



Criatividade na formação de professores que ensinam matemática: um estudo de caso

Creativity in the education of teachers who teach mathematics: a case study

Flávia Sueli Fabiani Marcatto¹

Resumo

Esta investigação faz parte de um projeto de pesquisa sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático através de tarefas de resolução e proposição de problemas na perspectiva do Modelo Exploratório de Resolução de Problemas e apresenta resultados de uma experiência realizada na formação de professores que ensinam matemática. A estudo tem cunho qualitativo e interpretativo com base empírica, apoiada na pesquisa baseada em design. O objetivo principal é implementar tarefas instrucionais de resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática para a constituição de uma base de conhecimento sobre a resolução de problemas e a criatividade. A liberdade permitida aos professores e futuros professores, quer no desenvolvimento do raciocínio matemático, quer na comunicação matemática parece ter influência na promoção de resoluções matemáticas pessoais, inovadoras e criativas.

Palavras-chave: Pesquisa baseada em design; Modelo exploratório de resolução de problemas; Criatividade matemática.

Abstract

This investigation is part of a research project on the development of mathematical reasoning through problem solving and posing tasks from the perspective of the Exploratory Problem Solving Model and presents the results of an experiment carried out in the formation of teachers who teach mathematics. The study is qualitative and interpretative with an empirical basis, supported by design-based research. The main objective is to implement problem-solving instructional tasks in the formation of teachers who teach mathematics in order to build up a knowledge base on problem-solving and creativity. The freedom allowed to teachers and future teachers, both in the development of mathematical reasoning and in mathematical communication, seems to have an influence on the promotion of personal, innovative and creative mathematical solving.

Keywords: Design-based research; Exploratory problem solving model; Mathematical creativity.

Introdução

No mundo atual, em constante mudança, é difícil estimar a importância da criatividade. O desenvolvimento da criatividade, de uma forma geral, e da criatividade matemática, em particular, é importante nos dias de hoje para fortalecer a capacidade de adaptação das pessoas a situações novas e desafiadoras, o que é essencial para o bem-estar de

Submetido em: 21/12/2022 – **Aceito em:** 01/08/2023 – **Publicado em:** 18/12/2023

¹ Doutora em Educação Matemática pelo PPGEM UNESP –RC. Docente Associada da Universidade Federal de Itajubá, Brasil. E-mail: flaviamarcatto@unifei.edu.br. <https://orcid.org/0000-0002-9998-5705>.

cada indivíduo e atua como um mecanismo básico de desenvolvimento social, tecnológico e científico. Para Leikin (2018), uma das funções centrais do sistema educacional é permitir que as pessoas se adaptem fluentemente a essas mudanças e inovações. A matemática está na base do progresso da tecnologia, e a educação escolar deve garantir, em conjunto com o conhecimento matemático, habilidades criativas dos estudantes. As habilidades cognitivas entrelaçadas com as competências intrapessoais e interpessoais e de apoio uns aos outros são importantes para o desenvolvimento da criatividade. As competências interpessoais, como o trabalho em equipe e a colaboração, têm desenvolvimentos juntamente com as competências cognitivas e interpessoais. As competências intrapessoais abrangem autoavaliação positiva.

Cai e Leikin (2020) consideram a Resolução de Problemas (RP) desafiadores, uma atividade direcionada à criatividade. Criatividade matemática é geralmente associada a Resolução e Proposição de Problemas. Dessa forma, a RP pode ser empregada para o desenvolvimento da criatividade matemática (Elgrably e Leikin 2022). O ensino e a aprendizagem de matemática vêm mudando de um modelo tradicional, em que o professor apresenta a maioria das ideias e procedimentos matemáticos por meio do ensino tradicional, centrado no professor, em direção a uma instrução centrada no aluno e orientada para a investigação. Nesse sentido, é importante implementar inovações com base em pesquisa em EM durante o processo de formação que abram caminhos e oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento da criatividade através da resolução de problemas.

Tem havido esforços para incorporar a resolução de problemas como uma abordagem instrucional e a criatividade em diferentes níveis, incluindo a formação de professores que ensinam matemática. Este estudo aborda a criatividade através da resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática. É importante reconhecer que existe uma escassez de estudos nesta área que envolve a formação de professores que ensinam matemática, a criatividade e a Resolução de Problemas.

Esta investigação integra um projeto de pesquisa sobre o “O desenvolvimento do raciocínio matemático através de tarefas de resolução e proposição de problemas” na perspectiva do Modelo Exploratório de Resolução de Problemas-MERP (Koichu, 2019) e apresenta a discussão de uma implementação em sala de aula, realizada na formação de professores que ensinam matemática sobre a Resolução de Problemas (RP), apoiada pela Pesquisa Baseada em Design - PBD (Cobb et al, 2003) em uma perspectiva interativa que combina pesquisa educacional com prática instrucional (guiada pela teoria) , sendo necessário compreender o pensamento dos alunos para decidir como agir de forma proativa.

