociedade. As catástrofes se fazem presentes a todo tempo e, as soluções dos problemas demandam conhecimento e criatividade.

A criatividade é uma das exigências das inúmeras vagas de mercado³, isto porque em um mundo tecnológico, algumas funções repetitivas e mecânicas estão sendo realizadas por mão de obra robotizada.

Mas, para se falar em criatividade, faz-se necessário defini-la.

Segundo Young (1985), a palavra **criatividade** deriva do latim *creare*: fazer e do grego *Krelnein*: cumprir. Neste caso, o autor afirma que podemos abordar a criatividade a partir de um desses dois sentidos. Criatividade é o que as pessoas fazem e/ou constroem. As pessoas podem usar a imaginação para **inventar** algo novo, transformando assim o que é em algo melhor. Nesta perspectiva, o autor, Young (1985, p.77), assevera que “o criador supera o velho e o transforma no novo, ele acrescenta sua contribuição única a tudo o que faz, ele supera o tradicional com o inovador, o antiquado com uma melhoria.”

A partir desta definição podemos inferir que a criatividade não é a ideia extraordinária surgida do nada, mas uma **capacidade de recriar partes parcialmente concebidas por outra pessoa.**

³ <https://revistacapitaleconomico.com.br/7-principais-exigencias-do-mercado-de-trabalho/>

Segundo Franken (1994, p.36), “a criatividade é definida como a tendência de gerar ou reconhecer ideias, alternativas ou possibilidades que podem ser úteis para resolver problemas, comunicar com os outros e entreter a nós mesmos e aos outros.”

As duas definições de criatividade, vem ao encontro do desenvolvimento histórico da matemática que mostra que ela foi construída a partir de um conjunto de ideias que foram sendo desenvolvidas, a partir de criações de civilizações anteriores de acordo com o contexto da época. Essas criações e/ou inovações matemáticas determinaram na época a ideia de matemática desses povos. Por exemplo, como bem relata Devlin (2002, p.7-9), para as civilizações egípcias e babilônicas, a matemática era a ciência dos números, as criações destes povos eram de forma utilitária. Para a civilização grega, a matemática era o estudo dos números e das formas, suas criações envolviam uma releitura dos números com uma certa forma geométrica, a visão dos gregos era geométrica. Essa visão da natureza da matemática não teve alterações significativas na visão de outros povos que desenvolveram matemática (chineses, indianos, islâmicos entre outros) até meados do século XVII, quando Newton e Leibniz apresentaram as ideias do Cálculo. Logo, depois de Newton e Leibniz, a matemática passou a ser o estudo dos números, da forma, do movimento, da mudança e do espaço. A partir do século XX, chegou-se ao consenso atual de que a matemática é a ciência dos padrões, criados, inventados e/ou descobertos por intermédio de um saber-fazer de mentes criativas.

Deduzimos, portanto, que a criatividade se faz presente em nossas ações, em nosso saber-fazer, em nossas praxeologias.

A noção de praxeologia, da TAD (Chevallard, 1999, 2006) é uma forma de interpretar a atividade humana a partir da união de um bloco prático ou práxis e um bloco teórico ou logos. A práxis refere-se à dimensão prática ou *know-how*: é formado por tipos de problemas ou tarefas a serem estudados e um conjunto de técnicas construídas para cumpri-las. O segundo bloco refere-se à parte descritiva, organizadora e justificativa da atividade. Inclui o discurso tecnológico (o logos da técnica), composta por descrições e explicações que tornam as técnicas compreensíveis e possibilitam a produção de novas. Ele também contém um segundo nível de justificação denominado teoria, que dá sentido aos problemas, permite a interpretação das técnicas e serve de base para as descrições e justificativas tecnológicas.

Portanto, podemos dizer que as praxeologias são o cerne de toda e qualquer teoria em didática da matemática e, os diversos tipos de praxeologias trazem à luz a criatividade e/ou o pensamento criativo humano.

Na perspectiva da didática da matemática, é por intermédio do desenvolvimento, observação das praxeologias em uma situação didática⁴ que identificamos os fenômenos

⁴ Brousseau (2011, p. 2) distingue dois tipos de situações na Teoria das Situações: As **situações matemáticas** nas quais não está prevista nenhuma intervenção didática e as **situações didáticas**, que incluem uma situação matemática, embutida em um sistema de condições que levam o sujeito à adoção direta dos comportamentos determinados somente pela intervenção do professor, quer o aluno perceba ou não a necessidade matemática. As situações matemáticas visam representar as condições mínimas necessárias para explicar ou justificar a

didáticos que se fazem presentes. Mas, para que existam as praxeologias em uma determinada situação didática, é preciso que surjam os problemas, as questões e os diferentes percursos de estudo que conduzem a diferentes soluções.

Podemos observar que a definição de criatividade matemática a nível escolar traz como pano de fundo uma organização praxeológica. Pois segundo Liljedah e Sriraman (2006), criatividade matemática é:

- a) o processo que resulta em soluções incomuns (novas) e/ou perspicazes para um determinado problema ou problemas análogos, e/ou (b) a formulação de novas questões e/ou possibilidades que permitem que um antigo problema seja visto de um novo ângulo que exige imaginação. (p. 19)

Inferimos, portanto, que a criatividade matemática pode se desenvolver, no caso da sala de aula, nas interações aluno-saber-professor em uma situação didática, sendo o *milieu*⁵ munido de um certo tipo de praxeologias que favoreçam a criatividade matemática e/ou o desenvolvimento do pensamento criativo em matemática.

Segundo Margolinas (2009, pp. 13-14), “Brousseau considera a interação sujeito-*milieu* como sendo a menor unidade de interação cognitiva. Um estado de equilíbrio dessa interação define um estado de conhecimento, sendo o desequilíbrio sujeito-milieu o produtor de novos conhecimentos.

Com base nesta definição, inferimos que a **mola propulsora** para o desenvolvimento de um pensamento criativo em matemática depende de como se estabelece a interação sujeito-*milieu* para um certo *milieu* munido de praxeologias que contribuam para o desenvolvimento dele. Dessa forma, a proposta deste trabalho é explicitar esta proposta, por meio de um Modelo Didático para o desenvolvimento do Pensamento Criativo em Matemática (MD-PCM), fundamentado na TAD. Além disso, o MD-PCM tem como objetivo trazer à luz as interconexões possíveis entre a TAD e o pensamento criativo em matemática.

A Estrutura base do MD-PCM é formada por pilares de sustentação ao que diz respeito à dimensão relacionada a aspectos inerentes à criatividade, são eles: a) conceito de criatividade; b) categoria relacionada ao que é criativo; c) conceito de matemática criativa; d) conceito de pensamento criativo em matemática que retroalimentarão as interações entre o saber-aluno-professor em uma situação didática em que o *milieu* seja munido de intenções

implementação de um enunciado matemático por um agente ou um grupo de agentes, sem intervenção didática externa.

⁵ Para Chevallard (2007, p.344) o *milieu* é qualquer sistema desprovido de intenção na resposta que pode trazer, de forma explícita ou implícita, a uma determinada pergunta. Este *milieu* só pode ser compreendido em uma dialética com a mídia, definida de forma muito geral como qualquer sistema de representação de uma parte do mundo natural ou social para um determinado público. Esta posição coloca assim o professor e os sistemas de documentação fora do *milieu* e resulta de uma análise das oposições e de uma superação destas oposições. O *milieu* é desprovido de intenções e a mídia tem a intenção de informar. Para que um processo de estudo e pesquisa possa se envolver em um questionamento genuíno sem estar sujeito à autoridade de uma instituição, deve existir uma dialética vigorosa (e rigorosa).

didáticas⁶ que possibilitem percursos de questionamentos, pesquisas, invenções e inovações proporcionando o desenvolvimento do pensamento criativo em matemática.

A seguir explanaremos sobre a base teórica da didática da matemática em que o MD-PCM se fundamenta, a Teoria Antropológica do Didático.

Teoria Antropológica do Didático (TAD)

A TAD é uma teoria criada por Chevallard. Esta teoria apresenta algumas noções fundamentais, as quais são relatadas neste trabalho segundo Chevallard (2009a).

A primeira noção fundamental é a de objeto, como qualquer entidade, material ou imaterial, que existe para pelo menos um indivíduo. A segunda noção fundamental é a relação pessoal de um indivíduo x com um objeto o , denotado $R(x; o)$. Dizemos que o existe para x se a relação pessoal de x com o for diferente de vazio, que denotamos por $R(x; o) \neq \emptyset$. A terceira noção fundamental, a de pessoa, é então o par formado por um indivíduo x e o sistema de seus relacionamentos pessoais $R(x, o)$, em um determinado momento da história de x . A palavra pessoa, conforme usada aqui, não deve induzir ao erro: todo indivíduo é uma pessoa, inclusive a criança muito pequena. É claro que, com o passar do tempo, o sistema de relacionamentos pessoais de x evolui: objetos que não existiam para ele começam a existir; outros deixam de existir; e para outros, o relacionamento pessoal de x muda. Nessa evolução, a invariante é o indivíduo; o que muda é a pessoa. A quarta definição é a de Instituição (I), por meio da qual podemos explicar a formação e evolução do universo cognitivo de uma pessoa x . Uma instituição (I) é um dispositivo social, em que as pessoas x se sujeitam ao ocupar as diferentes posições p oferecidas em I , pondo em jogo os seus próprios modos de fazer e pensar - isto é, suas praxeologias.

A noção de praxeologia está no cerne da TAD. Essa noção generaliza várias noções culturais comuns - as de saber⁷ e saber-fazer. Uma praxeologia (\wp) é formada pelo bloco

⁶ Para Sensevy (2010, citado em Aldon, 2011, p.40-41) as intenções didáticas estão ligadas a um problema e aos *milieux* de preparação e ação, que devem ser descritos em diferentes níveis, intenções gerais ligadas a uma epistemologia pessoal (uma epistemologia prática) e intenções locais construídas para um propósito específico. Como resultado das interações do professor com o *milieu* de construção em uma situação relacionada ao currículo e do professor em uma situação de construção em interações com o *milieu* didático, as intenções se deparam com contingência e podem ser modificadas localmente em uma situação didática devido às interações com o ambiente de referência. Da mesma forma, o professor-observador confronta suas intenções com as retroações do *milieu*-objetivo dos estudantes. Neste esquema, a posição dos estudantes deve ser acrescentada como atores das situações didáticas tendo, da mesma forma, intenções de aprender o que precisa considerar de um ponto de vista global, em conexão com uma posição geral em relação à Escola e localmente, em conexão com o contexto particular de uma lição. Assim, a estreita relação entre intenção e *milieu* é particularmente sensível em ambientes inovadores, e em particular em ambientes computadorizados.

⁷ Neste texto fazemos a diferença entre **saber** e **conhecimento**, conforme definidos por Margolinas (2014, p. 15): O conhecimento é o que realiza o equilíbrio entre o sujeito e o *milieu*, o que o sujeito coloca em jogo quando investe uma situação. O saber é uma construção social e cultural, que vive em uma instituição e que é por natureza um texto (o que não significa que esteja sempre escrito materialmente). O saber é despersonalizado, descontextualizado, destemporalizado, formulado, formalizado, validado e memorizado. O conhecimento, portanto, vive em uma situação, enquanto o saber vive em uma instituição. Para definir um

práxis $[T, \tau]$, saber-fazer, e o bloco logos $[\theta, \Theta]$ discurso sobre a práxis, em que T se refere ao tipo de tarefa contendo ao menos uma tarefa t , τ a técnica ou modo de se realizar uma tarefa do tipo T , θ a tecnologia, isto é, um discurso sobre a técnica, e Θ a teoria, ou justificativa da tecnologia.