Os objetivos dessa investigação são:

- a) implementar tarefas de RP na formação de professores que ensinam matemática, com a intenção de promover a criatividade em matemática;
- b) colaborar para a constituição de uma base de conhecimento sobre a resolução de problemas e a criatividade na formação de professores que ensinam matemática.

Existe uma tendência, na pesquisa em Educação Matemática (EM), de que o conhecimento acumulado em termos de resultados de pesquisas e referenciais teóricos não encontre caminho nas salas de aula. A ‘Implementação de resultados de Pesquisa em Educação Matemática’ é entendida, de acordo Jankvist et al (2021), como uma perturbação ecológica de um determinado sistema educativo através do apoio gradual à inovação em conjunto com um plano de ação destinado a resolver o que é percebido como um problema por pelo menos uma das partes. A definição operacional de pesquisa de implementação de acordo com Century e Cassata (2016) é a de uma investigação sistemática das inovações implementadas em ambientes controlados ou na prática comum. Por inovação, as mesmas autoras a definem como programas, intervenções, processos, abordagens instrucionais, métodos ou políticas que preveem uma mudança para os indivíduos que a implementam e os usuários finais. Dois tipos de conhecimento estão associados ao processo de implementação: o conhecimento prático sobre como utilizar a inovação e a compreensão dos princípios e objetivos essenciais à inovação. Neste estudo, os dois são considerados relevantes.

Resolução de problemas e criatividade na formação de professores

Cai e Leikin (2020) defendem que a resolução de problemas, que representa um desafio cognitivo, e a criatividade estão entre as habilidades cognitivas básicas do século XXI que determinam o desenvolvimento intelectual e a prontidão para a carreira e a adaptação às mudanças. Ao mesmo tempo, os mesmos autores destacam as habilidades socioemocionais, colaborativas, responsabilidade e comprometimento social e ético, - abertura e flexibilidade a diversos pontos de vista, que são geralmente considerados componentes do desenvolvimento profissional de professores de matemática. Esses esforços indicam o interesse de muitos profissionais em fazer com que o “problema” seja uma característica proeminente na sala de aula.

Para Joklitschke, Rott e Schindler (2021), o interesse pela criatividade na pesquisa em Educação Matemática (EM) está aumentando, e o campo está se desenvolvendo. Na pesquisa sobre criatividade na EM, há muitos aspectos diferentes a serem estudados, bem como muitos pressupostos teóricos subjacentes sobre criatividade. Alguns estudiosos se concentram em produtos criativos, enquanto outros se concentram em processos criativos. Existem pesquisas que se inspiram em teorias do domínio da psicologia, e outras que se baseiam em teorias de estágios matemáticos. O corpo de estudos sobre criatividade em EM é rico e diversificado.

Stylianides e Stylianides (2020) consideram que a pesquisa conduzida no mundo dos praticantes, ou seja, com atenção às salas de aulas reais de matemática e em estreita colaboração entre pesquisadores em EM, futuros professores e professores, aumenta a probabilidade de que os resultados alcancem as salas de aulas e sejam diretamente aplicáveis na prática em vez de potencialmente relevantes. A pesquisa nessa perspectiva deve procurar desenvolver soluções empiricamente testadas e baseadas em teoria para aliviar os problemas de aprendizagem dos alunos em salas de aula reais esclarecendo não apenas o que funciona,

mas porque e como pode funcionar, quais são os pontos que podem ser flexibilizados no que se refere à teoria, e quais são estruturantes no contexto das salas de aulas reais.

Considerando que a pesquisa em resolução e proposição de problemas em EM tem avançado nos últimos anos (Cai e Hwang, 2020; Kontorovich et al 2012; Silver et al, 1996), concordamos com Cai e Hwang (2020) que existe uma desconexão entre a pesquisa e a prática em EM. O ensino de matemática em sala de aula, que está sob o controle dos professores, tem foco em um conjunto estreito e pouco ambicioso de objetivos de aprendizagem e continua sendo um ensino tradicional e expositivo com poucas oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento da criatividade.

No ensino por meio da RP, a aprendizagem ocorre durante o processo de resolução de problemas (Schoenfeld, 1985, 1989; Marcatto & Onuchic, 2020). À medida que os alunos resolvem problemas, eles levam tempo para pensar em possíveis soluções e, em seguida, usam qualquer abordagem que possam pensar, baseiam-se em qualquer conhecimento que aprenderam e justificam suas ideias de maneira que consideram convincentes.

O ambiente de aprendizagem proporcionado pelo ensino por meio da RP é um cenário natural para os alunos trabalharem, individualmente ou em grupo, com suas resoluções e, depois, apresentarem-nas para toda a turma. Ao se envolverem nesse processo, eles têm oportunidades de aprender matemática por meio de interações sociais, negociação de significado e construção de um entendimento compartilhado. Tais atividades os ajudam a esclarecer suas ideias e adquirir diferentes perspectivas do conceito ou ideia que estão aprendendo.