As praxeologias vivem nos sistemas didáticos presentes nas situações didáticas. Ao que nos referimos à situação didática, é o conjunto das relações estabelecidas em um sistema didático $S(x, y, o)$ - x sendo um aluno ou coletivo de alunos, y é o diretor do estudo podendo ser o professor, e o é o objeto matemático que está sendo estudado -, as quais envolvem as relações $R_I(p; o)$, relação que cada sujeito x , na posição p dentro da instituição I , deve manter idealmente com o objeto o e a relação $R(x; o)$, é a relação que cada sujeito tem com o objeto o . Segundo Brousseau (1978) estas relações são estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno x e/ou um grupo de alunos (X), um certo *milieu* e um sistema educativo, professor (y) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Chevallard (2009b) propõe uma nova perspectiva para a forma como estas praxeologias possam viver nos sistemas didáticos. Esta nova perspectiva se refere a situações didáticas planejadas a priori para o desenvolvimento de um percurso de estudo e pesquisa (PEP), o qual tem como objetivo promover um processo de investigação para a obtenção de uma resposta R^\heartsuit a uma questão Q potencialmente geradora de outras questões e, que conseqüentemente mobiliza o desenvolvimento de novas praxeologias, que reúnem conhecimentos antigos e novos ampliando assim, o equipamento praxeológico dos sujeitos envolvidos.

O equipamento praxeológico é, para Chevallard (2007), o conjunto de praxeologias que uma pessoa x tem em relação a um objeto de conhecimento e, que ficam explícitos em seus registros referente à técnica, à tecnologia etc. O equipamento praxeológico de uma pessoa x está intimamente relacionado às suas sujeições às instituições pelas quais passou e, às suas relações com o , o qual é ajustado/remodelado em um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), por exemplo.

O PEP se fundamenta no paradigma de questionamento do mundo, proposto por Chevallard (2015), baseado no esquema herbatiano: $S(x; y; Q) \rightsquigarrow M \hookrightarrow R^\heartsuit$, em que o estudo e processo de investigação se dão em torno do questionamento Q . M é o *milieu* didático, que no decorrer do percurso vai se modificando e/ou ampliando-se de acordo com as questões derivadas de Q e/ou respostas R^\diamond do aluno impressa pela instituição, que x , com a ajuda de y , consegue explicitar. O *milieu* M é o conjunto de todos os recursos úteis e ativados por x para a construção de R^\heartsuit .

Neste trabalho, o PEP é um fator determinante para a proposta do MD-PCM.

conhecimento, é necessário descrever as situações que o caracterizam. Para definir um saber, é necessário determinar a instituição que o produz e legitima, o que às vezes leva a considerar várias instituições e seus possíveis conflitos. (tradução nossa)

Estrutura Base do Modelo Didático para o Pensamento Criativo em Matemática (MD-PCM)

O MD-PCM foi desenvolvido com base em alguns pilares: a) conceito de criatividade; b) categoria relacionada ao que é criativo; c) conceito de matemática criativa; d) conceito de pensamento criativo em matemática e as interconexões desses conceitos com alguns construtos da didática da matemática fundamentados na TAD. Na estrutura do MD-PCM, esses pilares são a sustentação para uma situação didática no que diz respeito a esfera da criatividade.

Inferimos que trazer à luz a existência desses pilares, os seus significados e as interconexões entre eles, contribui para o desenvolvimento de um sistema de retroalimentação de conhecimentos e/ou saberes, que podem ser fundamentais para sinalizar a necessidade de modificações significativas no sistema didático e/ou interações entre os sujeitos presentes em uma situação didática.

Ao que denominamos sistema de retroalimentação refere-se a um sistema, o qual munido de conhecimentos/saberes referentes aos pilares e suas interconexões aciona mecanismos de retroação e/ou ação, quando se fazem necessários, de modo a capacitar a quem ensina alguém a aprender alguma coisa. Esse sistema promove ajustes ao *milieu* e/ou o mune de intenções didáticas de forma que ocorram os processos de adaptação/desequilíbrio necessários para que o desenvolvimento do pensamento criativo em matemática ocorra e, conseqüentemente, os saberes matemáticos sejam desvendados, explorados, construídos, inovados em um ambiente de aprendizagem entre os sujeitos.

A Figura 1 apresenta um esquema da estrutura base do MD-PCM e os seus componentes, bem como as interconexões e o sistema de retroalimentação. As setas de duplo sentido que se conectam ao *milieu* representam o sistema de retroalimentação, o qual flui da estrutura base do MD-PCM para a base do triângulo didático (saber, aluno, professor) retroalimentando todo o sistema e, conseqüentemente alterando a forma como se estabelecem as interações entre aluno-professor e o saber em jogo, o *milieu*, as situações didáticas e, conseqüentemente a forma como as praxeologias são estabelecidas. A partir deste sistema de retroalimentação pode ocorrer um processo natural de expansão do *milieu*, que transcende o triângulo didático, representado pela estrutura pontilhada de forma cilíndrica. Esta estrutura cilíndrica surge da base, uma vez que a expansão é resultado de um processo de interconexão dos pilares CRC (Categoria que se refere ao que é criativo: Pessoa/Impressão/Processo/Produto), C (Criatividade), PCM (Pensamento Criativo em Matemática) e CM (Criatividade Matemática) com alguns construtos da didática da matemática fundamentados na Teoria Antropológica do Didático (TAD).

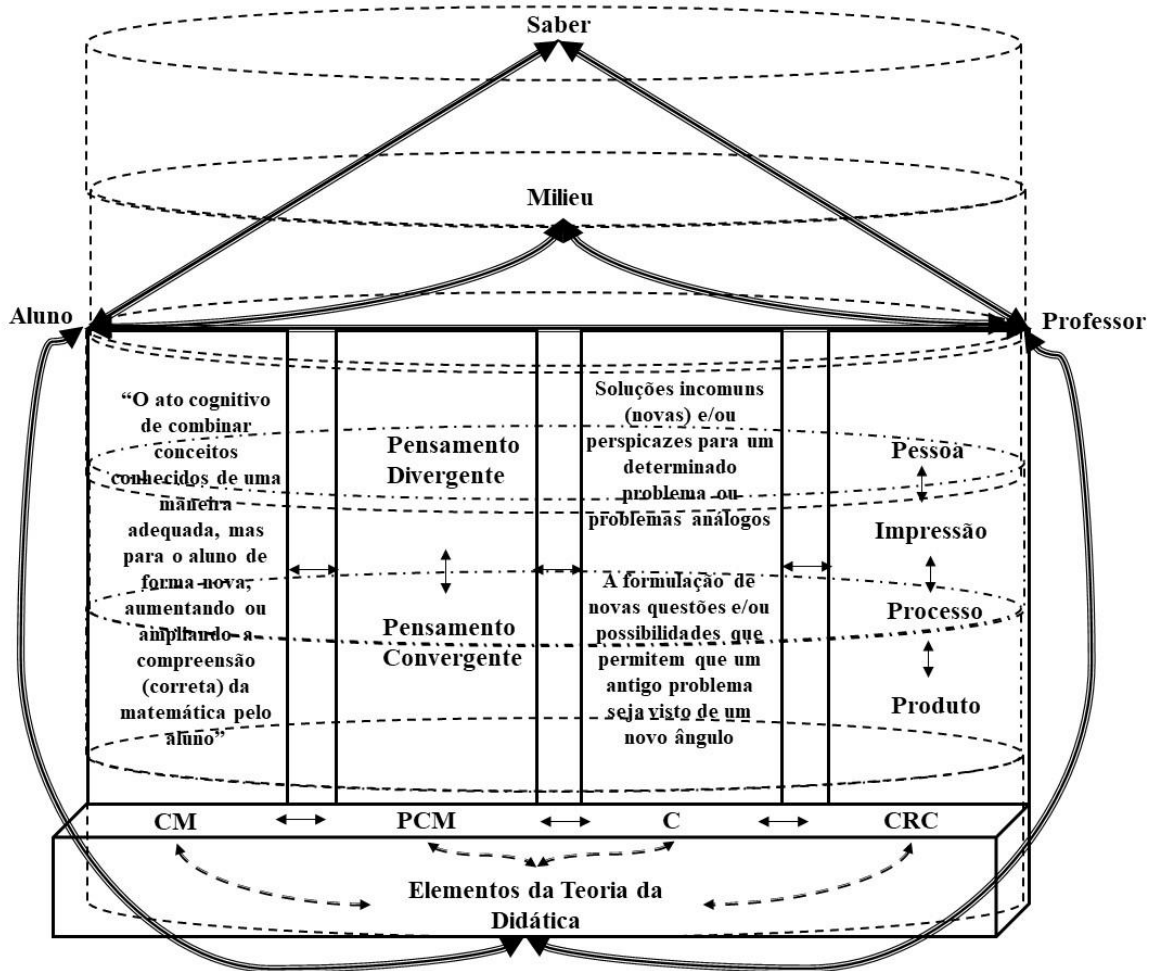


Figura 1. Estrutura base do MD-PCM

Fonte: Elaboração dos próprios autores

Mas, em que consistem os pilares de sustentação e quais interconexões se estabelecem entre eles? Os pilares se referem às colunas da Figura 1 e, eles foram elencados a partir de um processo de estudo e pesquisa sobre a dimensão da criatividade em processos de ensino e aprendizagem.

A Figura 2 apresenta o processo de interconexões dos pilares e a influência destes no universo cognitivo dos sujeitos e, conseqüentemente no âmago de suas relações e/ou interações em situações didáticas em que alguém ensina a alguém a aprender alguma coisa.

Um sujeito, segundo Chevallard (2009a), é dotado de um Universo Cognitivo, o qual denotamos por $UC(x) = \{(o, R(x; o)) / R(x; o) \neq \emptyset\}$, que se apresenta em constante mudança, pois a relação pessoal $R(x; o)$ é construída, se ainda não existe, caso em que $R(x; o) = \emptyset$, ou pode mudar. E esta mudança ocorre de acordo com a instituição a que o sujeito se sujeita e, dependendo da posição p que ele ocupa, seja ela, de estudante, de professor, de coordenador etc.