Apoia-se na definição de Koichu, Cooper e Winder (2022), que consideram a RP como o envolvimento com situações matemáticas às quais o estudante atribui problematidade e não tem um caminho de solução prontamente disponível, mas tem um pano de fundo apropriado para encontrar a solução. Dessa forma, resolver problemas é entendido como um meio para ajudar os alunos a aprenderem a pensar matematicamente e, por isso, faz parte dos currículos de matemática em quase todos os países, incluindo o Brasil. Aqui, a RP está inserida na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como uma perspectiva do desenvolvimento de habilidades e competências (Ministério da Educação, 2018). No entanto, ela ainda é uma fonte de dificuldades para professores e alunos.

Os processos de RP podem ser caracterizados por sua estrutura interna ou externa. De acordo com Rott, Specht e Knipping (2021), a estrutura interna refere-se a processos metacognitivos, como heurísticos, verificações ou crenças do resolvidor em relação ao tópico. A estrutura externa refere-se a ações observáveis que podem ser caracterizadas em fases, como a compreensão dos problemas, a elaboração de um plano de solução e aquelas que envolvem a resolução.

No entanto, os processos reais de RP, conforme defendido por Rott, Specht e Knipping (2021), parecem acontecer de maneiras diferentes da forma como foram idealizados. Não são lineares, pois contém desvios, erros e ciclos que muitas vezes não

seguem uma sequência pré-determinada, envolvem passos à frente e retornos entre analisar, planejar e explorar um problema.

Para Gordeau (2019), a tarefa de RP matemáticos deve proporcionar a possibilidade de envolvimento em discussões colaborativas, em que o professor permanece afastado das discussões iniciais, oportunizando que os alunos experimentem a partilha e a interação com outros. Podem surgir abordagens diferentes, múltiplas formas de ver e de analisar o problema. A promulgação de ideias sobre o problema durante a discussão colaborativa pode promover avanços em que alguns estudantes tinham dificuldades. Nas discussões sobre a tarefa proposta, alguns podem expressar ceticismo ante as ideias matemáticas apresentadas por outros colegas. Geralmente, os estudantes parecem se sentir autorizados a questionar o colega enquanto a maioria provavelmente não se sentiria à vontade para questionar um argumento apresentado pelo professor da turma.

Nesse sentido, foi adotado o Modelo Exploratório de Resolução de Problemas (MERP) apresentado por Koichu (2018; 2019), conceituando a RP orientada para o discurso matemático de forma colaborativa. O MERP, segundo Koichu (2019), é uma sequência de mudanças de atenção estimulada pela disponibilidade de três tipos de recursos: i) os individuais do resolvedor ou a reorganização dos recursos existentes através da interação com o problema; ii) os da turma toda, ou seja, conectado aos recursos individuais existentes com os de outros resolvedores do mesmo problema, sempre com base na interação com os pares que compartilham ideias matemáticas e heurísticas que se complementam de forma produtiva; iii) aqueles baseados na interação com uma fonte externa de conhecimento sobre a solução, por exemplo, fazendo uma busca na internet ou um colega mais avançado no curso.

Para além de assumir um compromisso com a RP no currículo de matemática, os professores precisam ser estratégicos na seleção de tarefas apropriadas e na orquestração do discurso da sala de aula, para maximizar as oportunidades de aprendizagem. Esperamos, também, que os professores oportunizem o desenvolvimento de competências e habilidades criativas, como está definido na Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (Ministério da Educação, 2019, p. 13) em sua Competência Geral 2: “Pesquisar, investigar, refletir, realizar a análise crítica, usar a criatividade e buscar soluções tecnológicas para selecionar, organizar e planejar práticas pedagógicas desafiadoras, coerentes e significativas”.

De acordo com Gontijo e Fonseca (2020), deve-se estimular a criatividade em matemática nos professores caso se pretenda estimular a criatividade em matemática dos estudantes.

A fim de serem capazes de estimular a criatividade matemática de seus alunos, os professores devem adquirir conhecimentos pedagógicos adequados durante a formação inicial e estes devem ser aprimorados ao longo da carreira por meio de programas de formação continuada. No que diz respeito ao pensamento crítico e criativo, muitos professores admitem a falta de experiência anterior ou preparação adequada estimular esse tipo de pensamento em seus alunos. Os programas de formação precisam explorar explicitamente o que significa pensar de forma crítica e

criativa para que os professores se sintam, primeiramente, criativos, para poderem se sentir capazes de estimular o pensamento crítico e criativo em seus alunos. (Gontijo & Fonseca, 2020, p. 745)

A ênfase dada, pelos autores, à relevância da exploração explícita do pensamento crítico e criativo dos professores nos programas de formação corrobora com o que Flores (2022) afirma sobre o interesse do professor poder beneficiar não só seu próprio ensino, mas, também, seu aprendizado e motivação na formação de professores. Para essa autora, o maior foco da formação, deve estar relacionado à necessidade de formar professores de matemática críticos e questionadores.

Existem variações na estrutura, na organização e no currículo da formação de professores que ensinam matemática. Segundo Flores (2022), é necessário desenvolver uma visão sistêmica para compreender a lógica, o currículo e os objetivos da formação dos professores, bem como seu desenvolvimento profissional. Essa visão deve abranger a natureza e os objetivos do currículo escolar, a concepção do professor como profissional e seu papel no desenvolvimento curricular e precisa, ainda, proporcionar oportunidades de aprendizagem profissional e de reelaboração de crenças sobre a natureza do ensino e da aprendizagem de matemática. Acrescenta-se a isso o contexto político, econômico, social e cultural em que o professor ou futuro professor esteja inserido, formando um conjunto complexo e inter-relacionado de fatores. O desenvolvimento da criatividade matemática pelo aluno da Educação Básica, por exemplo, refere-se ao interesse pedagógico do professor nos aspectos educacionais do ensino.

Gontijo (2007) apresentou uma concepção para a criatividade em matemática, caracterizando-a

como a capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de ações. (Gontijo, 2007, p. 38)

Em uma pesquisa recente, Elbrably e Leikin (2022) investigaram a relação entre criatividade matemática, expertise, resolução e proposição de problemas, comparando dois grupos de estudantes voluntários: medalhistas em olimpíadas de matemática e graduados que obtiveram destaque em cursos universitários de matemática. Os resultados encontrados foram que: a expertise em resolução de problemas dos medalhistas olímpicos influencia de forma significativa as investigações e explorações dos problemas, com relação às habilidades de prova e criatividade em comparação às dos graduados; os cursos universitários não desenvolvem habilidades e competências matemáticas criativas.

Assumindo que a criatividade é uma habilidade que pode ser desenvolvida em todos os indivíduos, Sriraman (2009, p. 133) acredita ser “suficiente definir criatividade como a capacidade de produzir algo novo ou original” para o indivíduo que o elaborou ou para um

grupo de indivíduos, por exemplo, para o caso de uma sala de aula, o que é ainda compatível com a definição da criatividade matemática “como o processo que resulta em soluções incomuns e perspicazes para um determinado problema independentemente do nível” (Sriraman, 2009, p. 133) ou contexto em que se manifesta.

Para além da novidade ou originalidade, parece, também, haver concordância acerca das condições para a obtenção de resultados criativos, que incluem o conhecimento, as habilidades intelectuais, a motivação, o ambiente e o domínio de ideias específicas, por exemplo, da matemática (Sriraman, 2009; Elbrably e Leikin, 2022). Assim, na perspectiva do desenvolvimento da criatividade, há uma preocupação com a construção de instrumentos que permitam avaliar e/ou evidenciar o seu desenvolvimento.

Leikin (2009) sugeriu um modelo para a avaliação da criatividade por meio da análise de semelhanças e diferenças entre as estratégias de resolução de problemas utilizadas. Esse modelo sugere a avaliação da criatividade através de três categorias sugeridas por Silver (1997): fluência, flexibilidade e originalidade. A fluência é desenvolvida ao se gerar várias ideias matemáticas, obtendo várias resoluções para um problema matemático (quando existe). A flexibilidade é promovida pela geração de novas resoluções matemáticas quando, pelo menos, uma já foi produzida. A originalidade é alcançada ao se explorar muitas soluções para um problema matemático, gerando um novo problema.

No presente estudo, essas categorias foram consideradas como convenientes para servir de base para uma descrição e uma avaliação da criatividade matemática de professores e futuros professores de matemática na resolução de problemas.

Metodologia de Pesquisa

Considerando o objetivo, a questão de pesquisa e sua natureza qualitativa e interpretativa, este estudo tem uma abordagem metodológica que se apoia em estudos de caso (Yin, 2010; Ponte, 2006). Qualitativo, porque valoriza processos didáticos em ambiente natural (Bogdan e Biklen, 1994), e interpretativo quando procura compreender, no contexto do ensino, os modos pelos quais professores e alunos constituem ambientes de uns para outros (Erickson, 1986). Essa perspectiva se apresenta adequada para desenvolver esse estudo, por possibilitar que experimentos teóricos de ensino se transformem em práticas que dão significado à aprendizagem, pois sua vertente de estudo é a sala de aula, procurando descobrir o que nela há de essencial e característico quando o diálogo impulsiona a construção de conhecimento.

A investigação qualitativa traz a perspectiva de que as coisas sejam estudadas em seu ambiente natural, sendo a realidade socialmente construída não de forma única, mas observada e interpretada de diversas formas, pois “pesquisadores não encontram conhecimento, eles o constroem” (Cobb et al, 2003, p. 10). A interação com o outro é de extrema importância para a formação de sentidos e significados permutáveis, subjetivos ou não, mas que nos fazem compreender o mundo em que vivemos e atuamos.