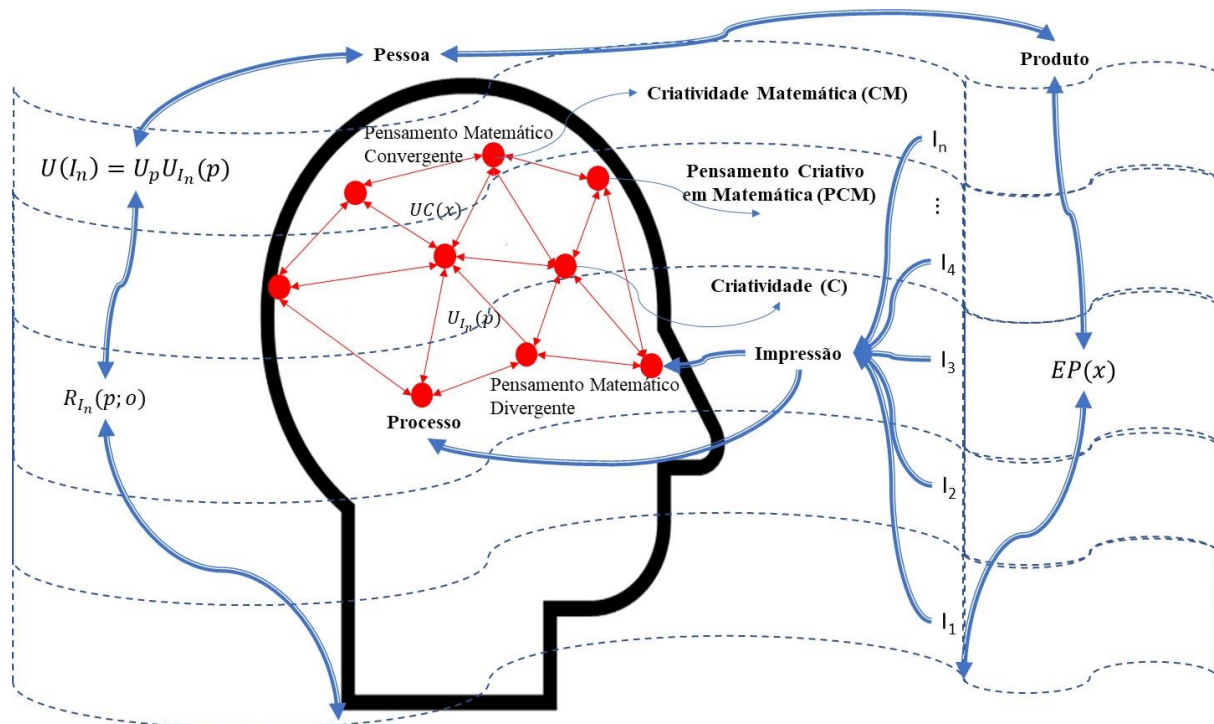


Figura 2. Universo cognitivo e as Interconexões dos Pilares do MD-PCM

Fonte: Elaboração dos próprios autores

Chevallard (2009a) assevera que desde o nascimento até a vida adulta fazemos parte de Instituições pelas quais nos sujeitamos de alguma forma. Logo estas Instituições ($I_1, I_2, I_3, I_4, \dots, I_n$) (Figura 2) produzem impressões no sistema cerebral dos indivíduos e, conseqüentemente no universo cognitivo, $UC(x)$ deles. De acordo com estas impressões, a tendência da relação pessoal $R(x; o)$ é ser remodelada pelas relações institucionais, $R_{I_n}(p; o)$, do sujeito na posição p com o objeto o e, de certo modo se assemelha à ela, ou seja, $R(x; o) \cong R_{I_n}(p; o)$, onde \cong representa a conformidade da relação pessoal de x com a relação institucional do sujeito na posição p .

De um modo geral, o universo cognitivo $UC(x)$ de um sujeito é o resultado da história de seu passado e presente, tendo como pano de fundo as impressões das instituições pelas quais se sujeitou. Essas impressões, são um dos componentes caracterizados por Rhodes (1961) para caracterizar que tipo de ambiente fomenta ou sufoca a criatividade.

Pode-se observar na Figura 2, que a palavra **Impressão** estabelece uma ligação (seta azul) com os conectores cerebrais (em vermelho) e, conforme descrito por Rhodes (1961), pode fomentar ou não a criatividade ao sujeito (x) desencadeando em seus processos mentais, a criação de ideias, as quais são geradas no seio do universo cognitivo $UC(x)$ do sujeito, mais especificamente ao que se refere ao universo cognitivo do sujeito na posição p em $I_n, n=1, 2, 3, 4, \dots, n$, ou seja, $U_{I_n}(p) = \{(o, R_{I_n}(p; o)) / R_{I_n}(p; o) \neq 0\}$, o qual está inserido no universo cognitivo de $I_n, U(I_n) = U_p U_{I_n}(p)$.

Segundo Boaler (2018, p.22), durante o **Processo** de geração de ideias, ou quando processamos uma nova ideia, uma corrente elétrica dispara em nossos cérebros, passando por sinapses e ligando diferentes áreas cerebrais. Segundo a autora, a atividade sináptica cria conexões duradouras quando aprendemos algo em profundidade, formando caminhos estruturais. Mas, quando apenas visitamos uma ideia de uma maneira superficial, as conexões sinápticas podem ser apagadas, tudo depende do nível da relação $R(x, o)$, ou mais especificamente da forma como o universo cognitivo $UC(x)$ se desenvolve no decorrer da trajetória do sujeito e, o nível de profundidade de $R(x; o)$ está intimamente relacionado a **Impressão**.

Estes processos mentais acionam o **PCM (Pensamento Criativo em Matemática)**, o qual ocorre devido à interconexão entre o Pensamento Divergente, o qual se refere ao processo de geração de ideias, como definições de problemas, estratégias ou soluções a partir de um ponto de partida específico, enquanto o pensamento convergente diz respeito ao processo de seleção e avaliação de ideias para chegar à melhor solução possível (Brophy, 2001, citado em De Vink et al, 2022). Segundo De Vink et al (2022, p.136), os pensamentos divergente e convergente podem estar interligados ao longo do processo criativo matemático, pois o uso de ambos os modos de pensamento pode ajudar as crianças a gerar diferentes soluções ou estratégias possíveis, bem como selecionar a mais adequada e avaliar sua qualidade (Tabach & Levenson, 2018, citado em De Vink, et al, 2022, p.136).

Mas, para que o **PCM** ocorra e, x desenvolva a **Criatividade (C)** definida por Young (1985) e Franken (1994), este conceito e sua prática devem existir nas Instituições. Os sujeitos x devem possuir as impressões na esfera da criatividade de tal forma a possuir habilidades para produzir **Criatividade Matemática (CM)**, a qual segundo Chamberlin et al (2022, p.116) é uma construção psicológica, cujos quatro atributos mais associados são: fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração (Kwon, Park, & Park, 2006; Nadjafikhah & Raftian, 2013 citado em Chamberlin, 2022, p.116).

Nesta perspectiva, Chamberlin assevera que

A fluência (Imai, 2000; Krutetskii, 1976) é considerada a capacidade de pensar de várias maneiras na tentativa de gerar o maior número possível de soluções de problemas. A flexibilidade, é considerada a capacidade de pensar de várias maneiras, como em vários subdomínios matemáticos, na tentativa de superar a fixidez (Kim, Cho, & Ahn, 2003). Originalidade (Chassell, 1916) refere-se à capacidade de contribuir com respostas ou produtos novos e únicos e vem do pensamento criativo. A elaboração é considerada a capacidade de estender protótipos iniciais de um projeto para um mais complexo. (Chamberlin et al, 2022, pp.116-117)

A partir do desenvolvimento destes quatro atributos, o sujeito está apto a desenvolver a CM e, ter como resultado o **Produto**. A palavra **Produto** (Figura 2), segundo Rhodes (1961) é o resultado das ideias, as quais geralmente são expressas na forma de linguagem ou artesanato e, que na perspectiva da TAD, é revelado na forma de praxeologias, por intermédio do equipamento praxeológico ($EP(x)$) de x .

Portanto, o que aprendemos e/ou as experiências pelas quais passamos nas “*n*” Instituições podem determinar o nível da relação $R(x; o)$, ou seja, o quanto x conhece ou não o e, a forma como x conhece o e, conseqüentemente este nível e forma de relacionamento de “ x com o ” impacta o nível de produção criativa de um sujeito, em um saber fazer que promove a inovação e/ou estagnação do equipamento praxeológico.

A incerteza das conseqüências destas impressões devido as sujeições institucionais nos levaram a estabelecer um parâmetro sinalizador (PS) para o MD-PCM, que atuará no sistema de retroalimentação da base do triângulo didático. O PS é fundamentado no conceito de criatividade a nível escolar explicitada neste trabalho e, tem como objetivo fortalecer a forma como se estabelecem as interações entre aluno-professor e o saber em jogo, o *milieu*, as situações didáticas para que praxeologias potencialmente criativas sejam estabelecidas.

A criação deste parâmetro se apoia em um conceito de plasticidade do cérebro, relatado nas pesquisas de Boaler (2016). A qual é definida como a capacidade do cérebro de crescer e mudar em um período muito curto (Abiola & Dhindsa, 2011; Maguire, Woollett & Spiers, 2006; Woollett & Maguire, 2011, citado em Boaler (2016). Boaler (2016, p.26) afirma que “as novas evidências da neurociência revelam que todas as pessoas, com a mensagem e o ensino adequados, podem ser bem-sucedidas em matemática e todos podem ter altos níveis de aprendizagem na escola.”

Neste trabalho, associamos à definição de pessoas bem-sucedidas em matemática às pessoas potencialmente criativas.

Com a informação da plasticidade do cérebro, acreditamos na potencialidade do parâmetro sinalizador (PS) de nosso sistema de retroalimentação do MD-PCM, o qual poderá ser utilizado tanto pelos pesquisadores na análise de fenômenos de ensino e/ou para o planejamento de situações didáticas potencialmente criativas, como também no sentido de trazer à discussão sua importância para o desenvolvimento de situações didáticas criativas, tanto na perspectiva de professores em cursos de formação quanto em discussões em atividades de formação continuada.

Os fundamentos deste parâmetro serão relatados a seguir na apresentação da proposta do MD-PCM fundamentado na TAD.

Modelo Didático para o Pensamento Criativo em Matemática (MD-PCM)

A estrutura do MD-PCM é resultado de um processo de investigação de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do PCM (Aljarrah & Babb, 2022; Bicer et al, 2022; Bruhn, 2022, De Vink, 2022). As pesquisas relatam a importância de proporcionar aos sujeitos envolvidos em uma situação didática ambientes de aprendizagem em que se possam estimular a criatividade e, conseqüentemente os atos criativos (Aljarrah & Babb, 2022, p.59).

Segundo Bicer et al (2022, p.95), outra implicação é encorajar os alunos a gerar mais ideias e representações, fazendo-lhes perguntas que estimulem a criatividade (por exemplo, alguém desenhou ou visualizou de forma diferente?) e deixando-os trabalhar em ambientes de aula colaborativos.

Bruhn (2022, p.102) traz a discussão em sua pesquisa com crianças do ensino fundamental a respeito de desenvolvimento de tarefas que possam desenvolver nas crianças as habilidades relativas à criatividade, tais como (fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração) por intermédio de estímulos (meta)cognitivos. O autor afirma que o professor deve adotar uma posição de orientador, questionador de modo que possa estimular e/ou desenvolver as habilidades relativas à criatividade e conseqüentemente ao comportamento criativo.

Em relação aos tipos de tarefas a serem propostas, segundo De Vink (2022, p.136) as tarefas abertas são consideradas como as mais adequadas para o PCM, pois geralmente permitem respostas múltiplas e podem assumir formas diferentes.

Diante destas considerações dos pesquisadores, incorporamos à estrutura base do MD-PCM um PEP, pois a dimensão da criatividade pode ser desenvolvida e aflorada por meio de um PEP, que envolve questionamentos do saber em jogo, inclusive durante o planejamento de situações didáticas pelos professores. O PEP incorpora nas relações e/ou interações entre os sujeitos envolvidos nas situações didáticas (em sala de aula, ou mesmo em grupos de pesquisas) a dimensão da criatividade (pilares de sustentação) de modo a obter os “Produtos”, os quais segundo Rhodes (1961, p. 309), se referem a refletir sobre “soluções incomuns (novas) e/ou perspicazes para um determinado problema ou problemas análogos, e/ou a formulação de novas questões e/ou possibilidades que permitem que um antigo problema seja visto de um novo ângulo que exige imaginação”, ou seja, a criatividade definida por Liljedah e Sriraman (2006, p. 19)

O PEP incorpora de acordo com Chevallard (2001, 2007, 2009a) três princípios estruturantes que incidem sobre a criatividade. Tratam-se (1) o PEP é organizado em torno de uma questão geradora; (2) ele é organizado fundamentalmente em torno de cinco tarefas: **observar, analisar, avaliar** as respostas **R[◇]**, **desenvolver, divulgar e defender a resposta R[♥]**, (3) necessidade de uma pilotagem do PEP, *regulando os processos de estudo e pesquisar*.