O estudo aqui descrito se caracteriza como um estudo de caso e se apoia na Pesquisa Baseada em Design, com foco nos processos de aprendizagem (Cobb et al, 2003). Para Yin (2010, p. 20), o estudo de caso é um tipo de investigação que permite preservar as características holísticas e significativas dos acontecimentos da vida real no desejo de compreender fenômenos sociais complexos. Além disso, “no estudo de caso, seja ele qual for, é sempre preciso dar atenção à sua história (o modo como se desenvolveu) e ao seu contexto (elementos externos, realidade local, natureza social ou sistêmica que mais o influenciaram)”, como afirma Ponte (2006, p. 5).

A PBD foi adotada nesse estudo por se tratar de uma ferramenta de pesquisa poderosa quando se deseja introduzir novas ideias e estudar suas interações. Ela permite que se proponham tarefas para criar observações de comportamentos relacionados e refinar tarefas com base na resposta dos alunos. Tem orientação pragmática e teórica com o objetivo de criar soluções para desafios importantes e sujeitar essas soluções a um exame e uma revisão cuidadosa, gerando contribuições para a teoria de aprendizagem.

A pesquisa baseada em ciclos de design se constitui em um processo de investigação que envolve a pessoa que conhece (pesquisadores em questão) o contexto em causa (a formação de professores que ensinam matemática) e a atividade que participa (o experimento de design), tendo, como objetivo, estudar processos de aprendizagem (RP) ou de mudança e a forma (tarefas de RP) de os promover em contextos naturais (salas de aula reais). Dessa forma, justificamos a escolha dessa metodologia pelo interesse em um processo interativo de refinamento e implementação de novas ideias.

As etapas desse estudo seguiram a orientação das fases de: planejamento, intervenção e análise retrospectiva. A unidade de análise considerada aqui foram os episódios documentados nos quais o tema matemático era o foco da atividade e o discurso em sala de aula que foi entendido como relevante para o contexto do estudo. Nesse sentido, os episódios críticos para a análise foram aqueles que apoiaram ou refutaram o paradigma inicial. Esses episódios podem não parecer importantes por si só, mas se tornam críticos quando vistos em ordem cronológica com outros episódios.

Esse estudo foi conduzido em uma universidade pública do sistema federal de ensino. A disciplina onde estes estudos foram desenvolvidos foi ofertada a discentes matriculados na graduação e na pós-graduação de um curso de formação inicial de professores de matemática e um programa de pós-graduação em ensino de Ciências. A turma de estudantes era composta por 16 discentes, que foram inicialmente informados sobre o estudo em questão e dos quais foi solicitada a concordância em participar do estudo e, concordando, assinaram termo de consentimento livre e esclarecido.

Descrição e Análise de Dados

A disciplina - Ensino de Matemática através da Resolução Problemas - faz parte do rol de disciplinas de um programa de pós-graduação em Educação em Ciências e dos cursos de graduação de Licenciatura e Bacharelado em Matemática de uma universidade pública.

Esta disciplina aconteceu no período de um semestre, em 2018, e seu objetivo era discutir a Resolução de Problemas como abordagem instrucional e vivenciar e refletir sobre suas possibilidades didático-pedagógicas para a sala de aula.

As atividades planejadas para esta disciplina foram divididas entre leituras sobre a Resolução de Problemas como abordagem instrucional e experiências da prática instrucional, empregando a RP. Os textos contribuíram para compreensão e reflexão sobre a abordagem em questão e as situações-problema possibilitavam as discussões sobre conceitos e conteúdos de matemática e várias formas de resolução de uma mesma situação.

A turma era composta por 16 alunos matriculados e foi constituída de forma heterogênea no que diz respeito a formação. Seis alunos eram do programa de pós-graduação em nível de mestrado, três do curso de graduação em Bacharelado em Matemática e sete do curso de Licenciatura em Matemática. Dentre os seis alunos do programa de mestrado, quatro são professores que ensinam matemática, três deles no Ensino Fundamental, Anos Iniciais e Anos Finais, e uma professora com formação em Pedagogia, que ensina matemática nas séries iniciais. Um deles é professor de Física no Ensino Médio. Outro era professor de Filosofia também no Ensino Médio.

Durante a etapa de planejamento e antecipação de como seria o envolvimento dos discentes, em uma tarefa que envolvia o MERP, foi destacada a importância do envolvimento deles com a tarefa e as características de uma abordagem exploratória, que eram desejadas na perspectiva da disciplina. A preocupação era que os licenciandos e os professores tivessem oportunidades de aprender a ensinar matemática na Educação Básica, não por meio de uma prática de ensino de instrução direta, desconsiderando etapas importantes como a discussão de ideias entre os alunos, mas como um sistema de dimensões inter-relacionadas: (1) a natureza das tarefas da sala de aula; (2) o papel do professor; (3) a cultura da sala de aula; (4) as ferramentas matemáticas para auxiliar o aprendizado; (5) a preocupação com a equidade e acessibilidade (Lester e Cai, 2015). Essa perspectiva parece ser importante uma vez que articula planejamento e atividade em sala de aula com posterior reflexão, o que pode apoiar a implementação da RP no currículo.