No desenvolvimento do um PEP, o aluno pode fazer apelo a conhecimentos de outra área para procurar respostas para a questão geral e, em seguida, voltar ao tema em estudo (Chevallard, 2007). Além disso, o autor enfatiza que em um processo de estudo, é necessário inspecionar desde grandes áreas do conhecimento para finalmente encontrar os conhecimentos relevantes para responder a um problema. O que favorece o questionamento sobre a determinação de qual saber é relevante e qual não é, no momento de responder à pergunta geratriz.

A Figura 3 apresenta a estrutura interna do MD-PCM, onde fizemos uma analogia a um sistema de tubulações, que parte da fundação, a qual é alicerçada pela Teoria

Antropológica do Didático (TAD), em que a dimensão da criatividade, pilares de sustentação da estrutura é fundamentada.

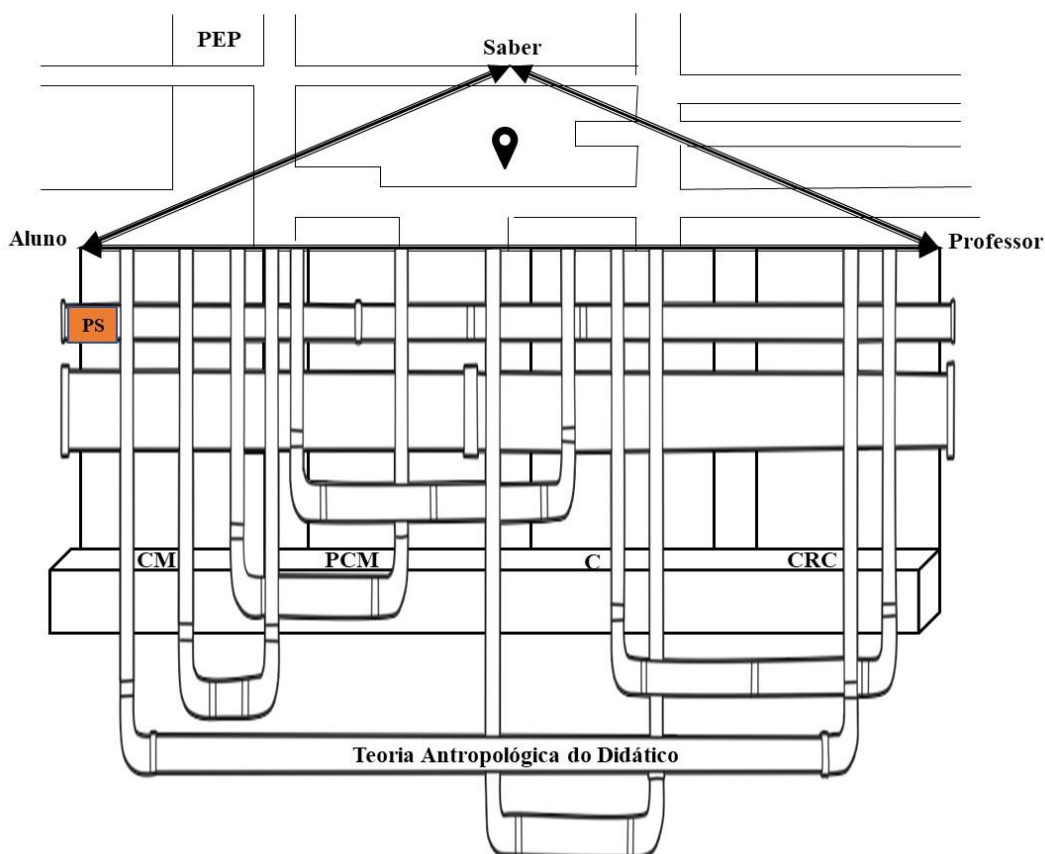


Figura 3. Estrutura interna do MD-PCM

Fonte: Elaboração dos próprios autores

O sistema de tubulações é retroalimentado de tal forma que a intensidade do fluxo seja determinada pelo parâmetro sinalizador, (PS), que é avaliado e ressignificado a partir da análise do PEP estabelecido em um sistema didático $S(x, y, Q)$, onde x é alguém que aprende algo, y é alguém que ensina e Q a aposta didática.

Pelo seu foco no estudo e pesquisa de resposta para uma questão geratriz promovendo o paradigma do questionamento do mundo, a função do PEP na estrutura do MD-PCM, é contribuir para a expansão do *milieu* (representado pelo cilindro pontilhado, Figura 1), a partir de um processo de investigação que ultrapassa as fronteiras da sala de aula, no sentido de sua natureza investigativa a partir do paradigma de questionamento do mundo. Dessa forma, a inserção de um PEP na estrutura do MD-PCM tem como objetivo aprofundar e/ou tornar significativa a relação $R(x, o)$, presente no sistema didático representado pelo triângulo didático (evidenciado na forma de esquema na estrutura do MD-PCM, Figuras 1,2 e 3).

Os produtos dos PEP devem ser analisados e/ou ressignificados de modo a emitir ao PS, as demandas necessárias (interconexões entre a TAD e os pilares de sustentação) para a retroalimentação do sistema de modo que o funcionamento do MD-PCM seja eficaz, no sentido de imprimir no universo cognitivo do aluno (x) e/ou do professor (y), $UC(x/y)$ a importância do desenvolvimento do PCM.

O parâmetro PS evidencia a capacidade de plasticidade do cérebro tanto na perspectiva dos sujeitos na posição de aluno, quanto na posição de professor. Pois ambos os sujeitos carregam as impressões das instituições pelas quais passaram.

A estrutura do MD-PCM e o seu sistema de funcionamento permitem que novas impressões sejam adquiridas nos sujeitos com o objetivo do desenvolvimento do PCM e, conseqüentemente de praxeologias potencialmente criativas que contribuam para o desenvolvimento do universo cognitivo ($UC(x)$) dos sujeitos, em que as relações $R(x; o)$ se tornem cada vez mais significativas.

Considerações Finais

O estudo e pesquisa sobre a dimensão da criatividade nos possibilitou fazer interconexões com elementos fundamentais da didática e, mais especificamente com a Teoria Antropológica do Didático. Os resultados das pesquisas e estas interconexões foram fundamentais para a construção do MD-PCM.

O MD-PCM é um construto teórico que abre um leque de possibilidades para a investigação a respeito de fenômenos didáticos tendo como vertente a dimensão da criatividade. Trazer à luz os pilares de sustentação deste modelo e as possibilidades de comunicação destes a partir dos elementos da TAD, apresenta um universo de possibilidades para o planejamento de situações didáticas em que praxeologias potencialmente criativas sejam desenvolvidas, estimulando assim o pensamento criativo matemático dos alunos, bem como dos professores.

A inserção do PEP no MD-PCM imprime a cultura do questionamento nas relações e/ou interações entre professor-saber e aluno, estabelecendo ambientes que possibilitem aos sujeitos envolvidos criarem, inovarem a partir de um processo de pesquisa e investigação do saber em jogo. Ou seja, a cultura do PEP nas instituições imprime nestes ambientes espaços de questões abertas que promovem o desenvolvimento de uma postura científica nos sujeitos independente de suas posições.

A partir dos questionamentos e as discussões até aqui tecidas, as praxeologias matemáticas foram se desenvolvendo no decorrer da história da matemática e permanecem em evolução. Ou seja, equipamentos praxeológicos se ampliaram no decorrer do tempo e, a partir de contribuições no coletivo em universos de dúvidas, suposições, em meio a um saber-fazer repleto de experiências e trocas de conhecimentos, em constante ajuste no acoplamento da práxis e logos.

E, tudo isso somente foi possível devido a situações problemas em todas as esferas da sociedade que promoveram possibilidades para os desenvolvimentos dos universos cognitivos dos sujeitos, do estabelecimento de novas relações pessoais e inclusive de descobertas a respeito da plasticidade do cérebro.

O MD-PCM traz todo um aparato em sua estrutura de forma a revelar uma possibilidade de interconexão entre a dimensão da criatividade e a TAD de modo a contribuir para o desenvolvimento do PCM.

Referências

- Aldon, G. (2011). *Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique: construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident*. (Thèse en Education: Didactique des mathématiques). Université Claude Bernard Lyon 1, 694 p. Disponível em : <https://theses.hal.science/tel-00679121v2/document>.
- Aljarrah, A., & Babb, A.P.P. (2022). Shifting metaphors as a trigger for creativity: a review of students' mathematical creative acts. In S. A. Chamberlin (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG 12)* (pp.59-65). Disponível em: <https://d-nb.info/1268386723/34>.
- Bicer, Ali, Bicer, Ay., & Chamberlin, S. A. (2022). Young students' mathematical creative thinking processes. In S. A. Chamberlin (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG 12)* (pp.93-96). Disponível em: <https://d-nb.info/1268386723/34>
- Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets: unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. Jossey-Bass (A. Wiley Brand).
- Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques. *Éducation & Didactique*, 5(1), (pp.101-104). <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1005>
- Brousseau, G. (1978). L'observation des activités didactiques. *Revue Française de Pédagogie*, 45, (pp.130-139).
- Bruhn, S. (2022). Supporting first graders in showing their individual mathematical creativity through (meta-) cognitive prompts. In S. A. Chamberlin (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG 12)* (pp. 97-103). Disponível em: <https://d-nb.info/1268386723/34>
- Chamberlin, S.A., Payne, A., & Kozlowski, J. (2022). The five legs of creativity. In S. A. Chamberlin (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG 12)* (pp.116-121). Disponível em: <https://d-nb.info/1268386723/34>
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221–266.
- Chevallard, Y. (2001). Les TPE comme problème didactique. *Communication au Séminaire national de didactique des mathématiques* (pp.1-9). Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=14.

- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the IV congress of the European society for research in mathematics education* (pp. 21–30). Barcelona: FUNDEMI-IQS.
- Chevallard Y. (2007). “Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique”. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. Garcia (Eds.), *Sociedad, Escuela y Matemáticas* (pp. 705–746). Jaén: Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén. Disponible em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=134.
- Chevallard, Y. (2009a). La TAD face au professeur de mathématiques. *Communication au Séminaire DiDiST de Toulouse* (pp.1-17). Disponible em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162.
- Chevallard Y. (2009b). La notion de PER : problèmes et avancées. Texte d’un exposé présenté à l’IUFM de Toulouse (pp. 1-29). Disponible em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161.
- Chevallard, Y. (2015). Teaching Mathematics in tomorrow’s society: a case for an oncoming counter paradigm. In: *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 173–187). Springer International Publishing. Disponible em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-12688-3_13.
- De Vink, I. C., Willemsen, R. H., Keijzer, R., Lazonder, A. W., Schoevers, E. M., & Kroesbergen, E. H. (2022). Creative Mathematical Thinking Process. In S. A. Chamberlin (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness* (MCG 12) (pp. 135-141). Disponible em: <https://d-nb.info/1268386723/34>.
- Franken, R. E. (1994). *Human Motivation*. Thomson Wadsworth (3th edition).
- Devlin, K. (2002). *Matemática: A ciência dos padrões*. (Tradução: Alda Maria Durães). Porto Editora.
- Liljedahl, P., & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 17-19.
- Margolinas, C. (2009). *Points de vue de l’élève et du professeur*. (Essai de développement de la théorie des situations didactiques). Education. Université de Provence - Aix-Marseille Disponible em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00429580v2/document>.
- Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques ? *Revue française de pédagogie*, 188, 13-22. <https://doi.org/10.4000/rfp.4530>
- Rhodes, M. (1961). An analysis of creativity. *The Phi Delta Kappan*, 42(7), 305–310.
- Sensevy, G. (2010). Formes de l’intention didactique, collectifs et travail documentaire. In G. Gueudet, & L. Trouche, L. (Ed.), *Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, (pp. 147-164), Ressources vives, Presse Universitaire de Rennes.
- Young, J. G. (1985). What is Creativity? *Journal of Creative Behavior*, 19 (12), 77-87.