É necessário compreender como se organiza uma aula desta natureza e perceber os aspectos envolvidos na sua condução, desde a escolha de tarefas e modelos de RP apropriados para promover um ambiente de discussão e aprendizagem na sala de aula. Planejar e conduzir uma aula exploratória é ainda mais desafiante para professores e futuros professores que ainda não têm experiência no ensino da matemática. É fundamental que os cursos de formação e desenvolvimento profissional criem estas oportunidades de reflexão sobre a prática (Martins, Mata-Pereira & Ponte, 2021). Deste modo, tornou-se essencial discutir modelos de RP que fossem adequados ao contexto.

Nesse estudo, foram definidas três etapas principais na perspectiva do MERP. A primeira envolveu o planejamento da atividade (pelo formador), o estudo do conteúdo (RP na formação de professores), a seleção da tarefa (Quadro 1) adequada ao contexto da sala de aula, que considerou o conhecimento e os interesses dos graduandos e pós-graduandos,

devendo ter uma demanda cognitiva adequada e a antecipação dos principais caminhos que eles podem adotar para a resolução da tarefa. A segunda etapa abrangeu a exploração do problema e os movimentos do formador em busca do compartilhamento colaborativo de ideias e da promoção do discurso matemático. Na terceira, apresenta-se uma reflexão sobre o desenvolvimento de toda a atividade.

O problema abordado nesse artigo é o problema dos venusianos. Este problema e outros discutidos na disciplina possuem o mesmo objetivo: discutir a Resolução de Problemas como abordagem instrucional em salas de aulas reais, promover a criatividade, o trabalho colaborativo e a discussão de ideias matemáticas de uns com outros e com o professor.

Quadro 1: O problema dos Venusianos

Problema: Quantos dedos?

Suponhamos que uma sonda pousa em Vênus e nos envia a imagem abaixo de uma conta de multiplicar escrita, em uma parede. Admitindo que os venusianos usam uma notação posicional como nossa e um sistema de base correspondente ao total de dedos das mãos, como nós, quantos dedos tem um venusiano em cada mão?

$$\begin{array}{r} \Delta \phi \\ \Delta \phi \\ \hline \Delta \Theta \Delta \end{array}$$

Fonte: Adaptado de Mathematics Teacher-NCTM (1992)

Os discentes tiveram sete dias (uma semana) para explorar e resolver o problema e retornar para a discussão coletiva (todos os discentes e o professor formador), que ocorreu de forma presencial. Durante esta semana, os discentes poderiam realizar a discussão do problema por e-mail e/ou pelo aplicativo de mensagens instantâneas.

Várias soluções foram apresentadas pelo grupo, mas somente uma aluna apresentou a solução completa, ou seja, realizou uma exploração do problema com argumentação para cada etapa de sua resolução e obteve uma solução para o problema (Quadro 2). Neste artigo, o foco será nessa resolução. A professora com formação superior em Pedagogia, que, aqui, chamaremos de professora P, atua há quase três décadas nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Enquanto estudante, ela se confronta com as dificuldades oriundas da sua formação e da sua prática profissional. A partir daí, ela relata um pouco de sua trajetória em busca de aprendizado e reflexão.

Minha visão com a matemática mudou, pois pensava que o registro na matemática era apenas números, não concebia registros dissertativos de problemas. No início me pareceu estranho, mas com o desenrolar das aulas pude perceber que essa estratégia me fazia pensar melhor no problema e o resultado das respostas foi se tornando mais esclarecedores. Pude observar ainda que a diversidade dos problemas e como eles podem levar os alunos a investigar respostas diferentes produzindo um diálogo investigativo e reflexivo, conduzindo para a introdução de um conteúdo. Dentre os vários problemas que resolvemos um me chamou mais atenção e me levou a pesquisar, desconstruir meus conceitos e elaborar um novo conceito para resolver o problema. (Professora das séries iniciais do Ensino Fundamental)

Quadro 2: Resolução apresentada pela professora.

Diante dos dados do problema, relacionei a quantidade dos dedos dos venusianos com as bases não decimais. Pesquisando sobre as bases não decimais encontrei informações sobre uma adição e multiplicação um pouco diferente da nossa. Nesta pesquisa encontrei uma tabela de adição e multiplicação na base 8, veja como é feito os fatos nessa base.

Tabela de base 8 da adição e da multiplicação:

+	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	10
2	3	4	5	6	7	10	11
3	4	5	6	7	10	11	12
4	5	6	7	10	11	12	13
5	6	7	10	11	12	13	14
6	7	10	11	12	13	14	15
7	10	11	12	13	14	15	16

X	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	10	12	14	16
3	3	6	11	14	17	22	25
4	4	10	14	20	24	30	34
5	5	12	17	24	31	36	43
6	6	14	22	30	36	44	52
7	7	16	25	34	43	52	61

Tendo os resultados da adição e da multiplicação de base não decimal, portanto base 8, testei alguns valores para os símbolos e cheguei à conclusão de que temos a multiplicação da seguinte forma:

$$\begin{array}{r}
 42 \\
 \times 42 \\
 \hline
 104 \\
 2010 \\
 \hline
 404
 \end{array}$$

Vou explicar como pensei essa multiplicação. Imaginando que a multiplicação seja parecida com a nossa, portanto 42×42 , temos então para começar 2×2 (olhando na tabela) é 4. 2×4 (olhando na tabela) é 10. Estou considerando que o resultado 10 seja apenas uma ordem. Pensando na multiplicação das dezenas 4×2 (olhando na tabela) é 10 e 4×4 é 20, a mesma coisa considero o resultado 10 e o resultado 20 como sendo apenas uma ordem.

Lembrando que quando vou multiplicar as dezenas deixo uma ordem em branco, digamos a ordem das unidades simples. Passando para a adição temos 4 mais zero unidades, que fica 4. $10 + 10 = 20$, é outra ordem, como passou de 8 o maior valor considerado para a base 8 preciso ir para as centenas, dando $20 + 20 = 40$, considerando o valor 40 vai ocupar também a ordem das dezenas. Omitindo essa parte na operação temos $42 \times 42 = 404$ que representa a imagem enviada pela sonda. Conclui, então que os venusianos têm quatro dedos em cada mão, total oito.

Fonte: Arquivo do pesquisador (2018)

Vale ressaltar que a solução apresentada pela professora P pode indicar que é possível produzir conhecimento matemático, mesmo não tendo domínio de todos os conteúdos relativos a esse assunto. Essa resolução apresenta várias ideias (fluência), diferentes representações (por exemplo, tabular e aritmética, logo, flexibilidade) e um processo que resultou em uma solução incomum para o indivíduo que a elaborou (originalidade). Dessa forma, a exploração de RP pode levar o indivíduo a lançar mão de conhecimentos anteriores, mas, também, possibilita o desenvolvimento de sua criatividade na busca por soluções.

Dois discentes do último período do curso de Licenciatura em Matemática apresentaram suas explorações para o problema, porém sem obter uma conclusão (uma solução). As explorações realizadas envolveram a elaboração e resolução de sistemas de equação, ou seja, observar a operação de multiplicação (fornecida através de símbolos)

parece ter induzido ao pensamento algébrico, codificando e decodificando os símbolos fornecidos em notação algébrica conhecida por esses licenciandos. Apesar de um conhecimento procedimental significativo, não conseguiram concluir a resolução do problema solicitado.

De um modo geral, entre os discentes com formação em matemática (dez graduandos e quatro já licenciados), muitos tendem a procurar uma solução generalizada e formalizada, representando e aplicando expressões e equações algébricas, enquanto os dois discentes (graduados em outras áreas) insistiam em formular hipóteses que eram testadas empiricamente ou procuravam exemplos numéricos que satisfizessem determinadas restrições do problema.

No contexto deste estudo, apesar da originalidade ser considerada o indicador mais importante para que uma resolução seja considerada criativa (Sriraman, 2009), não é suficiente para descrever o produto criativo. O conceito de criatividade é definido pela conjugação das componentes de originalidade, fluência e flexibilidade em um sistema integrado. Assim, foi considerado que a originalidade se refere à singularidade da resolução, a fluência consiste na mobilização do conhecimento matemático necessário e apropriado para resolver o problema e a flexibilidade refere-se às formas de representação adequadas para exprimir o conhecimento envolvido e que interfere na comunicação matemática da resolução.

Considerações Finais

Diante dos resultados obtidos e do objetivo de implementar tarefas de resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática, foi possível observar que aqueles que não possuem formação (ou poucos anos de formação) em matemática tendem a depreender mais tempo na exploração do problema, em contrapartida daqueles com formação em matemática que tendem a demonstrar um maior controle da execução e verificação das estratégias empregadas para resolver o problema.

Enquanto os discentes com algum tempo de formação matemática buscavam soluções generalizadas e formalizadas, os professores que não possuem formação matemática aplicavam o raciocínio empírico e informal.

A liberdade permitida aos professores e futuros professores, quer no desenvolvimento do raciocínio matemático, quer na comunicação matemática parece ter influência na promoção de resoluções matemáticas pessoais, inovadoras e criativas. Essa liberdade e o tempo empreendido na discussão coletiva, na perspectiva do MERP, podem proporcionar a comunicação do raciocínio, acentuando a importância da representação de ideias, conceitos e processos matemáticos envolvidos na resolução.

O uso de conhecimentos matemáticos prévios e a confiança em experiências passadas parecem ser um obstáculo ao progredir na resolução de um novo problema. Sugerimos que identificar divergências entre o problema em questão e as experiências passadas também é importante, pois pode ajudar o resolvidor de problemas a desenvolver novas estratégias.

Sugere-se, ainda, que os modelos de resolução de problemas também enfatizem a necessidade de se dedicar aos problemas por um longo período e até mesmo a estratégias fracassadas.

Referências

- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, (2020) 101391 <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>
- Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: conceptualization, advances, and future directions for research. *Educ Stud Math*, 105, 287–301. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x>
- Century, Jeanne, & Cassata, Amy (2016). Implementation Research: Finding Common Ground on What, How, Why, Where, and Who. *Review of Research in Education*, 40(1), 169–215. <https://doi.org/10.3102/0091732X16665332>
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>
- Erickson, Frederick. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In: M. C. Wittrock (Org.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). New York: Macmillan.
- Maria Assunção Flores (2022) Exploring variations in teacher education, *European Journal of Teacher Education*, 45:2, 151-153, DOI: [10.1080/02619768.2022.2088142](https://doi.org/10.1080/02619768.2022.2088142)
- Gontijo, C. H. (2007). *Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio*. Tese Doutorado em Psicologia. Brasília: Universidade de Brasília.
- Gontijo, C. H., & Fonseca, M. G. (2020). O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática*, 3(3). <https://doi.org/10.5335/rbecm.v3i3.11834>
- Gourdeau, F. (2019). Problem Solving as a Subject and as a Pedagogical Approach, and the Ongoing Dialogue Between Mathematics and Mathematics Education. In: Felmer, P., Liljedahl, P., Koichu, B. (eds) *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development*. Research in Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_2
- Grouws, D. A. (Ed.). (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. Macmillan Publishing Co, Inc.
- Jankvist, U. T., Aguilar, M. S., Misfeldt, M., & Koichu, B. (2021). Launching Implementation and Replication Studies in Mathematics Education (IRME). *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 1(1), 1-19. <https://doi.org/10.1163/26670127-01010001>

- Joklitschke, J., Rott, B. & Schindler, M. Notions of Creativity in Mathematics Education Research: a Systematic Literature Review. *Int J of Sci and Math Educ* **20**, 1161–1181 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10192-z>
- Koichu, B. (2018). Mathematical Problem Solving in Choice-Affluent Environments. In: Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (eds) Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_18
- Koichu Boris (2019). A Discursively Oriented Conceptualization of Mathematical Problem Solving. In Patricio Felmer, Peter Liljedahl, & Boris Koichu (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development*. Research in Mathematics Education (pp. 43-66). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_21
- Koichu, B., Cooper, J., & Widder, M. (2022). Implementation of Problem Solving in School: From Intended to Experienced. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 2(1), 76-106. <https://doi.org/10.1163/26670127-bja10004>
- Kontorovich, Igor; Koichu, Boris; Leikin, Roza; Berman Avi (2012). An exploratory framework for handling the complexity of mathematical problem posing in small groups. *Journal of Mathematical Behavior*. 31, 149–161. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.11.002>
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–135). Rotterdam: Sense Publishers.
- Leikin, R. (2018). Openness and Constraints Associated with Creativity-Directed Activities in Mathematics for All Students. In: Amado, N., Carreira, S., Jones, K. (eds) Broadening the Scope of Research on Mathematical Problem Solving. Research in Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99861-9_17
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2022). Strategy creativity and outcome creativity when solving open tasks: focusing on problem posing through investigations. *ZDM Mathematics Education*, 54, 35–49. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01319-1>
- Lester Jr, F. K., & Cai, J. (2015). Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from Thirty Years of Research. In P. Felmer, J. Kilpatrick, & E. Pehkonen (Eds.), *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives* (pp. 2-30). Buenos Aires: Springer. Doi: [10.1007/978-3-319-28023-3_8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_8)
- Marcatto, F.S.F., & Onuchic, L. R. (2020). A Resolução de Problemas como Eixo Norteador na Formação de Professores que Ensinam Matemática. In E.R. Navarro & M. do C. de Souza (Orgs.), *Educação Matemática em pesquisa: perspectivas e tendências* (v.3, pp. 49-69). São Paulo: Autêntica.
- Martins, M., Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. da. (2021). Os Desafios da Abordagem Exploratória no Ensino da Matemática: aprendizagens de duas futuras professoras através do estudo de aula. *Bolema*, 35(69), pp. 343-364.
- Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Secretaria de Educação Básica. Brasília.

- Ministério da Educação (2019). *Resolução nº 2, de 20 de dezembro de 2019*. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica. Diário Oficial República Federativa do Brasil. Brasília.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de Caso em Educação Matemática. *Bolema*, 19(25), pp.105-132.
- Rott, B., Specht, B. & Knipping, C. A. (2021) descriptive phase model of problem-solving processes. *ZDM Mathematics Education* 53, 737–752. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01244-3>
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A. (1996). Posing Mathematical Problems: An Exploratory Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 293–309. <https://doi.org/10.2307/749366>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. In L. B. Resnick, & L. E. Klopfer (Eds.). *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development, p. 83-103.
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education* 41 (13), pp. 131-147. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0114-z>.
- Stylianides, G.J., & Stylianides, A.J. (2017). Research-based interventions in the area of proof: the past, the present, and the future. *Educ Stud Math*. N. 96, p. 119–127.
- Yin, R. (2010). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos*. 3ª edição, Porto Alegre: Bokman.